Bab 2

ATURAN-ATURAN DALAM PROBABILITAS

1. Aturan Komplemen

– Komplemen kejadian A adalah suatu kejadian dimana A tidak terjadi

$$P(A^C) = 1 - P(A)$$

Cth

Pelemparan dadu, maka probabilitas muncul angka 1 adalah 1/6.

Sehingga probabilitas muncul dadu angka bukan 1 adalah 1 – 1/6 = 5/6.

2. Aturan Perkalian

Digunakan untuk menghitung probabilitas gabungan dua kejadian. Rumus :

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$P(A \cap B) = P(A \mid B) \cdot P(B)$

atau, $P(A \text{ and } B) = P(B \mid A) \cdot P(A)$

Jika A dan B kejadian yang saling independen maka :

$P(A \text{ dan } B) = P(A) \cdot P(B)$

3. Aturan Penjumlahan

Aturan penjumlahan digunakan untuk menghitung probabilitas kejadian A ***atau*** B ***atau*** keduanya A dan B terjadi

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Untuk A, B dan C

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

Jika A dan B saling bebas maka

$P(A \cap B) = 0$ jadi **$P(A \cup B) = P(A) + P(B$**

contoh

	B_1	B_2	$P(A_i)$
A_1	.11	.29	.40
A_2	.06	**.54**	.60
$P(B_j)$	.17	.83	1.00

$P(A_1 \text{ atau } B_1) = P(A_1) + P(B_1) - P(A_1 \text{ dan } B_1)$
$= .40 + .17 - .11$
$= \mathbf{.46}$

$P(A_1) = .11 + .29 = .40$
$P(B_1) = .11 + .06 = .17$

Contoh

Ruang sampel dari eksperimen random adalah {a,b,c,d,e} dengan probabilitas 0.1, 0.1, 0.2, 0.4 dan 0.2 Misalkan A menyatakan kejadian {a,b,c} dan B adalah kejadian {c,d,e} maka tentukan:

a. P(A)
b. P(A')
c. P(B)
d. $P(A \cap B)$
e. $P(A \cup B)$

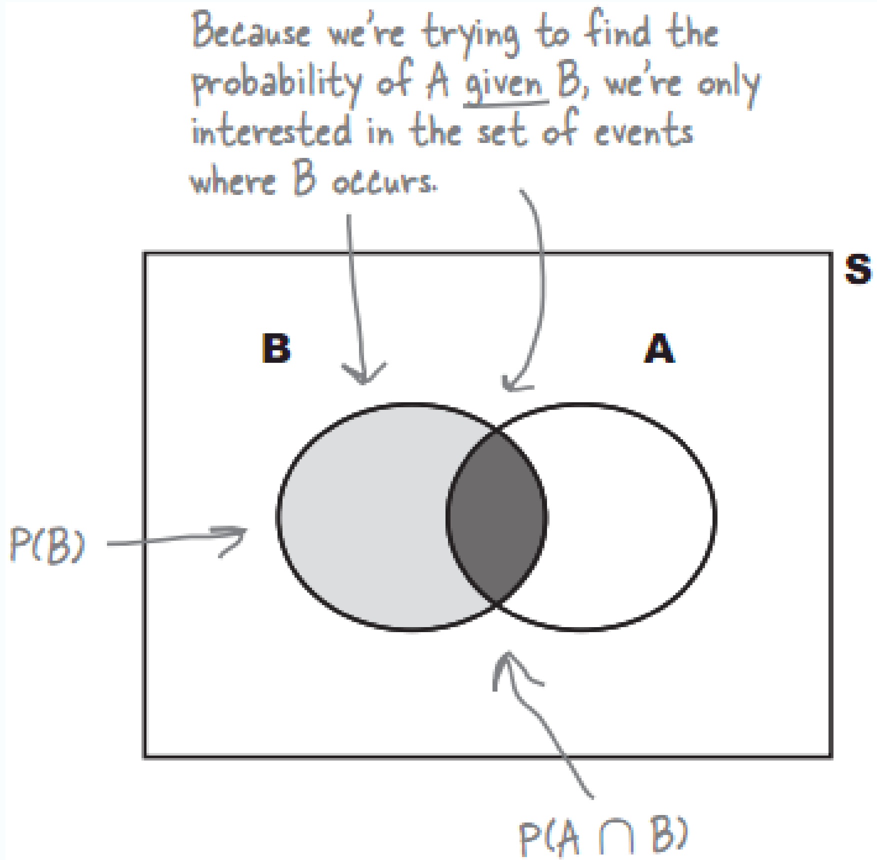
Probabilitas Bersyarat

Probabilitas A dengan syarat B sudah terjadi

notasi $P(A|B)$

→Probabilitas kejadian A dengan syarat kejadian B

Rumus : $$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$



Contoh

Suatu Toko Café&Donut ingin menentukan probabilitas pelanggan mereka membeli donat dan kopi. Jika diketahui:

P(Donat)=3/4,

P(Kopi| Donat')=1/3,

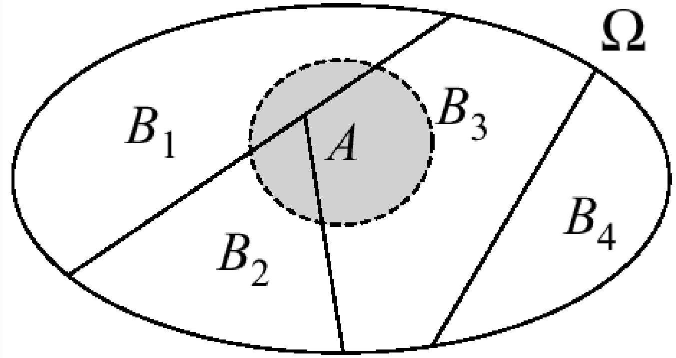
P(Donat∩Kopi)=9/20.

Tentukan

a. P(Kopi|Donat)

b. Find P(Kopi ∩ Donat')

Aturan Probabilitas Total



- Jika $\{B_i\}$ adalah partisi dari ruang sampel Ω
- Dan $\{A \cap B_i\}$ adalah partisi dari kejadian A maka berdasarkan sifat probabilitas : $P(A) = \sum_i P(A \cap B_i)$

- Anggap $P(B_i) > 0$, untuk setiap i maka berlaku : $\boxed{P(A) = \sum_i P(B_i) P(A \mid B_i)}$

Teorema Bayes

- Jika $\{B_i\}$ adalah partisi dari ruang sampel Ω
- Misal $P(A) > 0$ dan $P(B_i) > 0$, untuk setiap i

$$P(B_i \mid A) = \frac{P(A \cap B_i)}{P(A)} = \frac{P(B_i) P(A \mid B_i)}{P(A)}$$

Maka dengan teorema probabilitas total : $\boxed{P(B_i \mid A) = \frac{P(B_i) P(A \mid B_i)}{\sum_j P(B_j) P(A \mid B_j)}}$

→ Disebut dengan teorema bayes

- $P(B_i)$ disebut dengan probabilitas prior dari kejadian B_i
- $P(B_i \mid A)$ disebut dengan probabilitas posterior dari kejadian B_i (dengan syarat A)

Contoh

Suatu pabrik mempunyai 3 mesin A, B dan C. masing-masing peluang berproduksi adalah 60%, 30% dan 10%. Persentase kerusakan produksi yang disebabkan oleh masing-masing mesin 2%, 3% dan 4%. Misal dipilih satu unit produksi dan diketahui rusak. Maka hitung probabilitas bahwa kerusakan produk yang diambil dari mesin C!

Misal R adalah unit produk yang rusak maka akan dihitung P(C|R) yaitu probabilitas unit produksi dari mesin C dengan diketahui unit produk rusak

Dengan teorema Bayes, kejadian $P(A)$, $P(B)$ dan $P(C)$ adalah peluang (persentase produksi) dari masing-masing mesin; $P(R \mid A)$, $P(R \mid B)$ dan $P(R \mid C)$ adalah peluang (persentase kerusakan) dari masing-masing mesin.

$$\begin{aligned} P(C \mid R) &= \frac{P(C).P(R \mid C)}{P(A).P(R \mid A) + P(B).P(R \mid B) + P(C).P(R \mid C)} \\ &= \frac{(0,1)(0,04)}{(0,6)(0,02) + (0,3)(0,03) + (0,1)(0,04)} = \frac{4}{25} \end{aligned}$$

Definisi: Independensi

Dua kejadian saling independen jika memenuhi sifat:

$$1.\ P(A|B) = P(A)$$

$$2.\ P(B|A) = P(B)$$

$$3.\ P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

Kejadian $E_1, E_2, \ldots, E_n$ saling independen jhj untuk sebarang subset

$E_{i1}, E_{i2}, \ldots, E_{ik}$ berlaku:

$$\mathrm{P}(E_{i1} \cap E_{i2} \cap \ldots \cap E_{ik}) = P(E_{i1})P(E_{i2})\ldots P(E_{ik})$$