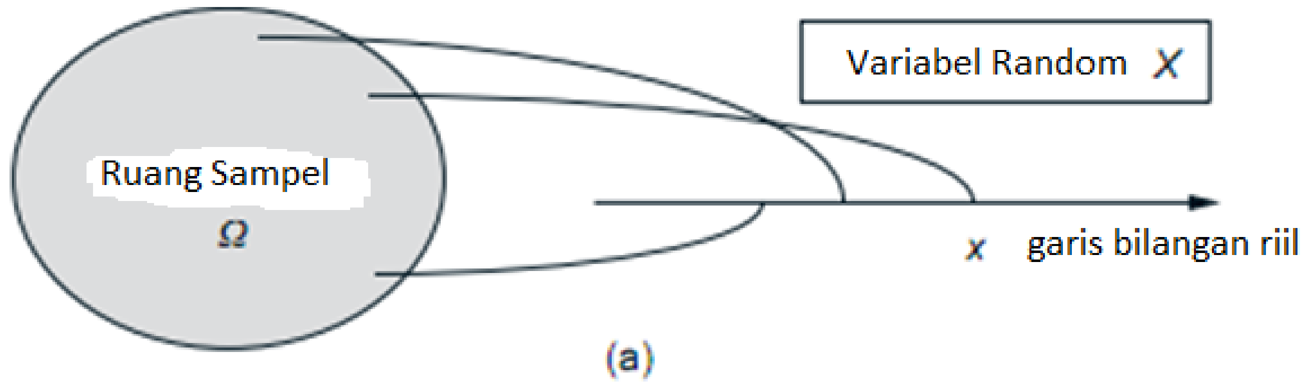
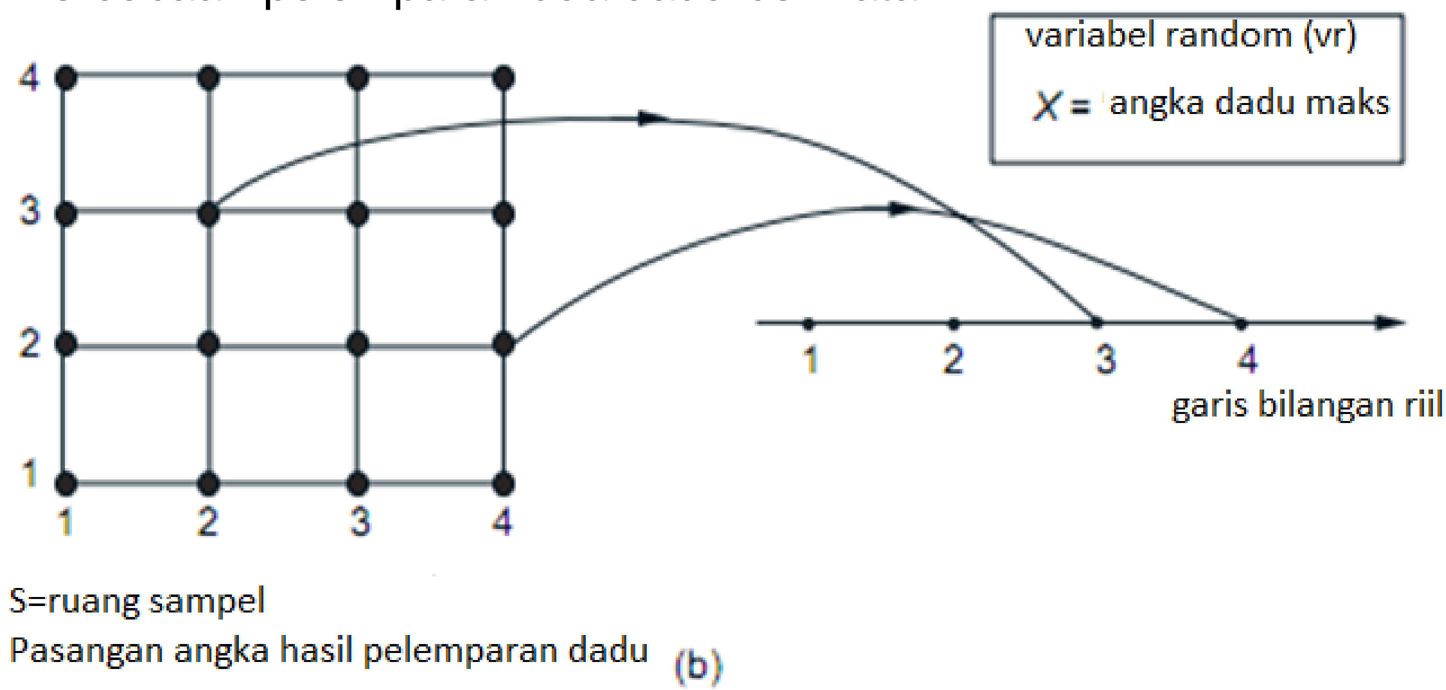
BAB 1

Variabel Random

ILUSTRASI VARIABEL RANDOM



Cth 1 : Percobaan pelemparan dua dadu bermata 4



DEFINISI

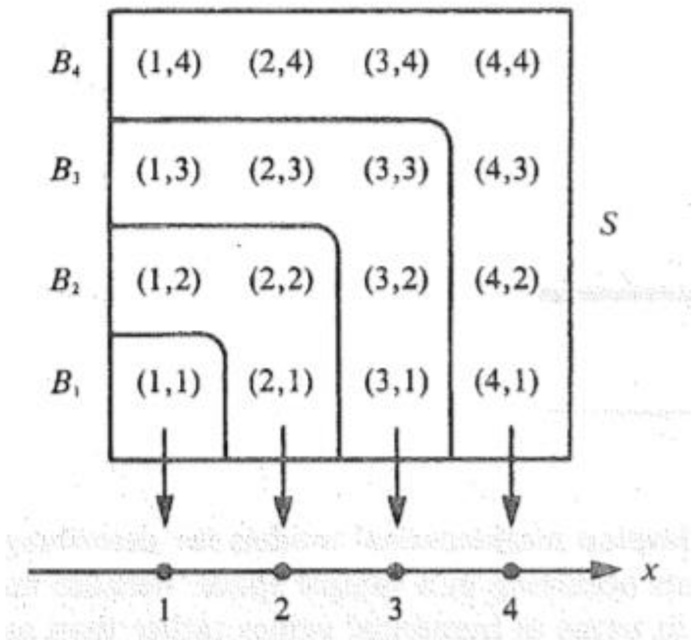
Variabel random X adalah fungsi yang terdefinisi pada ruang sampel S, yang berasosiasi dengan suatu bilangan riil

notasi:

X(e)=x, dengan e merupakan kejadian yang mungkin dalam S

Contoh sebelumnya, pelemparan 2 dadu bermata 4

Buatlah Ruang sampelnya…



misal $e = (i,j),\ i,j = 1,2,3,4$

$X(e) = \text{maks}(i,j)$

$\text{maks}(1,1) = 1,\ \text{maks}(2,2) = 2,\ \text{maks}(3,2) = 3,\ \text{maks}(4,3) = 4$

jadi $x = 1,2,3,4$

Bagaimana jika $Y(e) = i + j$?

VARIABEL RANDOM DISKRIT

DEFINISI 2.2.1

Jika himpunan semua variabel random X merupakan himpunan terhitung (countable) x1,x2,…,xn atau x1,x2,… maka X disebut dengan variabel random diskrit. Fungsi :

$$f(x) = P(X = x),\ x = x_1, x_2, \ldots$$

Disebut dengan fungsi densitas probabilitas diskrit atau discrete probability density function (pdf)

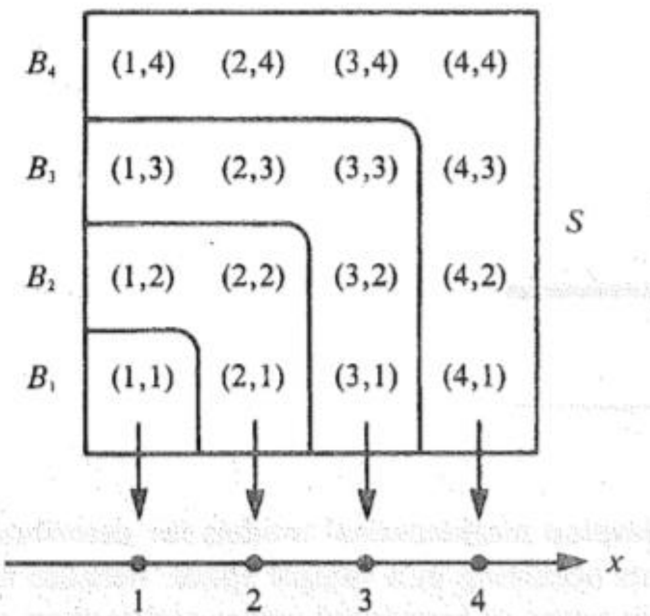
SIFAT:

Fungsi f(x) disebut dengan pdf diskrit j.h.j memenuhi :

$$\text{i. } f(x) \geq 0$$

$$\text{ii. } \sum_{\forall x_i} f(x) = 1$$

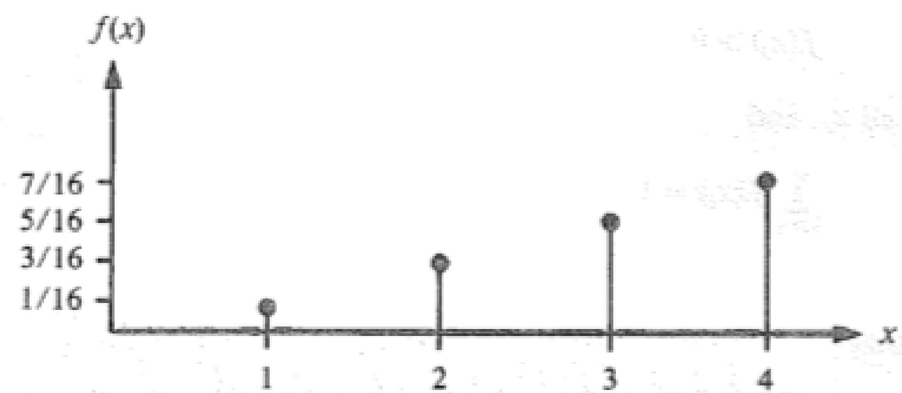
CONTOH 2. KEMBALI KE CONTOH 1, PERCOBAAN DUA DADU BERMATA 4



Tentukan f(x) nya!

x	1	2	3	4
f(x)	1/16	3/16	5/16	7/16

Gambar f(x)



CONTOH 3

Jika $f(x)=c(2x-1)$, $x=1,2,\ldots,12$

Maka tentukan c untuk dapat mengentahui bentuk pdfnya!

DEFINISI CDF

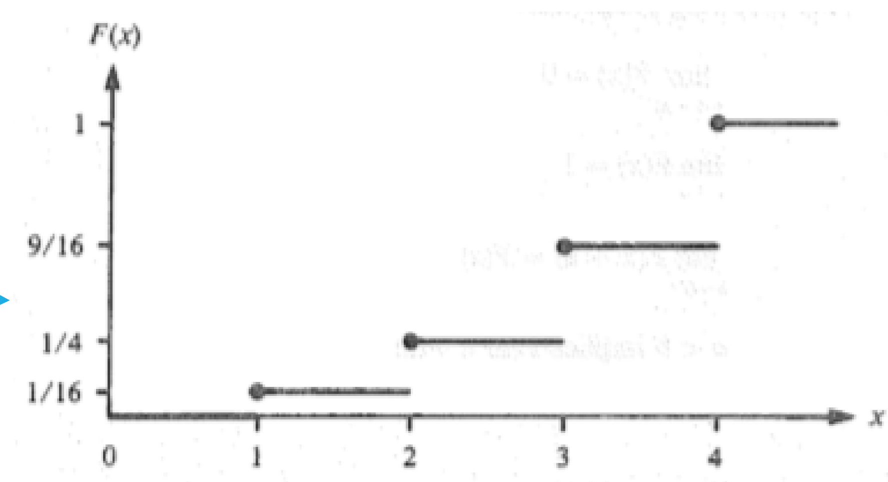
Fungsi distribusi kumulatif (cdf : Cummulative Density Function) dari variabel random X terdefinisi untuk bilangan riil x adalah :

$$F(x) = P(X \le x)$$

Contoh 4. Tentukan cdf dari contoh 2

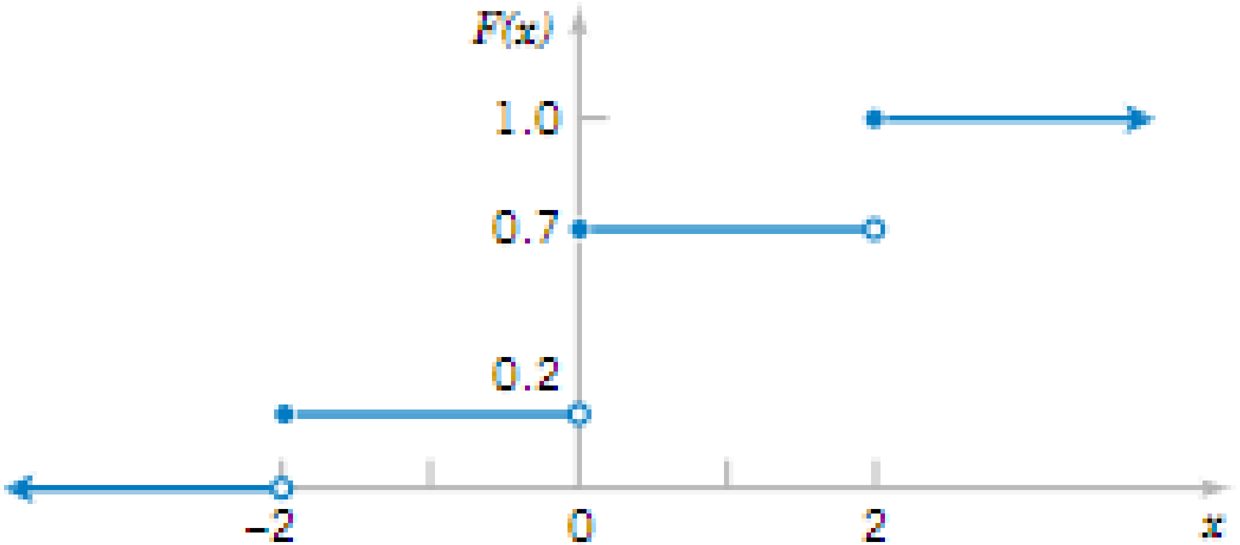
x	1	2	3	4
f(x)	1/16	3/16	5/16	7/16

F(x)...?



EXAMPLE 4
TH. 2.2.2 BAIN : 59

$$F(x)=\begin{cases} 0, x<-2 \\ 0.2, -2\le x<0 \\ 0.7, 0\le x<2 \\ 1, x\ge 2 \end{cases}$$



Gambar cdf F(x)

Dari cdf dapat ditentukan pdf-nya

$$f(-2)=0.2-0=0.2$$
$$f(0)=0.7-0.2=0.5$$
$$f(2)=1-0.7=0.3$$

TH 2.2.2

Jika X merupakan variabel random diskrit dengan pdf $f(x)$ dan cdf $F(x)$.

Jika semua nilai yang mungkin dari X, $x_1 < x_2 < x_3 < \cdots$ maka $f(x_i) = F(x_i), i > 1,\ f(x_i) = F(x_i) - F(x_{i-1})$

Jika $x < x_i$ maka $F(x) = 0$ dan untuk suatu bil.riil x

$$F(x) = \sum_{x_i \le x} f(x_i)$$

TEOREMA 2.2.3

Cdf F(x) untuk suatu variabel random X jhj memenuhi sifat sbg berikut:

1. $\lim_{x \to -\infty} F(x) = 0$
2. $\lim_{x \to \infty} F(x) = 1$
3. $\lim_{h \to 0^+} F(x+h) = F(x)$
4. $a < b$ mengakibatkan $F(a) \le F(b)$

$$(-\infty, b] = (-\infty, a] \cup (a, b]$$

$$P[a < X \le b] = F(b) - F(a)$$

DEFINISI NILAI HARAPAN

Jika X adalah variabel random diskrit dengan pdf f(x) maka nilai harapan dari X didefinisikan:

$$E(X) = \sum_{x} x\ f(x)$$

Contoh 5.

Cari E(X) dari contoh 2

VARIABEL RANDOM KONTINU

Variabel random X disebut dengan variabel random kontinu jika ada fungsi pdf f(x) dari X sedemikian sehingga cdf-nya direpresentasikan :

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)\, dt$$

Pdf dapat diperoleh dari cdf:

$$f(x) = \frac{d}{dx} F(x) = F'(x) \text{(jika turunan ada)}$$

jika $a < b$

$$\begin{aligned} P[a < X \leqslant b] &= P[a \leqslant X < b] = P[a < X < b] \\ &= P[a \leqslant X \leqslant b] \end{aligned}$$

SIFAT:

Fungsi f(x) disbut dengan pdf kontinu j.h.j memenuhi :

i. $f(x) \geq 0$

ii. $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$

Contoh 6

Tentukan c! kemudian tentukan cdf-nya!

$$f(x) = \begin{cases} c(1+x)^{-3}, x > 0 \\ 0, x \leq 0 \end{cases}$$

DEFINISI NILAI HARAPAN

Jika X adalah variable random kontinu dengan pdf f(x) maka nilai harapan dari X didefinisikan:

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x \; f(x) \quad dx \text{ (jika ada)}$$

Contoh 7.

Cari E(X) dari contoh 6