



PROSIDING

SEMIRATA 2014 Bidang MIPA BKS-PTN-Barat

"Integrasi sains MIPA untuk mengatasi masalah pangan,
energi, kesehatan, reklamasi, dan lingkungan"
IPB International Convention Center dan Kampus IPB Baranangsiang, 9-11 Mei 2014

BUKU 1

MATEMATIKA

Diterbitkan oleh: Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Pertanian Bogor



ISBN 978-602-70491-0-9



ISBN : 978-602-70491-0-9

PROSIDING

Seminar Nasional dan Rapat Tahunan Bidang MIPA 2014

“Integrasi Sains MIPA untuk Mengatasi Masalah Pangan, Energi, Kesehatan, Lingkungan, dan Reklamasi”

Diterbitkan Oleh :



**Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Pertanian Bogor**

Copyright© 2014
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Pertanian Bogor
Prosiding Seminar Nasional dan Rapat Tahunan Bidang MIPA 2014, 9-11 Mei 2014
Diterbitkan oleh : FMIPA-IPB, Jalan Meranti Kampus IPB Dramaga, Bogor 16680
Telp/Fax: 0251-8625481/8625708
<http://fmipa.ipb.ac.id>
Terbit Oktober, 2014
xiii + 662 halaman
ISBN: 978-602-70491-0-9

Editor dan Reviewer

PROSIDING

Seminar Nasional dan Rapat Tahunan Bidang MIPA 2014

Direktor Editor

- Drs. Ali Kusnanto, MSi.
- Dr. Heru Sukoco
- Dr. Wisnu Ananta Kusuma
- Dr. Imas Sukaesih Sitanggang
- Auzi Asfarian, M.Kom
- Wulandari, S.Komp
- Dean Apriana Ramadhan, S.Komp

Editor Utama

- Dr. Rika Raffiudin
- Dr. Ence Darmo Jaya Supena
- Dr. Utut Widyastuti
- Prof. Dr. Purwantiningsih
- Dr. Tony Ibnu Sumaryada
- Dr. Imas Sukaesih Sitanggang
- Dr. Wisnu Ananta Kusuma
- Dr. drh. Sulistyani, MSc.
- Dr. Indahwati
- Dr. Sobri Effendi
- Drs. Ali Kusnanto, MSi.

Reviewer

- Drs. Ali Kusnanto, M Si.
- Dr. Berlian Setiawaty, MS
- Dr.Ir. I Gusti Putu Purnaba, DEA
- Dr. Paian Sianturi
- Prof.Dr.Ir. I Wayan Mangku, M.Sc
- Dr. Toni Bakhtiar, M.Sc
- Dr. Jaharuddin, MS
- Dr.Ir. Hadi Sumarno, MS

KATA PENGANTAR

Kegiatan Seminar dan Rapat Tahunan Bidang MIPA tahun 2014 (Semirata-2014 Bidang MIPA) Badan Kerja Sama Perguruan Tinggi Negeri Wilayah Barat (BKS-PTN Barat) yang diamanahkan kepada FMIPA-IPB sebagai penyelenggara telah dilaksanakan dengan sukses pada tanggal 9-11 Mei 2014 di IPB International Convention Center dan Kampus IPB Baranagsiang, Bogor. Salah satu program utama adalah Seminar Nasional Sains dan Pendidikan MIPA dengan tema: *"Integrasi sains MIPA untuk mengatasi masalah pangan, energi, kesehatan, dan lingkungan"*.

Dalam sesi pleno seminar telah disampaikan pemaparan materi oleh satu pembicara utama dan empat pembicara undangan yang berasal dari beragam institusi dan profesi. Dari sesi pleno ini, diharapkan peserta dapat menambah wawasan dan pemahaman tentang pengembangan dan pemanfaatan IPTEK, khususnya Bidang MIPA, sehingga sains dan pendidikan MIPA terus berkembang dan dapat berkontribusi nyata untuk kemajuan dan kemakmuran bangsa Indonesia.

Kegiatan yang tidak kalah pentingnya dalam seminar ini adalah sesi paralel karena telah memberi kesempatan kepada peserta untuk melakukan presentasi dan komunikasi ilmiah secara langsung dengan sesama kolega yang mempunyai minat yang sama dalam mengembangkan Sains dan atau Pendidikan MIPA. Dalam kegiatan sesi paralel ini dipresentasikan secara oral 592 judul makalah hasil penelitian yang disampaikan dalam 37 ruang seminar secara paralel, dan juga dipresentasikan 120 poster ilmiah. Dalam kegiatan komunikasi ilmiah secara langsung ini juga telah dimanfaatkan untuk menjalin jejaring agar lebih bersinergi dalam pengembangan Sains dan Pendidikan MIPA ke depannya. Supaya komunikasi ilmiah yang baik ini dapat juga tersampaikan ke komunitas ilmiah lain yang tidak dapat hadir pada kegiatan seminar, panitia memfasilitasi untuk menerbitkan makalah dalam bentuk **Prosiding**. Panitia juga tetap memberi kesempatan kepada peserta yang akan menerbitkan makalahnya di jurnal ilmiah, sehingga tidak seluruh materi yang disampaikan pada seminar diterbitkan dalam prosiding ini.

Dalam proses penerbitan prosiding ini, panitia telah banyak dibantu oleh Tim Reviewer dan Tim Editor yang dikoordinir oleh Ali Kusnanto yang telah dengan sangat intensif mencurahkan waktu, tenaga dan pikiran. Untuk itu, panitia menyampaikan terima kasih dan penghargaan. Panitia juga menyampaikan terima kasih dan penghargaan kepada seluruh penulis makalah yang telah merespon dengan baik hasil review artikelnya. Namun, panitia juga menyampaikan permohonan ma'af karena dengan sangat banyaknya makalah yang akan diterbitkan dalam prosiding ini, waktu yang dibutuhkan dalam proses penerbitan prosiding ini mencapai lebih dari empat bulan, dan penerbitan prosiding tidak dilakukan dalam satu buku tetapi dalam tujuh buku prosiding. Semoga penerbitan prosiding ini selain bermanfaat bagi para pemakalah dan penulis, juga dapat bermanfaat dalam pengembangan Sains dan Pendidikan MIPA.

Bogor, September 2014
Semirata-2014 Bidang MIPA BKS-PTN Barat

Dr.Ir. Sri Nurdianti, MSc.
Dekan FMIPA-IPB

Ence Darmo Jaya Supena
Ketua Panitia Pelaksana

Daftar Isi**Halaman**

Editor dan Reviewer	vii
Daftar Isi	ix
EFISIENSI ANTARWAKTU PERBANKAN SYARIAH DI INDONESIA MENGUNAKAN DATA ENVELOPMENT ANALYSIS DAN INDEKS MALMQUIST	
Andromeda Khoirunnisa, Toni Bakhtiar, Endar H Nugrahani	2
PERBANDINGAN WAKTU PENYELESAIAN MASALAH OPTIMALISASI LINEAR ANTARA METODE SIMPLEKS DAN METODE INTERIOR DENGAN MENGUNAKAN PERANGKAT LUNAK MATHEMATICA	
Bib Paruhum Silalahi, Rochmat Ferry Santo, Prapto Tri Supriyo	10
MOMEN TERTINGGI DARI AKUMULASI SUATU ANUITAS AWAL DENGAN TINGKAT BUNGA ACAK	
Johannes Kho dan Ari Fatmawati	19
PARALELISASI METODE CONJUGATE GRADIENT UNTUK MENYELESAIKAN SISTEM PERSAMAAN LINEAR DALAM SCILAB MENGGUNAKAN GRAPHICS CARDS	
M. Ilyas, Putranto H., F. Ayatullah, M.T. Julianto, A.D. Garnadi dan S.Nurdiati	24
SOLUSI PROBLEM LINTASAN TERPENDEK PADA JARINGAN TRANSPORTASI MULTIMODA DENGAN DIJKSTRA-LIKE ALGORITHM STUDI KASUS PADA JARINGAN ANGKUTAN KOTA DI KOTA BENGKULU	
Novika Rachmianty Gartiwi, Fanani Haryo Widodo, Yulian Fauzi	33
MODEL MATEMATIKA DAN SIMULASI KOMPUTER DEMAM BERDARAH DENGUE	
Paian Sianturi	41
METODE ITERASI FORWARD MODEL DALAM MASALAH INVERSI RESISTIVITAS 3D, PERBANDINGAN UNIFORM VS OPTIMAL GRID	
Putranto Hadi Utomo, Agah D. Garnadi, H. Grandis, Sri Nurdiati	51
INVESTIGASI NUMERIK PROFIL KECEPATAN ALIRAN FLUIDA PADA SALURAN MIKRO PERSEGI-PANJANG	
Suharsono S	56
APLIKASI PETRI NET PADA PEMBELIAN DAN PEMBAYARAN TIKET PESAWAT	
Ulfasari Rafflesia	60
PEMODELAN TINGKAT RISIKO TSUNAMI KOTA BENGKULU MELALUI ANALISIS KRIGING	
Yulian Fauzi, Suwarsono, Jose Rizal, Zulfia Memi Mayasari	68
SIMULASI METODE WEBSTER DALAM PENGATURAN LAMPU LALU LINTAS	
Elis Khatizah, Delis Anisa	74

METODE NON-PARAMETRIK ANALISIS SURVIVAL DALAM MEMODELKAN SELANG KELAHIRAN ANAK PERTAMA DI INDONESIA	
Rahmat Hidayat, Hadi Sumarno, Endar H. Nugrahani	80
PROFIL SOFT SKILLS MAHASISWA PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN UNIVERSITAS RIAU	
Atma Murni, Nahor Murani Hutapea.....	90
PROBLEM POSING UNTUK MENINGKATKAN KEMAMPUAN PENALARAN DAN KOMUNIKASI MATEMATIS SISWA BERKEMAMPUAN AWAL RENDAH	
Dekson.....	98
PEMAHAMAN SISWA SMP LEVEL RELASIONAL DAN LEVEL ABSTRAK TENTANG BILANGAN RASIONAL	
Dewi Herawaty.....	106
MENINGKATKAN PEMAHAMAN KONSEP MATEMATIKA SISWA MELALUI PENERAPAN MODEL PEMBELAJARAN KOOPERATIF TIPE <i>THINK TALK WRITE</i>	
Dewi Murni, Dia Prima Juwita.....	112
PENGARUH MODEL PEMBELAJARAN GEOMETRI BERBASIS PENDIDIKAN MATEMATIKA REALISTIK TERHADAP RESPON DAN HASIL BELAJAR GEOMETRI SISWA KELAS VII SMPN KOTA PADANG	
Edwin Musdi	121
PENGARUH PENDEKATAN PENDIDIKAN MATEMATIKA REALISTIK INDONESIA (PMRI) TERHADAP PERKEMBANGAN KEMAMPUAN PENALARAN MATEMATIKA SISWA KELAS II SD KARTIKA 1.10	
Effie Efrida Muchlis	132
PENERAPAN MODEL PEMBELAJARAN KOOPERATIF TIPE <i>TWO STAY TWO STRAY</i> UNTUK MENINGKATKAN HASIL BELAJAR MATEMATIKA PESERTA DIDIK KELAS VIII SMP NEGERI 18 PEKANBARU	
Elfis Suanto, Rini Dian Anggraini, Bisri Mustofa	141
MENINGKATKAN KEMAMPUAN MAHASISWA DALAM PEMECAHAN MASALAH PADA STATISTIKA ELEMENTER MELALUI LEMBAR KERJA	
Fitrani Dwina, Syafriandi.....	152
PENERAPAN PENDEKATAN SOMATIS, AUDITORI, VISUAL, DAN INTELEKTUAL PADA PEMBELAJARAN MATEMATIKA SISWA KELAS VIII SMP NEGERI 4 PAYAKUMBUH	
H. Yarman dan Putri Monika Sari	160
PENINGKATAN KEMAMPUAN KOMUNIKASI MATEMATIKA MELALUI PEMBERIAN TUGAS MERANCANG PETA KONSEP	
Hendra Syarifuddin	169
PENERAPAN STRATEGI PEMBELAJARAN BERBASIS INKUIRI DALAM PELAKSANAAN MATA KULIAH SISTEMATIKA TUMBUHAN TINGKAT RENDAH PADA MAHASISWA PROGRAM STUDI PENDIDIKAN BIOLOGI UNIVERSITAS RIAU	

Irda Sayuti.....	178
PENGUNAAN NOMOR BARIS BALOK DALAM PEMBELAJARAN KOOPERATIF MATEMATIKA PADA HASIL BELAJAR SISWA SDNDI PEKANBARU	
Jalinus, Jesi Alexander Alim.....	185
PENERAPAN PEMBELAJARAN INKUIRI MODEL ALBERTA UNTUK MENINGKATKAN KEMAMPUAN REPRESENTASI MATEMATIS MAHASISWA PADA MATA KULIAH KALKULUS I	
Kartini, Titi Solfitri.....	193
OPTIMALISASI PERKULIAHAN ALJABAR LINEAR I MENGGUNAKAN LEMBAR KERJA MAHASISWA (LKM) DAN PENILAIAN BERBASIS KOMPETENSI	
Mailizar.....	202
PENGEMBANGAN BAHAN AJAR BERORIENTASI PEMODELAN MATEMATIKA BERBASIS RME DI SMAN KOTA PADANG	
Media Rosha, Yerizon	211
PENERAPAN PENDEKATAN PEMBELAJARAN PENDIDIKAN MATEMATIKA REALISTIK TERHADAP KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH MATEMATIS SISWA	
Minora Longgom Nasution, Mukhni, Nidaul Khairi.....	220
PENINGKATAN KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH MAHASISWA PADA MATAKULIAH GEOMETRI BIDANG DAN RUANG DENGAN PENERAPAN STRATEGI STATEMENT AND REASON	
Mirna	227
STUDI KEMAMPUAN PENALARAN MATEMATIS SISWA KELAS XI IPA SMAN 2 PAINAN MELALUI PENERAPAN PEMBELAJARAN <i>THINK PAIR SQUARE</i>	
Mukhni, Jazwinarti, dan Nita Putri Utami.....	235
PENGARUH PEMBELAJARAN PENDEKATAN REALISTIK MATEMATIKA (RME) TERHADAP PENGETAHUAN KONSEP DAN PROSEDURAL DALAM PEMECAHAN MASALAH MATEMATIKA PADA TOPIK ARITMETIKA SOSIAL	
Putri Yuanita, Effandi Zakaria.....	243
PENERAPAN STRATEGI <i>CREATIVE PROBLEM SOLVING</i> PADA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN <i>LESSON STUDY</i> UNTUK MENINGKATKAN KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH DAN KOMUNIKASI MATEMATIKA MAHASISWA PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA UNIVERSITAS RIAU	
Rini Dian Anggraini , Putri Yuanita	252
UPAYA MENINGKATKAN KEMAMPUAN BERPIKIR KRITIS PESERTA DIDIK KELAS VIIIF SMPN 18 PEKANBARU PADA PELAJARAN MATEMATIKA <i>TAHUN 2013/2014 MELALUI PENERAPAN MODEL PEMBELAJARAN KOOPERATIF PENDEKATAN STRUKTURAL TPS</i>	
Sakur; Suhermi, ...	261
PENGEMBANGAN RPP DAN HANDOUT BERBASIS METODE SQ3R PADA MATERI SISTEM PERSAMAAN LINIER DUA VARIABEL	

Sefna Rismen, Zulvikianis	271
EFEKTIFITAS PENERAPAN MODEL KOOPERATIF DENGAN MENGGUNAKAN ALAT PERAGA DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA DI SEKOLAH DASAR	
Sofnidar dan Sri Winarni.....	279
PENGEMBANGAN PERANGKAT PEMBELAJARAN MATEMATIKA SMP YANG BERBASIS GAYA BELAJAR <i>MASTERY, INTERPERSONAL, UNDERSTANDING, DAN SELF-EXPRESSIVE</i> PADA KELAS KECERDASAN MAJEMUK LOGIKA MATEMATIKA	
Suherman, Atus Amadi Putra, Muhammad Subhan	288
PENERAPAN MODEL PEMBELAJARAN KOOPERATIF TIPE <i>ROTATING TRIO EXCHANGE</i> (RTE) UNTUK MENINGKATKAN HASIL BELAJAR MATEMATIKA PADA SISWA KELAS XI IPA 2 SMA NEGERI 2 TAMBANG	
Susda Heleni, Japet Ginting, Miftakhul Jannah	295
KETERAMPILAN SOSIAL SISWA KELAS VIII-9 SMPN 8 PEKANBARU DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA MELALUI PENERAPAN MODEL KOOPERATIF PENDEKATAN STRUKTURAL <i>PAIR CHECK</i>	
Syarifah Nur Siregar, Kartini.....	304
PENGEMBANGAN MEDIA PEMBELAJARAN BERBASIS KOMPUTER MODEL TUTORIAL INTERAKTIF PADA POKOK BAHASAN BANGUN RUANG SISI LENGKUNG	
Titi Solfitri, Yenita Roza, Haninda Rachmawati.....	310
PEMAHAMAN MAHASISWA PENDIDIKAN MATEMATIKA TENTANG KONSEP FUNGSI DITINJAU BERDASARKAN DEKOMPOSISI GENETIKNYA	
Wahyu Widada	317
PENGEMBANGAN MEDIA PEMBELAJARAN BERBASIS KOMPUTER UNTUK MENGAJAR RELASI DAN FUNGSI DI SMP	
Yenita Roza, Yudi Jepri Dianta	329
PENGEMBANGAN CD (<i>COMPACT DISC</i>) INTERAKTIF DENGAN MACROMEDIA FLASH PADA PERKULIAHAN BAHASA INGGRIS UNTUK MATEMATIKA DI STKIP PGRI SUMATERA BARAT	
Anny Sovia, Rahima, Yulyanti Harisman	336
PENGARUH MODEL FIGURA DAN KEMAMPUAN AWAL TERHADAP HASIL BELAJAR GEOMETRI TRANSFORMASI MAHASISWA PENDIDIKAN MATEMATIKA FKIP UNIB	
Zamzaili.....	345
MENINGKATKAN KEMANDIRIAN BELAJAR MAHASISWA MELALUI PEMBELAJARAN GENERATIF PADA MATAKULIAH ALJABAR LINIER	
Zuhri, D	352
KEMAMPUAN GURU MENSTRUKTUR PEMBELAJARAN MATEMATIKA YANG DIAWALI DENGAN PEMBERIAN SOAL CERITA (PENELITIAN TINDAKAN DI SDN 004 RUMBAI PEKANBARU)	
Zulkarnain	363

KEMAMPUAN REPRESENTASI MATEMATIS MAHASISWA PADA MATA KULIAH KALKULUS PEUBAH BANYAK	
Yerizon.....	371
ANALISIS PENGETAHUAN METAKOGNITIF SISWA TIPE KEPERIBADIAN PHLEGMATIS DALAM MENYELESAIKAN SOAL MATERI LIMIT FUNGSI ALJABAR DI KELAS XI IPA SMA ISLAM ALFALAH KOTA JAMBI	
Dewi Iriani, Marni Zulyanty	377
ANALISIS KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH MATEMATIS SISWA TIPE EKSTROVERT PADA MATERI FAKTORISASI SUKU ALJABAR DI KELAS VIII SMP	
Nizlel Huda, Lily Wahyuni Novika.....	384
ANALISIS MISKONSEPSI SISWA TIPE KOLERIS DALAM PEMECAHAN MASALAH MATEMATIKA PADA MATERI ALJABAR SISWA KELAS VIII SMP	
Yunidar, Roseli Theis	392
KONTRIBUSI KEGIATAN LESSON STUDY MATEMATIKA DALAM IMPLEMENTASI KURIKULUM 2013 DAN PENDIDIKAN BERBASIS KARAKTER	
Armiaati.....	400
PERANCANGAN PROTOTIPE AWAL BUKU KERJA KALKULUS BERBASIS PENEMUAN TERBIMBING	
Zulfaneti, Rina Febriana	408
PENGEMBANGAN TUGAS MATEMATIKA SEBAGAI ALAT UKUR PENALARAN DAN PEMAHAMAN KONSEP SISWA SEKOLAH MENENGAH ATAS	
Mukhtar, Muliawan Firdaus	416
MODEL REGRESI POISSON TERGENERALISASI DENGAN STUDI KASUS KECELAKAAN KENDARAAN BERMOTOR DI LALU LINTAS	
Irwan, Devni Prima Sari.....	423
KORELASI BEBERAPA ASPEK PROGRAM KELUARGA BERENCANA DI PUSAT KESEHATAN MASYARAKAT KELURAHAN SUKAMERINDU KOTA BENGKULU	
Syahrul Akbar	434
PENGARUH PEMBELAJARAN <i>CONNECTING, ORGANIZING, REFLECTING, EXTENDING</i> (CORE) TERHADAP KEMAMPUAN KOMUNIKASI MATEMATIS SISWA KELAS X SMAN 9 PADANG TAHUN PEMBELAJARAN 2013/2014	
Jazwinarti, Suherman, Fadhilah Al Humaira.....	437
ESTIMASI TINGKAT KEMATIAN BAYI DAN HARAPAN HIDUP BAYI PROVINSI JAWA BARAT 2010 DENGAN MENGGUNAKAN METODE BRASS	
Ahmad Iqbal Baqi	446
PERANCANGAN MODEL ZONA TARIF BRT TRANS MUSI ZONE TARIFF DESIGN MODEL OF BRT TRANS MUSI	
A qilah Zainab, Sisca Octarina dan Putra BJ Bangun	452
SOLUSI POLINOMIAL PERSAMAAN DIFERENSIAL HERMIT YANG DIPERUMUM	

Aziskhan, Asmara Karma, Suriyaamsah	461
BEBERAPA SIFAT DARI JUMLAH YANG MEMUAT BILANGAN PELL-LUCAS	
Baki Swita, Zulfia Memimayasari, Sadiman Otami	467
PENJADWALAN OPTIMAL KAPAL PENYEBERANGAN: STUDI KASUS DI PELABUHAN MERAK DAN BAKAUHENI	
David Hendrayan, Prapto Tri Supriyo, Muhammad Ilyas.....	474
MODEL OPTIMASI PERSEDIAAN BIOSOLAR	
Defri Ahmad	485
APLIKASI ALGORITMA <i>CUTTING PLANE</i> DALAM PEWARNAAN GRAF	
Eddy Roflin, Sisca Octarina.....	492
UJI KESTABILAN SISTEM MANGSA-PEMANGSA	
Efendi.....	497
NILAI TUNAI ASURANSI JIWA DWIGUNA DENGAN METODE <i>NONFORFEITURE BENEFIT</i>	
Nurhasanah, Endang Sri Kresnawati, Des Alwine Zayanti	504
PENENTUAN LOKASI GUDANG DAN RUTE PENDISTRIBUSIAN MENGUNAKAN <i>INTEGER PROGRAMMING</i>	
Ermi Rodita Hayati, Farida Hanum, Toni Bakhtiar	514
RING REGULER STABLE RANGE ONE PADA $\mathbb{Z}_n$	
Evi Yuliza	523
PEMODELAN MASALAH PENJADWALAN PERAWAT MENGGUNAKAN NONPREEMPTIVE GOAL PROGRAMMING: STUDI KASUS DI RUMAH SAKIT PERMATA BEKASI	
Ihsan Caisario, Farida Hanum, Toni Bakhtiar	528
MODEL OPTIMASI SKEMA PEMBIAYAAN INTERNET BERDASARKAN FUNGSI UTILITAS <i>PERFECT SUBSTITUTE</i>	
Indrawati, Irmeilyana, Fitri Maya Puspita and Clara Alverina Gozali.....	537
PENYELESAIAN MASALAH PENGOPTIMUMAN KUADRATIK YANG MEMUAT FAKTOR DISKON TERKENDALA SISTEM DESKRIPTOR LINEAR	
Muhafzan	546
BIFURKASI HOPF PADA MODEL MANGSA-PEMANGSA HOLLING-TANNER TIPE II	
Muhammad Buchari Gaib, Ali Kusnanto, Paian Sianturi.....	550
HIPERGRAF INTEGRAL HASIL OPERASI KALI KARTESIUS BIDANG FANO DAN HIPERGRAF 3-SERAGAM LENGKAP BERORDE 4	
Mulia Astuti	558
PENGARUH PROGRAM REHABILITASI TERHADAP DINAMIKA JUMLAH PEMAKAI NARKOBA DENGAN LAJU TRANSMISI NONLINIER	
Riry Sriningsih.....	565
PERBANDINGAN METODE BINOMIAL DENGAN <i>BLACK-SCHOLES</i> PADA PENENTUAN HARGA OPSI	

Sugandi Yahdin, Erwin, Syafriyanti	573
BILANGAN RAMSEY MULTIPARTIT UNTUK GRAF BINTANG DAN GRAF LINTASAN	
Syafrizal Sy	579
KLASIFIKASI DENGAN ANALISIS KOMPONEN UTAMA KERNEL	
Wirdania Ustaza, Siswadi, Toni Bakhtiar	582
PEMODELAN MATEMATIKA UNTUK OPTIMASI PROSES EVAKUASI DENGAN MODEL MAKROSKOPIK	
Zulfia Memi Mayasari	591
INDUKSI MATEMATIKA PADA FORMULA BINET (GENERALISASI BARISAN FIBONACCI)	
Syofni	597
BEBERAPA METODE ITERASI DENGAN TURUNAN KETIGA UNTUK MENYELESAIKAN PERSAMAAN NONLINEAR BESERTA DINAMIKNYA	
Zulkarnain, M. Imran	604
PENGENDALIAN TINGKAT PEMESANAN DAN PERSEDIAAN PADA MODEL INVENTORY	
Endang Lily, Harison, Dan M. Natsir	610
KARAKTERISASI SEBARAN <i>HALF-CAUCHY</i> DENGAN MENGGUNAKAN FUNGSI KARAKTERISTIK	
Dodi Devianto	614
PERSAMAAN GELOMBANG ELEKTROMAGNETIK DALAM BENTUK MEDAN LISTRIK SOLUSI MENGANDUNG FUNGSI BESSEL	
Leli Deswita	619
PENYELESAIAN VEHICLE ROUTING PROBLEM WITH SIMULTANEOUS PICK-UP AND DELIVERY SERVICE MENGGUNAKAN ALGORITME TABU SEARCH	
Syukrio Idaman, Farida Hanum, Prapto Tri Supriyo	626
EKSISTENSI DAN REPRESENTASI DARI INVERS GRUP UNTUK MATRIKS BLOK	
Musraini M, Asli Sirait, Rustam Efendi	635
PELABELAN TOTAL SISI AJAIB SUPER PADA GRAF <i>CORONA-LIKE UNICYCLIC</i>	
Rolan Pane, Asli Sirait, Kurniawan, ...	641
OPTIMASI PENJADWALAN ARMADA PESAWAT TERBANG: STUDI KASUS DI PT CITILINK INDONESIA	
Suzi Sehati, Amril Aman, Farida Hanum	647
KAJIAN MODEL MIKROSKOPIK PADA SISTEM LALU-LINTAS: SIMULASI DAN APLIKASINYA DI BOGOR	
Endar H. Nugrahani, Hadi Sumarno, Ali Kusnanto	655

INTEGRASI



**EFISIENSI ANTARWAKTU PERBANKAN SYARIAH DI INDONESIA
MENGUNAKAN DATA ENVELOPMENT ANALYSIS DAN INDEKS
MALMQUIST**

**INTERTEMPORAL EFFICIENCY OF ISLAMIC BANKING IN INDONESIA USING DATA
ENVELOPMENT ANALYSIS AND MALMQUIST INDEX**

Andromeda Khoirunnisa, Toni Bakhtiar, Endar H Nugrahani

Departemen Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,
Institut Pertanian Bogor, Bogor¹

Email: mkhoirunnisa@gmail.com Telp: +6285720305068

ABSTRACT

Data Envelopment Analysis (DEA) is a tool which is used to measure and compare the performance of Decision Making Units (DMU). DEA has been applied in many fields, such as banks, hospitals and schools. This paper measures the efficiency of nine Islamic banks which are registered in the Bank of Indonesia from June 2010 to May 2012. The efficiency is measured using three input and three output variables. Third party funds, staff costs and the number of offices are the input variables. Meanwhile total loans, profit loss sharing and other incomes are the output variables. The efficiency is measured using Charnes, Cooper and Rhodes (CCR) model with output orientation on period 1 (2010/2011) and period 2 (2011/2012). Intertemporal efficiencies are then compared and analyzed using Malmquist index. In addition, projection to efficient frontier shows how to improve those inefficient banks to reach the desired efficient level.

Keywords: DEA, efficiency, CCR model, Malmquist index, Islamic banking

ABSTRAK

Data Envelopment Analysis (DEA) merupakan alat yang dapat digunakan untuk mengukur dan membandingkan kinerja suatu unit pelayanan yang disebut sebagai *Decision Making Units (DMU)*. Penerapan DEA sudah banyak digunakan seperti pada bank, rumah sakit dan sekolah. Tulisan ini mengukur efisiensi sembilan bank syariah yang terdaftar di Bank Indonesia selama Juni 2010-Mei 2012 yang dibagi menjadi dua periode. Pengukuran efisiensi ini melibatkan tiga variabel masukan (*input*) dan tiga variabel luaran (*output*). Dana pihak ketiga, biaya tenaga kerja dan jumlah kantor menjadi variabel *input*. Sedangkan variabel *output* meliputi pembiayaan, pendapatan bagi hasil dan pendapatan operasional lainnya. Pengukuran efisiensi menggunakan model Charnes, Cooper dan Rhodes (CCR) dengan orientasi *output* pada periode 1 (2010/2011) dan periode 2 (2011/2012). Kemudian hasil pengukuran tersebut dapat dibandingkan dan dianalisis dengan indeks Malmquist untuk mengetahui seberapa baik peningkatan efisiensi yang terjadi. Selain itu, proyeksi model CCR juga memberitahukan seberapa besar peningkatan yang harus dilakukan oleh bank yang tidak efisien agar mencapai efisien.

Kata kunci: DEA, efisiensi, model CCR, indeks Malmquist, bank syariah

PENDAHULUAN

Keberadaan dan perkembangan perbankan syariah merupakan salah satu indikator utama yang mendominasi dalam sistem ekonomi Islam (syariah). Untuk itu diperlukan suatu pengukuran kinerja perbankan syariah untuk mengetahui seberapa efisien kinerja suatu bank syariah di antara bank lainnya. Penentuan faktor pembatas yang jadi tolok ukur apakah suatu perusahaan telah bekerja secara efisien menjadi masalah tersendiri. Belum tentu faktor yang dipilih sebagai variabel untuk mengukur

tingkat efisien itu mewakili keseluruhan aspek perusahaan. Untuk itu diperlukan suatu formulasi pengukuran efisiensi yang dapat melibatkan banyak variabel.

Data Envelopment Analysis (DEA) merupakan alat yang dapat digunakan untuk mengukur dan membandingkan kinerja sejumlah unit pelayanan seperti bank, rumah sakit dan sekolah. DEA juga dapat menunjukkan spesifikasi ketakefisienan unit pelayanan tersebut. Menurut [2], sejak adanya formulasi DEA yang pertama kali diperkenalkan pada tahun 1978, para peneliti di sejumlah bidang dengan cepat menyadari bahwa itu adalah metodologi yang sangat baik dan mudah digunakan dalam proses pemodelan operasional untuk evaluasi kinerja. Dalam tulisan ini DEA digunakan sebagai alat untuk mengukur dan membandingkan kinerja perbankan syariah di Indonesia tahun 2010-2012.

DATA ENVELOPMENT ANALYSIS

Data Envelopment Analysis merupakan salah satu bentuk permodelan riset operasi berupa teknik pemrograman yang digunakan untuk menentukan tingkat efisiensi. DEA pertama kali diperkenalkan oleh Charnes *et al.* dalam [3], yang dideskripsikan sebagai model aplikasi pemrograman matematika untuk data amatan yang menyediakan cara baru dalam memperoleh pendekatan empirik dari hubungan antara *input* (masukan) dan *output* (luaran) seperti pada fungsi produksi dan/atau kurva kemungkinan produksi efisien, yang merupakan landasan utama dari ekonomi modern. DEA merupakan metode analisis non-parametrik dalam mengukur tingkat efisiensi.

Sampai saat ini, pengukuran efisiensi kinerja merupakan hal penting yang perlu dilakukan oleh sebuah perusahaan agar dapat mengevaluasi untuk kinerja ke depannya yang lebih baik. Banyak faktor yang dapat dijadikan parameter pengukuran efisiensi. Pada umumnya pengukuran dilakukan dengan rasio *output* terhadap *input*. Namun membandingkan satu variabel *input* dan satu variabel *input* saja tidak cukup mewakili kinerja perusahaan.

Sebagaimana yang telah dipaparkan dalam [3] DEA merupakan salah satu solusi dalam menangani pengukuran efisiensi yang mampu mencakup banyak *input* dan *output* tanpa perlu menghitung bobot untuk setiap variabel. DEA menghitung ukuran efisiensi dengan menentukan level *input* dan *output* yang efisien untuk unit pelayanan yang diukur.

DEA dapat menentukan nilai efisiensi untuk sebuah unit pelayanan yang dikenal dengan istilah *Decision Making Unit* (DMU) terhadap suatu batas. Batas yang dimaksud merupakan garis atau permukaan yang diciptakan oleh DMU-DMU yang terpilih, yakni DMU-DMU yang efisien. Menurut Pareto-Koopmans [3], suatu DMU dikatakan efisien jika dan hanya jika tidak mungkin mengurangi *input* (atau meningkatkan *output*) tanpa meningkatkan *input* yang lain (atau menurunkan *output* yang lain). Lazimnya tingkat efisiensi dinyatakan sebagai bilangan dalam selang $[0,1]$ atau $[0,100\%]$. Suatu DMU dikatakan efisien apabila efisiensinya bernilai satu, sehingga DMU tersebut akan berada pada batas efisiensi yang disebut sebagai *efficiency frontier*. Sedangkan DMU-DMU yang tidak efisien dengan nilai efisiensi kurang dari satu, berada dalam lingkup batas efisiensi yang terbentuk. Kumpulan DMU yang berbeda tentu akan menghasilkan batas efisiensi yang berbeda, sehingga jumlah DMU, banyak dan besarnya *input* dan *output* sangat memengaruhi hasil penilaian efisiensi untuk setiap DMU. Dengan kata lain, batas efisiensi yang dibentuk sangat dipengaruhi oleh data yang digunakan.

2.1 Model Charnes, Cooper dan Rhodes (CCR)

Pada 1978 Charnes, Cooper dan Rhodes mengemukakan sebuah model yang memiliki orientasi *input* dan didasarkan pada asumsi skala pengembalian konstan [4]. Model ini disebut model CCR yang merupakan model dasar dalam DEA. Misalkan terdapat sejumlah n unit yang akan dievaluasi (DMU) dengan m variabel *input* dan s variabel *output*. Data *input* dan data *output* DMU _{j} ($j = 1, 2, \dots, n$), masing-masing adalah $(x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{mj})$ dan $(y_{1j}, y_{2j}, \dots, y_{sj})$. Data *input* dapat disajikan dalam matriks X

berukuran $m \times n$ dan data *output* dapat disajikan dalam matriks Y berukuran $s \times n$, dengan x_{ij} dan y_{rj} berturut-turut merupakan *input* ke- i dan *output* ke- r DMU $_j$.

Pengukuran efisiensi DMU-DMU yang ada dilakukan satu persatu. Misalkan dipilih DMU $_o$ dengan $o \in [1, n]$. Untuk mengukur efisiensi suatu DMU $_o$ terhadap DMU $_j$ ($o \neq j$) lainnya, masalah pemrograman digunakan untuk mendapatkan bobot *input* v_i ($i = 1, 2, \dots, m$) dan *output* u_r ($r = 1, 2, \dots, s$) sebagai variabel keputusannya.

Dengan mendefinisikan $u = (u_1, u_2, \dots, u_s)$, $v = (v_1, v_2, \dots, v_m)$, $x_o = (x_{1o}, x_{2o}, \dots, x_{mo})^T$ dan $y_o = (y_{1o}, y_{2o}, \dots, y_{so})^T$ model CCR diformulasikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \max_{u,v} \theta_o &= uy_o \\ vx_o &= 1 \\ uY - vX &\leq 0 \\ u &\geq 0 \\ v &\geq 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Model (1) harus dijalankan sebanyak DMU yang ada, yaitu untuk $o = 1, 2, \dots, n$. DMU dengan $\theta_o^* = 1$ membentuk batas efisiensi. Akan menjadi sangat banyak dan tidak hemat waktu jika menghitung pengoptimuman θ_o^* dengan masalah pemrograman linear satu per satu. Dibutuhkan sebuah *software* untuk membantu menghitung skor efisiensi untuk semua DMU dalam waktu yang cukup singkat. Untuk menghitung tingkat efisiensi seluruh DMU dengan θ sebagai fungsi objektif tunggalnya, dengan $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)^T$ digunakan masalah pemrograman linear dual dari (1), yaitu:

$$\begin{aligned} \min_{\theta, \lambda} \theta \\ \theta x_o - X\lambda &\geq 0 \\ Y\lambda &\geq y_o \\ \lambda &\geq 0, \end{aligned} \quad (2)$$

Pada model (2) didefinisikan kelebihan *input* s^- dan kekurangan *output* s^+ sebagai variabel deviasi $s^- = \theta x_o - X\lambda$, $s^+ = Y\lambda - y_o$, dengan $s^- \geq 0$ dan $s^+ \geq 0$.

2.2 Reference Set

Suatu acuan berupa satu titik atau lebih yang dapat menjadi referensi untuk suatu pengukuran DMU takefisien agar menjadi efisien dikenal sebagai *reference set*. Metode untuk meningkatkan suatu DMU takefisien sesuai dengan definisi *reference set*. Pengurangan *input* Δx_o dan peningkatan *output* Δy_o secara umum dapat diperoleh dari $\Delta x_o = x_o - (\theta^* x_o - s^{-*}) = (1 - \theta^*) x_o + s^{-*}$, dan $\Delta y_o = s^{+*}$. Oleh karena itu, tersusun formula untuk memperbaiki ketakefisienan, yang disebut proyeksi CCR:

$$\begin{aligned} \hat{x}_o &= x_o - \Delta x_o = \theta^* x_o - s^{-*} \leq x_o, \\ \hat{y}_o &= y_o + \Delta y_o = y_o + s^{+*} \geq y_o, \end{aligned} \quad (3)$$

dengan $\hat{x}_o$ dan $\hat{y}_o$ berturut-turut menyatakan banyaknya *input* dan *output* DMU $_o$ yang harus dicapai untuk menjadi efisien.

2.3 Indeks Malmquist

Pada 1953 Sten Malmquist pertama kali memberikan sebuah konsep pengukuran produktivitas yang disebut *Malmquist productivity index*. Namun indeks Malmquist (*Malmquist index*) sendiri diperkenalkan oleh Caves *et al.* (1982, dalam [2]). Ada dua hal yang dihitung dalam pengukuran indeks Malmquist, yaitu efek *catch-up* dan efek *frontier-shift*. Efek *catch-up* mengukur tingkat perubahan efisiensi relatif dari periode 1 ke periode 2. Efek *frontier-shift* mengukur tingkat perubahan teknologi (kombinasi *input-output*) dari periode 1 ke periode 2. Efek *frontier-shift* lazim disebut efek inovasi.

Misal $(x_j, y_j), j = 1, 2, \dots, n$ melambangkan pasangan input-output DMU_j, dengan asumsi $x_j \geq 0$ dan $y_j \geq 0$ dan $(x_j, y_1)^k = (x_j^k, y_j^k)$ melambangkan input-output DMU_j pada periode ke-k ($k = 1, 2$). Efek catch-up C dihitung berdasarkan rasio berikut:

$$C = \frac{\text{Efisiensi } (x_o, y_o)^2 \text{ terhadap batas efisiensi periode 2}}{\text{Efisiensi } (x_o, y_o)^1 \text{ terhadap batas efisiensi periode 1}} \quad (5)$$

$C > 1$ menandakan peningkatan dalam efisiensi dari periode 1 ke periode 2, $C = 1$ berarti tidak ada perubahan dan $C < 1$ menandakan penurunan efisiensi. Dengan kata lain C menunjukkan perubahan di mana suatu DMU dapat meningkatkan produksinya sehingga mencapai efisien dari suatu periode ke periode berikutnya. Ini setara dengan

$$\varphi_1 = \frac{\text{Efisiensi } (x_o, y_o)^1 \text{ terhadap batas efisiensi periode 1}}{\text{Efisiensi } (x_o, y_o)^1 \text{ terhadap batas efisiensi periode 2}} \quad (6)$$

Secara keseluruhan, besarnya efek *frontier-shift* F bagi DMU bersangkutan ialah

$$F = \sqrt{\varphi_1 \varphi_2}, \quad (7)$$

dengan

$$\varphi_2 = \frac{\text{Efisiensi } (x_o, y_o)^2 \text{ terhadap batas efisiensi periode 1}}{\text{Efisiensi } (x_o, y_o)^2 \text{ terhadap batas efisiensi periode 2}} \quad (8)$$

$F > 1$ berarti ada peningkatan produktivitas (inovasi) dari periode 1 ke periode 2 pada DMU_o, $F = 1$ tidak ada perubahan dan $F < 1$ menyatakan penurunan dalam teknologi.

Indeks Malmquist M didefinisikan sebagai perkalian efek *catch-up* C dan *frontier-shift* F , yaitu

$$M = C F. \quad (9)$$

Nilai M yang lebih besar dari satu ($M > 1$), menunjukkan pertumbuhan produktivitas dari periode 1 ke periode 2. Sedangkan nilai M yang kurang dari satu ($M < 1$), menunjukkan penurunan produktivitas dan $M = 1$ menunjukkan tidak ada perubahan.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Saat penelitian ini berlangsung, terdapat sebelas Bank Umum Syariah yang terdaftar di Bank Indonesia. Namun tulisan ini hanya menggunakan sembilan dari sebelas bank tersebut karena dua bank lainnya merupakan bank yang baru beroperasi sehingga datanya masih belum lengkap untuk disertakan dalam analisis efisiensi ini. Data berasal dari Laporan Keuangan Perbankan Syariah dan Statistik Perbankan Syariah yang dipublikasikan melalui Bank Indonesia tahun 2010-2012. Data tersebut dibagi ke dalam dua periode yakni periode 1 (Juni 2010-Mei 2011) dan periode 2 (Juni 2011-Mei 2012).

Bank-bank yang diukur dapat dilihat pada Tabel 1. Pada tulisan ini dipilih tiga variabel *input* dan tiga variabel *output* yang dianggap dapat mewakili kinerja perbankan syariah, seperti diberikan pada Tabel 2.

Tabel 1 Bank syariah sebagai Decision Making Unit

DMU	Nama Bank
1	Bank Syariah BNI
2	Bank Syariah Muamalat Indonesia
3	Bank Syariah Mandiri
4	Bank Syariah Mega Indonesia
5	Bank BCA Syariah
6	Bank Syariah BRI
7	Bank Jabar Banten Syariah
8	Bank Panin Syariah
9	Bank Syariah Bukopin

Tabel 2 Variabel input dan output

Notasi	Variabel <i>input</i>	Notasi	Variabel <i>output</i>
x_1	Dana pihak ketiga	y_1	Pembiayaan
x_2	Biaya tenaga kerja	y_2	Pendapatan bagi hasil
x_3	Jumlah kantor	y_3	Pendapatan operasional lainnya

3.1 Analisis Efisiensi Teknik

Hasil yang diberikan oleh DEA-Solver pada pengukuran efisiensi perbankan syariah pada dua periode disajikan pada Tabel 3 dan 4. Hasil pengukuran efisiensi yang dicapai oleh bank syariah pada Tabel 3 memperlihatkan bahwa terdapat lima bank yang efisien yaitu Bank Syariah Muamalat Indonesia, Bank Syariah Mandiri, Bank BCA Syariah, Bank Panin Syariah dan Bank Syariah Bukopin. Lima bank tersebut menjadi batas efisiensi bagi bank-bank lainnya.

Sedangkan hasil pengukuran efisiensi bank syariah di Indonesia periode 2 pada Tabel 4 juga menunjukkan lima bank yang efisien namun dengan komposisi yang berbeda, kelima bank tersebut yakni Bank Syariah BNI, Bank Syariah Muamalat Indonesia, Bank Syariah Mandiri, Bank Panin Syariah dan Bank Syariah Bukopin.

Tabel 3 Skor efisiensi bank syariah periode 1

DMU	Skor efisiensi	Reference set (λ)
1	0.710	DMU ₂ (0.008) DMU ₃ (0.115)
2	1.000	
3	1.000	
4	0.414	DMU ₅ (12.697)
5	1.000	
6	0.675	DMU ₂ (0.011) DMU ₃ (0.212) DMU ₉ (0.290)
7	0.641	DMU ₂ (0.022) DMU ₃ (0.022) DMU ₈ (1.724)
8	1.000	
9	1.000	

Tabel 4 Skor efisiensi bank syariah periode 2

DMU	Skor efisiensi	Reference set (λ)			
1	1.000				
2	1.000				
3	1.000				
4	0.355	DMU ₁	(1.403)		
5	0.353	DMU ₁	(0.006)	DMU ₃	(0.016) DMU ₈ (0.910)
6	0.618	DMU ₁	(0.516)	DMU ₃	(0.086) DMU ₉ (1.637)
7	0.459	DMU ₂	(0.017)	DMU ₈	(3.786)
8	1.000				
9	1.000				

3.2 Proyeksi DMU Takefisien

Tidak hanya menentukan tingkat efisiensi dari sejumlah DMU, DEA juga dapat mengukur seberapa besar penambahan *output* (untuk model CCR orientasi *output*) atau pengurangan *input* (untuk model CCR orientasi *input*) oleh DMU takefisien agar mencapai efisien. Berdasarkan Tabel 3, terdapat empat bank yang memiliki nilai efisiensi kurang dari satu yang berarti bank tersebut takefisien. Hasil evaluasi DEA memberikan proyeksi ketiga *output* untuk masing-masing DMU, seberapa besar *output* yang seharusnya dicapai oleh DMU agar menjadi efisien.

Penambahan *output* terbesar pada pembiayaan, pendapatan bagi hasil dan pendapatan operasional lainnya yang harus dilakukan terdapat pada DMU₄ (Bank Syariah Mega Indonesia) berturut-turut yakni sebesar 919.22%, 176.61% dan 141.64% untuk mencapai efisien. Persentase penambahan *output* minimum pada periode 1 sebesar 40.91% terdapat pada DMU₁ (Bank Syariah BNI).

Kemudian proyeksi DMU takefisien pada periode 2, persentase penambahan *output* minimum pada periode ini lebih tinggi dibandingkan periode sebelumnya yakni mencapai 61.83% untuk pendapatan bagi hasil dan pendapatan operasional lainnya pada DMU₅ (Bank BCA Syariah). Kemudian penambahan *output* terbesar yakni 999.90%, ini juga terjadi pada Bank Syariah Mega Indonesia yakni *output* berupa pembiayaan dan pendapatan bagi hasil.

Pengendalian *output* ini dapat menjadi bahan pertimbangan oleh bank terkait untuk meningkatkan kinerja di periode berikutnya. Ketakefisienan tersebut disebabkan penggunaan *input* yang kurang maksimal. Sebagai contoh, bank bisa saja melakukan kebijakan dalam pengendalian dan alokasi sumber daya yang optimal, atau melakukan promosi lebih intensif agar mampu menarik nasabah baru.

3.3 Analisis Indeks Malmquist

Di bagian ini akan dianalisis perubahan produktivitas kinerja (efisiensi dan teknologi) antarwaktu pada Bank Umum Syariah di Indonesia menggunakan indeks Malmquist. Skor indeks Malmquist M dari pengukuran sembilan bank selama dua periode ditunjukkan pada Tabel 5. Indeks Malmquist M ditentukan melalui formula $M = C F$ di mana C dan F berturut-turut menyatakan perubahan efisiensi (*catch-up*) dan perubahan teknologi (*frontier-shift*) dari periode 1 ke periode 2.

Tabel 5 Skor *catch-up*, *frontier-shift* dan indeks Malmquist

DMU	<i>Catch-up C</i>	<i>Frontier-shift F</i>	<i>Indeks Malmquist M</i>
1	1.409	1.198	1.688
2	1.000	0.907	0.907
3	1.000	1.102	1.102
4	0.858	1.394	1.196
5	0.353	1.112	0.393
6	0.915	1.172	1.072
7	0.716	1.128	0.808
8	1.000	1.009	1.009
9	1.000	1.019	1.019

Pada Tabel 5 dapat dilihat bahwa dari sembilan bank yang dianalisis, terdapat empat bank yang tidak mengalami peningkatan efisiensi ($C = 1$), empat bank yang mengalami penurunan skor efisiensi ($C < 1$) dan hanya satu bank yang bergerak menuju efisien ($C > 1$). Demikian dapat dikatakan sebagian besar bank mempertahankan dan atau dapat meningkatkan tingkat efisiensinya. Selanjutnya, perubahan teknik dalam teknologi produksi yang dilambangkan dengan F menunjukkan bahwa delapan bank mengalami peningkatan ($F > 1$) dan hanya satu bank yang mengalami penurunan ($F < 1$). Sehingga dapat disimpulkan bahwa secara teknik produksi hampir semua bank memiliki inovasi dari periode ke periode berikutnya.

Secara umum bank-bank syariah mengalami pertumbuhan efisiensi karena ada enam dari sembilan (67%) bank yang memiliki $M > 1$. Bank Syariah BNI merupakan bank yang memiliki pertumbuhan paling baik. Sebagai perbandingan, Bank Syariah BNI memiliki skor efisiensi 0.710 pada periode 1 kemudian skornya meningkat menjadi 1 sehingga menjadi efisien pada periode 2. Sebaliknya Bank BCA Syariah dengan capaian M terendah mengalami penurunan skor efisiensi yang sangat besar. Awalnya Bank BCA Syariah mencapai skor efisiensi 1 pada periode 1 kemudian menurun hingga skor efisiensinya hanya 0.353 pada periode 2.

Perhatikan skor indeks Malmquist untuk empat DMU yang selalu memiliki skor efisiensi 1 untuk dua periode yakni Bank Syariah Muamalat Indonesia, Bank Syariah Mandiri, Bank Panin Syariah dan Bank Syariah Bukopin. Ternyata empat DMU ini memiliki skor indeks Malmquist yang beragam namun dapat dipastikan memiliki skor $C = 1$ karena skor efisiensi tidak mengalami perubahan yakni stabil di 1. Akan tetapi perolehan skor F yang berbeda-beda, hal ini berarti setiap DMU memiliki kombinasi *input-output* yang berbeda pada setiap periodenya. Dari empat bank tersebut hanya ada satu bank yang mengalami penurunan secara teknologi produksi yakni Bank Syariah Muamalat Indonesia, hal ini dapat dilihat melalui kombinasi *input-output*, terdapat peningkatan yang signifikan pada variabel *input* namun peningkatan variabel *output* tidak sesuai yang seharusnya bisa mencapai lebih tinggi. Dengan demikian indeks Malmquist dapat digunakan sebagai indikator perubahan efisiensi serta perubahan teknologi (kombinasi *input-output*) sejumlah DMU yang beroperasi selama dua periode.

KESIMPULAN DAN SARAN

4.1 Kesimpulan

Tulisan ini membahas model Charnes, Cooper dan Rhodes (CCR) sebagai model dasar dalam *Data Envelopment Analysis* (DEA) yang mampu mengevaluasi kinerja sekumpulan unit pelayanan (*Decision Making Unit*, DMU) dengan banyak variabel *input* dan variabel *output*. Kemudian model ini diimplementasikan untuk mengukur efisiensi bank syariah di Indonesia selama dua periode yakni periode 1 (Juni 2010 - Mei 2011) dan periode 2 (Juni 2011- Mei 2012).

Pengukuran efisiensi terhadap sembilan bank syariah di Indonesia pada periode 1 memberikan hasil bahwa lima dari sembilan bank telah bekerja secara efisien yakni dengan skor efisiensi sama dengan satu ($\theta^* = 1$). Sedangkan untuk periode 2 juga memberikan hasil serupa yakni lima bank yang efisien, namun dengan komposisi berbeda. Artinya ada bank yang mengalami peningkatan efisiensi dan ada pula yang mengalami penurunan efisiensi. Dari pengukuran dua periode tersebut terdapat empat bank yang selalu mencapai skor efisiensi 1 yaitu Bank Syariah Muamalat Indonesia, Bank Syariah Mandiri, Bank Panin Syariah dan Bank Syariah Bukopin

Untuk DMU-DMU yang takefisien atau skor efisiensinya kurang dari satu ($\theta^* < 1$) dapat diproyeksikan agar menjadi efisien. Dikarenakan model DEA yang digunakan adalah model CCR berorientasi *output*, sehingga dalam kasus ini bank yang takefisien disarankan untuk mampu meningkatkan setiap variabel *output* sampai suatu target nilai agar mencapai efisien.

Analisis perubahan efisiensi dan produktivitas dari sejumlah DMU (dalam tulisan ini berupa bank syariah) menggunakan indeks Malmquist. Hasil yang diperoleh dari skor indeks Malmquist menunjukkan bahwa dua pertiga bank yang dievaluasi mengalami peningkatan produktivitas.

4.2 Saran

Masih banyak model DEA selain model CCR yang dapat diimplementasikan untuk mengukur efisiensi. Perbedaan model yang digunakan dapat memberikan hasil yang berbeda. Bagi yang berminat, untuk mengamati perkembangan bank syariah dapat pula membandingkan kinerja antara bank syariah dengan bank konvensional menggunakan DEA, hanya saja perlu pemilihan variabel *input* dan variabel *output* yang tepat di mana semua data variabel terpilih harus dimiliki oleh semua bank yang akan dijadikan DMU.

PUSTAKA

- [1] Coelli TJ, Rao DSP, O'Donnell CJ, Battese GE. 2005. *An Introduction to Efficiency and Productivity Analysis*. Ed ke-2. New York (US): Springer.
- [2] Cooper WW, Seiford LM, Zhu J. 2004. *Handbook on Data Envelopment Analysis*. Ed ke-2. Boston (US): Kluwer.
- [3] Cooper WW, Seiford LM, Tone K. 2006. *Introduction to Data Envelopment Analysis and Its Uses with DEA Software and References*. New York (US): Springer.
- [4] Cooper WW, Seiford LM, Tone K. 2007. *Data Envelopment Analysis: A Comprehensive Text with Models, Applications, References and DEA-Solver Software*. Ed ke-2. New York (US): Springer.
- [5] Dacanay SJO. 2007. Malmquist index and technical efficiency of Philippine commercial banks in the post-Asian financial crisis period. *Phil Man Rev*. 14:93-114.
- [6] Mohammadi A, Ranaei H. 2011. The application of DEA based Malmquist productivity index in organizational performance analysis. *IRJFE*. 62:68-76.
- [7] Purnomo BAY. 2006. Analisis efisiensi dengan pendekatan *data envelopment analysis* (DEA) [tesis]. Bogor (ID): Institut Pertanian Bogor.
- [8] Rivai V, Arifin A. 2010. *Islamic Banking: Sebuah Teori, Konsep dan Aplikasi*. Jakarta (ID): Bumi Aksara.
- [9] Winston WL. 2004. *Operations Research Applications and Algorithms*. Ed ke-4. New York (US): Duxbury.

**PERBANDINGAN WAKTU PENYELESAIAN MASALAH OPTIMALISASI
LINEAR ANTARA METODE SIMPLEKS DAN METODE INTERIOR DENGAN
MENGUNAKAN PERANGKAT LUNAK MATHEMATICA**

**TIME COMPARISON BETWEEN SIMPLEX METHOD AND INTERIOR POINT METHOD
IN SOLVING LINEAR OPTIMIZATION PROBLEMS BY USING MATHEMATICA**

Bib Paruhum Silalahi¹, Rochmat Ferry Santo², Prapto Tri Supriyo³

Departemen Matematika FMIPA Institut Pertanian Bogor¹, bibparuhum1@yahoo.com

Departemen Matematika FMIPA Institut Pertanian Bogor², rochmat.ferry.lodra@gmail.com

Departemen Matematika FMIPA Institut Pertanian Bogor³, trisupriyo@yahoo.com

ABSTRACT

This paper presents time comparison between the use of simplex method and interior point method in solving linear optimization problems. The examination was done towards several linear optimization problems, with the help of mathematical software: Mathematica. The chosen size of linear optimization problems vary from small to relatively big. The main result is that the interior point method is faster than the simplex method in solving big size linear optimization problems.

Keywords: interior point method, simplex method, linear optimization.

ABSTRAK

Paper ini menyajikan perbandingan waktu eksekusi antara metode simpleks dan metode interior dalam menyelesaikan masalah optimalisasi linear. Pengujian dilakukan dengan menggunakan bantuan perangkat lunak mathematica terhadap beberapa masalah optimalisasi linear. Ukuran masalah optimalisasi linear dipilih bervariasi dari ukuran yang kecil sampai relatif cukup besar. Hasil utama yang diperoleh adalah metode interior lebih cepat dari metode simpleks untuk menyelesaikan masalah optimalisasi linear yang berukuran besar.

Katakunci: metode interior, metode simpleks, optimalisasi linear.

PENDAHULUAN

Optimalisasi adalah bagian dari matematika terapan yang mempelajari masalah-masalah dengan tujuan mencari nilai minimum atau maksimum suatu fungsi tujuan dengan memenuhi kendala yang ada. Bagian dari optimalisasi adalah optimalisasi linear (OL) dimana fungsi tujuan dinyatakan dalam fungsi linear dan kendala-kendala dinyatakan dalam bentuk persamaan/pertidaksamaan linear.

Metode simpleks ([1], [2], [3], [4]) adalah metode yang populer dan sering digunakan untuk menyelesaikan masalah optimalisasi linear. Untuk memperoleh solusi optimal, metode simpleks bergerak dari verteks ke verteks. Metode ini dirancang sedemikian rupa yang dalam pergerakannya dari satu verteks ke verteks, nilai fungsi tujuan berubah secara monoton menuju nilai optimal.

Metode penyelesaian masalah OL yang relatif baru adalah dengan metode interior ([5], [6]). Tidak seperti metode simpleks yang bergerak dari verteks ke verteks, metode interior bergerak di dalam interior dari domain secara monoton menuju solusi optimal.

Penelitian sebelumnya secara teori tentang analisa kompleksitas metode interior menunjukkan bahwa metode interior memiliki batas atas iterasi polinomial ([7],[8]). Pada penelitian ini kami melakukan praktik penyelesaian masalah-masalah OL dengan

menggunakan bantuan perangkat lunak *Mathematica*. Paper ini juga menyajikan penyelesaian masalah OL dengan metode simpleks, kemudian melakukan perbandingan waktu yang diperlukan untuk menyelesaikan masalah OL.

Paper ini bertujuan untuk menunjukkan perbandingan waktu yang diperlukan antara metode simpleks dan metode interior dalam menyelesaikan masalah OL dengan menggunakan perangkat lunak *Mathematica*.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini dilakukan dengan bantuan perangkat lunak *Mathematica 8* untuk mencari penyelesaian masalah OL. Waktu yang diperlukan direkam. Terdapat 10 kasus dengan ukuran yang bervariasi. Ukuran masalah OL dipilih dari ukuran yang kecil sampai relatif cukup besar. Pada setiap kasus dilakukan 10 kali ulangan. Kemudian dilakukan perbandingan waktu eksekusi.

HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Studi Kasus

Kasus 1:

Masalah optimalisasi linear dengan 2 kendala dan 2 variabel

min $x + 2y$
 kendala $x + 2y \geq 3,$
 $x + y \leq 2,$
 $x, y \geq 0.$

Berikut ini adalah penyelesaian masalah OL di atas dengan metode simpleks menggunakan *Mathematica*.

```
input: LinearProgramming[{1., 2}, {{1, 2}, {1, 1}}, {{3, 1}, {2, -1}},
Method -> "Simplex"]//Timing
output: {0., {0., 1.5}}
input: First[%]<$TimeUnit
output: True
input: reps=100000;
input: {time, res}=
Timing[Do[LinearProgramming[{1., 2}, {{1, 2}, {1, 1}}, {{3, 1}, {
2, -1}}, Method -> "Simplex"], {reps}]]
output: {2.574, Null}
input: time/reps
output: 0.00002574.
```

Berikut ini adalah penyelesaian masalah OL dengan metode interior.

```
input: LinearProgramming[{1., 2}, {{1, 2}, {1, 1}}, {{3, 1}, {2, -1}},
Method -> "InteriorPoint"]//Timing
output: {0., {0.00940398, 1.4953}}
input: First[%]<$TimeUnit
```

```

output:      True
input:      reps=1000000;

input:      {time,res}=
Timing[Do[LinearProgramming[{1.,2},{1,2},{1,1}},{3,1},{
2,-1}],Method->"InteriorPoint"],{reps}]]

output:      {59.046,Null}

input:      time/reps

output:      0.00059046.

```

Kasus 2:

Masalah optimalisasi linear dengan 5 kendala dan 5 variabel

maks $2x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 + x_5$
kendala $2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 8,$
 $x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_4 + 2x_5 \geq 6,$
 $x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 3,$
 $x_1 + x_2 + x_4 + x_5 \leq 6,$
 $x_1 + x_2 + x_3 + x_5 = 5,$
 $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0.$

Penyelesaian masalah OL di atas dengan metode simpleks seperti sebagai berikut.

```

input:      LinearProgramming[{-2,-1,-1,-2,-1},{2,1,1,1,1},{1,2,-3,
1,2},{1,-1,2,1,0},{1,1,0,1,1},{1,1,1,0,1}},{8,0},{6,1},
{3,0},{6,-1},{5,0}],Method->"Simplex"]//Timing

output:      {0.,{1,2,1,2,1}}

input:      First[%]<$TimeUnit
output:      True
input:      reps=1000000;
input:      {time,res}=
Timing[Do[LinearProgramming[{-2,-1,-1,-2,-
1},{2,1,1,1,1}, {1,2,-3,1,2},{1,-
1,2,1,0},{1,1,0,1,1},{1,1,1,0,1}},{8,0}, {6,1},{3,0},{6
,-1},{5,0}],Method->"Simplex"], {reps}]]

output:      {22.09,Null}
input:      time/reps
output:      0.0002209

```

Penyelesaian dengan metode interior sebagai berikut.

```

input:      LinearProgramming[{-2,-1,-1,-2,-1},{2,1,1,1,1},{1,2,-3,
1,1},{1,-1,2,1,0},{1,1,0,1,1},{1,1,1,0,1}},{8,0},{6,1},
{3,0},{6,-1},{5,0}],Method->"InteriorPoint"] //Timing

output:      {0.,{1,2,1,2,1}}

```



```

input:      First[%]<$TimeUnit
output:     True
input:      reps=100000;
input:      {time,res}=
            Timing[Do[LinearProgramming[{-2,-1,-1,-2,-
            1},{2,1,1,1,1}, {1,2,-3,1,2},{1,-
            1,2,1,0},{1,1,0,1,1},{1,1,1,0,1}},{8,0},{6,1},{3,0},{6
            ,-1},{5,0}],Method->"InteriorPoint"], {reps}]]
output:     {301.784,Null}
input:      time/reps
output:     0.00301784

```

Pada studi kasus di atas terdapat sintaks tambahan, yaitu *reps*. Pengertian *reps* adalah bentuk perintah dalam *software Mathematica* sebagai variabel tambahan untuk melakukan pengulangan. Fungsi dari *reps* yaitu melakukan pengulangan sebanyak n kali (sesuai nilai yang didefinisikan *reps*) terhadap masalah optimisasi linear yang bertujuan untuk mengetahui satuan waktu eksekusi. Tanpa *reps*, waktu eksekusi yang diperoleh dari masalah optimisasi linear hanya muncul nilai nol saja. Oleh karena itu, diberikan sintaks tambahan *reps* untuk melakukan pengulangan sehingga memperoleh waktu eksekusi. Untuk mendapatkan eksekusi yang sebenarnya dari masalah optimisasi linear, selanjutnya membagi waktu yang diperoleh dari pengulangan dengan banyaknya pengulangan (*reps*) sehingga mendapatkan waktu eksekusi rata-rata yang merupakan waktu eksekusi sebenarnya dari masalah optimisasi linear.

Untuk masalah optimisasi linear yang berukuran besar, digunakan fasilitas *SparseArray* dan *Band*. *SparseArray* merupakan salah satu fasilitas *Mathematica* yang digunakan untuk mempermudah membuat list data yang berukuran besar. *SparseArray* dapat memberikan nilai pada elemen tertentu dengan menentukan posisi dalam list data tersebut, dengan nilai elemen yang lain dianggap nol. *Band* digunakan untuk menentukan nilai dan posisi elemen yang berbentuk diagonal pada fungsi list data dalam *SparseArray*.

Kasus 3:

Masalah OL dengan 10 kendala dan 10 variabel ($x_i \geq 0, i = 1, 2, 3, \dots, 10$).

```

min       $x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 5x_5 + 6x_6 + 7x_7 + 8x_8 + 9x_9 + 10x_{10}$ 
kendala   $3x_1 + x_2 = 1,$             $3x_7 + x_8 = 7,$ 
           $3x_2 + x_3 = 2,$             $3x_8 + x_9 = 8,$ 
           $3x_3 + x_4 = 3,$             $3x_9 + x_{10} = 9,$ 
           $3x_4 + x_5 = 4,$             $3x_{10} = 10,$ 
           $3x_5 + x_6 = 5,$             $x_i \geq 0, i = 1, 2, 3, \dots, 10.$ 
           $3x_6 + x_7 = 6,$ 

```

Berikut adalah penyelesaian masalah OL dengan metode simpleks.

```

input:      Timing[LinearProgramming[Range[10],SparseArray[{Band

```

```
[{1,1} ]>3., Band[{1,2}]>1.}, {10,10}], Range[10], Method
>"Simplex"]]
```

```
output: {0., {0.187454, 0.437637, 0.68709, 0.938729, 1.18381, 1.44856,
1.65432, 2.03704, 1.88889, 3.33333}}
```

```
input: First[%]<$TimeUnit
```

```
output: True
```

```
input: reps=100000;
```

```
input: {time, res}=
Timing[Do[LinearProgramming[Range[10], SparseArray[{Band[{1
,1}]>3., Band[{1,2}]>1.}, {10,10}], Range[10], Method->"Simplex"}, {reps}]]
```

```
output: {48.797, Null}
```

```
input: time/reps
```

```
output: 0.00048797.
```

Selanjutnya adalah penyelesaian masalah OL dengan metode interior.

```
input:
```

```
Timing[LinearProgramming[Range[10], SparseArray[{Band[{1,
1} ]>3., Band[{1,2}]>1.}, {10,10}], Range[10], Method
>"InteriorPoint"]]
```

```
output: {0, {0.187454, 0.437637, 0.68709, 0.938729, 1.18381, 1.44856, 1.
65432, 2.03704, 1.88889, 3.33333}}
```

```
input: First[%]<$TimeUnit
```

```
output: True
```

```
input: reps=100000;
```

```
input: {time, res}=
Timing[Do[LinearProgramming[Range[10], SparseArray[{Band[{1
,1}]>3., Band[{1,2}]>1.}, {10,10}], Range[10], Method->"InteriorPoint"}, {reps}]]
```

```
output: {177.217, Null}
```

```
input: time/reps
```

```
output: 0.00177217
```

Kasus-kasus di atas menyajikan masalah OL dengan kendala berukuran 2×2 , 5×5 , dan 10×10 . Selanjutnya kami melakukan percobaan untuk kasus-kasus berukuran

50×50 , 100×100 , 100×200 , 200×200 , 500×500 , 500×1000 dan 100×200000 .

Waktu yang diperlukan untuk menyelesaikan masalah OL dengan menggunakan metode simpleks dan metode interior dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1 Waktu eksekusi metode simpleks dan metode interior dengan lima kali pengulangan

Studi Kasus	Ukuran	Ulangan	Waktu Eksekusi	
			Metode Simpleks	Metode Interior
1	2 × 2	I	0.00002574	0.00059046
		II	0.0000248	0.00057673
		III	0.0000248	0.00063009
		IV	0.00002559	0.00063118
		V	0.00002605	0.00063945
2	5 × 5	I	0.0002209	0.00301784
		II	0.00022121	0.002998965
		III	0.00022121	0.00301816
		IV	0.00022121	0.00302673
		V	0.00021996	0.00302252
3	10 × 10	I	0.00048797	0.00177217
		II	0.00049187	0.0017781
		III	0.00049234	0.00177295
		IV	0.00049031	0.00176812
		V	0.00049203	0.0017731
4	50 × 50	I	0.016	0.0041763
		II	0.031	0.00417849
		III	0.015	0.0041763
		IV	0.016	0.00418036
		V	0.016	0.00417786
5	100 × 200	I	0.125	0.00701146
		II	0.125	0.00700461
		III	0.14	0.00700804
		IV	0.125	0.00700695
		V	0.14	0.00699259
6	100 × 200	I	0.25	0.00715202
		II	0.249	0.00713127
		III	0.25	0.00720849
		IV	0.249	0.00714531
		V	0.25	0.00714063
7	200 × 200	I	0.952	0.015
		II	0.936	0.031
		III	0.936	0.032
		IV	0.967	0.015
		V	0.952	0.016
8	500 × 500	I	14.243	0.031
		II	14.274	0.031
		III	14.414	0.031
		IV	14.29	0.047
		V	14.477	0.047
9	500 × 1000	I	28.017	0.031
		II	27.955	0.032
		III	28.08	0.047
		IV	28.158	0.047
		V	28.018	0.046
10	100 × 200000	I	227.808	0.124
		II	227.496	0.141
		III	227.652	0.124

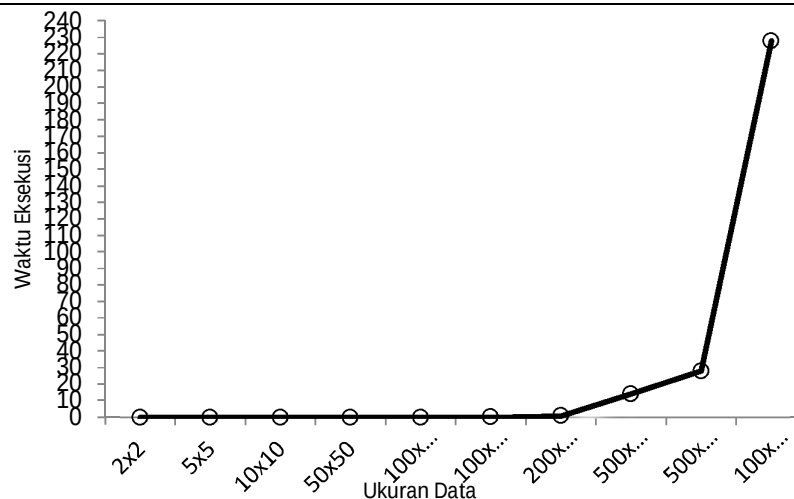
Studi Kasus	Ukuran	Ulangan	Waktu Eksekusi	
			Metode Simpleks	Metode Interior
		IV	229.103	0.124
		V	227.028	0.141

Selanjutnya pada Tabel 2 ditampilkan waktu eksekusi rata-rata antara metode simpleks dan metode interior. Pada Tabel 2 juga ditampilkan perbandingan waktu eksekusi metode simpleks/metode interior.

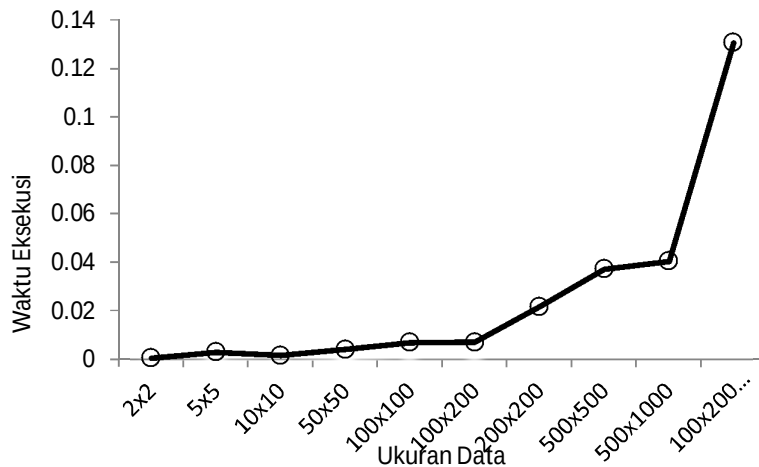
Waktu eksekusi rata-rata pada 10 studi kasus dalam bentuk grafik ditampilkan pada Gambar 1 dan Gambar 2. Kemudian Gambar 3 menunjukkan perbandingan waktu eksekusi metode simpleks dan metode interior.

Table 2 Waktu eksekusi rata-rata metode simpleks dan metode interior serta waktu eksekusi metode simpleks/metode interior

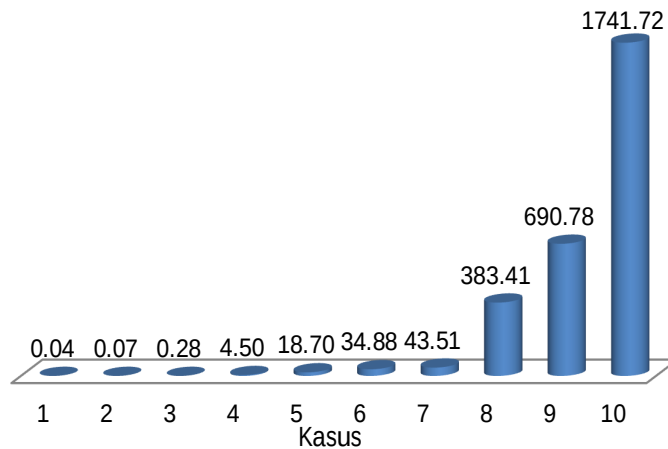
Studi Kasus	Ukuran $m \times n$	Waktu Eksekusi		Waktu Metode Simpleks/Metode Interior
		Metode Simpleks	Metode Interior	
1	2×2	0.00002539	0.000613582	0.04
2	5×5	0.000220898	0.003016843	0.07
3	10×10	0.000490904	0.001772888	0.28
4	50×50	0.0188	0.004177862	4.50
5	100×100	0.131	0.00700473	18.70
6	100×200	0.2496	0.007155544	34.88
7	200×200	0.9486	0.0218	43.51
8	500×500	14.3396	0.0374	383.41
9	500×1000	28.0456	0.0406	690.78
10	100×200000	227.8174	0.1308	1741.72



Gambar 1 Waktu eksekusi rata-rata metode simpleks.



Gambar 2 Waktu eksekusi rata-rata metode interior.



Gambar 3 Waktu eksekusi metode simpleks/metode interior.

Pada kasus-kasus masalah optimisasi linear yang berukuran kecil, seperti yang terlihat pada studi kasus 1 sampai studi kasus 3 metode simpleks dan metode interior mempunyai waktu eksekusi yang relatif kecil dengan metode simpleks lebih cepat. Waktu eksekusi metode simpleks mulai terlihat semakin besar pada kasus 4, masalah OL berukuran 50×50 . Pada kasus-kasus selanjutnya, waktu eksekusi metode simpleks semakin membesar dibandingkan dengan waktu eksekusi metode interior. Pada kasus 10 metode simpleks memerlukan waktu 1741 kali waktu metode interior. Hasil percobaan ini mendukung teori bahwa untuk menyelesaikan masalah optimisasi linear yang berukuran besar metode interior lebih cepat dibandingkan dengan metode simpleks.

KESIMPULAN

Hasil utama dari percobaan adalah metode interior lebih cepat dibandingkan metode simpleks untuk menyelesaikan masalah-masalah optimisasi linear yang berukuran besar. Untuk masalah optimisasi linear yang berukuran relatif kecil metode simpleks masih lebih cepat dari metode interior.

PUSTAKA

- [1] Jensen PA, Bard JF. 2002. *Operations Research: Models and Methods*. New York (US): John Wiley and Sons.
- [2] Nash SG, Sofer A. 1996. *Linear and Nonlinear Programming*. New York (US): McGraw-Hill.
- [3] Vanderbei R. 2001. *Linear Programming: Foundations and Extensions*. US: Springer - Verlag.
- [4] Winston WL. 2004. *Operations Research Application and Algorithm*. Edisi ke-4. New York (US): Duxbury.
- [5] Mitchell JE, Pardalos PM, Resende MGC. 1998. *Interior Point Methods for Combinatorial Optimazation*. New York (US): Kluwer Academic Publishers.
- [6] Roos C, Terlaky T, Vial J-Ph. 2006. *Interior Point Methods for Linear Optimization*. New York (US): Springer.
- [7] Silalahi BP. 2012. Batas Atas Iterasi Metode Titik Interior dengan Central Path dalam Menyelesaikan Masalah Optimasi Linear. Prosiding Seminar Nasional Sains IV. FMIPA-IPB. Bogor.
- [8] Silalahi BP. 2013. *Sharper Analysis Of Upper Bound for the Iteration Complexity of an Interior-Point Method Using Primal-Dual Full-Newton Step Algorithm*. Dikirim ke *Mathematical Methods of Operations Research*.

MOMEN TERTINGGI DARI AKUMULASI SUATU ANUITAS AWAL DENGAN TINGKAT BUNGA ACAK

Johannes Kho dan Ari Fatmawati

Jurusan Matematika FMIPA Universitas Riau
Alamat : Kampus Bina Widya Jl. H. R. Soebrantas Km. 12,5 Panam, Pekanbaru 28293
e-mail : johanneskho@yahoo.co.id

Abstract

At the moment this paper is given first, second and third, from the accumulation of a due annuity with random interest rate in the form of an equation that uses the pattern of Pascal's triangle, so that the patterns obtained highest moment $g_r(n) = E[A_n^r]$.

Keywords: *random interest rate, value expectations, the value of the variance, moments of the accumulated annuity.*

Abstrak

Pada makalah ini diberikan momen pertama, kedua dan ketiga dari akumulasi suatu anuitas awal dengan tingkat bunga acak dalam bentuk persamaan yang menggunakan pola segitiga Pascal, sehingga dengan pola ini diperoleh momen tertingginya $g_r(n) = E[A_n^r]$

Kata Kunci: tingkat bunga acak, nilai ekspektasi, nilai variansi, momen akumulasi anuitas awal.

PENDAHULUAN

Pada artikel riset Jim Farmer [1] tahun 2007 tentang momen akumulasi dari suatu anuitas dengan tingkat bunga yang independen dan identik secara distribusi hanya membahas momen pertama sampai momen keempat. Makalah ini akan melengkapi momen akumulasi tersebut sampai momen tertinggi dengan melihat persamaannya yang menggunakan pola segitiga Pascal, sehingga akan diperoleh momen tertingginya $g_r(n) = E[A_n^r]$ yang dapat ditulis dalam bentuk kombinatorial.

RATA-RATA DAN VARIANSI

Tingkat bunga di sini diasumsikan acak (tidak konstan), sehingga dapat ditentukan momen akumulasinya dengan tingkat bunga acak. Misalkan i_t adalah tingkat bunga ke- t selama n periode yang merupakan peubah acak diskrit bebas. Sehingga nilai rata-ratanya menjadi

$$E(i_t) = j, \quad t = 1, 2, 3, \dots, n. \quad (1)$$

Misalkan terdapat peubah acak $i_1, i_2, i_3, \dots, i_n$ dengan n adalah periode waktu berdistribusi normal dengan μ menyatakan tingkat bunga rata-rata dan s^2 adalah variansi tingkat bunga. Sehingga fungsi pembangkit momen untuk distribusi normal berdasarkan [2] adalah

$$M_i^r(t) = e^{\mu t + \frac{s^2 t^2}{2}}.$$

Untuk $r = 1$ dan $t = 0$, diperoleh ekspektasi dari tingkat bunganya adalah

$$M_i^1(0) = E(i) = \mu \quad (2)$$

dan untuk $r = 2$ dan $t = 0$, diperoleh

$$M_i^2(0) = E(i^2) = s^2 + \mu^2. \quad (3)$$

Dari persamaan (2) dan (3), didapat variansi tingkat bunganya adalah

$$\begin{aligned} \text{var}(i) &= E(i^2) - (E(i))^2 \\ &= s^2 \end{aligned} \quad (4)$$

Sehingga deviasi standardnya adalah

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{\text{var}(i)}$$

MOMEN TERTINGGI DARI AKUMULASI SUATU ANUITAS AWAL

Momen pertama

Momen akumulasi dari suatu anuitas awal dengan batas waktu n periode menggunakan tingkat bunga acak yang dinotasikan dengan A_n , maka berdasarkan [3] dinyatakan sebagai berikut

$$\begin{aligned} A_n &= (1 + i_n)(1 + A_{n-1}), \\ n &= 1, 2, 3, \dots \end{aligned} \quad (5)$$

Momen akumulasi dari suatu anuitas awal berdasarkan [1] dinyatakan sebagai berikut

$$E(A_n^r) = g_r(n). \quad (6)$$

Sehingga untuk $r = 1, 2, \text{ dan } 3$, persamaan (6) menyatakan momen pertama, momen kedua dan momen ketiga dengan n adalah batas waktu yang ditentukan dari suatu akumulasi dengan serangkaian pembayaran yang dilakukan.

Menurut [1], jika persamaan selisih yang berkorespondensi homogen yang memiliki persamaan karakteristik $x - k = 0$, maka solusi umumnya adalah

$$g(n) = Ak^n,$$

dengan A adalah konstanta.

Dari persamaan (6), diperoleh momen pertama dari akumulasi suatu anuitas awal berikut

$$E(A_n^1) = g_1(n)$$

atau

$$E(A_n) = g(n) \quad (7)$$

Karena

$$E(A_n) = E(1 + i_n)E(1 + A_{n-1}) = g_1(n)$$

atau

$$g_1(n) = (E(1) + E(i_n))(E(1) + E(A_{n-1})) \quad (8)$$

Gunakan persamaan (1) dan (7), sehingga persamaan (8) menjadi

$$g_1(n) = (1 + j)(1 + g_1(n-1)) \quad (9)$$

Misalkan $1 + j = k_1$, maka persamaan (9) menjadi

$$\begin{aligned} g_1(n) &= k_1(1 + g_1(n-1)) \\ &= k_1 + k_1 g_1(n-1) \\ g_1(n) - k_1 g_1(n-1) &= k_1 \end{aligned} \quad (10)$$

Jika $g_1(n) = a$, maka persamaan (10) menjadi

$$a - k_1 a = k_1$$

$$a = \frac{k_1}{1 - k_1}$$

Karena persamaan (10) merupakan persamaan selisih yang berkorespondensi homogen, maka dapat diperoleh solusi umumnya yaitu

$$g_1(n) = A_1 k_1^n - \frac{k_1}{1 - k_1} \quad (11)$$

Untuk menentukan nilai konstanta A_1 , dimisalkan $g_1(0) = 0$, sehingga diperoleh

$$A_1 = \frac{k_1}{k_1 - 1}$$

Substitusikan nilai A_1 ini ke dalam persamaan (11) sehingga diperoleh

$$g_1(n) = \frac{k_1}{k_1 - 1} k_1^n - \frac{k_1}{k_1 - 1}$$

$$g_1(n) = \frac{k_1}{k_1 - 1} (k_1^n - 1) \quad (12)$$

Substitusikan $k_1 = 1 + j$, sehingga diperoleh

$$g_1(n) = \frac{1 + j}{(1 + j) - 1} ((1 + j)^n - 1)$$

atau

$$g_1(n) = (1 + j) \left(\frac{(1 + j)^n - 1}{j} \right)$$

$$g_1(n) = (1 + j) \ddot{s}_{n|j}$$

Momen kedua

Dari persamaan (6), diperoleh momen kedua dari akumulasi suatu anuitas awal yaitu

$$E(A_n^2) = g_2(n)$$

Karena

$$E(A_n^2) = E(1 + i_n)^2 E(1 + A_{n-1})^2$$

$$E(A_n^2) = E(1 + 2i_n + i_n^2) E(1 + 2A_{n-1} + A_{n-1}^2) = g_2(n) \quad (13)$$

Berdasarkan persamaan (1), (4) dan (7), maka persamaan (13) menjadi

$$g_2(n) = (1 + 2j + j^2 + s^2) (1 + 2g_1(n-1) + g_2(n-1)) \quad (14)$$

Misalkan $k_2 = 1 + 2j + j^2 + s^2$, dan dengan menggunakan persamaan (12) maka persamaan (14) memberikan persamaan selisih

$$g_2(n) - k_2 g_2(n-1) = k_2 + 2k_2 g_1(n-1)$$

$$= k_2 [1 + 2g_1(n-1)] \quad (15)$$

Gunakan persamaan (12) pada persamaan (15), maka diperoleh momen kedua dari akumulasi suatu anuitas awalnya

$$g_2(n) - k_2 g_2(n-1) = k_2 \left[1 + 2 \frac{k_1}{k_1 - 1} (k_1^{n-1} - 1) \right]$$

$$g_2(n) = \frac{2k_1 k_2}{(k_1 - 1)(k_2 - k_1)} (k_2^n - k_1^n) - \frac{k_2}{k_1 - 1} \left(\frac{2k_1}{k_1 - 1} - 1 \right) (k_2^n - 1) \quad (16)$$

Momen ketiga

Berdasarkan persamaan (6), diperoleh momen ketiga dari akumulasi suatu anuitas awal yaitu

$$E(A_n^3) = g_3(n)$$

Karena

$$E(A_n^3) = E(1 + i_n)^3 E(1 + A_{n-1})^3$$

maka momen ketiga dari akumulasi suatu anuitas awalnya adalah

$$g_3(n) = E(1 + 3i_n + 3i_n^2 + i_n^3) E(1 + 3A_{n-1} + 3A_{n-1}^2 + A_{n-1}^3) \quad (17)$$

Berdasarkan persamaan (1), (4) dan (7), maka persamaan (17) menjadi

$$g_3(n) = (1 + 3j + 3j^2 + j^3 + s^3)(1 + 3g_1(n-1) + 3g_2(n-1) + g_3(n-1)) \quad (18)$$

Misalkan $k_3 = 1 + 3j + 3j^2 + j^3 + s^3$, sehingga persamaan (18) menjadi

$$g_3(n) = k_3(1 + 3g_1(n-1) + 3g_2(n-1) + g_3(n-1))$$

atau

$$g_3(n) - k_3 g_3(n-1) = k_3(1 + 3g_1(n-1) + 3g_2(n-1)) \quad (19)$$

Dengan menggunakan persamaan (12) dan (16) yang telah diperoleh sebelumnya, maka persamaan (19) menjadi

$$g_3(n) = \frac{k_3}{k_3 - 1} \left(1 - \frac{3k_1}{k_1 - 1} - \frac{3k_2}{k_2 - 1} + \frac{6k_1 k_2}{(k_1 - 1)(k_2 - 1)} \right) (k_3^n - 1)$$

$$+ \frac{k_3}{k_3 - k_1} \left(\frac{3k_1}{k_1 - 1} - \frac{6k_1 k_2}{(k_1 - 1)(k_2 - k_1)} - \frac{6k_1 k_2}{(k_1 - 1)(k_2 - 1)} - 1 \right) (k_3^n - k_2^n) \quad (20)$$

Momen Tertinggi

Dari persamaan (9), (14) dan (18) terlihat bahwa koefisien-koefisien yang berada di ruas kanan berbentuk pola segitiga Pascal. Sehingga dengan menggunakan pola segitiga Pascal tersebut akan diperoleh persamaan untuk momen tertinggi $r = n$ atau momen ke n yaitu

$$E(A_n^n) = E(1 + i_n)^n E(1 + A_{n-1})^n$$

$$E(A_n^n) = E \left(1 + ni_n + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} i_n^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} i_n^3 + \dots + ni_n^{n-1} + i_n^n \right) + s^n$$

$$E \left(1 + nA_{n-1} + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} A_{n-1}^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} A_{n-1}^3 + \dots + nA_{n-1}^{n-1} + A_{n-1}^n \right)$$

Karena $E(A_n^n) = g_n(n)$, dan berdasarkan persamaan (1) dan (4) maka diperoleh momen tertinggi (momen ke n) akumulasi dari suatu anuitas awal adalah

$$\begin{aligned}
g_n(n) &= \left(1 + nj + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} j^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} j^3 + \dots + nj^{n-1} + j^n + s^n \right) \\
&\left(1 + ng_1(n-1) + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} g_2(n-1) + \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} g_3(n-1) + \dots + ng_{n-1}(n-1) + g_n(n-1) \right) \\
g_n(n) &= \left(\binom{n}{0} j^0 + \binom{n}{1} j^1 + \binom{n}{2} j^2 + \dots + \binom{n}{n-1} j^{n-1} + \binom{n}{n} j^n + s^n \right) \\
&\left(\binom{n}{0} g_0(n-1) + \binom{n}{1} g_1(n-1) + \binom{n}{2} g_2(n-1) + \dots + \binom{n}{n-1} g_{n-1}(n-1) + \binom{n}{n} g_n(n-1) \right) \\
g_n(n) &= \left(\left(\sum_{m=0}^n \binom{n}{m} j^m \right) + s^n \right) \left(\sum_{m=0}^n \binom{n}{m} g_m(n-1) \right)
\end{aligned}$$

atau

$$g_n(n) = \left(\left(\sum_{m=0}^n C_m^n j^m \right) + s^n \right) \left(\sum_{m=0}^n (C_m^n) g_m(n-1) \right)$$

Momen tertinggi inilah yang digunakan sebagai pengali dalam memprediksi hasil akumulasi suatu investasi yang dilakukan diawal periode selama n periode [3] adalah

$$\ddot{A}_n^m = (c)(g_r(n)).$$

dengan

$\ddot{A}_n^m$: Akumulasi yang diharapkan dari suatu investasi yang dilakukan diawal periode selama n periode dengan menggunakan momen r yang ditentukan.

c : Besar investasi atau pembayaran yang dilakukan diawal periode dengan besar pembayaran yang sama.

$g_r(n)$: Momen ke r yang digunakan sebagai bilangan pengali.

KESIMPULAN

Momen tertinggi dari suatu akumulasi anuitas awal diperoleh secara rekursif dari momen sebelumnya dengan hasil prediksinya lebih besar dari pada hasil prediksi momen sebelumnya, sehingga akumulasi yang diharapkan dari suatu investasi yang dilakukan diawal periode selama n periode dengan menggunakan momen tertinggi (momen ke n) akan lebih besar dari akumulasi dengan momen sebelumnya.

PUSTAKA

- [1] Farmer, J. 2007. Moments of The Accumulation of an Annuity Under Independent Identically Distributed Interest Rates. Research Paper No. 2007/04. *Division of Economic and Financial Studies*. Macquarie University, Sydney.
- [2] Bain, L. J. & M. Engelhardt. 1991. *Introduction to Probability and Mathematical Statistics*. Wadsworth Publishing Company, Belmont, California
- [3] McCutcheon, J. J. & Scott, W. F 1986. *An Introduction to The Mathematics of Finance*. ISBN 0-434-91224 Elsevier Butterworth, Heinemann.

**PARALELISASI METODE CONJUGATE GRADIENT UNTUK
MENYELESAIKAN SISTEM PERSAMAAN LINEAR DALAM SCILAB
MENGUNAKAN GRAPHICS CARDS**

**PARALLELIZATION OF CONJUGATE GRADIENT METHOD TO SOLVE SYSTEM OF
LINEAR EQUATIONS IN SCILAB USING GRAPHICS CARDS**

M. Ilyas, Putranto H., F. Ayatullah, M.T. Julianto, A.D. Garnadi dan S.Nurdiati

Departemen Matematika, Institut Pertanian Bogor
reiken7@gmail.com

ABSTRACT

Parallel computing is an alternative way to increase computation performance. The objective of parallel computing is to solve very large computation problem and speed up the execution time. The experiments for parallel computing use a computer with NVIDIA graphics chip with CUDA capabilities, sciGPGPU toolbox work on SCILAB and running in LINUX machine. The computation problems for the experiment are solving system of linear equations using Conjugate Gradient method. A parallel algorithm for Conjugate Gradient method is made for parallel computing experiment. Conjugate Gradient method is used to solve three systems of linear equations with three different coefficient matrices. The execution time for sequential and parallel Conjugate Gradient method using graphics chip was observed. The experiment for tridiagonal and pentadiagonal matrices gained very small speedup, and within few cases, parallel execution time wasn't faster than the sequential execution time.

Keywords: Iteration Method, Huge Matrix, Parallel Computer, Open Source

ABSTRAK

Komputasi paralel merupakan salah satu alternatif untuk meningkatkan kinerja komputasi. Komputasi paralel bertujuan menyelesaikan masalah komputasi yang besar dan mempercepat waktu eksekusinya. Komputasi paralel yang dilakukan dalam percobaan menggunakan suatu komputer dengan chip grafis Nvidia dengan kemampuan Compute Unified Device Architecture (CUDA), toolbox sciGPGPU dalam SCILAB yang berjalan dalam LINUX. Masalah komputasi yang akan diselesaikan adalah penyelesaian sistem persamaan linear dengan menggunakan metode Conjugate Gradient (CG). Algoritma paralel dari metode Conjugate Gradient dibuat agar metode ini dapat diterapkan secara paralel. Waktu eksekusi metode Conjugate Gradient baik secara sekuensial maupun paralel untuk menyelesaikan sistem persamaan linear yang sama dalam percobaan diamati. Percobaan dilakukan terhadap 3 buah sistem persamaan linear dengan matriks koefisien yang berbeda. Percobaan metode Conjugate Gradient paralel untuk sistem persamaan linear dengan matriks tridiagonal dan matriks pentadiagonal mencapai speedup yang sangat kecil bahkan dalam beberapa kasus, waktu eksekusi dengan chip grafis cenderung sama atau lebih lambat daripada waktu eksekusinya sekuensialnya.

Katakunci: Metode Iterasi, Matriks Raksasa, Komputer Paralel, Open Source

PENDAHULUAN

Saat ini komputer banyak digunakan untuk membantu menyelesaikan permasalahan manusia. Penggunaan komputer menjadi lebih mudah dan cepat. Namun kinerja komputer saat ini masih belum mampu untuk memenuhi semua tuntutan

penggunanya. Beberapa masalah komputasi yang sangat besar masih belum dapat diselesaikan atau waktu eksekusinya masih lambat.

Salah satu solusi untuk meningkatkan kinerja komputasi adalah dengan melakukan komputasi paralel. Komputasi paralel membuat masalah komputasi yang sangat besar dibagi menjadi masalah-masalah yang lebih kecil dan diselesaikan oleh banyak prosesor secara bersamaan.

Saat ini, beberapa kartu grafis memiliki kemampuan melakukan perhitungan dengan melibatkan banyak prosesor di dalamnya. Dengan memberikan suatu objective pada kartu grafis, kita dapat membagi perhitungan seperti halnya membagi perhitungan untuk prosesor paralel. Salah satu produsen kartu grafis yang mengimplementasikan hal ini adalah NVIDIA dengan CUDA-nya. CUDA (Compute Unified Device Architecture) adalah suatu platform komputasi paralel dan model pemrograman yang dikembangkan oleh NVIDIA. Platform CUDA dapat digunakan oleh pemrogram sama seperti menggunakan bahasa C/C++ atau bahasa Fortran dengan beberapa perintah khusus untuk paralelisasi.

Komputasi paralel dengan CUDA juga dapat digunakan lebih mudah dengan sciGPGPU, sebuah toolbox dalam SCILAB, sebuah software matematika dan sains yang mirip dengan MATLAB. SCILAB dapat diperoleh dan digunakan secara gratis, sedangkan MATLAB merupakan software komersial dan berbayar.

Komputasi paralel banyak diterapkan pada masalah komputasi yang berkaitan dengan matriks berukuran besar. Salah satu masalah komputasi yang berkaitan dengan matriks adalah penyelesaian sistem persamaan linear secara numerik.

Masalah komputasi yang dibahas dalam tulisan ini adalah penyelesaian sistem persamaan linear berukuran besar secara numerik dengan menggunakan toolbox sciGPGPU dalam SCILAB.

Dalam tulisan ini akan dibuat sebuah algoritma paralel untuk metode Conjugate Gradient dan menerapkannya dengan menggunakan toolbox sciGPGPU dalam SCILAB. Kemudian mengamati waktu eksekusi metode Conjugate Gradient paralel dibandingkan dengan waktu eksekusi metode Conjugate Gradient secara sekuensial.

PENGERTIAN DASAR DAN ISTILAH

Komputasi paralel

Komputasi paralel adalah melakukan suatu proses komputasi dengan menggunakan banyak prosesor secara bersamaan. Komputer yang digunakan untuk komputasi paralel disebut Komputer paralel. Komputer paralel dapat berupa sebuah komputer multiprosesor atau beberapa Komputer dalam satu jaringan.

Berdasarkan sistem komunikasi antar prosesor yang digunakan, komputer paralel terbagi menjadi dua, yaitu: [1]

1. Shared-Address-Space

Setiap prosesor dalam Komputer paralel dengan sistem *Shared-Address-Space* dapat mengakses sebuah ruang dalam memory. Seluruh data yang digunakan dalam proses komputasi disimpan di ruang tersebut.

2. Message-Passing

Komunikasi antar prosesor dalam Komputer paralel dengan sistem *Message-Passing* dilakukan dengan saling mengirim pesan. Komputer paralel ini tidak memiliki

ruang memory yang dapat diakses oleh semua prosesor, sehingga seluruh data yang digunakan dalam proses komputasi harus dikirim dari satu prosesor lainnya.

Algoritma Paralel [1]

Algoritma paralel adalah Langkah-langkah untuk menyelesaikan suatu masalah yang dapat dijalankan pada beberapa prosesor secara bersama-sama.

Paralelisasi Algoritma Sekuensial [1]

Algoritma paralel dapat berupa algoritma yang berdiri sendiri atau merupakan paralelisasi dari suatu algoritma sekuensial. Paralelisasi suatu algoritma sekuensial dapat dilakukan dengan menjalankan sebagian atau semua langkah-langkah di bawah ini:

1. Melakukan identifikasi terhadap bagian-bagian algoritma yang dapat dijalankan secara bersamaan.
2. Memetakan bagian-bagian yang akan dijalankan secara bersamaan kepada proses-proses yang paralel.
3. Mendistribusikan input, output, dan data lain yang berhubungan dengan program.
4. Mengatur akses setiap prosesor kepada data dalam *Shared-Address-Space*.
5. Melakukan sinkronisasi terhadap setiap prosesor pada beberapa tahapan pada saat eksekusi program.

Speedup[1]

Speedup adalah tingkat keuntungan yang diperoleh dengan melakukan komputasi paralel. Speedup merupakan perbandingan antara waktu eksekusi algoritma sekuensial dengan waktu eksekusi algoritma paralelnya. Dituliskan:

$$Sp = TS/TP.$$

dengan P : Jumlah prosesor yang digunakan, Sp: Speedup untuk p buah proses, TS : Waktu eksekusi algoritma sekuensial, TP : Waktu eksekusi algoritma paralel pada p buah prosesor.

SciGPGPU. [2]

SciGPGPU adalah software yang memungkinkan untuk seorang programmer melakukan akses langsung pada chip grafis CUDA melalui SCILAB. Sehingga pemrograman akan lebih mudah dilakukan seakan-akan memiliki sebuah komputer multiprosesor. SciGPGPU didistribusikan secara gratis dan dapat diperoleh di <http://forge.scilab.org/index.php/p/sciCuda>

Sistem Persamaan Linear [3]

Sistem persamaan linear adalah kumpulan m persamaan dengan n variabel dalam bentuk

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &= b_2 \\ &\vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n &= b_m \end{aligned}$$

dengan x_j merupakan variabel, sedangkan a_{ij} dan b_i adalah konstanta, $1 \leq i \leq m$, $1 \leq j \leq n$. Sistem persamaan linear di atas dapat ditulis dalam bentuk $Ax = b$.

Matriks A berukuran $m \times n$ dan disebut dengan matriks koefisien dari SPL di atas. Vektor b berukuran m dan disebut dengan konstanta, sedangkan vektor x berukuran n dan disebut dengan vektor solusi

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}, x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}.$$

Matriks Simetrik.[3] Sebuah matriks A disebut simetrik jika $A^T = A$.

Matriks Definit Positif. [4] Sebuah matriks A disebut definit positif jika untuk semua vektor $x \neq 0$, berlaku $x^T A x > 0$.

Conjugate. [4] Misalkan A sebuah matriks. Dua vektor x dan y disebut *conjugate* jika

$$x^T A y = 0, x \neq y$$

Norm. [4] Norm dari suatu vektor v berukuran m adalah

$$\|v\| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + \cdots + v_m^2}$$

Metode Iteratif.[5]

Metode iteratif adalah teknik penyelesaian sistem persamaan linear yang menggunakan perkiraan-perkiraan sehingga setiap langkah diperoleh solusi yang lebih akurat. Beberapa metode yang termasuk dalam metode iteratif antara lain metode Gauss-Siedel, metode *Successive Over Relaxation* (SOR), dan metode *Conjugate Gradient* (CG).

Metode Conjugate Gradient.[5]

Metode *Conjugate Gradient* adalah salah satu metode iteratif untuk menyelesaikan sistem persamaan linear. Metode ini efektif untuk sistem persamaan linear dengan matriks koefisien yang simetrik definit positif. Secara umum, metode ini membangkitkan vektor-vektor yang *conjugate* dan juga merupakan *gradient* dari fungsi kuadrat. Metode ini menyelesaikan sistem persamaan linear dengan cara menemukan titik minimum dari fungsi kuadrat.

Secara lengkap metode *Conjugate Gradient* pada makalah ini adalah sebagai berikut:

Algoritma 1. Metode *Conjugate Gradient*

Diberikan SPL $Ax = b$

Pilih tebakan awal $x_{(0)}$

$r_{(0)} = b - Ax_{(0)}$

$d_{(0)} = r_{(0)}$

$i = 0$

While $i < imaks$ and $\frac{\|r_{(i)}\|}{\|r_{(0)}\|} \geq tol$

$q = Ad_{(i)}$

$$\alpha_{(i)} = \frac{r_{(i)}^T r_{(i)}}{d_{(i)}^T q}$$

$$x_{(i+1)} = x_{(i)} + \alpha_{(i)} d_{(i)}$$

$$r_{(i+1)} = r_{(i)} - \alpha_{(i)} q$$

$$\beta_{(i+1)} = \frac{r_{(i+1)}^T r_{(i+1)}}{r_{(i)}^T r_{(i)}}$$

$$d_{(i+1)} = r_{(i+1)} - \beta_{(i+1)} d_{(i)}$$

$$i = i + 1$$

Paralelisasi Metode Conjugate Gradient

Langkah-langkah yang dilakukan dalam paralelisasi suatu algoritma sekuensial tidak baku. Paralelisasi dapat dilakukan dengan mempertimbangkan karakteristik *hardware* dan *software* yang akan digunakan. Percobaan yang dilakukan dalam tulisan ini

menggunakan suatu jaringan komputer dengan sistem *Message-Passing*. Komputasi paralel dalam percobaan dilakukan dengan menggunakan *toolbox* sciGPGPU dalam *software* SCILAB.

Metode CG merupakan metode iteratif yang umumnya sulit untuk diparalelisasi. Hal ini disebabkan setiap langkah pada metode iterative membutuhkan hasil dari langkah sebelumnya. Berikut ini adalah langkah-langkah yang dilakukan dalam paralelisasi :

1. Melakukan identifikasi terhadap bagian-bagian algoritma yang dapat dijalankan secara bersamaan

Metode CG memiliki dua tahapan, yaitu tahapan inisialisasi dan tahapan yang berulang-ulang. Paralelisasi dilakukan pada tahapan yang berulang-ulang karena beban komputasi pada tahapan inisialisasi jauh lebih kecil jika dibandingkan pada tahapan yang berulang-ulang.

Pada tahapan yang berulang-ulang terlihat bahwa hanya penghitungan $x(i+1)$ dan $r(i+1)$ yang dapat dijalankan secara bersamaan. Namun beban komputasi pada perhitungan $x(i+1)$ dan $r(i+1)$ sangat kecil, sehingga tidak efisien jika dijalankan secara bersamaan.

Beban komputasi yang terbesar pada metode CG adalah perkalian matriks-vektor pada perhitungan vektor q , oleh karena itu, lebih efisien jika membagi perhitungan vektor q menjadi beberapa bagian untuk dijalankan secara bersamaan.

Jadi, bagian-bagian dari metode CG yang akan dijalankan secara bersamaan adalah bagian-bagian pada perhitungan vektor q pada setiap iterasi. Jumlah dari bagian-bagian ini adalah sesuai dengan jumlah prosesor yang akan digunakan

$$q^{(k)} = M^{(k)} d_{(i)}^{(k)}, 1 \leq k \leq p.$$

2. Memetakan bagian-bagian yang akan dijalankan secara bersamaan kepada proses-proses yang paralel.

Proses yang mengontrol seluruh langkah pada metode CG disebut dengan master. Di lain pihak, setiap proses yang hanya menjalankan satu bagian yang dijalankan secara bersamaan disebut dengan *slave*. Setiap *slave* dijalankan pada satu prosesor.

Pada langkah pertama telah diputuskan bahwa bagian-bagian yang dijalankan secara bersamaan adalah p buah perhitungan $q^{(k)}$. jadi, setiap bagian

$$q^{(k)} = M^{(k)} d_{(i)}^{(k)}$$

dikerjakan oleh proses *slave* pada prosesor ke- k .

3. Mendistribusikan input, output, dan data lain yang berhubungan dengan program.

Setiap proses *slave* pada prosesor ke- k membutuhkan input $M^{(k)}$ dan $d_{(i)}^{(k)}$. Input $M^{(k)}$ dikirim oleh master hanya pada iterasi pertama, sedangkan $d_{(i)}^{(k)}$ dikirim pada setiap iterasi. Output yang dihasilkan oleh setiap *slave* ($q^{(k)}$) pada setiap iterasi dikirim kepada master.

Seluruh data yang akan didistribusikan harus memiliki tanda atau identitas. Hal ini dilakukan agar master dapat mengirim input yang tepat untuk setiap *slave* dapat disatukan kembali oleh master dengan benar.

4. Mengatur akses setiap prosesor kepada data dalam Shared-Address-Space.

Langkah ini tidak dilakukan karena sistem yang digunakan pada percobaan adalah sistem *Message-Passing*.

5. Melakukan sinkronisasi terhadap setiap prosesor pada beberapa tahapan pada saat eksekusi program.

Pada setiap iterasi, proses *slave* pada prosesor ke- k melakukan perhitungan $q^{(k)}$. Hasil dari setiap proses *slave* yang dikirim kepada proses master. Kemudian proses master harus menyatukan kembali setiap bagian $q^{(k)}$ menjadi vektor q yang utuh.

Penggunaan *toolbox* sciGPGPU memberikan kemudahan kepada pemrogram pada langkah 3-5, karena bagian *setting* data pada prosesor paralel, *message passing* dan sinkronisasi data pada prosesor seluruhnya dilakukan oleh *toolbox*. Pemrogram hanya perlu menentukan titik dimana langkah-langkah tersebut dilakukan.

Secara lengkap algoritma paralel dari metode *Conjugate Gradient* adalah sebagai berikut:

Algoritma 2. Metode CG yang telah diparalelisasi

Diberikan SPL $Ax = b$

Pilih tebakan awal $x_{(0)}$

$$r_{(0)} = b - Ax_{(0)}$$

$$d_{(0)} = r_{(0)}$$

$$i = 0$$

gpuSetData(A)

While $i < imaks$ and $\frac{\|r(i)\|}{\|r(0)\|} > tol$

gpuSetData(d_(i))

gpuMult(A, d_(i))

gpuGetData(q)

$$a_{(i)} = \frac{r^T(i)r(i)}{d^T(i)q}$$

$$x_{(i+1)} = x_{(i)} + a_{(i)} d_{(i)}$$

$$r_{(i+1)} = r_{(i)} - a_{(i)} q$$

$$\beta_{(i+1)} = \frac{r^T(i+1)r(i+1)}{r^T(i)r(i)}$$

$$d_{(i+1)} = r_{(i+1)} - \beta_{(i+1)} d_{(i)}$$

$$i = i + 1$$

gpuFree(A)

gpuFree(q)

Catatan : perintah **bold** adalah perintah untuk *toolbox* sciGPGPU

HASIL PERCOBAAN KOMPUTASI

Seluruh percobaan komputasi dilakukan di laboratorium komputer Departemen Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Pertanian Bogor. Spesifikasi komputer yang digunakan adalah sebagai berikut: Prosesor Intel Pentium 2.8GHz, RAM 2 GB, VGA NVIDIA GeForce GTX 560. Percobaan dilakukan dalam sistem operasi UBUNTU 10.10 dengan *toolbox* sciGPGPU 1.2, SCILAB 5.4.0 dan CUDA 4.0.

Percobaan komputasi dilakukan dengan menggunakan matriks-matriks di bawah ini sebagai matriks A . Vektor konstanta b yang digunakan dalam percobaan ini adalah hasil dari perkalian matriks tridiagonal dengan vektor yang semua elemennya bernilai satu dan berukuran sesuai dengan ukuran matriks tridiagonal tersebut. Tebakan awal $x_{(0)}$ yang digunakan adalah vektor nol berukuran sesuai dengan ukuran matriks tridiagonal. Percobaan dilakukan untuk dua buah nilai toleransi **tol** yaitu 10^{-5} dan 10^{-10} dan batas iterasi maksimal **imax** sama dengan ukuran vektor solusi yang ingin dicapai.

Tabel 1. Matriks-matriks yang digunakan dalam percobaan.

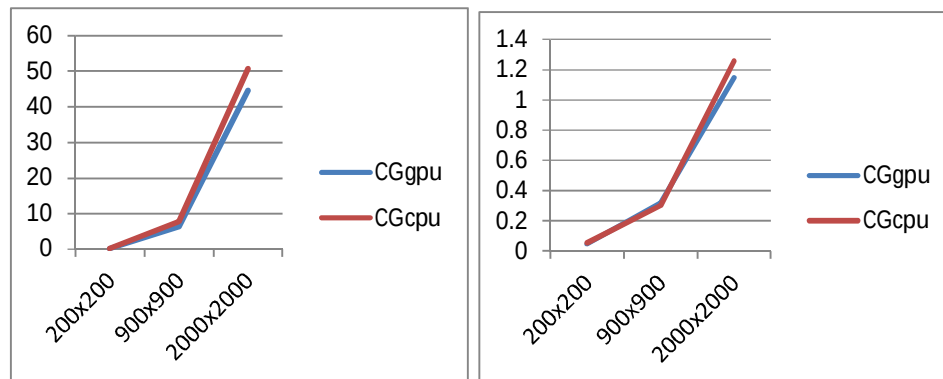
Nama	Ukuran	Elemen tak nol
tridiagonal	200x200,	598
	900x900,	2698
	2000x2000	5998
pentadiagonal	200x200,	994
	900x900,	4494
	2000x2000	9994
tridiagonal-pentadiagonal block	900x900,	2698
	1800x1800	5398

Berikut ini hasil yang diperoleh dari percobaan yang telah dilakukan:

1. Hasil percobaan komputasi dengan menggunakan matriks tridiagonal

Tabel 2. Waktu eksekusi, toleransi, ukuran dan banyaknya iterasi

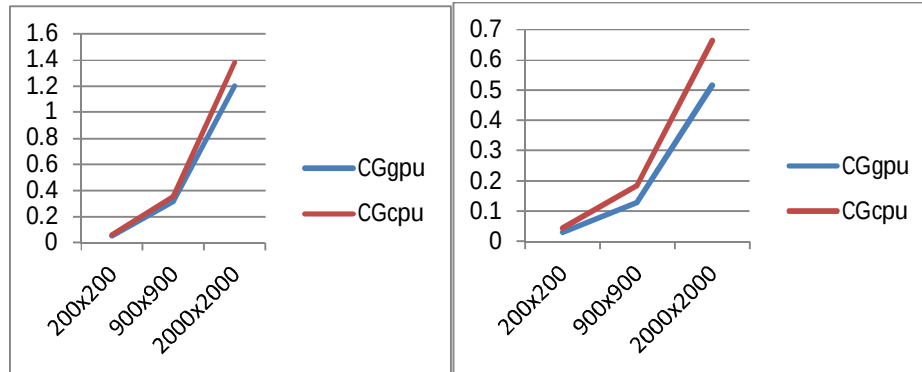
Toleransi	tol = 10^{-5}			tol = 10^{-10}		
Ukuran	200x200	900x900	2000x2000	200x200	900x900	2000x2000
CGgpu	0.047s	0.319s	1.146s	0.163s	6.297s	44.681s
CGcpu	0.058s	0.305s	1.258s	0.168s	7.682s	50.778s
Iterasi	21	16	14	100	449	666



2. Hasil percobaan komputasi dengan menggunakan matriks pentadiagonal

Tabel 3. Waktu eksekusi, toleransi, ukuran dan banyaknya iterasi

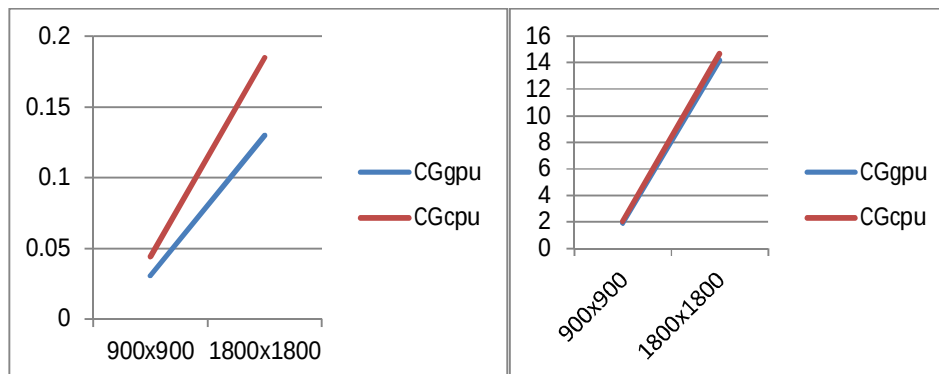
Toleransi	tol = 10^{-5}			tol = 10^{-10}		
Ukuran	200x200	900x900	2000x2000	200x200	900x900	2000x2000
CGgpu	0.031s	0.13s	0.518s	0.054s	0.315s	1.199s
CGcpu	0.044s	0.185s	0.665s	0.059s	0.358s	1.381s
Iterasi	8	8	7	17	17	16



3. Hasil percobaan komputasi dengan menggunakan blok matriks tridiagonal-pentadiagonal

Tabel 4. Waktu eksekusi, toleransi, ukuran dan banyaknya iterasi

Toleransi	$\text{tol} = 10^{-5}$		$\text{tol} = 10^{-10}$	
Ukuran	900x900	1800x1800	900x900	1800x1800
CGgpu	0.524s	1.681s	1.892s	14.217s
CGcpu	0.691s	1.988s	2.064s	14.707
Iterasi	33	30	104	202



KESIMPULAN

Tulisan ini membuat algoritma paralel untuk metode Conjugate Gradient. Paralelisasi dilakukan pada perkalian matriks-vektor yang terdapat pada setiap iterasi metode Conjugate Gradient. Metode Conjugate Gradient paralel diterapkan dengan toolbox sciGPGPU dalam SCILAB pada suatu komputer dengan chip grafis NVIDIA yang mendukung CUDA.

Percobaan metode Conjugate Gradient paralel untuk sistem persamaan linear dengan matriks tridiagonal, pentadiagonal dan blok matriks tridiagonal-pentadiagonal mencapai speedup yang sangat kecil bahkan dalam beberapa kasus, waktu eksekusi dengan chip grafis cenderung sama atau lebih lambat daripada waktu eksekusinya sekuensialnya.

PUSTAKA

- [1] Fisher, B, S Toupet, R Vuduc. 1998. Assignment 4: Parallel Conjugate Gradient. <http://www.cs.berkeley.edu/~richie/cs267/cg/results/>.
- [2] Beezer, R. A. 2006. *A First Course in Linear Algebra*. Departement of Mathematics and Computer Science: University of Puget Sound.
- [3] Basuki, S. A. 2001. Komputasi Paralel Sebagai Altrnatif Solusi Peningkatan Kinerja Komputasi. *INTEGRAL* vol.6, no.2.
- [4] Grama, A, A Gupta, G Karypis, V Kumar. 2003. *Introduction to Prallel Computing*. London: Addison Wesley.
- [5] Barret, R, M Berry, T F Chan, J Demmel, J Donato, J Dongarra, V Eijkhout, R Pozo, C Romine, H Van Der Vorst. 1994. Templates for the Solution of Linear Systems: Building Blocks for Iterative Methods. Philadelphia: *SIAM*.

**SOLUSI PROBLEM LINTASAN TERPENDEK PADA JARINGAN
TRANSPORTASI MULTIMODA DENGAN DIJKSTRA-LIKE ALGORITHM
STUDI KASUS PADA JARINGAN ANGKUTAN KOTA DI KOTA BENGKULU**

**SOLUTION OF THE SHORTEST PATH PROBLEM ON A MULTIMODAL
TRANSPORTATION NETWORK USING DIJKSTRA-LIKE ALGORITHM CASE STUDY
ON PUBLIC TRANSPORTATION NETWORK IN BENGKULU CITY**

Novika Rachmianty Gartiwi, Fanani Haryo Widodo, Yulian Fauzi

Email: novikargartiwi@gmail.com

Universitas Bengkulu, Dekanat FMIPA UNIB, Jl. W.R.Supratman, Bengkulu 38371

ABSTRACT

To be a modern country in the future Indonesia will have implemented a multimodal transportation system, a public transportation system which integrates some different kinds of transportation such as bus, train, ship or airplanes. A problem arising from the system is how to determine shortest path from origin node to destination node by considering displacement from one modal to another modal of many alternatives offered at each intersection of transportation network. The algorithm developed for the multimodal transportation is Dijkstra-like algorithm. The purpose of this study is to verify and demonstrate the algorithm on a multimodal transportation system applied in Bengkulu City but by redefining the multimodal transportation as alternatives of public transportation of the same kind but different routes in order to get the minimum travel time. So far the algorithm has shown some advantages in terms of solving the shifting problem and demonstrated the properties of connectivity and accessibility as the main points which differentiate it from the original algorithm, Dijkstra algorithm.

Keywords: Shortest Path, Dijkstra-like Algorithm, Multimodal Transportation Problem

ABSTRAK

Untuk menjadi sebuah negara modern di masa depan Indonesia harus menerapkan suatu sistem transportasi multimoda, suatu sistem transportasi massa yang mengintegrasikan beberapa jenis transportasi berbeda seperti bus, kereta api, kapal penyeberangan laut atau sungai, atau pesawat udara. Suatu problem yang muncul dari system tersebut adalah bagaimana menentukan lintasan terpendek dari titik asal ke titik tujuan dengan mempertimbangkan perpindahan dari angkutan satu ke angkutan lain dari banyak pilihan angkutan yang ditawarkan pada setiap persimpangan jaringan transportasi tersebut. Algoritma yang dikembangkan untuk transportasi multimoda tersebut adalah algoritma Mirip Dijkstra (Dijkstra-like Algorithm). Tujuan penelitian ini adalah untuk menguji dan mendemonstrasikan algoritma tersebut pada sistem transportasi multimoda yang diterapkan di Kota Bengkulu tapi dengan mendefinisikan kembali transportasi multimoda sebagai pilihan-pilihan angkutan umum dari jenis yang sama tapi untuk trayek berbeda agar diperoleh waktu tempuh perjalanan minimal. Sebegitu jauh algoritma tersebut telah menunjukkan beberapa manfaat terkait penyelesaian problem yang didefinisikan ulang tersebut dan mendemonstrasikan sifat keterhubungan dan keterjangkauan sebagai poin utama yang membedakannya dari algoritma aslinya, yaitu algoritma Dijkstra.

Kata Kunci: Lintasan Terpendek, Algorithm Mirip Dijkstra, Masalah Transportasi Multimoda.

PENDAHULUAN

Transportasi dapat diartikan sebagai usaha pemindahan atau pergerakan kendaraan, barang maupun manusia dari suatu lokasi ke lokasi yang lainnya dengan menggunakan suatu alat tertentu. Transportasi memiliki peran sentral dan strategis untuk memudahkan masyarakat dalam melakukan aktivitas sehari-hari. Karena perannya yang sangat penting maka diperlukan adanya perencanaan transportasi yang baik. Perencanaan transportasi ini bertujuan untuk mengembangkan suatu sistem transportasi yang memungkinkan perjalanan kendaraan, penumpang maupun barang berjalan dengan efektif, efisien dan ekonomis.

Ada tiga jenis transportasi utama yaitu angkutan pribadi, angkutan massa, dan angkutan sewaan. Umumnya alat transportasi yang sering digunakan masyarakat perkotaan adalah angkutan massa, seperti kereta api, bis, angkutan kota, dan lain sebagainya. Salah satu angkutan massa yang biasa dipakai masyarakat Bengkulu sebagai alat transportasi adalah angkutan kota dimana keberagaman trayek atau jalur tujuan diwujudkan oleh perbedaan warna. Di kota Bengkulu ada lima warna angkutan kota yaitu kuning, hijau, merah, biru, dan putih. Tiap trayek berdasar warna tersebut dibagi lagi ke dalam sub-sub trayek. Dari lima warna angkutan kota tersebut untuk warna kuning diberi kode A1, A2 dan A3 warna hijau diberi kode B1, B2 dan B3, warna merah diberi kode C1 dan C2, warna biru diberi kode D1 dan D2, dan warna putih diberi kode E1 dan E2. Secara umum setiap warna angkutan kota dengan indeks berbeda tersebut memiliki lintasan trayek yang berbeda. Keberagaman lintasan trayek angkutan ini disebut juga dengan multimoda atau multi angkutan.

Dengan adanya pembagian lintasan trayek, masyarakat biasanya dihadapkan pada beberapa pilihan dalam menentukan titik pergantian angkutan. Permasalahannya mana-kala seseorang melakukan perjalanan dari satu titik ke titik lain dimana harus melalui pergantian angkutan kota lebih dari dua kali pergantian dan ada banyak pilihan titik pergantian angkutan kota dengan parameter jarak tempuh sedemikian sehingga pengguna angkutan kota tersebut harus mampu menentukan titik pergantian angkutan yang memiliki jarak tempuh yang lebih efektif dan efisien.

Pada penelitian ini penulis memodelkan permasalahan tersebut kedalam analisis jaringan (*network*). Jaringan tersebut adalah jaringan transportasi multimoda. Salah satu persoalan terkait jaringan transportasi multimoda tersebut adalah persoalan lintasan terpendek. Persoalan lintasan terpendek bertujuan menentukan lintasan terpendek antara titik asal tertentu ke titik tujuan dalam jaringan transportasi. Dalam persoalan ini lintasan memiliki bobot-bobot tertentu yang dapat dimaknai sebagai jarak, waktu tempuh, atau biaya. Untuk menyelesaikan persoalan tersebut maka akan digunakanlah metode *Dijkstra-like Algorithm* yang merupakan pengembangan dari algoritma Dijkstra.

BAHAN DAN METODE PENELITIAN

2.1 Bahan

Sebuah jaringan digambarkan oleh graf yang terdiri dari himpunan *nodes* yang dihubungkan oleh himpunan *arcs*. Dalam merepresentasikan suatu jaringan, graf yang sering dipakai merupakan graf yang terhubung. Suatu jaringan dapat berupa graf berarah dan berbobot, atau graf tak berarah dan berbobot. Dalam sebuah jaringan transportasi multimoda *node* merepresentasikan titik persimpangan jalan dan titik pergantian angkutan

sedangkan *arc* merepresentasikan jalan yang dilalui atau lintasan yang dilalui angkutan kota [1].

Transportasi multimoda adalah transportasi penumpang dan atau barang yang menggunakan lebih dari satu moda transportasi dalam satu perjalanan yang berkesinambungan. Transportasi multimoda biasanya akan melibatkan transportasi umum yang biasa dipakai masyarakat perkotaan. Permasalahannya hampir selalu sama yaitu mengenai kebingungan penumpang menentukan lintasan terpendek yang akan meminimumkan biaya atau waktu tempuh.

Persoalan lintasan terpendek adalah persoalan yang muncul ketika dari suatu tempat asal ke tempat tujuan ada beberapa alternatif lintasan dalam jaringan yang akan dilalui dimana setiap lintasan memiliki jarak yang berbeda sehingga menentukan panjang pendeknya lintasan yang akan dilalui. Pencarian lintasan terpendek adalah penyelesaian *problem* untuk menentukan lintasan mana yang akan dilalui dari berbagai alternatif yang tersedia sehingga ditemukan lintasan dengan jumlah bobot (biaya atau waktu tempuh) paling minimum. Bobot dalam *problem* pencarian lintasan terpendek menyatakan jarak tempuh, biaya, serta jarak yang sebenarnya.

Problem transportasi yang dapat direpresentasikan ke dalam sebuah jaringan di mana *problemnya* adalah meminimumkan bobot yang dapat diselesaikan dengan beberapa metode penyelesaian di dalam riset operasi, salah satunya yaitu dengan algoritma Dijkstra [2;3;4]. Algoritma Dijkstra merupakan salah satu algoritma yang efektif dalam memberikan lintasan terpendek dari suatu lokasi ke lokasi yang lain. Prinsip dari algoritma Dijkstra adalah dengan pencarian dua lintasan yang paling kecil bobotnya. Algoritma Dijkstra adalah metode yang mengasumsikan bahwa panjang semua *arc* tidak negatif (*nonnegative*), yang dapat digunakan untuk menemukan lintasan terpendek (misal, *node* ) ke semua *node* lainnya [4]. Algoritma Dijkstra tersebut digunakan untuk mencari lintasan terpendek dalam jaringan yang biasa digunakan, untuk mencari lintasan terpendek dalam jaringan transportasi multimoda digunakanlah *Dijkstra-like algorithm* yang merupakan pengembangan dari algoritma Dijkstra.

2.2 Metode

Untuk mencari lintasan terpendek dalam jaringan transportasi multimoda digunakanlah *Dijkstra like algorithm* yang merupakan pengembangan dari algoritma Dijkstra. Pada dasarnya yang digunakan adalah sama seperti algoritma Dijkstra tetapi dilakukan sedikit modifikasi agar mempermudah implementasi algoritma Dijkstra pada jaringan transportasi multimoda. Ada beberapa sifat yang menjadi syarat dipertimbangkannya sebuah *node* menjadi sebuah *node* yang akan diperhitungkan pada *Dijkstra-like algorithm* ini, yaitu :

1. Konektivitas

Konektivitas adalah sifat pertama yang akan dievaluasi dalam setiap kemungkinan *node* perubahan modal. Indeks δ_i^d dengan $d = 1$ menunjukkan indeks konektivitas dan i menunjukkan *node*. Indeks konektivitas δ_i^1 adalah ukuran bagaimana *node* perubahan modal i yang diberikan dihubungkan ke semua *node* dalam jaringan yang dapat dicapai tanpa perubahan modal yang melebihi jumlah *node* yang ada. Indeks konektivitas dihitung untuk mengevaluasi hubungan antara *node* asal yang dipilih dengan angkutan massa yang digunakan untuk mencapai *node* tujuan.

2. Aksesibilitas

Indeks δ_i^d dengan $d = 2$ menunjukkan indeks aksesibilitas dan i menunjukkan *node*. Indeks aksesibilitas δ_i^2 mengacu pada jarak (bobot) dari semua *node*. Yaitu ukuran seberapa mudah *node* perubahan modal i dapat dicapai oleh *node* lainnya dalam jaringan. Secara umum penggunaan kedua sifat tersebut bergantung pada jaringan yang digunakan. Kedua parameter tersebut yang digunakan sesuai dengan kondisi kasus yang diambil. Setiap kasus mungkin memiliki parameter evaluasi yang berbeda. *Dijkstra like algorithm* merupakan algoritma dengan pendekatan heuristik dalam menemukan rute dari *node* asal ke *node* tujuan dalam jaringan transportasi perkotaan. Tujuannya adalah mencari *node* perubahan modal terbaik dan menghitung lintasan terpendek menggunakan *node* tersebut untuk pasangan *node* tertentu. Pertama dihitung lintasan terpendek yang dibutuhkan dengan mencari *node* perubahan modal yang paling baik yang memenuhi kedua sifat diatas antara *node* asal dan *node* tujuan.

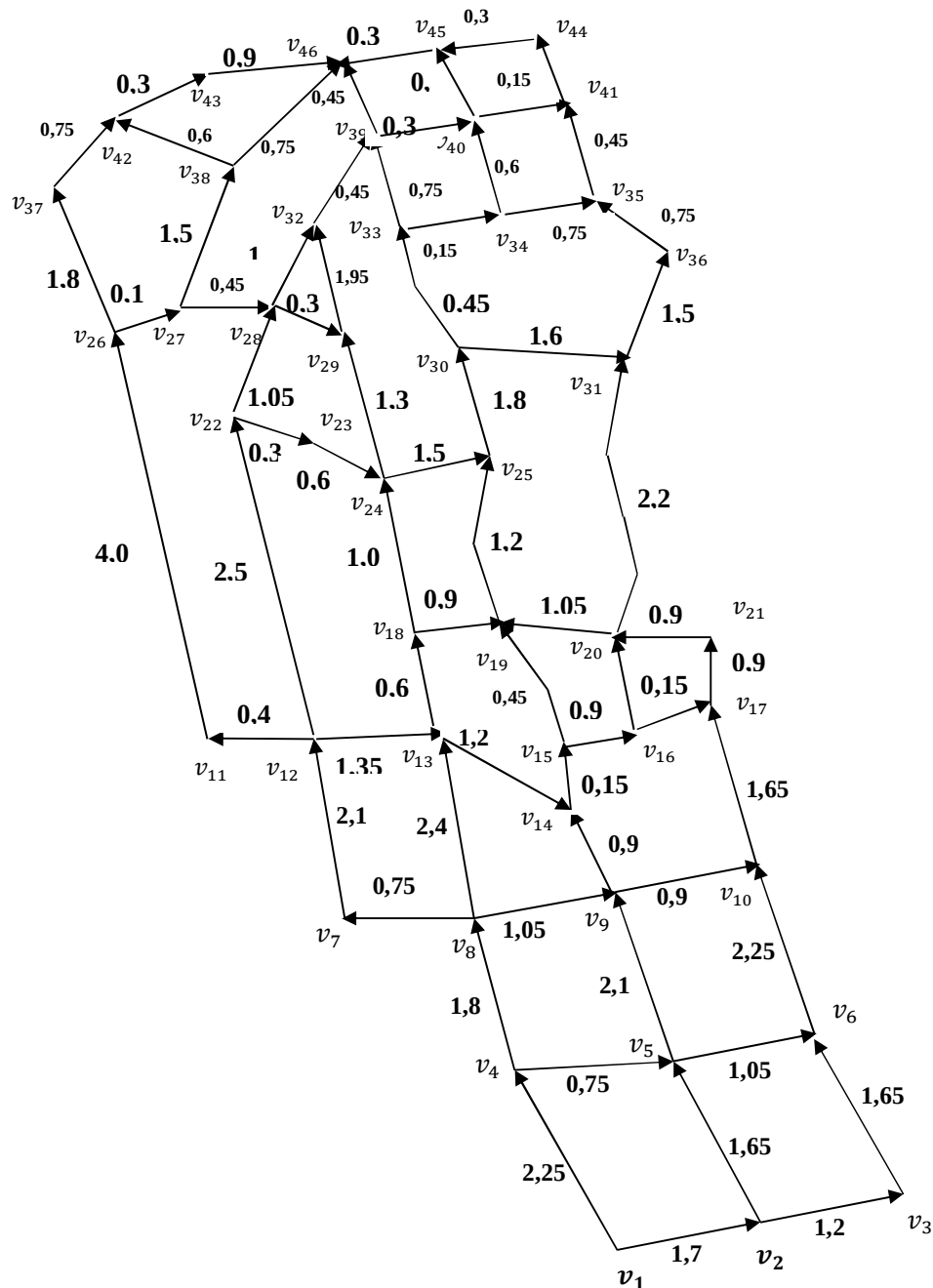
Pada awal proses keputusan, pengguna mendefinisikan batas atas dan batas bawah untuk setiap sifat di atas δ_i^d , $d = 1,2$, batas tersebut merupakan nilai batas untuk memilih *node* perubahan modal yang akan diperhitungkan didalam mencari lintasan terpendek. Misalkan $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_d$ merupakan batas atas dan $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_d$ batas bawah masing-masing untuk setiap sifat δ_i^d , $d = 1,2$; jika $i \in N$, dimana N adalah himpunan *node* dan $\beta_d \leq \delta_i^d \leq \alpha_d \forall d \in D$, di-mana D adalah himpunan yang berisi ukuran kualitatif karakteristik *node* perubahan modal, yaitu kedua sifat diatas. Maka *node* i akan ditambahkan ke himpunan *node* yang dihitung.

Algoritma ini diproses dengan terlebih dahulu mengerjakan algoritma Dijkstra. Pelabelan pada algoritma Dijkstra digunakan untuk memilih *node* perubahan modal. Pada setiap iterasi *node* yang dipilih dianalisis. Jika *node* adalah salah satu *node* perubahan modal dan sifat-sifatnya berada pada rentang yang dipebolehkan maka *node* tersebut akan dipertimbangkan sebagai *node* yang kemungkinan akan dihitung. Algoritma Dijkstra berhenti setelah *node* perubahan modal tercapai atau tidak ditemukannya *node* kandidat lainnya sehingga kita temukan *node* tujuan yang akan dijadikan *node* awal proses selanjutnya. Selanjutnya proses berulang hingga k *node* perubahan modal dipilih.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Langkah pertama yang dilakukan pada pengelolaan dan analisis penelitian ini adalah memodelkan jaringan yang berisi lintasan trayek input data waktu tempuh dari sebuah titik ke titik lain yang dalam hal ini adalah persimpangan jalan ke dalam jaringan yang digambarkan ke dalam graf. Kemudian yang kedua adalah menghitung lintasan terpendek dari tempat asal ke tempat tujuan dari graf yang diberikan. Langkah ketiga adalah mencari perubahan moda yang terjadi selama perjalanan dari tempat asal ke tempat tujuan.

Pencarian lintasan terpendek yang menjadi objek pada penelitian ini adalah proses pencarian lintasan terpendek dari Simpang 3 Bumi Ayu ke Simpang 5. Dengan demikian Simpang 3 Bumi Ayu adalah *node* asal dan Simpang 5 adalah *node* tujuan. Dari *node* asal Simpang 3 Bumi Ayu ke *node* tujuan Simpang 5 dihubungkan oleh *node-node* lain ke dalam graf (lihat Gambar 1). Dalam memodelkan jaringan dilakukan proses input data yaitu melakukan dalam jaringan yang bisa dibangun ke dalam bentuk graf.



Gambar 1 Jaringan Jalan dari Simpang 3 Bumi Ayu ke Simpang 5

Node v_1 adalah Simpang 3 Bumi Ayu, dan node v_{46} adalah Simpang 5, node v_i , dengan $i = 1, 2, \dots, 46$ adalah per-simpangan jalan di kota Bengkulu dari Simpang 3 Bumi Ayu ke Simpang 5.

Penerapan *Dijkstra-like algorithm* digunakan untuk menyelesaikan *problem* pencarian lintasan terpendek serta menentukan perubahan modal dari beberapa node perubahan modal yang terbaik. Penerapan *Dijkstra-like algorithm* pada jaringan transportasi multimoda pada dasarnya sama dengan algoritma Dijkstra. Perbedaannya

hanya pada setiap iterasi *Dijkstra-like algorithm* setiap *nodenya* dianalisis dengan sifat konektivitas dan aksesibilitas yang menjadi syarat dipertimbangkannya sebuah node menjadi sebuah node yang diperhitungkan. Prosedur penerapan *Dijkstra-like algorithm* untuk menentukan lintasan terpendek dari Simpang 3 Bumi Ayu ke Simpang 5 terdiri dari 5 langkah.

Langkah-langkah untuk menentukan lintasan terpendek dan menentukan perubahan modal yang terjadi selama perjalanan dari Simpang 3 Bumi Ayu ke Simpang 5 dengan menggunakan *Dijkstra-like algorithm* :

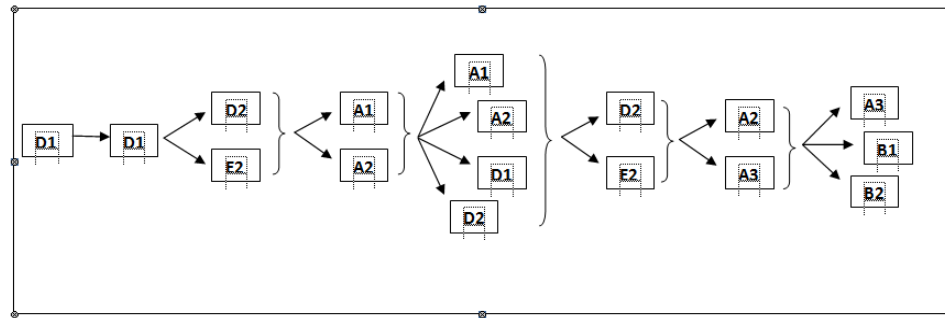
1. Dimulai dari *node* asal yaitu Simpang 3 Bumi Ayu dan proses perhitungan diarahkan menuju *node* tujuan yaitu Simpang 5. Beri nilai bobot (waktu tempuh) *node* awal dan semua *node* yang terhubung langsung dengan *node* asal tersebut. Misal *node* asal v_1 ke *node* v_2 yang memiliki bobot waktu tempuh 1,7 menit dengan notasi penulisan $v_2 = 1,7^{v_1}$. *Node* asal bobotnya diinisialisasi dengan dan untuk *node* lainnya yang tidak terhubung dengan *node* asal bobotnya diinisialisasi dengan .
2. Inisialisasi dengan label permanen (p) untuk *node* asal dan *node* lainnya diinisialisasi dengan label sementara (s). Dari *node* asal yang berlabel permanen (p) pertimbangkan *node* tetangga yang berlabel sementara (s) dan terhubung langsung dengan *node* asal. Kemudian pilih *node* yang memiliki bobot (waktu tempuh) yang paling minimum dari *node* asal. Analisis dan evaluasi *node* tetangga yang terhubung langsung dengan *node* asal dengan kedua sifat konektivitas dan aksesibilitas yang menjadi parameter apakah *node* yang terhubung langsung dengan *node* asal tersebut akan diperhitungkan.
3. Apabila *node* yang terhubung langsung dengan *node* asal tersebut memenuhi kedua parameter dan layak untuk diperhitungkan serta memiliki jarak yang paling minimum dari semua *node* yang terhubung langsung dengan *node* asal. Maka *node* tersebut akan menjadi *current node* dan diberi label permanen (p), maka *node* awal menjadi predesesor *node* tersebut. Lanjutkan iterasi hingga *node* tujuan tercapai dengan kembali ke langkah 4.
4. Dari *node* asal yang berlabel permanen (p) pertimbangkan *node* tetangga yang berlabel sementara (s) dan terhubung langsung dengan *node* asal. Kemudian pilih *node* yang memiliki bobot (waktu tempuh) yang paling minimum dari *node* asal. Analisis dan evaluasi *node* tetangga yang terhubung langsung dengan *node* asal dengan kedua sifat konektivitas dan aksesibilitas yang menjadi parameter apakah *node* yang terhubung langsung dengan *node* asal tersebut akan diperhitungkan.
5. Apabila *node* yang terhubung langsung dengan *node* asal tersebut memenuhi kedua parameter dan layak untuk diperhitungkan serta memiliki jarak yang paling minimum dari semua *node* yang terhubung langsung dengan *node* asal. Maka *node* tersebut akan menjadi *current node* dan diberi label permanen (p), maka *node* awal menjadi predesesor *node* tersebut. Lanjutkan iterasi hingga *node* tujuan tercapai dengan kembali ke langkah 4.

Iterasi 1, $v_1 = 0$ (p), *node* lainnya ∞ (s). *Node* v_1 konektivitasnya memiliki batas bawah 1 artinya konektivitas dari *node* v_1 ke *node* v_2 adalah 1 trayek angkutan kota. Batas atas 2 artinya konektivitas dari *node* v_1 ke *node* v_4 adalah 2 trayek angkutan kota sehingga indeks konektivitas berada pada rentang $1 \leq \delta_1^1 \leq 2$. Aksesibilitas memiliki batas bawah

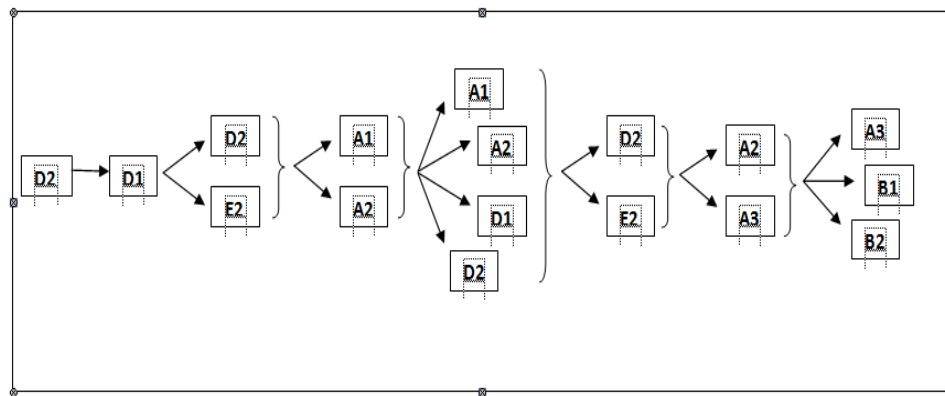
1,7 artinya bobot antara *node* v_1 dan v_2 adalah 1,7. Batas atas 2,25 artinya bobot antara *node* v_1 dan v_2 adalah 2,25 sehingga indeks aksesibilitas berada pada rentang $1,7 \leq \delta_1^2 \leq 2,25$. Demikian proses selanjutnya digunakan batas atas dan batas bawah seperti yang telah dijelaskan untuk kedua sifat tersebut. Apabila konektivitas antara *node* i ke *node* $i + 1$ adalah maka *node* tersebut tidak akan dipertimbangkan untuk diperhitungkan pada iterasi selanjutnya. *Node* v_1 dipertimbangkan menjadi *node* yang dihitung.

Perhitungan dilanjutkan hingga mencapai *node* tujuan, dan berhenti pada iterasi ke 31. Proses iteratif tersebut menghasilkan waktu tempuh tercepat 12,45 menit melalui lintasan terpendek: $v_1 \rightarrow v_4 \rightarrow v_5 \rightarrow v_9 \rightarrow v_{14} \rightarrow v_{15} \rightarrow v_{19} \rightarrow v_{25} \rightarrow v_{30} \rightarrow v_{33} \rightarrow v_{39}$

$\rightarrow v_{46}$. Pergantian angkutan dijelaskan oleh Gambar 2 dengan alternatif pergantian angkutan diberikan oleh Gambar 3 sebagai berikut :



Gambar 2. Pilihan 1 Pergantian Angkutan



Gambar 3. Pilihan 2 Pergantian Angkutan

Dijkstra-like Algorithm pada dasarnya memiliki cara kerja yang sama dengan algoritma Dijkstra, karena *Dijkstra-like Algorithm* merupakan modifikasi dari algoritma Dijkstra untuk sebuah jaringan multimoda. Jika pada algoritma Dijkstra hampir semua *node* dalam jaringan dikunjungi, maka pada *Dijkstra-like Algorithm* akan lebih sedikit *node* yang diperhitungkan, karena pada setiap iterasi dilakukan analisis dan evaluasi mana *node* yang akan diperhitungkan dan *node* yang tidak akan dipertimbangkan untuk dihitung. Pada setiap iterasi, *Dijkstra-like Algorithm* mengelompokkan *node* kedalam dua jenis label yaitu *node* dengan label permanen (p) dan *node* dengan label sementara (s).

Sebelum melakukan i iterasi, dilakukan proses pemeriksaan dengan algoritma Dijkstra, yaitu mengidentifikasi bobot paling minimum dari $i - 1$ *node* yang terhubung langsung. Pada waktu penentuan lintasan yang dipilih, dilakukan kalkulasi terhadap semua kemungkinan bobot paling minimum dari setiap *node* yang terhubung langsung

dengan *current node* dan dipilih *node* dengan bobot yang paling minimum kemudian dilakukan analisis dengan syarat konektivitas dan aksesibilitasnya harus terpenuhi. *Node* yang terpilih yang awalnya berlabel sementara (*s*) menjadi berlabel permanen (*p*) dan *node* awal akan menjadi predesesor *node* tersebut.

Bobot minimum pada setiap iterasi merupakan penjumlahan bobot dari masing-masing *node* yang terpilih, yang kemudian dianalisis. Pencarian dilanjutkan pada *node* yang belum dikunjungi. Sehingga *node* tujuan tercapai. *Dijkstra-like Algorithm* ini mempermudah untuk implementasi pada jaringan multimoda, dan lebih efisien dibandingkan dengan menggunakan algoritma Dijkstra. Karena pada setiap iterasi *node* yang terpilih akan dianalisis terlebih dahulu kelayakannya untuk dilalui dengan angkutan kota berdasarkan sifat konektivitas dan aksesibilitasnya, jika tidak memenuhi maka *node* tersebut tidak akan dihitung, sehingga akan mempercepat iterasi pencarian lintasan terpendek.

KESIMPULAN

Algoritma mirip *Dijkstra* dapat diterapkan pada jaringan trayek angkutan kota di Kota Bengkulu meskipun algoritma tersebut dikembangkan dari algoritma Dijkstra dengan tujuan untuk menyelesaikan problem lintasan terpendek pada jaringan multi moda. Jaringan trayek angkutan kota tersebut bisa dikatakan sebagai jaringan transportasi mirip multi moda. Karenanya diversitas jenis moda transportasi pada pengertian jaringan transportasi multi moda bukan berbasis pada jenis-jenis moda yang berbeda. Multi moda dalam konteks ini lebih tepat dimaknai sebagai pilihan-pilihan trayek untuk moda transportasi baik sejenis maupun berbeda jenis. Kelemahan dari penelitian ini terletak pada tiadanya kasus di Indonesia yang bisa dijadikan basis penerapan sehingga diperlukan asumsi-asumsi yang mendekati pada tuntutan yang semestinya sebagaimana konsep ideal jaringan transportasi multimoda seperti halnya keharusan setiap moda berhenti di halte dan adanya jadwal waktu kedatangan moda di setiap halte. Karenanya penelitian ini akan bisa dilakukan dengan sempurna dengan meniadakan asumsi-asumsi tersebut bila jaringan transportasi multimoda sudah ada di Indonesia.

PUSTAKA

- [1] Bronson, R and Wospakrik, H. J. 1991. *Teori dan Soal-soal Operation Research*. Jakarta: Penerbit Erlangga.
- [2] Hillier dan Liberman. 1990. *Introduction To Operation Research seventh Edition*. New York: Mc Graw Hill.
- [3] Taha, H. A. 2007. *Operation Research An Introduction Eight Edition*. New Jersey: Pearson Education Incorporation.
- [4] Winston, W. L. 1994. *Operation Research and Algorithm*. California : Penerbit Daxbury Press.

MODEL MATEMATIKA DAN SIMULASI KOMPUTER DEMAM BERDARAH DENGUE

MATHEMATICAL MODELS AND COMPUTER SIMULATION OF DENGUE FEVER DISEASE

Paian Sianturi

Departemen Matematika, FMIPA, IPB
Jl Meranti, Kampus IPB Darmaga, Bogor
psianturi15@gmail.com

ABSTRACT

Demam berdarah dengue adalah penyakit menular yang merambah hingga ratusan negara di dunia. Bahkan, korbannya sudah mencapai empat kali lipat selama empat dasa warsa terakhir. Sekarang, hampir separuh penduduk dunia beresiko terkena penyakit tersebut. Dalam tulisan ini, model matematika yang dibangun dalam bentuk persamaan diferensial akan digunakan untuk melakukan simulasi terjadinya wabah penyakit dengue. Analisa kestabilan terhadap titik tetap juga dilakukan untuk beberapa set nilai parameter berbeda.

Katakunci: demam berdarah dengue, model matematika, kestabilan.

ABSTRACT

Dengue fever is an infectious disease affecting people in more a hundred countries. The victims even increased fourfold in the last four decades. Now, almost half of the world's population is at risk. In this article, mathematical models were developed and simulated to assess whether an epidemic would occur or not. A stability analysis of the equilibrium points was carried out and for different set of parameter values.

Keywords: Dengue fever, mathematical models, stability.

PENDAHULUAN

Model matematika merupakan suatu simplifikasi fenomena. Disini, fenomena penyebaran penyakit menular tropis akan dimodelkan dengan mendefinisikan entitas-entitas beserta inter relasi antara entitas - yang menggambarkan fenomena penyebaran penyakit tersebut. Entitas ini dianggap terkandung dalam suatu *compartment* atau wadah hipotetik yang menampung material tertentu. Inter relasi antara entitas dinyatakan sebagai *flow* yang menggambarkan perpindahan individu antar *compartment*. Hubungan yang menggambarkan pengaruh antara *compartment*, tanpa proses transmisi digambarkan berbentuk *influence flow*.

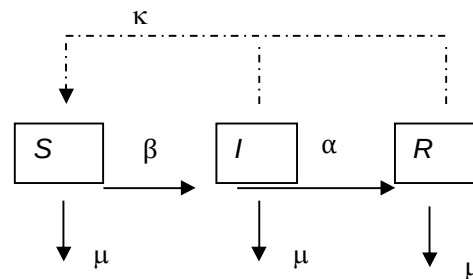
Untuk memodelkan fenomena alam termasuk penyebaran penyakit, dibangun suatu diagram yang secara logis menggambarkan pola penyebaran penyakit menular. Banyaknya individu yang rentan dianggap tercakup dalam suatu kompartemen dinotasikan dengan $S(t)$, banyaknya individu terinfeksi dalam kompartemen $I(t)$, dan banyaknya individu yang sembuh dalam kompartemen $R(t)$. Banyaknya individu yang sehat dianggap rentan tertular penyakit. Seiring dengan waktu, ada individu rentan yang lahir, sebesar proporsi tertentu mati alamiah, dan juga persentase tertentu menjadi terinfeksi. Demikian juga dengan individu terinfeksi, sebagian mati alamiah dan

persentase tertentu menjadi sembuh yakni kembali ke kompartemen $R(t)$. Sebagian individu sembuh mungkin mati alamiah.

Tujuan penelitian ini adalah mengembangkan model matematika generik tentang penyebaran penyakit menular tropis. Model tersebut akan dikalibrasi menggunakan data sebenarnya baik data primer maupun data sekunder. Walaupun disini, proses kalibrasi dan validasi model dilakukan untuk kasus penyakit demam berdarah, namun prosedur yang dikembangkan disini diharapkan dapat diterapkan untuk kasus penyakit menular tropis lainnya mis. Malaria, Chikungunya, dan TBC. Dalam penelitian ini juga akan dikembangkan sistem peringatan dini untuk penyakit demam berdarah.

Secara garis besar, model penyebaran penyakit menular tropis dapat dibedakan menjadi dua kategori. Kategori pertama manakala individu yang telah sembuh masih beresiko terinfeksi lagi; dan kategori kedua bila individu sembuh menjadi kebal terhadap penyakit tersebut. Penyakit malaria, demam berdarah, TBC, cikungunya termasuk dalam kategori pertama; dan penyakit cacar termasuk dalam kategori kedua.

Model matematika penyebaran penyakit menular disebut model SIR (*Susceptible Infected Recovered*) dan model SIRS (*Susceptible Infected Recovered Susceptible*). Urutan huruf SIR menunjukkan pola transisi manakala individu rentan (S) mungkin akan terkonversi menjadi sakit (I), dan individu sakit mungkin akan masuk kategori sembuh (R). Dalam model SIR, individu yang telah sembuh tidak lagi beresiko terinfeksi penyakit itu lagi. Penyakit Cacar adalah contoh penyakit yang termasuk dalam model SIR. Lihat Gambar 1. Dalam model SIR, individu yang sembuh masih rentan terinfeksi penyakit yang sama. Penyakit TBC adalah suatu contoh yang termasuk dalam model SIRS. Perhatikan Gambar 1.



Gambar 1. Flow-Compartment Model SIR

Total populasi N dibagi menjadi populasi rentan ($S = \text{Susceptible}$), populasi terinfeksi ($I = \text{Infected}$), dan populasi sembuh ($R = \text{Recovered}$). Dalam bentuk persamaan diferensial, model SIR (diagram atas pada Gambar 1) dapat ditulis,

$$\begin{aligned}
 \frac{dS}{dt} &= \kappa N - \mu S - \beta IS \\
 \frac{dI}{dt} &= \beta IS - (\alpha + \mu)I \\
 \frac{dR}{dt} &= \alpha I - \mu R \\
 N &= S + I + R
 \end{aligned} \tag{1}$$

dimana parameter β ialah laju transmisi ($S \rightarrow I$), α ialah laju kesembuhan ($I \rightarrow R$), κ adalah laju kelahiran dan μ ialah laju kematian. Parameter-parameter tersebut merupakan *flow*

yang menggambarkan transmisi atau perpindahan individu dari suatu *compartment* ke *compartment* berikutnya. [1], [2].

Bilangan reproduksi dasar, dinotasikan dengan $\mathcal{R}_0$, merupakan suatu ukuran potensi penyebaran penyakit dalam suatu populasi. Bilangan reproduksi dasar didefinisikan sebagai nilai harapan banyaknya populasi rentan yang menjadi terinfeksi selama masa infeksi berlangsung [3].

Kondisi yang timbul adalah:

1. Jika $\mathcal{R}_0 < 1$, maka satu nyamuk terinfeksi akan menginfeksi kurang dari satu manusia rentan atau satu manusia terinfeksi akan menginfeksi kurang dari satu nyamuk rentan. Untuk jangka waktu panjang, penyakit DBD akan hilang.
2. Jika $\mathcal{R}_0 > 1$, maka satu nyamuk terinfeksi akan menginfeksi lebih dari satu manusia rentan atau satu manusia terinfeksi akan menginfeksi lebih dari satu nyamuk rentan. Akibatnya, populasi penderita akan meningkat atau penyakit DBD akan terus bertahan di dalam populasi.

METODE PENELITIAN

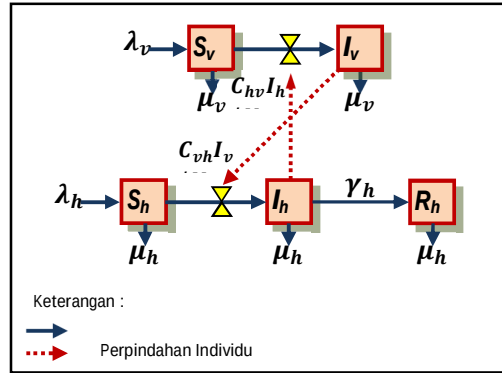
Pada tahap awal, model komputer dibangun menggunakan *software Mathematica/Maple*. Lalu dengan menggunakan data lapangan dilakukan simulasi komputer. Disini, beberapa nilai parameter yang digunakan menggunakan data lapangan, sedangkan nilai-nilai yang tidak diperoleh dari lapangan, dilakukan melalui asumsi-asumsi. Proses *fine-tune* model akan dilakukan untuk memperoleh hasil simulasi yang maksimal sehubungan dengan ketersediaan data serta keluaran yang diharapkan.

Sistem peringatan dini meliputi kriteria, waktu pemunculan, dan tampilannya akan diimplementasikan. Demikian juga dengan tindakan yang harus dilakukan akan tampil apabila peringatan dini muncul.

Model SIR pada uraian berikut mengacu pada kajian [4]. Asumsi yang digunakan adalah:

1. Total populasi nyamuk dan total populasi manusia adalah konstan.
2. Populasi manusia dan nyamuk adalah tertutup.

Misalkan N_h adalah populasi manusia dan N_v adalah populasi nyamuk; populasi manusia dibagi menjadi tiga subpopulasi, yaitu manusia rentan (*susceptible*) S_h , manusia terinfeksi (*infected*) I_h , dan manusia sembuh (*recovered*) R_h . Populasi nyamuk dibagi menjadi dua subpopulasi, yaitu nyamuk rentan (*susceptible*) S_v dan nyamuk terinfeksi (*infected*) I_v . Manusia rentan adalah manusia yang tak kebal dan beresiko tertular virus. Manusia terinfeksi adalah manusia yang telah tertular virus dan dapat menularkannya. Manusia sembuh dianggap tidak akan tertular lagi. Nyamuk rentan adalah nyamuk yang belum tertular virus. Nyamuk terinfeksi adalah nyamuk yang telah tertular virus dan dapat menularkannya. Lihat skema pada Gambar 2.



Gambar 2 Skema penyebaran penyakit DBD

Model matematikanya dinyatakan sebagai berikut:

Populasi Manusia

$$\begin{cases} \frac{dS_h}{dt} = \lambda_h N_h - \left(\mu_h + p + \frac{C_{vh} I_v}{N_h} \right) S_h \\ \frac{dI_h}{dt} = \frac{C_{vh} I_v}{N_h} S_h - (\mu_h + \gamma_h) I_h \\ \frac{dR_h}{dt} = p S_h + \gamma_h I_h - \mu_h R_h \end{cases} \quad (2)$$

Populasi Nyamuk

$$\begin{cases} \frac{dS_v}{dt} = \mu_v N_v - \left(\mu_v + \frac{C_{hv} I_h}{N_h} \right) S_v \\ \frac{dI_v}{dt} = \frac{C_{hv} I_h}{N_h} S_v - \mu_v I_v \end{cases} \quad (3)$$

dengan kondisi

$$S_h + I_h + R_h = N_h \text{ dan } S_v + I_v = N_v \quad (4)$$

Dengan : N_h : total populasi manusia, N_v : total populasi nyamuk, λ_h : laju kelahiran manusia, λ_v : laju kelahiran nyamuk, μ_h : laju kematian manusia, μ_v : laju kematian nyamuk, p : fraksi acak manusia rentan yang terimunisasi, γ_h : proporsi perpindahan manusia terinfeksi menjadi sembuh, C_{hv} : peluang kontak antara nyamuk rentan dengan manusia terinfeksi, C_{vh} : peluang kontak antara nyamuk terinfeksi dengan manusia rentan.

Selanjutnya, sistem-sistem (2) dan (3) serta kondisi (4) dapat disederhanakan dengan pemisalan $S^h = \frac{S_h}{N_h}$, $I^h = \frac{I_h}{N_h}$, $R^h = \frac{R_h}{N_h}$, $S^v = \frac{S_v}{N_v}$, dan $I^v = \frac{I_v}{N_v}$, sehingga diperoleh:

$$\begin{cases} \frac{dS^h}{dt} = \mu_h - (\mu_h + p + n C_{vh} I^v) S^h \\ \frac{dI^h}{dt} = n C_{vh} I^v S^h - (\mu_h + \gamma_h) I^h \\ \frac{dI^v}{dt} = C_{hv} I^h (1 - I^v) - \mu_v I^v \end{cases} \quad (5)$$

dengan $n = \frac{N_v}{N_h}$, serta kondisi

$$S^h + I^h + R^h = 1 \text{ dan } S^v + I^v = 1 \quad (6)$$

Dalam [5] dilakukan modifikasi model SIR menjadi model SEIR, dengan mempertimbangkan tahap E (*exposed*), yang merupakan masa inkubasi intrinsik dan ekstrinsik. Pada tahap ini, manusia atau nyamuk rentan yang telah tertular virus menyelesaikan masa inkubasi intrinsik atau ekstrinsik sebelum terinfeksi.

Pada model ini, populasi manusia N_h dibagi menjadi empat subpopulasi, yaitu manusia rentan (*susceptible*) S_h , manusia terpapar (*exposed*) E_h , manusia terinfeksi (*infected*) I_h , dan manusia sembuh (*recovered*) R_h , sedangkan populasi nyamuk N_v dibagi menjadi tiga subpopulasi, yaitu nyamuk rentan (*susceptible*) S_v , nyamuk terpapar (*exposed*) E_v , dan nyamuk terinfeksi (*infected*) I_v .

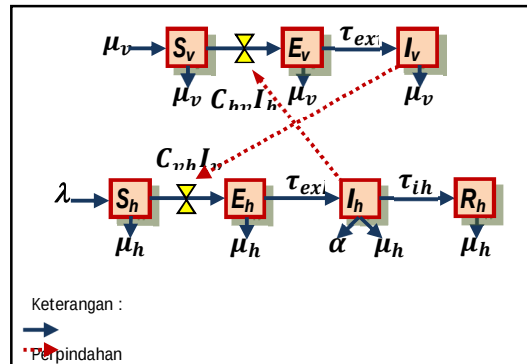
Asumsi yang digunakan ialah:

1. Total populasi nyamuk adalah konstan sedangkan total populasi manusia tidak konstan.
2. Populasi manusia dan nyamuk adalah populasi yang tertutup.

Penularan virus dari nyamuk ke manusia terjadi melalui gigitan pada saat virus tersebut berada di kelenjar ludah nyamuk. Setelah itu, virus memerlukan 4-6 hari yang merupakan masa inkubasi intrinsik sebelum manusia terjangkit penyakit.

Dalam masa inkubasi ini, manusia rentan dianggap telah terbuka untuk diinfeksi virus, dan selanjutnya dikelompokkan ke dalam subpopulasi manusia terpapar.

Ketika masa inkubasi ini, nyamuk rentan dianggap telah terbuka untuk diinfeksi oleh virus, dan selanjutnya dikelompokkan ke dalam subpopulasi nyamuk terpapar. Secara skematis, model SEIR ditunjukkan dalam gambar 3.



Gambar 3 Skema penyebaran penyakit DBD model SEIR.

Model SEIR dapat dinyatakan sebagai berikut:

Populasi Manusia

$$\begin{cases} \frac{dS_h}{dt} = \lambda N_h - \left(\frac{C_{vh} I_v}{N_h} + \mu_h \right) S_h \\ \frac{dE_h}{dt} = \frac{C_{vh} I_v}{N_h} S_h - (\tau_{exh} + \mu_h) E_h \\ \frac{dI_h}{dt} = \tau_{exh} E_h - (\tau_{ih} + \alpha + \mu_h) I_h \\ \frac{dR_h}{dt} = \tau_{ih} I_h - \mu_h R_h \end{cases} \quad (7)$$

Populasi Nyamuk

$$\begin{cases} \frac{dS_v}{dt} = \mu_v N_v - \left(\frac{C_{hv} I_h}{N_h} + \mu_v \right) S_v \\ \frac{dE_v}{dt} = \frac{C_{hv} I_h}{N_h} S_v - (\tau_{exv} + \mu_v) E_v \\ \frac{dI_v}{dt} = \tau_{exv} E_v - \mu_v I_v \end{cases} \quad (8)$$

dengan kondisi

$$S_h + E_h + I_h + R_h = N_h \text{ dan } S_v + E_v + I_v = N_v \quad (9)$$

Serta : N_h : total populasi manusia, N_v : total populasi nyamuk, λ : laju kelahiran manusia, μ_v : laju kematian nyamuk, μ_h : laju kematian manusia alamiah, α : laju kematian manusia karena DBD, τ_{exh} : proporsi manusia terpapar menjadi terinfeksi, τ_{exv} : proporsi nyamuk terpapar menjadi terinfeksi, τ_{ih} : proporsi manusia terinfeksi menjadi sembuh, C_{hv} : peluang kontak nyamuk rentan dengan manusia terinfeksi, C_{vh} : peluang kontak nyamuk terinfeksi dengan manusia rentan.

Selanjutnya, sistem-sistem (7) dan (8) serta kondisi (9) dapat disederhanakan dengan pemisalan $S^h = \frac{S_h}{N_h}$, $E^h = \frac{E_h}{N_h}$, $I^h = \frac{I_h}{N_h}$, $R^h = \frac{R_h}{N_h}$, $S^v = \frac{S_v}{N_v}$, $E^v = \frac{E_v}{N_v}$ dan $I^v = \frac{I_v}{N_v}$, dan juga dalam model ini dianggap bahwa nilai $C_{hv} = C_{vh} = c$, maka diperoleh:

$$\begin{cases} \frac{dS^h}{dt} = \lambda - (ncI^v + \mu_h)S^h \\ \frac{dE^h}{dt} = ncI^v S^h - (\tau_{exh} + \mu_h)E^h \\ \frac{dI^h}{dt} = \tau_{exh} E^h - (\tau_{ih} + \alpha + \mu_h)I^h \\ \frac{dE^v}{dt} = cI^h(1 - E^v - I^v) - (\tau_{exv} + \mu_v)E^v \\ \frac{dI^v}{dt} = \tau_{exv} E^v - \mu_v I^v \end{cases} \quad (10)$$

dengan $n = \frac{N_v}{N_h}$ serta kondisi

$$S^h + E^h + I^h + R^h = 1 \text{ dan } S^v + E^v + I^v = 1 \quad (11)$$

Sistem (10) dan kondisi (11) ini akan dibahas; meliputi analisis kestabilan dan simulasi numerik.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Sistem (10) memiliki makna secara biologi jika terjadi pada daerah Ω , dengan

$$\Omega = \{(S^h, E^h, I^h, E^v, I^v) \in \mathbb{R}_+^5 \mid S^h + E^h + I^h \leq 1, E^v + I^v \leq 1\}.$$

Sistem (10) di atas memiliki dua jenis titik tetap, yaitu titik tetap tanpa penyakit (*disease-free equilibrium/DFE*) dan titik tetap endemik. Titik DFE memuat nilai $I_h = 0$ dan $I_v = 0$, sedangkan titik tetap endemik memuat nilai $I_h \neq 0$ atau $I_v \neq 0$, ditulis T_1 dan T_2 .

$$T_1(S^h, E^h, I^h, E^v, I^v) = T_1\left(\frac{\lambda}{\mu_h}, 0, 0, 0, 0\right) \quad (12)$$

$$\text{dan } T_2(S^h, E^h, I^h, E^v, I^v) \quad (13)$$

dengan

$$S_*^h = \{(\mu_v + \tau_{exv})[c\lambda\tau_{exh} + \mu_v(\mu_h + \tau_{exh})(\alpha + \mu_h + \tau_{ih})]\}/\{c\tau_{exh}[cn\tau_{exv} + \mu_h(\mu_v + \tau_{exv})]\}$$

$$E_*^h = -[-c^2n\lambda\tau_{exh}\tau_{exv} + \mu_h^3\mu_v(\mu_v + \tau_{exv}) + \alpha\mu_h\mu_v(\mu_h + \tau_{exh})(\mu_v + \tau_{exv}) + \mu_h\mu_v\tau_{exh}(\mu_v + \tau_{exv})\tau_{ih} + \mu_h^2\mu_v(\mu_v + \tau_{exv})(\tau_{exh} + \tau_{ih})]/\{c\tau_{exh}(\mu_h + \tau_{exh})[cn\tau_{exv} + \mu_h(\mu_v + \tau_{exv})]\}$$

$$I_*^h = (-\mu_h\mu_v(\mu_v + \tau_{exv}) + \{c^2n\lambda\tau_{exh}\tau_{exv}\}/[(\mu_h + \tau_{exh})(\alpha + \mu_h + \tau_{ih})])/[c[cn\tau_{exv} + \mu_h(\mu_v + \tau_{exv})]]$$

$$E_*^v = \{\mu_v[-\mu_h(\alpha + \mu_h)\mu_v^2(\mu_h + \tau_{exh}) - [-c^2n\lambda\tau_{exh} + \mu_h(\alpha + \mu_h)\mu_v(\mu_h + \tau_{exh})]\tau_{exv} - \mu_h\mu_v(\mu_h + \tau_{exh})(\mu_v + \tau_{exv})\tau_{ih}\}/\{cn\tau_{exv}(\mu_v + \tau_{exv})[c\lambda\tau_{exh} + \mu_v(\mu_h + \tau_{exh})(\alpha + \mu_h + \tau_{ih})]\},$$

$$I_*^v = \frac{1}{n}((- \mu_h/c) + \{\lambda\tau_{exh}[cn\tau_{exv} + \mu_h(\mu_v + \tau_{exv})]\})/[(\mu_v + \tau_{exv})[c\lambda\tau_{exh} + \mu_v(\mu_h + \tau_{exh})(\alpha + \mu_h + \tau_{ih})]].$$

Dengan menentukan *the next generation matrix* K untuk sistem (10) pada titik DFE , diperoleh bilangan reproduksi dasar

$$\mathfrak{R}_0 = \frac{c\sqrt{n}\sqrt{\lambda}\sqrt{\tau_{exh}\tau_{exv}}}{\sqrt{\mu_h\mu_v(\mu_h + \tau_{exh})(\mu_v + \tau_{exv})(\alpha + \mu_h + \tau_{ih})}} \quad (14)$$

Selanjutnya, dari hasil (14) di atas diperoleh juga

$$\xi = \mathfrak{R}_0^2 = \frac{c^2n\lambda\tau_{exh}\tau_{exv}}{\mu_h\mu_v(\mu_h + \tau_{exh})(\mu_v + \tau_{exv})(\alpha + \mu_h + \tau_{ih})} \quad (15)$$

Untuk menentukan kestabilan titik tetap endemik T_2 , digunakan pelinearan pada sistem (24) di sekitar T_2 , diperoleh matriks Jacobian sebagai berikut:

$$J_{T_2} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} \end{bmatrix}$$

Nilai eigen matriks J_{T_2} merupakan akar-akar persamaan karakteristik berderajat 5,

$$\psi^5 + a_1\psi^4 + a_2\psi^3 + a_3\psi^2 + a_4\psi + a_5 = 0$$

Berdasarkan kriteria *Routh-Hurwitz*, kondisi kestabilan sistem (10) pada titik tetap T_2 adalah

$$a_1 > 0, a_2 > 0, a_3 > 0, a_4 > 0, a_5 > 0, a_1a_2a_3 > a_3^2 + a_1^2a_4, \text{ dan}$$

$$(a_1a_4 - a_5)(a_1a_2a_3 - a_3^2 - a_1^2a_4) > a_5(a_1a_2 - a_3)^2 + a_1a_5^2. \quad (16)$$

Karena semua parameter bernilai positif, maka a_1 bernilai positif. Koefisien $a_2, a_3, a_4, a_5, a_1a_2a_3 - a_3^2 - a_1^2a_4$ dan $(a_1a_4 - a_5)(a_1a_2a_3 - a_3^2 - a_1^2a_4) - a_5(a_1a_2 - a_3)^2 - a_1a_5^2$ akan bernilai positif, nol atau negatif bergantung pada nilai ξ .

Jika $\xi < 1$ maka $a_2 < 0, a_3 < 0, a_4 < 0, a_5 < 0$ dan $a_1a_2a_3a_4 + a_2a_3a_5 + 2a_1a_4a_5 - a_3^2a_4 - a_1^2a_4^2 - a_1a_2^2a_5 - a_5^2 < 0$. Jika $\xi = 1$ maka $a_2 = 0, a_3 = 0, a_4 = 0, a_5 = 0$ dan $a_1a_2a_3a_4 + a_2a_3a_5 + 2a_1a_4a_5 - a_3^2a_4 - a_1^2a_4^2 - a_1a_2^2a_5 - a_5^2 = 0$. Jika $\xi > 1$ maka $a_2 >$

$0, a_3 > 0, a_4 > 0, a_5 > 0$ dan $a_1 a_2 a_3 a_4 + a_2 a_3 a_5 + 2a_1 a_4 a_5 - a_3^2 a_4 - a_1^2 a_4^2 - a_1 a_2^2 a_5 - a_5^2 > 0$. Jadi, kondisi (16) terpenuhi ketika $\xi > 1$.

Dengan demikian, karena kriteria *Routh-Hurwitz* telah ditunjukkan terpenuhi, maka T_2 stabil ketika $\mathcal{R}_0 = \sqrt{\xi} > 1$. Sebaliknya, jika $\mathcal{R}_0 = \sqrt{\xi} < 1$ untuk $0 \leq \xi < 1$ maka titik tetap endemik T_2 menjadi tidak stabil.

Berikut ini adalah tabel kondisi kestabilan kedua titik tetap yang diperoleh.

Tabel 1 Kondisi Kestabilan Titik Tetap

Kondisi	Titik DFE	Titik T_2
$\mathcal{R}_0 < 1$	Stabil	Tidak Stabil
$\mathcal{R}_0 > 1$	Tidak Stabil	Stabil

SIMULASI

Nilai Parameter

Dinamika populasi yang dianalisis adalah untuk kondisi $\mathcal{R}_0 < 1$ dan $\mathcal{R}_0 > 1$. Untuk menganalisis dinamika populasi, dilakukan perubahan laju kematian nyamuk (μ_v) dan rata-rata gigitan nyamuk terinfeksi (b_i). Kedua parameter ini dianggap berpengaruh dalam penanggulangan wabah.

Nilai μ_v yang diambil berada pada [0.01, 0.09] dengan langkah 0.01, sedangkan nilai b_i yang diambil pada [0.25, 0.60] dengan langkah 0.01. Nilai-nilai parameter lain tetap (lihat Tabel 2).

Tabel 2 Definisi dan Nilai Parameter Model SEIR dalam Simulasi Numerik

Parameter(hari ⁻¹)	Notasi	Nilai
Laju kelahiran manusia	λ	$2,244 \times 10^{-5}$
Peluang transmisi virus dari nyamuk terinfeksi ke manusia	p_{vh}	0,4
Laju kematian manusia karena DBD	α	0,003
Laju kematian alamiah manusia	μ_h	1/28000
Proporsi manusia terpapar menjadi terinfeksi	τ_{exh}	1/10
Proporsi nyamuk terpapar menjadi terinfeksi	τ_{exv}	1/9
Proporsi manusia terinfeksi menjadi sembuh	τ_{ih}	1/4

* Sumber: [4]

Tabel 6 Nilai laju kelahiran dan kematian tahun 2010.

KOTA/KAB	Laju Kelahiran (κ)	Laju Kematian (μ)
BOGOR SELATAN	0.6927%	0.1488%
BOGOR TIMUR	0.1232%	0.0200%
BOGOR UTARA	0.6716%	0.0699%
BOGOR TENGAH	0.0780%	0.0345%
BOGOR BARAT	0.6283%	0.1390%
TANAH SEREAL	0.6877%	0.1264%

Sumber : Kota Bogor dalam angka 2011 [6]

Dalam simulasi ini akan dipilih kasus untuk Bogor Selatan. Dengan memilih nilai $\mu_v = 0.8$ yang lebih besar dari nilai batas endemik, sehingga penyakit akan hilang dari populasi. Selanjutnya jika nilai ini diperkecil, dan melewati batas ambang, maka akan

terjadi endemik. Selanjutnya, batas endemik untuk daerah lain di kota Bogor dapat dilihat dalam Tabel 7 berikut.

Tabel 7 Batas endemik kota Bogor

KOTA/KAB	Batas Endemik ($\cdot v$)
BOGOR SELATAN	0.0809
BOGOR TIMUR	0.1975
BOGOR UTARA	0.1895
BOGOR TENGAH	0.0945
BOGOR BARAT	0.0825
TANAH SAREAL	0.0999

KESIMPULAN

Hasil simulasi komputer menunjukkan bahwa dengan menaikkan/menurunkan parameter yang menyatakan laju kesembuhan penyakit, dapat dibangun sistem peringatan dini penyakit DBD. Khusus untuk kota Bogor, yang memiliki tingkat endemik terkecil adalah Bogor Tengah dan terbesar adalah Bogor Utara.

Dengan meningkatkan laju kesembuhan penyakit, maka tingkat endemik penyakit akan menurun. Tetapi, jika interaksi antara populasi terinfeksi dengan populasi rentan semakin besar maka tingkat endemiknya akan meningkat.

Dengan menaikkan/menurunkan laju kesembuhan penyakit dan tingkat interaksi antara populasi terinfeksi dan populasi rentan, maka dapat diperoleh suatu besaran angka yang dapat digunakan sebagai angka peringatan dini penyakit DBD.

Model matematika yang dikembangkan disini dapat diperbaiki pada waktu mendatang dengan melakukan studi yang lebih mendalam tentang dinamika populasi nyamuk *Aedes aegypti* sebagai vektor penyebaran DBD.

Komponen spasial yang mempertimbangkan posisi populasi manusia rentan, terinfeksi dan populasi sembuh adalah potensial untuk memperbaiki model ini.

UCAPAN TERIMA KASIH

Penelitian ini merupakan bagian dari aplikasi Matematika dalam mempelajari suatu fenomena alam yakni penyebaran penyakit demam berdarah dengue (DBD). Sistem peringatan dini yang dikembangkan melalui simulasi komputer disini seharusnya menyangkut juga aspek penting lainnya agar pengambil kebijakan dapat memperoleh informasi yang komprehensif manakala status KLB akan diberlakukan di daerahnya.

Penyebaran penyakit DBD yang diteliti disini memerlukan studi literatur yang lebih ekstensif demikian juga dengan data sekunder yang memadai. Dalam penelitian ini, komponen populasi nyamuk belum dilakukan secara mendalam, pada hal ini merupakan faktor yang amat penting dalam penyebaran DBD.

PUSTAKA

- [1] Edelstein-Keshet, L. 1987. *Mathematical Models In Biology*. The Random House, New York.
- [2] Brauer, F., Castillo-Chaves, C. 2013, *Mathematical Models for Communicable Diseases*. SIAM, Philadelphia.

- [3] Van den Driessche P, Watmough J. 2008. Chapter 6: Further Notes on the Basic Reproduction Number. In: Brauer, F., van den Driessche, P., Wu, J. (Eds.), *Mathematical Epidemiology*, Vol. 1945. *Lecture Notes in Mathematics*, Springer, pp. 159–178.
- [4] Derouich M, Boutayeb A, Twizell EH. 2003. A Model of Dengue Fever. *BioMedical Engineering OnLine* 2 (4).
- [5] Heymann DL. 2008. *Control of Communicable Diseases Manual*, 18th edition. American Public Health Association, Washington, DC.
- [6] Anonym, 2013^a. *Kota Bogor Dalam Angka 2013*. Badan Pusat Statistik Kota Bogor.

METODE ITERASI FORWARD MODEL DALAM MASALAH INVERSI RESISTIVITAS 3D, PERBANDINGAN UNIFORM VS OPTIMAL GRID

FORWARD MODEL ITERATION METHODS IN SOLVING 3D-RESISTIVITY INVERSION PROBLEM, UNIFORM VS OPTIMAL GRID

Putranto Hadi Utomo^{1*}, Agah D. Garnadi², H. Grandis³, Sri Nurdianti⁴

Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Sebelas Maret, Jl. Ir. Sutami 36 A Ketingan, Surakarta
57126, p.hadiutomo@gmail.com¹;

Dept. Matematika, FMIPA, Institut Pertanian Bogor, Bogor 16680, agah.garnadi@gmail.com²;

Applied Geophysics Research Group - FTTM, Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10,
Bandung 40132, h.grandis@gmail.com³;

Dept. Matematika, FMIPA, Institut Pertanian Bogor, Bogor 16680, nurdiati@ipb.ac.id⁴

ABSTRACT

RESINVM3D is an open source 3-D, MATLAB based, resistivity inversion package. In each iteration, forward model need to be solved which can be solved using finite volume methods. This paper concern about using optimal grid in each iteration so the result can be more accurate and the computation time can be reduced. In the end, we compare the result between uniform grid and optimal grid.

Keywords: Forward model, Optimal-grid, Finite volume method, Resistivity methods, Geoelectric

ABSTRAK

RESINVM3D adalah satu paket open-source yang ditulis menggunakan PSE (*Problem Solving Environment*) MATLAB untuk menyelesaikan masalah inversi resistivitas dalam bidang Geofisika. Pada setiap iterasi dalam inversi, diperlukan penyelesaian masalah model forward. Untuk menyelesaikan masalah model forward di RESINVM3D, digunakan metode volum hingga (*finite volume method*). Penelitian ini mempelajari tentang penggunaan "*optimal grid*" pada tahapan penyelesaian model forward tersebut agar hasilnya lebih akurat, dan diharapkan sekaligus untuk mengurangi galat/error secara numerik. Untuk itu, hasil numerik dibandingkan hasil komputasinya terhadap *uniform grid*.

Katakunci: Forward model, Optimal-grid, Metode volum hingga, Metode resistivitas, Geolistrik.

PENDAHULUAN

RESINVM3D adalah satu *package/program* open-source yang ditulis menggunakan skrip MATLAB untuk menyelesaikan masalah invers resistivitas 3D dalam geofisika [1]. Algoritma inversi ini menggunakan metode Gauss-Newton, sehingga proses perhitungannya lebih efisien serta menghasilkan hasil yang baik. Sedangkan untuk penyelesaian masalah *forwardnya*, digunakan metode volum hingga (*finite volume method*). Penelitian ini mempelajari penggunaan "*optimal grid*" pada program model forward tersebut agar hasilnya lebih akurat sekaligus untuk mengurangi galat/error secara numerik.

RESINVM3D merupakan hasil penelitian yang mempelajari suatu algoritma untuk menyelesaikan masalah nonlinear tentang inversi elektromagnetik di dalam bumi. Untuk dapat menghasilkan solusi yang baik sekaligus mengefisienkan waktu perhitungan,

digunakan metode inversi Gauss-Newton. Dalam proses simulasi, digunakan program RESINVM3D, sebuah *open source package* untuk menyelesaikan masalah inversi resistivitas, yang disusun dalam skrip MATLAB.

RESINVM3D merupakan suatu program yang cukup baik karena dapat mengurangi masalah '*boundary effect*' dan masalah singularitas yang disebabkan oleh data elektoda. Dalam program ini, solusi dari *forward model* diperoleh dengan metode *preconditioned conjugate methods*. Sedangkan untuk algoritma inversinya, digunakan *incomplete Gauss-Newton solver*, yang pada tiap iterasinya model tersebut di-update dengan menggunakan *preconjugate gradient algorithm*. Untuk mempercepat proses komputasi pada saat mencari inversi dari masalah resistivitas tersebut, digunakan teknik *optimal grid*. Keuntungan dari penggunaan *optimal grid* adalah dapat mempercepat waktu komputasi tanpa mengurangi akurasi secara keseluruhan. Contoh kasus 3-D untuk masalah numerik tersebut diberikan untuk menunjukkan kelebihan algoritma diatas ketika dibandingkan dengan metode Gauss-Newton standar (menggunakan *uniform grid*).

PEMODELAN

Dalam eksperimen yang dilakukan, aliran listrik dialirkan pada elektroda-elektroda yang diletakkan di permukaan/dalam tanah. Eksperimen tentang hambatan dari arus DC dibagi menjadi dua kasus, yang pertama adalah kasus dimana elektroda ditempatkan di permukaan tanah (*surface based field experiment*). Sedangkan pada kasus yang kedua, elektroda diletakkan di dalam tanah (*borehole/cone based field experiment*).

Eksperimen tentang hambatan dari arus DC menghasilkan serangkaian barisan data dari pengukuran tegangan yang merupakan respon dari input arus listrik. Hubungan antara arus dan tegangan ini sangat bergantung kepada struktur konduktifitas dari tempat eksperimen tersebut. Hubungan tersebut dapat dituliskan dalam persamaan:

$$\nabla \cdot -\sigma \nabla \phi = \frac{I}{\nabla V} (\delta(r - r_{s+}) - \delta(r - r_{s-})), \quad (1)$$

dengan kondisi batas yang bersesuaian. Persamaan ini merupakan persamaan diferensial parsial yang berkaitan tentang medan potensial (ϕ), arus (I) yang dialirkan dari *dipole* dan melalui media (σ). Pada persamaan diatas, r_{s+} dan r_{s-} merupakan lokasi dari sumber arus positif dan negatif, ∇V adalah *elemental volume* dari media tempat arus di berikan., dan $\delta(r - r_s)$ adalah fungsi delta dirac, yang berpusat di tengah-tengah sumber arus [1].

HASIL DAN PEMBAHASAN

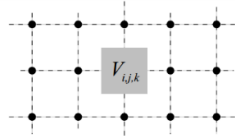
Setelah dilakukan diskritisasi pada masalah diferensial pada persamaan (1), diperoleh persamaan baru (dalam notasi matriks).yang dapat dituliskan ke dalam bentuk:

$$(D \cdot S(\sigma) \cdot G)u = A(\sigma)u = q. \quad (2)$$

Pada persamaan diatas, D dan G adalah matriks yang mempresentasikan operator divergensi dan operator pembeda; $S(\sigma)$ adalah matriks diagonal yang berisi nilai konduktifitas; u adalah vektor yang berisi nilai potensial; $A(\sigma)$ adalah matriks untuk *forward operator*; dan q adalah vektor yang berisi data tentang sumber arus positif dan arus negatif. Pada masalah *forward model*, ingin dicari solusi untuk vektor u dari persamaan (2).

3.1 Metode Volum Hingga (*Finite Volume Method*)

Misalkan diberikan balok $V_{i,j,k} = \left[x_i - \frac{h^x_{i-\frac{1}{2}}}{2}, x_i + \frac{h^x_{i+\frac{1}{2}}}{2} \right] \times \left[y_j - \frac{h^y_{j-\frac{1}{2}}}{2}, y_j + \frac{h^y_{j+\frac{1}{2}}}{2} \right] \times \left[x_k - \frac{h^z_{k-\frac{1}{2}}}{2}, x_k + \frac{h^z_{k+\frac{1}{2}}}{2} \right]$ di sekitar verteks (i, j, k) seperti diilustrasikan pada gambar dibawah ini.



Pada metode volum hingga, dilakukan diskritisasi dari masalah awal dengan memanfaatkan hukum Gauss untuk mengurangi perhitungan integral pada bagian permukaan (*surface integral*). Selanjutnya dicari kuadratur yang berbentuk kombinasi linear dari variabel yang ingin dicari solusinya. Hasil dari diskritisasi ini adalah suatu sistem persamaan linear $N \times N$ dengan N variabel yang merepresentasikan masalah diferensial awal [2].

3.2 Optimal Grid

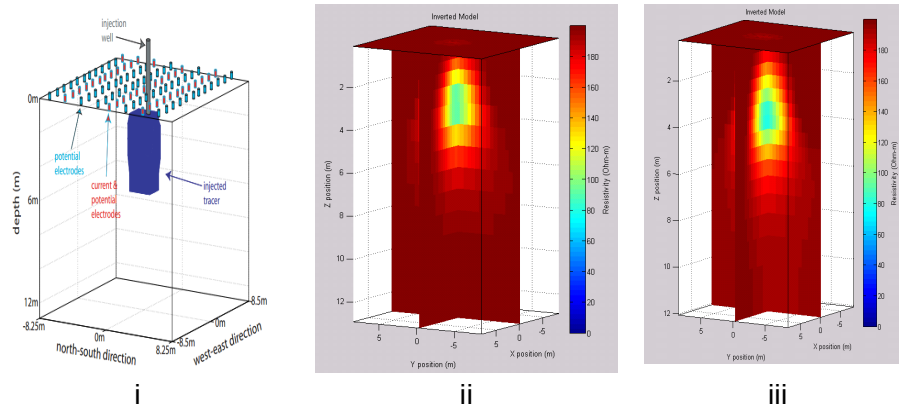
Dalam beberapa dekade terakhir, konsep optimal grid mulai digunakan untuk menghitung syarat batas untuk masalah persamaan diferensial linear orde 2 secara numerik [3],[4],[5],[6]. Metode ini menggunakan diskritisasi beda hingga pada operator persamaan eliptik orde 2 dengan cara memilih barisan angka yang tidak harus seragam dimana barisan tersebut dapat mendekati secara akurat pemetaan dari Newmann-toDirichet (NtD) yang berseuaian dengan bilangan pada operator geometris.

Manfaat dari aproksimasi ini adalah secara signifikan dapat mengurangi ukuran matriks awal, sehingga dapat mengefisienkan komputasi yang dilakukan. Metode ini memiliki banyak keunggulan sehingga banyak dipelajari untuk menyelesaikan masalah diferensial nonlinear secara numerik [7]. Metode ini sangat bergantung pada ukuran dari diskritisasi dari batas persamaan diferensial awal. Ukuran dari optimal grid dapat disesuaikan dengan akurasi yang diinginkan. Ketika masalah tersebut tidak membutuhkan akurasi yang sangat tinggi, pendekatan ini sangat kompak, sehingga tidak memerlukan waktu komputasi yang sangat lama. Metode volum hingga dapat dipandang sebagai kumpulan masalah diferensial orde dua, sehingga optimal grid dalam metode beda hingga dapat digunakan pula dalam metode volum hingga yang digunakan di REINVM3D.

3.3. Uji Numerik

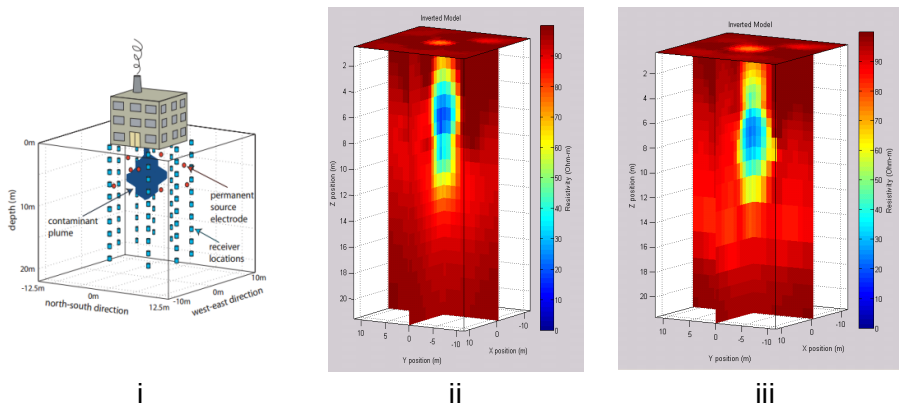
Dalam eksperimen ini, dilakukan uji numerik untuk kedua jenis kasus yang diilustrasikan pada Bab Pemodelan, yaitu *surface* dan *borehole*. Hasil yang berkaitan dengan kasus *surface* disajikan pada subbab 3.3.1, sedangkan untuk kasus *borehole* disajikan pada subbab 3.3.2.

3.3.1. Studi Kasus I (Surface)



Gambar diatas, secara berturut-turut (dari kiri ke kanan) menunjukkan skema penempatan elektroda (i), hasil simulasi dengan menggunakan *uniform grid* (ii), dan hasil simulasi dengan menggunakan *optimal grid* (iii)

3.3.2. Studi Kasus II (Borehole)



Gambar diatas, secara berturut-turut (dari kiri ke kanan) menunjukkan skema penempatan elektroda (i), hasil simulasi dengan menggunakan *uniform grid* (ii), dan hasil simulasi dengan menggunakan *optimal grid* (iii).

KESIMPULAN DAN PROSPEK

Pada eksperimen ini, telah dilakukan perbandingan menggunakan *uniform grid* dan *optimal grid* pada *forward model* masalah geoelektrik yang diselesaikan dengan metode volum hingga. Penggunaan *optimal grid* dapat mempercepat komputasi (untuk kasus *borehole* sekitar 2 detik) dengan tetap mempertahankan akurasi yang diinginkan.

Prospek lebih lanjut dari penelitian ini adalah mempercepat komputasi secara keseluruhan dengan cara memanfaatkan komputasi paralel dengan menggunakan *graphic card* NVIDIA (CUDA).

UCAPAN TERIMA KASIH

Pekerjaan ini sebagian didanai oleh Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan, Republik Indonesia, melalui "Penelitian Strategis Unggulan", hibah DIPA-IPB, 0558/023-04.2.01/12/2012, dengan kontrak **no** : 44/I3.24.4/SPK-PUS/IPB/2012.

PUSTAKA

- [1] Pidlisecky, A., Haber, E. ; Knight, R., 2007, RESINVM3D: A 3D resistivity inversion package, *Geophysics*, 72(2), H1-H10
- [2] Aruliah, D. A., U. M. Ascher, E. Haber, and D. Oldenburg. "A method for the forward modelling of 3-D electromagnetic quasi-static problems." *Mathematical Models and Methods in Applied Sciences* 11, no. 01 (2001): 1-21.
- [3] Druskin, V., 1997, Spectrally optimal finite-difference grids in unbounded domains, Schlumberger-Doll Research Notes (1997) EMG-002-97-22.
- [4] Ingerman, D.; Druskin, V., Knizhnerman, L., 2000, Optimal finite-difference grids and rational approximations of the square root: I. Elliptic problems, *Commun. Pure Appl. Math.*, 53, 1039-1066.
- [5] Druskin, V., Knizhnerman, L., 1999, Gaussian spectral rules for the three-point second differences: I. A two-point positive definite problem in a semiinfinite domain, *SIAM J. Numer. Anal.* 37 (1999), 403-
- [6] S. Asvadurov, V. Druskin, L. Knizhnerman, Application of the difference Gaussian rules to solution of hyperbolic problems, *J. Comput. Phys.* 158 (2000), 116-135.
- [7] C.B. Muratov, V.V. Osipov, Optimal grid-based methods for thin film micromagnetics simulations, *J. Comput. Phys.* 216 (2006) 637-653.

INVESTIGASI NUMERIK PROFIL KECEPATAN ALIRAN FLUIDA PADA SALURAN MIKRO PERSEGI-PANJANG

NUMERICAL INVESTIGATION OF VELOCITY PROFILE OF FLUID FLOW THROUGH RECTANGULAR MICROCHANNELS

Suharsono S

Universitas Lampung, Bandar Lampung

Email: suharsono.1962@fmipa.unila.ac.id,

Alamat: Jl. Soemantri Brojonegoro no.1 Gedung Meneng Bandar Lampung 35145

ABSTRACT

This research is to study velocity profiles of analytical solution of unsteady fluid flow model in rectangular microchannel with slip boundary for the case of sinusoidal pressure gradient. We conclude that the profiles are similar for $t^* = 0$ and $t^* = 1$ but having opposite sign for $t^* = 0,25$ and $t^* = 0,75$.

Keywords: pressure gradient, boundary slipp, velocity profile, rectangular microchannels

ABSTRAK

Pada penelitian ini dikaji profil kecepatan dari solusi analitik model aliran fluida (unsteady) pada saluran mikro persegi- panjang dengan syarat batas slip untuk pressure gradient berbentuk gelombang sinusoidal. Diperoleh kesimpulan bahwa profil kecepatan sama untuk $t^* = 0$ dan $t^* = 1$, namun berlawanan arah untuk $t^* = 0,25$ dan $t^* = 0,75$.

Katakunci: *pressure gradient*, syarat batas slip, profil kecepatan, saluran mikro persegi-panjang.

PENDAHULUAN

Akhir-akhir ini banyak hasil penelitian yang fokus pada aliran fluida melalui saluran mikro, seperti diantaranya [1, 2, 3, 4, 5, 6], dan banyak lagi yang lain. Khususnya aliran fluida melalui saluran mikro berpenampang persegi-panjang [1, 2, 5, 6]. Ada yang mempelajari solusi analitik, ada juga yang mempelajari solusi numerik. Untuk solusi analitik, telah dipelajari aliran fluida (unsteady) dengan syarat batas slip melalui saluran mikro persegi panjang [1].

Untuk mengetahui fenomena kecepatan aliran fluida (unsteady) melalui saluran mikro persegi-panjang dengan syarat batas slip perlu dibuat tampilan geometris dari solusi analitik yang telah dirumuskan pada [1].

METODE PENELITIAN

Rumusan solusi analitik model aliran fluida (unsteady slip) melalui saluran mikro berpenampang persegi panjang telah dirumuskan [1]. Langkah selanjutnya adalah menggunakan perangkat lunak Maple untuk melihat perilaku kecepatan aliran fluida.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Persamaan kekontinuan dan persamaan Navier-Stokes untuk aliran fluida sepanjang sumbu- z adalah

$$\frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) - \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z}$$

dengan syarat batas

$$u(\pm a, y, t) = \mp \ell \frac{\partial u}{\partial x}(\pm a, y, t).$$

$$u(x, \pm b, t) = \mp \ell \frac{\partial u}{\partial y}(x, \pm b, t)$$

Setelah melalui langkah-langkah yang panjang, diperoleh solusi sebagai berikut [1]:

$$u(x, y, t) = \frac{a_0}{4\mu} (x^2 + y^2) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-a_n \sin(n\omega t) + b_n \cos(n\omega t)}{n\omega\rho} + \sum_{n=0}^{\infty} \operatorname{Re} \left\{ e^{in\omega t} \sum_{m=1}^{\infty} [A_{nm} \cosh(\gamma_{nm} x) \cos(\nu_m y) + B_{nm} \cosh(\bar{\gamma}_{nm} y) \cos(\bar{\nu}_m x)] \right\},$$

dengan ν_m dan $\bar{\nu}_m$ masing-masing adalah solusi dari $\cot(b\nu) = \ell\nu$ dan $\cot(a\bar{\nu}) = \ell\bar{\nu}$.

Sedangkan γ_{nm} dan $\bar{\gamma}_{nm}$ didefinisikan oleh $\gamma_{nm} = \sqrt{\nu_m^2 + i \frac{n\rho\omega}{\mu}}$ dan

$$\bar{\gamma}_{nm} = \sqrt{\bar{\nu}_m^2 + i \frac{n\rho\omega}{\mu}}.$$

Selanjutnya A_{0m} dan B_{0m} masing-masing didefinisikan oleh

$$A_{0m} = \frac{-c_0}{4\mu M_{nm} [\cosh(a\nu_m) + \ell\nu_m \sinh(a\nu_m)]} \int_0^b (a^2 + y^2 + 2a\ell) \cos(\nu_m y) dy$$

$$= \frac{-c_0 \left[(a^2 + 2a\ell) \sin(b\nu_m) + b^2 \sin(b\nu_m) + \frac{2}{\nu_m} \left(b \cos(b\nu_m) - \frac{\sin(b\nu_m)}{\nu_m} \right) \right]}{\mu [2b\nu_m + \sin(2b\nu_m)] [\cosh(a\nu_m) + \ell\nu_m \sinh(a\nu_m)]},$$

dan

$$B_{0m} = \frac{-c_0}{4\mu \bar{M}_{nm} [\cosh(b\bar{\nu}_m) + \ell\bar{\nu}_m \sinh(b\bar{\nu}_m)]} \int_0^a (x^2 + b^2 + 2b\ell) \cos(\bar{\nu}_m x) dx$$

$$= \frac{-c_0 \left[(b^2 + 2b\ell) \sin(a\bar{\nu}_m) + a^2 \sin(a\bar{\nu}_m) + \frac{2}{\bar{\nu}_m} \left(a \cos(a\bar{\nu}_m) - \frac{\sin(a\bar{\nu}_m)}{\bar{\nu}_m} \right) \right]}{\mu [2a\bar{\nu}_m + \sin(2a\bar{\nu}_m)] [\cosh(b\bar{\nu}_m) + \ell\bar{\nu}_m \sinh(b\bar{\nu}_m)]}.$$

Sedangkan A_{nm} dan B_{nm} ($m, n \geq 1$) masing-masing didefinisikan oleh

$$A_{nm} = -i \frac{c_n}{n\rho\omega M_{nm} [\cosh(\gamma_{nm} a) + \ell\gamma_{nm} \sinh(\gamma_{nm} a)]} \int_0^b \cos(\nu_m y) dy$$

$$= -i \frac{4c_n \sin(b\nu_m)}{n\rho\omega [2b\nu_m + \sin(2b\nu_m)] [\cosh(a\gamma_{nm}) + \ell\gamma_{nm} \sinh(a\gamma_{nm})]}.$$

dan

$$B_{nm} = -i \frac{c_n}{n\rho\omega \bar{M}_{nm} [\cosh(\bar{\gamma}_{nm}b) + \ell \bar{\gamma}_{nm} \sinh(\bar{\gamma}_{nm}b)]} \int_0^a \cos(\bar{v}_m x) dx$$

$$= -i \frac{4c_n \sin(a\bar{v}_m)}{n\rho\omega [2a\bar{v}_m + \sin(2a\bar{v}_m)] [\cosh(b\bar{\gamma}_{nm}) + \ell \bar{\gamma}_{nm} \sinh(b\bar{\gamma}_{nm})]}.$$

Untuk kasus $\frac{\partial p}{\partial z} = b_1 \sin(\omega t)$, yaitu pressure gradient berbentuk sinusoidal, misalkan

$$x^* = \frac{x}{a}; y^* = \frac{y}{b}, t^* = \frac{\omega t}{2\pi}, \varepsilon = \frac{b}{a}.$$

Sehingga diperoleh solusi

$$u^* = \cos(2\pi t^*) + \sum_{m=1}^{\infty} u_m^* \cos(2\pi t^* + \phi_m),$$

di mana u_m^* dan ϕ_m masing-masing didefinisikan oleh

$$u_m^* = [d_{3m}^2 + d_{4m}^2]^{1/2} \quad \text{dan} \quad \phi_m = \arctan\left(\frac{d_{4m}}{d_{3m}}\right) \quad \text{dengan}$$

$$d_{1m} = \cosh(a\alpha_{1m}) \cos(a\beta_{1m}) + \ell \alpha_{1m} \sinh(a\alpha_{1m}) \cos(a\beta_{1m}) - \ell \beta_{1m} \cosh(a\alpha_{1m}) \sin(a\beta_{1m}),$$

$$d_{2m} = \sinh(a\alpha_{1m}) \sin(a\beta_{1m}) + \ell \alpha_{1m} \cosh(a\alpha_{1m}) \sin(a\beta_{1m}) + \ell \beta_{1m} \sinh(a\alpha_{1m}) \cos(a\beta_{1m}),$$

$$\bar{d}_{1m} = \cosh(a\bar{\alpha}_{1m}) \cos(a\bar{\beta}_{1m}) + \ell \bar{\alpha}_{1m} \sinh(a\bar{\alpha}_{1m}) \cos(a\bar{\beta}_{1m}) - \ell \bar{\beta}_{1m} \cosh(a\bar{\alpha}_{1m}) \sin(a\bar{\beta}_{1m}),$$

$$\bar{d}_{2m} = \sinh(a\bar{\alpha}_{1m}) \sin(a\bar{\beta}_{1m}) + \ell \bar{\alpha}_{1m} \cosh(a\bar{\alpha}_{1m}) \sin(a\bar{\beta}_{1m}) + \ell \bar{\beta}_{1m} \sinh(a\bar{\alpha}_{1m}) \cos(a\bar{\beta}_{1m}),$$

$$d_{3m} = A_{1m}^* \cos(bv_m y^*) [d_{1m} \cosh(a\alpha_{1m} x^*) \cos(a\beta_{1m} x^*) + d_{2m} \sinh(a\alpha_{1m} x^*) \sin(a\beta_{1m} x^*)]$$

$$+ B_{1m}^* \cos(a\bar{v}_m x^*) [\bar{d}_{1m} \cosh(b\bar{\alpha}_{1m} y^*) \cos(b\bar{\beta}_{1m} y^*) + \bar{d}_{2m} \sinh(b\bar{\alpha}_{1m} y^*) \sin(b\bar{\beta}_{1m} y^*)],$$

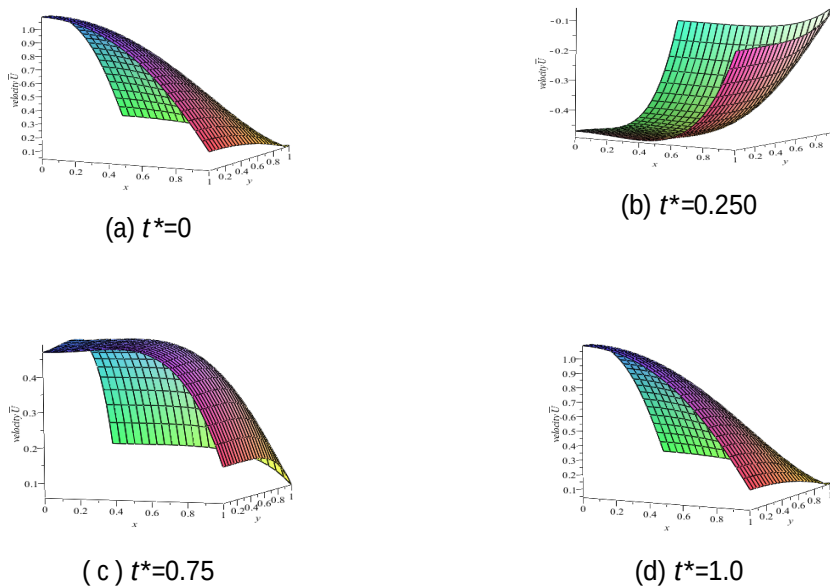
$$d_{4m} = A_{1m}^* \cos(bv_m y^*) [d_{1m} \sinh(a\alpha_{1m} x^*) \sin(a\beta_{1m} x^*) - d_{2m} \cosh(a\alpha_{1m} x^*) \cos(a\beta_{1m} x^*)]$$

$$+ B_{1m}^* \cos(a\bar{v}_m x^*) [\bar{d}_{1m} \sinh(b\bar{\alpha}_{1m} y^*) \sin(b\bar{\beta}_{1m} y^*) - \bar{d}_{2m} \cosh(b\bar{\alpha}_{1m} y^*) \cos(b\bar{\beta}_{1m} y^*)],$$

$$A_{1m}^* = -\frac{4 \sin(bv_m)}{[2bv_m + \sin(2bv_m)](d_{1m}^2 + d_{2m}^2)}; \quad A_{1m} = \frac{b_1}{\rho\omega} A_{1m}^* (d_{1m} - d_{2m}i),$$

$$B_{1m}^* = -\frac{4 \sin(a\bar{v}_m)}{[2a\bar{v}_m + \sin(2a\bar{v}_m)](\bar{d}_{1m}^2 + \bar{d}_{2m}^2)}; \quad B_{1m} = \frac{b_1}{\rho\omega} B_{1m}^* (\bar{d}_{1m} - \bar{d}_{2m}i),$$

Berdasarkan formula di atas, dengan memilih t^* tertentu diperoleh hasil seperti yang ditunjukkan dalam Gambar 1 sebagai berikut:



Gambar 1 Grafik 3D yang memperlihatkan profil kecepatan pada
(a) $t^* = 0$, (b) $t^* = 0.25$, (c) $t^* = 0.75$, (d) $t^* = 1.0$.

Tampak bahwa profil kecepatan sama untuk $t^* = 0$ dan $t^* = 1$, namun berlawanan arah untuk $t^* = 0.25$ dan $t^* = 0.75$.

PUSTAKA

- [1] Suharsono S. 2012. *Analytical Study of Fluid Flows with Slip Boundary*. Ph.D Thesis. Curtin University.
- [2] W.A. Ebert, E.M. Sparrow, Slip flow in rectangular and annular ducts, *J. Basic Engrg.* 87 (1965) 1018–1024.
- [3] B. Wiwatanapataphee, Yong Hong Wu, Maobin Hu and K Chayantrakom, 2009. A study of transient flows of Newtonian fluids through micro-annuls with a slip boundary, *J. Phys. A: Math. Theor.* 42, 065206 (14pp).
- [4] Y. H. Wu, B. Wiwatanapataphee, Maobin Hu, 2008. Pressure-driven transient flows of Newtonian fluids through microtubes with slip boundary, *Physica A* 387. 5979–5990.
- [5] Z.Duan, Y.S. Muzychka, Slip flow in non-circular micro-channels, *Microfluid Nanofluid*, 3 (2007) 473 – 484.
- [6] Yu and T.A. Ameel, 2001, Slip Flow heat transfer in rectangular microchannels, *International Journal of Heat and Mass transfer*, 44, 4225 – 4234.

APLIKASI PETRI NET PADA PEMBELIAN DAN PEMBAYARAN TIKET PESAWAT

PETRI NET APPLICATIONS IN PURCHASING AND PAYMENT OF AIRPLANE TICKETS

Ulfasari Rafflesia

Universitas Bengkulu, Bengkulu
cha_oelz@yahoo.com
Jurusan Matematika Fakultas MIPA
Universitas Bengkulu, Hp. 085267804010

ABSTRACT

Petri net is a model to describe the flow of events and the state of a system. In the Petri net models also described the interaction logic between activities with one another in a particular state. In this paper will be described in a simple use of Petri net models for modeling the process of purchasing and payment a ticket.. Petri net of purchasing and payment of tickets describe activities undertaken customers ranging from the process of searching for information, make a payment, until finally getting a plane ticket and go back to the beginning where customers ready to be served.

Keywords: Petri net, airplane, customers.

ABSTRAK

Petri net merupakan suatu model dalam menggambarkan suatu aliran aktivitas dan keadaan pada suatu sistem. Pada model petri net juga digambarkan logika interaksi antara aktivitas satu dengan yang lainnya pada suatu keadaan tertentu. Dalam makalah ini akan digambarkan secara sederhana penggunaan model petri net untuk memodelkan suatu proses sistem pembelian dan pembayaran tiket pesawat. Petri net pembelian dan pembayaran tiket pesawat menggambarkan aktivitas yang dilakukan pelanggan mulai dari proses mencari informasi, melakukan pembayaran, sampai akhirnya mendapatkan tiket pesawat dan kembali lagi ke awal dimana pelanggan siap dilayani.

Kata kunci : Petri net, pesawat, pelanggan.

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Pertumbuhan industri penerbangan melonjak tajam dalam satu dekade terakhir di Indonesia. Sejumlah armada bersaing ketat merebut pasar domestik dan regional. Sejak tahun 2000, peraturan pemerintah mengenai penerbangan di Indonesia mulai dilonggarkan. Hal ini memunculkan banyak maskapai penerbangan baru di Indonesia.

Hal itu tak terlepas dari Indonesia yang merupakan negara kepulauan dengan sekitar 17.000 pulau yang tersebar sepanjang khatulistiwa. Tak heran, transportasi udara menjadi andalan di negeri ini. Sementara itu, pertumbuhan ekonomi Indonesia menjadi tambang emas bagi maskapai di negara dengan populasi terpadat nomor empat di dunia ini. Bisnis penerbangan pun terus melaju seiring pertumbuhan ekonomi nasional yang masih bertahan di atas 6 persen.

Data Kementerian Perhubungan menunjukkan ada 22 maskapai penerbangan komersial yang aktif saat ini, tidak termasuk kargo dan pesawat carter. Maskapai yang dinilai paling cepat tumbuh dan juga paling kompetitif di dunia adalah Lion Air, AirAsia

Bhd dari Malaysia, Garuda Indonesia dan Mandala Airlines (sebagian dimiliki Tiger Airways Ltd dari Singapura). Pertumbuhan penumpang pesawat tahun ini dan tahun depan diprediksi berada di kisaran 15 persen sampai 18 persen. Tahun 2012,

Kementerian Perhubungan memperkirakan total penumpang yang diangkut maskapai penerbangan nasional berjadwal sebanyak 72.472.054. Dari jumlah tersebut, 63.625.129 merupakan penumpang domestik dan 8.846.925 penumpang internasional. Lion Air tercatat mengangkut jumlah penumpang paling tinggi, yakni 23,93 juta. Disusul Garuda Indonesia 14,07 juta penumpang, Sriwijaya Air 8,1 juta penumpang, Batavia Air 6,01 juta penumpang, dan Merpati Nusantara Airlines 2,11 juta penumpang.

Saat ini, layanan pembelian dan pembayaran tiket pesawat sudah sangat memadai. Seorang pelanggan bisa langsung mendatangi agent travel untuk memesan tiket dan melakukan pembayaran secara cash atau debit kartu. Kemudahan akses internet turut memberikan kemudahan memesan tiket pesawat sendiri. Masuk ke website maskapai, pilih tujuan, tanggal lalu mengisi data-data yang diperlukan. Pelanggan dapat secara sangat mudah dan cepat melakukan berbagai query pencarian berdasarkan tanggal dan rute. Sangat menyenangkan karena harganya bisa berbeda-beda dari satu tanggal/jam satu ke lainnya dan perubahan harga bisa terjadi secara cepat. Ini menjadikan proses "berbelanja tiket" menjadi sangat menarik terutama bagi para bargain hunter yang memiliki cukup waktu untuk "bermain-main" dengan query. Pada saat seorang pelanggan telah menentukan pilihan rute dan waktunya, maka pembelian bisa dilakukan seketika itu juga. Langkah yang terakhir adalah memilih pembayaran, Banyak pilihan system pembayaran, dapat melalui kartu kredit, internet banking ataupun ATM.

Makalah ini akan membahas masalah model petri net untuk suatu proses sistem pembelian dan pembayaran tiket pesawat mulai dari proses mencari informasi, melakukan pembayaran, sampai akhirnya mendapatkan tiket pesawat dan kembali lagi ke awal dimana pelanggan siap dilayani.

1.2. Rumusan Masalah

Bagaimana memodelkan sistem pembelian dan pembayaran tiket pesawat dengan menggunakan Petri Net.

1.3. Batasan Masalah

1. Cara pembelian adalah melalui maskapai/agent travel dan pembayaran cash.
2. Pembelian melalui akses internet dan pembayaran melalui ATM BNI.
3. Model petri net yang dibuat yaitu cara pembelian dan pembayaran tiket pesawat secara cash dan melalui ATM.

1.4. Tujuan dan Manfaat

Untuk mengetahui model petri net pada pembelian dan pembayaran tiket pesawat secara cash dan melalui ATM.

BAHAN DAN METODE

2.1. Notasi dan Definisi

Petri net merupakan salah satu alat untuk memodelkan sistem event diskrit selain menggunakan automata yang telah dikenal sebelumnya. Setiap utomata dapat diubah menjadi Petri net.

Definisi 2.1 [2] Petri net adalah 4-tuple (P, T, A, ω) dengan

P : himpunan berhingga place, $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$

T : himpunan berhingga transisi, $T = \{t_1, t_2, \dots, t_m\}$

A : himpunan arc, $A \subseteq (P \times T) \cup (T \times P)$

ω : fungsi bobot, $\omega : A \rightarrow \{1, 2, 3, \dots\}$

Berdasarkan Definisi 2.1 maka himpunan place dan transisi tidak harus berupa himpunan berhingga melainkan bisa berupa himpunan takhingga terhitung (countable sets). Pada hampir semua kasus yang rumit dapat dimodelkan dengan Petri net yang mempunyai place dan transisi berhingga. Petri net dapat digambarkan sebagai graph berarah. Node dari graph berupa place yang diambil dari himpunan place P atau transisi yang diambil dari himpunan transisi T .

Menurut [2] representasi Petri net secara grafik akan digunakan notasi $I(t_j)$ dan $O(t_j)$ yang masing-masing menyatakan himpunan place input dan output ke transisi t_j . Secara matematis definisi tersebut dapat ditulis menjadi persamaan berikut :

$$I(t_j) = \{p_i : (p_i, t_j) \in A\}$$

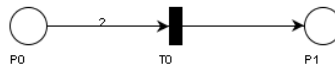
$$O(t_j) = \{p_i : (t_j, p_i) \in A\}$$

Atau bisa juga dinyatakan sebagai berikut.

$$I(p_i) = \{t_j : (t_j, p_i) \in A\}$$

$$O(p_i) = \{t_j : (p_i, t_j) \in A\}$$

Gambar Petri net terdiri dari dua macam node masing-masing lingkaran dan garis. Lingkaran menyatakan place sedangkan garis menyatakan transisi, sedangkan Arc disimbolkan dengan panah yang menghubungkan place dan transisi. Arc yang menghubungkan place.



Gambar 1: Petri net sederhana

2.2. Tanda Petri Net dan Ruang Keadaan

Transisi pada Petri net menyatakan event pada sistem event diskrit dan place merepresentasikan kondisi agar event dapat terjadi. Diperlukan mekanisme untuk mengindikasikan apakah kondisi telah terpenuhi. Token adalah sesuatu yang diletakkan di place yang menyatakan terpenuhi tidaknya suatu kondisi. Secara grafik token digambarkan dengan dot dan diletakkan di dalam place. Jika jumlah token besar maka dituliskan dengan angka.

Definisi 2.2.

Suatu penanda (marking) x pada Petri net adalah fungsi $x : P \rightarrow \{0, 1, 2, \dots\}$

Marking dinyatakan dengan vektor (bilangan bulat tak negatif) yang menyatakan jumlah token yaitu $x = [x(p_1), x(p_2), \dots, x(p_n)]^T$. Jumlah elemen x sama dengan banyak place di Petri net. Elemen ke $-i$ pada vektor ini adalah jumlah token pada place $p_i, x(p_i) \in \{0, 1, 2, \dots\}$.

Definisi 2.3

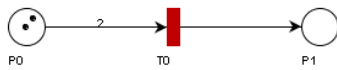
Petri net bertanda (marked) adalah 5-tuple (P, T, A, ω, x_0) dimana (P, T, A, ω) adalah Petri net dan x_0 adalah penanda awal.

Definisi 2.4 [2]

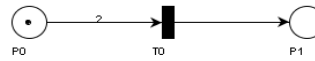
Keadaan (state) Petri net bertanda adalah $x = [x(p_1), x(p_2), \dots, x(p_n)]^T$.

Definisi 2.5

Transisi $t_j \in T$ pada Petri net bertanda enabled jika $x(p_i) \geq w(p_i, t_j)$, $\forall p_i \in I(t_j)$.



Gambar 2: Transisi yang enabled



Gambar 3: Transisi yang tidak enabled

2.3. Dinamika Petri Net

Jika Petri net digunakan untuk memodelkan sistem dinamik event diskrit, seharusnya Petri net dilengkapi dengan mekanisme yang mirip dengan transisi keadaan pada automata. Mekanisme ini berupa menjalankan token melewati jaringan (net) ketika transisi menjadi enabled dan proses ini mengubah keadaan Petri net. Pada saat transisi enabled maka dikatakan transisi tersebut dapat *difire*. Pemfirean suatu transisi akan menyebabkan perubahan tanda dalam Petri Net.

Definisi 2.6 [2]

Fungsi perubahan keadaan pada Petri net bertanda (P, T, A, w, x_0) yaitu

$f : \{0, 1, 2, \dots\}^n \times T \rightarrow \{0, 1, 2, \dots\}^n$ terdefinisi untuk transisi $t_j \in T$ jika dan hanya jika $x(p_i) \geq w(p_i, t_j)$, $\forall p_i \in I(t_j)$. Jika $f(x, t_j)$ terdefinisi maka ditulis $x' = f(x, t_j)$, dimana $x'(p_i) = x(p_i) - w(p_i, t_j) + w(t_j, p_i)$, $i = 1, 2, \dots, n$

HASIL DAN PEMBAHASAN**3.1. Hasil****3.1.1. Cara Pembelian Tiket Pesawat**

Pembelian tiket pesawat bisa dilakukan dengan banyak cara diantaranya melalui agent travel, pembelian tiket langsung ke maskapai, melalui sms, internet, dan lain-lain. Bila pembelian dilakukan pada maskapai/agent travel, pembeli biasanya datang untuk mencari informasi, kemudian mereka akan memberikan informasi harga tiket pesawat dan pembeli bisa langsung memutuskan akan membeli atau tidak membeli. Jika pembeli masih ragu dan menginginkan harga promo (harga murah), travel agent akan memberikan kode booking dengan time limit tertentu.

Sedangkan jika pembelian tiket pesawat dilakukan melalui browsing internet, pembeli mencari informasi dengan membuka website masing-masing maskapai penerbangan, setelah mendapatkan informasi, pembeli mengisi form biodata dan akhirnya akan mendapatkan nomor konfirmasi dan kode pembayaran dengan status tunggu. Kode pembayaran ini nantinya akan digunakan untuk pembayaran tiket pesawat melalui atm atau sms banking atau internet banking.

Gambar 4. Contoh print-out kode pembayaran tiket pesawat

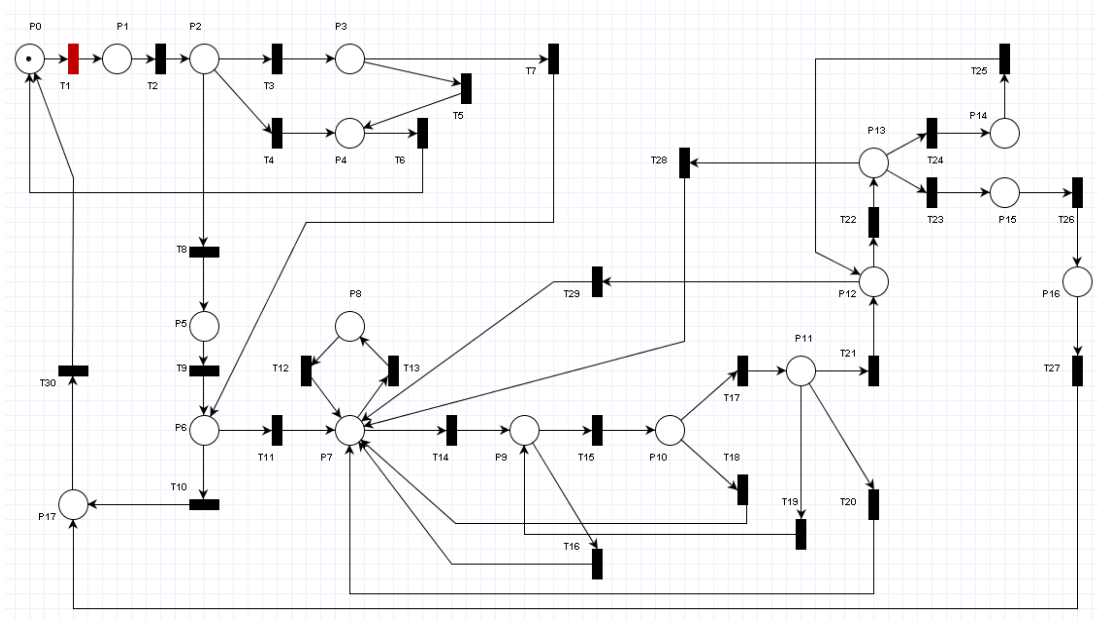
3.1.2. Cara Pembayaran Tiket Pesawat

Sistem pembayaran tiket pesawat bisa dilakukan dengan banyak cara yaitu cash (tunai), melalui ATM, internet banking, debit on-line, sms banking, m-ATM. Pembayaran tiket secara cash/tunai langsung dibayarkan oleh pembeli pada saat mendapatkan tiket dari pembelian melalui maskapai/travel agent. Sedangkan pembayaran melalui ATM dilakukan sesuai dengan prosedur di ATM dan tergantung pada masing-masing bank. Pembayaran tiket dilakukan dengan memasukkan kode pembayaran, kemudian bank akan mendebit secara otomatis sesuai dengan harga tiket yang ada. Berikut cara pembayaran tiket pesawat melalui ATM BNI :



Gambar 5. Contoh tampilan pembayaran tiket pesawat melalui ATM

3.1.3. Model Petri Net Pada Pembelian dan Pembayaran Tiket



Gambar 6. Petri Net Pembelian dan Pembayaran Tiket Pesawat

Keterangan:Place

- P0 : Antrian
- P1 : Agent / internet
- P2 : Informasi dari agent atau internet
- P3 : Kode booking
- P4 : Tidak dapat tiket
- P5 : Pembeli deal beli tiket/ persetujuan pembelian
- P6 : Pembayaran
- P7 : ATM
- P8 : Perbaikan mesin ATM
- P9 : Tampilan menu utama ATM
- P10 : Menu pembayaran
- P11 : Menu jenis maskapai
- P12 : Menu kode pembayaran
- P13 : Menu verifikasi pembayaran
- P14 : Menu tampilan koreksi
- P15 : Menu konfirmasi pembayaran
- P16 : Slip bukti pembayaran
- P17 : Dapat tiket pesawat

Transisi

- T1 : Pelanggan masuk antrian Agent / internet
- T2 : Pelanggan mencari informasi tiket di agent/internet
- T3 : Proses booking tiket
- T4 : Pelanggan tidak membeli tiket
- T5 : Pembatalan booking tiket
- T6 : Proses kembali ke awal masuk antrian
- T7 : Pelanggan melalui proses menuju pembayaran
- T8 : Pelanggan memutuskan untuk membeli tiket
- T9 : Pelanggan membeli tiket dan menuju proses pembayaran
- T10 : Proses pembayaran cash/tunai
- T11 : Antrian ATM
- T12 : Proses kembali ke ATM setelah perbaikan kerusakan
- T13 : Proses menuju perbaikan

mesin ATM

- T14 : Proses di dalam ATM (langsung menuju tampilan menu utama)
- T15 : Proses pembayaran mesin ATM
- T16 : Proses cancel dan keluar kembali ke ATM
- T17 : Pembayaran tiket
- T18 : Proses cancel dan keluar kembali ke ATM
- T19 : Proses kembali ke menu utama
- T20 : Proses cancel dan keluar kembali ke ATM
- T21 : Pelanggan memilih menu pembayaran untuk maskapai yang dipesan
- T22 : Proses memasukkan kode pembayaran
- T23 : Pelanggan memilih benar
- T24 : Pelanggan memilih salah
- T25 : Kembali ke proses memasukkan kode pembayaran
- T26 : Proses pencetakan slip bukti pembayaran
- T27 : Proses penukaran slip menjadi tiket
- T28 : Proses cancel dan keluar kembali ke ATM
- T29 : Proses cancel dan keluar kembali ke ATM
- T30 : Selesai

PEMBAHASAN

3.2.1. Analisis Model Petri Net Pembelian dan Pembayaran Tiket Pesawat

Keadaan awal petri net pembelian dan pembayaran tiket pesawat dimulai dengan menempatkan token pada place pertama. Berdasarkan gambar 6, token *P0* memberikan gambaran bahwa antrian pelanggan sudah siap untuk dilayani. Kondisi ini membuat transisi *T1* dalam keadaan enable yang menyatakan bahwa seorang pelanggan akan mendatangi travel agent atau mencari informasi dengan browsing di internet. Setelah transisi *T1* difire, maka token dari place *P1* akan berpindah ke place *P2* dan *T2* dalam keadaan enable. Pada saat *T2* difire, maka *T3*, *T4*, *T8* dalam keadaan enable, ini menandakan bahwa pelanggan dapat memilih tiga keadaan yaitu membooking, tidak jadi membeli tiket atau langsung membeli tiket.

Jika pelanggan memilih untuk tidak membeli tiket, *T4* di fire, maka kondisi akan kembali ke proses awal *P0* melalui *P4* dan *T6*. Sedangkan jika pelanggan memutuskan untuk membooking, *T3* difire, dia akan mendapatkan kode booking pada *P3*, yang akan menyebabkan *T5* dan *T7* enable. Jika pelanggan memutuskan untuk langsung membeli tiket, *T8* difire, maka proses berlanjut ke persetujuan pembelian dan menuju ke pembayaran. *T5* difire akan membuat proses kembali ke *P0*.

Pada saat *T7* difire, proses menuju ke pembayaran, artinya pelanggan akan melakukan pembayaran atas tiket yang dibelinya. Di sini, ada dua transisi yang enable yaitu *T10* dan *T11*. Jika *T10* yang difire, ini menandakan pelanggan membayar tunai dan akan mendapatkan tiket sehingga kondisi akan kembali ke awal masuk kembali ke antrian. Sebaliknya, jika *T11* difire, pelanggan memutuskan untuk melakukan pembayaran melalui ATM. *T14* enable, artinya antrian di ATM, sedangkan jika *T13* yang difire artinya terjadi kerusakan pada mesin ATM dan ada proses perbaikan kerusakan, setelah dilakukan perbaikan maka kembali ke *P7* antrian ATM. *T14* difire, langsung menuju menu utama *P9* dan menyebabkan *T15* dan *T16* enable, artinya jika *T16* yang difire pelanggan memutuskan membatalkan transaksi dan kembali ke antrian ATM, sedangkan jika pelanggan memutuskan untuk melakukan pembayaran, *T15* difire, maka pelanggan menuju *P10* menu pembayaran.

T17 dan *T18* enable, jika *T17* difire artinya pelanggan akan melakukan pembayaran tiket, sedangkan jika *T18* difire, pelanggan memutuskan membatalkan transaksi dan kembali ke antrian ATM. *T17* difire, maka muncul menu jenis maskapai, *T19*, *T20*, dan *T21* enable. *T19* difire, kembali ke tampilan menu utama *P9*. *T20* difire, maka pelanggan memutuskan membatalkan transaksi dan kembali ke antrian ATM. *T21* difire maka pelanggan memilih pembayaran tiket mandala dan menuju menu kode pembayaran *P12*. *T22* enable dan difire ke menu tampilan kode pembayaran yang menyebabkan *T23* dan *T24* enable, artinya jika *T24* yang difire pelanggan salah memasukkan kode pembayaran dan akan muncul menu koreksi *P14* dan *T25* enable, difire kembali ke *P13* tampilan menu kode pembayaran. Jika *T23* difire, maka proses konfirmasi benar dan *T26* enable. *T26* difire artinya transaksi pembayaran telah selesai dan benar dan menuju ke proses pencetakan slip bukti pembayaran, yang menyebabkan *T27* enable. Kemudian *T27* difire maka pelanggan akan mendapatkan tiket dan *T30* enable, kemudian proses akan kembali ke *P0*.

KESIMPULAN

Suatu sistem dapat dimodelkan ke dalam Petri Net dengan beberapa place dan beberapa transisi yang masing-masing menyatakan kondisi dan event yang terjadi. Pemodelan Petri Net pada sistem pembelian dan pembayaran tiket pesawat adalah salah satu dari aplikasi tersebut. Petri net pembelian dan pembayaran tiket pesawat menggambarkan aktivitas yang dilakukan pelanggan mulai dari proses mencari informasi, melakukan pembayaran, sampai akhirnya mendapatkan tiket pesawat.

PUSTAKA

- [1] Adzkiya, D. 2008. *Membangun Model Petri Net lampu lalu lintas dan Simulasinya*. Thesis S2. Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Sepuluh Nopember. Surabaya.
- [2] Cassandras, C.G. 1993. *Discrete Event Systems: Modelling and Performance Analysis*, Aksen Associates Incorporated Publishers. Boston.
- [3] F. Baccelli, G. Cohen, G.J. olsder, and J.-P. Quadrat. 1992. *Synchronization and linearity : An Algebra for Discrete Event Systems*. Wiley.
- [4] Petri, C.A. 1962. *Kommunikation mit Automaten. Schriften des Institutes fur Instrumentelle Mathematik*. Bonn.
- [5] R. Valette 1979. Analysis of Petri Nets by Stepwise Refinement. *Journal of Computer and System Sciences* (18): 35-46.
- [6] Subiono, Dieky A, 2009. *Max-Plus Algebra Toolbox, ver.1.0.1*. Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Sepuluh Nopember. Surabaya.

PEMODELAN TINGKAT RISIKO TSUNAMI KOTA BENGKULU MELALUI ANALISIS KRIGING

TSUNAMI RISK MODELING BENGKULU CITY THROUGH KRIGING ANALYSIS

Yulian Fauzi, Suwarsono, Jose Rizal, Zulfia Memi Mayasari

e-mail : yulian_fauzi@yahoo.co.id, d.a: Gedung FMIPA Kampus Unib
Jl.WR. Supratman Kandang Limun Bengkulu 38371,
No telp dan fax (0736) 20919, HP: 081373190203

ABSTRACT

This research aim is to compile the coastal regional planology model of Kota Bengkulu based on disaster mitigation. This research focused on spatial modeling about tsunami inundation with parameter surface roughness and slope. The method that be used in this research is the analysis inundation model to look for height points by using Kriging interpolation to inundation tsunami zone with different run-up. The result showed the best semivariogram is Circular semivariogram that characterized by a small range of variance value. Simulation model shows Kelurahan Berkas have high level of risk to disaster of tsunami from various scenario of run-up. Wide of inundation tsunami region in height scenario tsunami run-up 30 meter, inundation tsunami region width of 11,22 Ha or 41.24 % from wide of Kelurahan Berkas.

Keywords : Tsunami, Inundation, Kriging Interpolation, Semivariogram, Run-up

ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan untuk merancang model tata ruang wilayah pesisir Kota Bengkulu berbasis mitigasi bencana. Penelitian ini difokuskan pada pemodelan spasial tentang genangan tsunami dengan parameter kekasaran permukaan dan kemiringan. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah analisis model genangan dengan mencari titik-titik ketinggian pada genangan tsunami dengan menggunakan interpolasi Kriging pada run-up yang berbeda-beda. Hasil penelitian menunjukkan semivariogram Circular merupakan semivariogram terbaik yang ditandai dengan rentang nilai varians yang kecil. Hasil simulasi menunjukkan Kelurahan Berkas memiliki tingkat risiko yang tinggi terhadap bencana tsunami dari berbagai skenario run-up. Luas genangan tsunami di wilayah tsunami tinggi skenario run-up 30 meter, lebar daerah genangan tsunami dari 11,22 Ha atau 41,24% dari luas Kelurahan Berkas.

Kata-kata Kunci : Tsunami, Genangan, Interpolasi Kriging, Semivariogram, Run-up

PENDAHULUAN

Kota Bengkulu merupakan daerah yang berpotensi terjadi bencana tsunami karena berdekatan dengan zona subduksi [1]. Berdasarkan hal tersebut Kota Bengkulu sangat perlu mempersiapkan model penanggulangan bencana tsunami yang terintegrasi dengan baik. Rencana Tata Ruang Wilayah (RTRW) Kota Bengkulu seharusnya sudah memasukkan unsur mitigasi bencana, sehingga pemanfaatan kawasan pesisir yang 'rawan bencana' dihindari untuk dikembangkan sebagai kawasan budidaya dan harus digolongkan kedalam kawasan konservasi wilayah pesisir [2].

Bencana tsunami merupakan gelombang panjang yang muncul sebagai akibat terjadinya gangguan terhadap permukaan dan dasar laut oleh gerakan kerak bumi karena gempa bawah laut. Periode tsunami umumnya berkisar antara beberapa menit sampai

puluhan menit. Tinggi gelombang tsunami yang terjadi adalah jarak vertikal antara puncak gelombang dengan titik nol muka laut, yang selanjutnya akan membesar pada saat gelombang tsunami menjalar mendekati pantai [3]. Ketinggian gelombang tsunami yang berbeda akan menghasilkan distribusi keruangan dari genangan yang berbeda pula [4]. Secara keruangan distribusi genangan air akibat tsunami dapat dimodelkan dan dipetakan berdasarkan kemiringan lereng dan penggunaan lahan sebagai pemecah gelombang tsunami untuk sampai kedaratan. Pembuatan peta rawan bencana tsunami merupakan bagian dari manajemen bencana dimaksudkan untuk memetakan zonasi bahaya tsunami. Sebagai proses persiapan pembuatan kebijakan lokal terhadap penanggulangan bencana yang diintegrasikan dengan kegiatan pembangunan wilayah pesisir maka perlu dibuat perencanaan tata ruang wilayah pesisir berbasis manajemen bencana. Untuk mengimplementasikan perencanaan tersebut diperlukan model spasial dan model simulasi matematis untuk dijadikan sebagai acuan dalam menyusun zonasi wilayah pesisir yang didukung dengan data-data spasial berupa citra satelit, peta dan data atribut yang diekstrak melalui teknik penginderaan jauh dan sistem informasi geografis (SIG).

METODE PENELITIAN

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah integrasi teknik penginderaan jauh dan pemodelan spasial dengan Sistem Informasi Geografis (SIG). Interpretasi data penginderaan jauh menggunakan citra *google earth* dengan perekaman tahun 2009. Citra *google earth* di unduh dan *dimosaic* dengan bantuan *software Photoshop*. Dari data penginderaan jauh di ekstraksi tutupan lahan dan penggunaan lahan yang kemudian di konversi menjadi kekasaran permukaan yang dimodifikasi sesuai dengan kebutuhan dan tujuan dalam penelitian.

Pemodelan spasial kelas genangan tsunami mengacu pada kriteria kerusakan yang dibuat Imamura dan Iida (1949) dalam [4], dengan memanfaatkan aplikasi SIG. Pemodelan genangan tsunami mengacu pada model yang dikembangkan oleh McSaveney dan Rattenbury dalam [5], dengan variabel penyusun yaitu ketinggian *run-up* tsunami di garis pantai, koefisien kekasaran dan lereng. Skenario ketinggian *run-up* yang digunakan pada penelitian mengacu pada hubungan antara magnitude tsunami (m) ketinggian tsunami (meter) dan skala kerugian dari Imamura dan Iida [5], dan [6]. Peta koefisien kekasaran diperoleh dari peta penggunaan lahan hasil ekstraksi tutupan lahan yang dihubungkan nilai koefisien kekasaran yang dikembangkan oleh [4], [8] dan [9]. Penurunan ketinggian air pada masing-masing daerah dihitung dengan menggunakan persamaan McSaveney dan Rattenbury dalam [5]

$$H_{loss} = \left(167n^2 / H_0^{1/3} \right) + 5 \sin S \quad (1)$$

dimana

H_{loss} = penurunan ketinggian air per meter dari jarak genangan

n = koefisien kekasaran permukaan

H_0 = ketinggian air pada garis pantai

S = kelerengan

HASIL DAN PEMBAHASAN

Pemodelan daerah tergenang disimulasikan dengan menghitung perambatan genangan tsunami dengan mempertimbangkan kemiringan, koefisien kekasaran permukaan, dan ketinggian gelombang. Parameter kekasaran permukaan dan kemiringan lereng dimasukkan kedalam persamaan (1) di daratan dengan simulasi ketinggian tsunami 5 meter, 15 meter, dan 30 meter. Wilayah yang dijadikan studi kasus dalam penelitian adalah tiga kelurahan pesisir yang langsung berbatasan dengan garis pantai. Ketiga kelurahan tersebut adalah Kelurahan Malabero, Sumur Meleleh dan Berkas. Hasil dari persamaan (1) menghasilkan titik-titik penurunan ketinggian tsunami di daratan. Titik-titik ketinggian yang didapat kemudian diinterpolasi dengan menggunakan interpolasi *Kriging* untuk mendapatkan zonasi daerah genangan yang mungkin terjadi. Dalam pemetaan daerah tergenang digunakan *Ordinary Kriging* dengan menggunakan *software* Arcview 3.2. Metode *Kriging* yang digunakan dalam penelitian ini menggunakan model *semivariogram eksperimental Eksponensial, Spherical, Gauss, Circular dan Linier*. Dari kelima *semivariogram* tersebut dipilih *semivariogram* yang terbaik yang mempunyai rentang nilai variansi yang terkecil untuk *run-up* 5 meter, 15 meter, dan 30 meter. Dari hasil simulasi model *semivariogram* didapatkan bahwa *semivariogram* terbaik untuk masing-masing *run-up* dari setiap kelurahan dapat dilihat dalam tabel berikut:

Tabel 1. Nilai Variansi dan Semivariogram Interpolasi Kriging

Kelurahan	Run up 5 meter		Run up 15 meter		Run up 30 meter	
	Semivariogram	Variansi	Semivariogram	Variansi	Semivariogram	Variansi
Malabero	Circular	2,42 -7,47	Circular	2,43-5,82	Circular	0,25-5,06
Sumur Meleleh	Eksponensial	0,03-24,65	Circular	0,1-16,27	Circular	0,17-15,42
Berkas	Gauss	1,32-14,95	Circular	3,84-8,06	Circular	2,74-5,77

Sumber: Hasil simulasi interpolasi Kriging

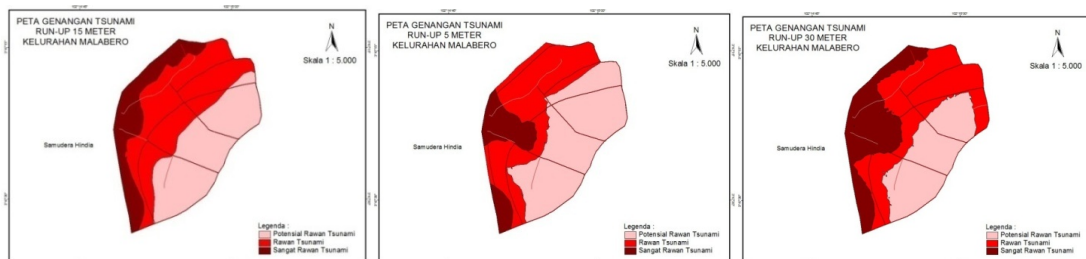
Dari tabel 1 menunjukkan bahwa *Semivariogram Circular* mendominasi *semivariogram* terbaik yang ditandai dengan rentang nilai *variansi* yang terkecil dibandingkan dengan *semivariogram* yang lain. Hasil simulasi model genangan tsunami pada setiap kelurahan dianalisis secara spasial dengan teknik overlay untuk mendapatkan luasan-luasan wilayah yang rawan terhadap skenario ketinggian *run-up* untuk masing-masing kelurahan. Hasil analisis spasial terhadap kerawanan wilayah terhadap bencana tsunami dapat dilihat dalam tabel berikut:

Tabel 2 Luas Daerah Rawan RisikoBencana Tsunami Berdasarkan Skenario Tinggi *Run-up*

	Malabero (Ha)			Sumur Meleleh (Ha)			Berkas (Ha)		
	run up 5 meter	run up 15 meter	run up 30 meter	run up 5 meter	run up 15 meter	run up 30 meter	run up 5 meter	run up 15 meter	run up 30 meter
Sangat Rawan	2.312	3.3	4.664	1.975	2.22	2.307	6.169	10.264	11.22
Rawan	6.703	7.599	7.222	2.562	4.558	4.303	9.148	11.595	11.3
Potensial Rawan	8.717	6.833	5.846	10.565	8.814	8.736	11.892	5.349	4.688
Jumlah	17.732	17.732	17.732	15.347	15.347	15.346	27.209	27.208	27.208

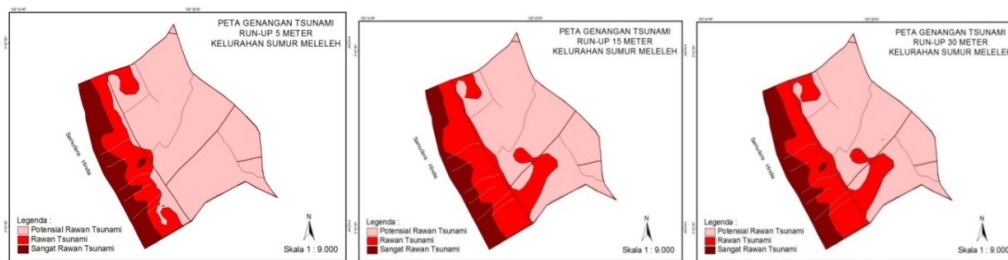
Sumber : Hasil analisis spasial

Hasil pemodelan terhadap risiko bencana tsunami untuk Kelurahan Malabero didapatkan bahwa luas wilayah yang sangat rawan terhadap bencana tsunami dengan ketinggian tsunami 5 meter seluas 2,312 (Ha) atau 13,04 % dari luas daerah Kelurahan Malabero. Sedangkan untuk ketinggian tsunami 15 meter luas wilayah yang sangat rawan seluas 3,3 (Ha) atau 18,61 % dari luas wilayah Kelurahan Malabero. Untuk ketinggian tsunami 30 meter luas wilayah yang sangat rawan seluas 4,66 (Ha) atau 26,3 % dari luas wilayah Kelurahan Malabero. Peta Genangan Tsunami untuk Kelurahan Malabero dapat dilihat dalam gambar 1.



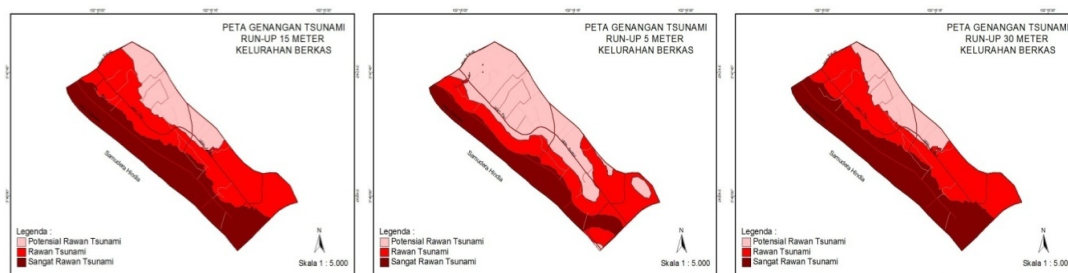
Gambar 1. Peta Genangan Tsunami Kelurahan Malabero Hasil Simulasi Model run up 5 meter, 15 meter, dan 30 meter

Hasil pemodelan terhadap risiko bencana tsunami untuk Kelurahan Sumur Meleleh didapatkan bahwa luas wilayah yang sangat rawan terhadap bencana tsunami dengan ketinggian tsunami 5 meter seluas 1,97 (Ha) atau 12,87 % dari luas daerah Kelurahan Sumur Meleleh. Sedangkan untuk ketinggian tsunami 15 meter luas wilayah yang sangat rawan seluas 2,22 (Ha) atau 14,47 % dari luas wilayah Kelurahan Sumur Meleleh. Untuk ketinggian tsunami 30 meter luas wilayah yang sangat rawan seluas 2,307 (Ha) atau 15,03 % dari luas wilayah Kelurahan Sumur Meleleh. Peta Genangan Tsunami untuk Kelurahan Sumur Meleleh dapat dilihat dalam gambar berikut:



Gambar 2. Peta Genangan Tsunami Kelurahan Sumur Meleleh Hasil Simulasi Model run up 5 meter, 15 meter, dan 30 meter

Hasil pemodelan terhadap risiko bencana tsunami untuk Kelurahan Berkas didapatkan bahwa luas wilayah yang sangat rawan terhadap bencana tsunami dengan ketinggian tsunami 5 meter seluas 6,17 (Ha) atau 22,67 % dari luas daerah Kelurahan Berkas. Sedangkan untuk ketinggian tsunami 15 meter luas wilayah yang sangat rawan seluas 10,26 (Ha) atau 37,72 % dari luas wilayah Kelurahan Berkas. Untuk ketinggian tsunami 30 meter luas wilayah yang sangat rawan seluas 11,22 (Ha) atau 41,24 % dari luas wilayah Kelurahan Berkas. Peta Genangan Tsunami untuk Kelurahan Berkas dapat dilihat dalam gambar berikut.



Gambar 3. Peta Genangan Tsunami Kelurahan Berkas Hasil Simulasi Model *run up* 5 meter, 15 meter, dan 30 meter

Berdasarkan hasil simulasi dan pemetaan genangan tsunami pada tiga kelurahan didapatkan bahwa kelurahan yang mempunyai risiko sangat tinggi terhadap bencana tsunami adalah Kelurahan Berkas. Hal ini disebabkan karena kekasaran permukaan yang terdapat di Kelurahan Berkas memiliki koefisien yang lebih kecil dibanding dengan 2 kelurahan yang lain. Tsunami dapat masuk jauh ke daratan pada daerah yang memiliki factor hambatan kecil yang jenis lahannya di dominasi oleh lahan kosong dan vegetasi yang tergolong dalam kerapatan rendah. Pemukiman di daerah ini juga tergolong dalam tingkat kerapatan sedang dan tidak terdapat gedung-gedung tinggi (Ruko). Dengan kondisi lahan yang seperti ini penurunan ketinggian air (tsunami) ketika memasuki daratan relatif lebih landai sehingga tsunami mampu jauh masuk ke daratan.

KESIMPULAN DAN SARAN

Dari hasil pemodelan tingkat risiko bencana tsunami pada Kelurahan Malabero, Sumur Meleleh dan Berkas diketahui bahwa Kelurahan Berkas merupakan kelurahan yang memiliki tingkat risiko tinggi terhadap bencana tsunami dari berbagai skenario *run-up*. Luas wilayah genangan yang bisa terjadi di kelurahan ini pada skenario *run-up* 30 meter hampir separuh dari wilayah akan tergenang tsunami yaitu seluas 11,22 (Ha) atau 41.24 % dari luas wilayah Kelurahan Berkas.

Estimasi tsunami berdasarkan variasi ketinggian *run-up* dapat dilakukan dengan menggunakan pemodelan spasial dengan teknik interpolasi Kriging menggunakan software Arcview 3.2. *Semivariogram* interpolasi Kriging yang terbaik berdasarkan data titik-titik ketinggian di lokasi penelitian adalah *Semivariogram Circular* yang ditandai dengan rentang nilai varians yang kecil dibanding dengan rentang varian pada *semivariogram* Eksponensial, Gauss, Linier dan Spherical.

PUSTAKA

- [1] BPPD Propinsi Bengkulu, 2010, *Atlas Peta Resiko Bencana Propinsi Bengkulu*. Bengkulu
- [2] Fauzi, Y., Susilo. B dan Mayasari. Z.M, 2009, Analisis Kesesuaian Lahan Wilayah Pesisir Kota Bengkulu Melalui Perancangan Model Spasial dan Sistem Informasi Geografis (SIG). *Jurnal Forum Geografi*, 23 (2):101-110.
- [3] Hilman, D, N, 2007, *Gempabumi dan Tsunami di Sumatra dan Upaya Untuk Mengembangkan Lingkungan Hidup Yang Aman Dari Bencana Alam*. ITB, Bandung.

- [4] Fitria, N. 2008, Kajian bahaya Tsunami pada Variasi Ketinggian Run-Up dan Arah Tsunami. *Artikel PIT MAPIN VII*, Bandung
- [5] Berryman, K. 2006, *Review of Tsunami Hazard and Risk in New Zealand*, New Zealand: Institute of Geological and Nuclear Science. Lower Hutt.
- [6] Purbani. D, 2012. *Strategi Mitigasi Tsunami Berbasis Ekosistem Mangrove Dalam Aplikasi Pemanfaatan Ruang Pantai Timur Pulau Weh*. Tesis S2, Sekolah Pascasarjana IPB. Bogor.
- [7] Synolakis, C. E., Bernard, E. N., Titov, V. V., NogLu, U. Ka., And. Gonzalez, F. I., 2008, Validation and Verification of Tsunami Numerical Models, *Jurnal Pure Appl. Geophys.* 165: 2197–2228.
- [8] Damanik. M.R.S, 2008, Pemodelan Tingkat Risiko Tsunami Kota Denpasar Menggunakan Citra ASTER dan Sistem Informasi Geografis. *Artikel PIT MAPIN VII*, Bandung
- [9] Permana, D., 2010, *Analisis Pemodelan Inundasi Tsunami Terhadap Jenis Tutupan lahan di Kota Bengkulu*. Tesis S2, Prodi Pascasarjana Pengelolaan Sumberdaya Alam dan Lingkungan Universitas Bengkulu, Bengkulu.

SIMULASI METODE WEBSTER DALAM PENGATURAN LAMPU LALU LINTAS

WEBSTER METHOD SIMULATION FOR TRAFFIC LIGHT

Elis Khatizah, Delis Anisa

Departemen Matematika Institut Pertanian Bogor, Bogor
elis.kh@gmail.com

ABSTRACT

An efficient traffic control system will automatically adjust to the density of traffic flow on the arranged pathway. Based on the concept of delay time, Webster method produces the optimum cycle for regulating the length of green or red light at a crossroads. Furthermore, numerical simulation of this method shows that the optimum cycle depends on the traffic volume and road width. If the width of the road at the junction is same, the path whose volume of vehicles is dense will have more green light duration than the others. However, this condition does not apply if the width of the street is different. The portion of green light duration for wider roads will be reduced. Traffic light control system using Webster's method can be the alternative way to overcome the problem of congestion on the highway.

Keywords: Webster Method, Traffic light

ABSTRAK

Sistem pengaturan lalu lintas yang baik akan secara otomatis menyesuaikan diri dengan kepadatan arus lalu lintas pada jalur yang diatur. Berdasarkan konsep waktu tunda, metode Webster menghasilkan siklus optimum dalam mengatur lamanya nyala lampu hijau dan lampu merah di suatu persimpangan jalan. Selanjutnya, simulasi numerik metode ini menunjukkan bahwa siklus optimum bergantung pada volume kendaraan dan lebar jalan. Jika lebar jalan di persimpangan adalah sama, maka semakin padat volume kendaraan di suatu jalur akan mengakibatkan semakin lamanya nyala lampu hijau di jalur tersebut. Namun, hal ini tidak berlaku jika lebar jalan di salah satu jalur berbeda. Porsi lamanya nyala lampu hijau akan berkurang untuk jalur yang memiliki jalan lebih lebar. Sistem pengaturan lampu lalu lintas menggunakan metode Webster ini dapat menjadi cara alternatif untuk mengatasi masalah kemacetan di jalan raya.

Katakunci: Metode Webster, Lampu lalu lintas

PENDAHULUAN

Kemacetan lalu lintas merupakan salah satu masalah yang sering ditemui di kota-kota besar di dunia termasuk di Indonesia. Kemacetan lalu lintas terjadi karena mayoritas pemakai kendaraan menggunakan akses jalan yang terbatas pada saat yang bersamaan, biasanya pada kondisi jam sibuk. Dampak negatif dari kemacetan lalu lintas antara lain peningkatan waktu perjalanan, pemborosan bahan bakar, polusi udara, dan permasalahan pernafasan. Salah satu upaya untuk mengatasi permasalahan kemacetan ini adalah pengoptimalan kinerja lampu lalu lintas di persimpangan jalan.

Dewasa ini, sistem pengaturan lampu lalu lintas di Indonesia masih menggunakan sistem pengaturan lampu lalu lintas *fixed time* (misalkan lampu hijau sudah diatur 10 detik). Sistem pengaturan lampu lalu lintas *fixed time* adalah sistem pengaturan lampu lalu lintas dengan menggunakan aturan waktu yang telah ditetapkan sebelumnya, sehingga menyebabkan antrian yang cukup panjang jika volume kendaraan di salah satu

persimpangan cukup padat. Sistem ini masih belum efisien karena memunculkan kemacetan di salah satu persimpangan.

Melihat pentingnya peranan lampu lalu lintas dalam pengaturan kelancaran lalu lintas, dibutuhkan rekayasa suatu sistem yang dapat mengatasi kemacetan di salah satu persimpangan bervolume kendaraan padat. Sistem pengaturan lalu lintas yang baik akan secara otomatis menyesuaikan diri dengan kepadatan arus lalu lintas pada jalur yang diatur. Metode Webster menjadi salah satu pemecahan dari permasalahan tersebut. Metode *webster* yang telah diubah menjadi *syntax* pada *software* matematika akan menghasilkan nilai output berupa lamanya waktu dari lampu hijau berdasarkan kepadatan volume kendaraan di setiap persimpangan.

Dalam makalah ini, metode Webster akan disimulasikan untuk berbagai kondisi kepadatan arus lalu lintas dan penulis akan mengaplikasikannya pada daerah yang menjadi salah satu pusat kemacetan kota Bogor, yakni lampu lalu lintas yang berada di daerah simpang empat Semplak.

METODE PENELITIAN

Webster [1] menggunakan pengamatan lapangan yang ekstensif dan simulasi komputer untuk menghasilkan prosedur yang sangat baik dalam mendesain lampu lalu lintas. Asumsi dasar dalam pekerjaan Webster adalah bahwa kedatangan kendaraan terjadi secara acak sebagai berikut

$$d = \frac{c(1-\lambda)^2}{2(1-\lambda x)} + \frac{x^2}{2q(1-x)} \quad (1)$$

dengan

d = rata-rata waktu tunda per kendaraan

c = waktu siklus lampu lalu lintas (hijau-kuning-merah)

λ = porsi nyala lampu hijau untuk fase tertentu

q = arus normal

x = derajat arus jenuh untuk fase tertentu

Persamaan (1) menyatakan rata-rata penundaan per kendaraan ketika mendekati persimpangan jalan.

Beberapa terminologi yang dibutuhkan untuk menggunakan metode *Webster* adalah:

1. Arus jenuh (s)

Arus jenuh adalah arus yang akan diperoleh seandainya terdapat antrian kendaraan yang kontinu dan seandainya kendaraan diberi waktu hijau 100%. Arus jenuh biasanya dinyatakan dalam kendaraan per jam waktu hijau.

Tabel 1 Arus jenuh di persimpangan berdasarkan lebar jalan

Lebar jalan (m)	3,05	3,35	3,65	3,95	4,25	4,60	4,90	5,20
Arus jenuh (smp/jam)	1850	1875	1900	1950	2075	2250	2475	2700

Jika lebar jalan melebihi ketentuan pada Tabel 1, maka arus jenuh (S) dapat dihitung dengan $S = \text{Lebar jalan} \times 525 \text{ (smp/jam)}$.

2. Arus normal (q)

Arus normal adalah jumlah kendaraan yang masuk pada suatu ruas persimpangan dalam satu satuan batas waktu. Selanjutnya, total arus normal (Q) adalah hasil kali arus normal dengan koefisien jenis kendaraan. Koefisien tersebut bernama ekivalen kendaraan penumpang (emp). Koefisien kendaraan berat adalah 1.3, koefisien kendaraan ringan adalah 1.0 dan koefisien kendaraan bermotor adalah 0.2.

3. Waktu hilang (l)

Waktu hilang adalah selisih antara waktu hijau efektif dengan periode gabungan hijau dan kuning.

Tahapan perhitungan lampu lalu lintas dengan metode *Webster* sebagai berikut.

1. Menentukan urutan dan banyaknya fase/*stage*.
2. Menghitung rasio antara volume lalu lintas dan arus jenuh setiap pergerakan, dengan rumus sebagai berikut.

$$y = Q/s$$

3. Menghitung ukuran kemacetan yang dinyatakan sebagai *Ratio Fase (FR)* dengan rumus sebagai berikut.

$$Y = \sum y_{max}$$

4. Menghitung total waktu hilang (L) dengan rumus sebagai berikut.

$$L = nl + R$$

dengan:

n = Banyaknya fase

R = Waktu kuning dan merah kuning ($3+2 = 5$ detik)

5. Menghitung waktu siklus optimum (C_o)

Waktu siklus optimum yang menghasilkan penundaan kendaraan minimum dapat diturunkan dari persamaan (1) sehingga diperoleh

$$C_o = \frac{1.5L + 5}{1 - Y} \quad (2)$$

Selanjutnya, dengan siklus optimum pada persamaan (2) dihasilkan porsi nyala lampu hijau untuk persimpangan jalan yang di atur, yaitu

$$g_i = \frac{y_i (C_o - L)}{FR} - 1 \quad (3)$$

dengan $i=1,2$ jika banyaknya fase adalah dua.

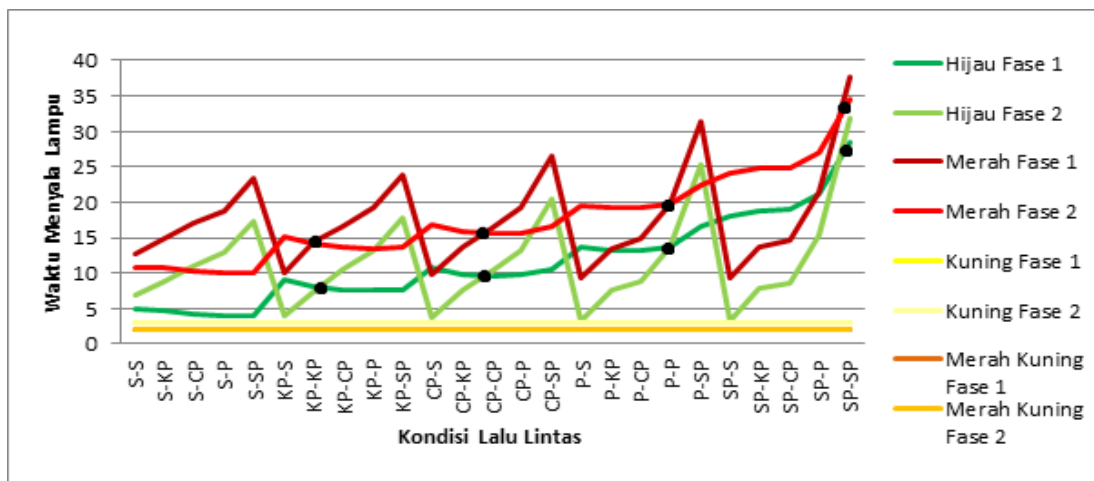
Tahapan perhitungan Metode Webster ini selanjutnya diubah menjadi *syntax* dalam *software* matematika, sehingga dengan input jumlah kendaraan di masing-masing persimpangan dihasilkan output berupa lamanya nyala lampu hijau dan lampu merah di persimpangan tersebut.

HASIL DAN PEMBAHASAN

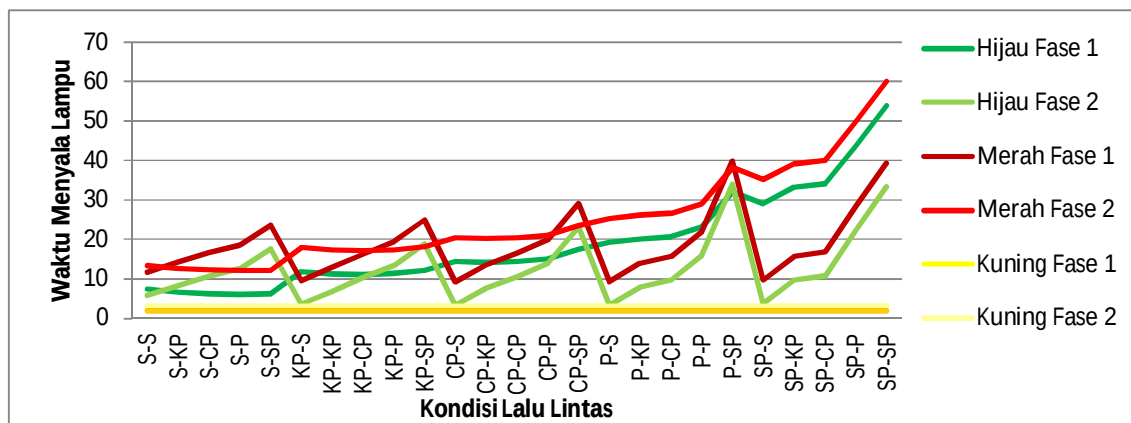
Sebelum menghitung hasil dari data *real* yang didapat penulis, terlebih dahulu penulis melakukan simulasi pada Metode Webster ini dengan beberapa asumsi. Asumsi-asumsi yang dipakai penulis adalah sebagai berikut:

1. Terdapat 5 kondisi jumlah kendaraan yaitu sepi, kurang padat, cukup padat, padat, dan sangat padat
2. Kisaran banyaknya kendaraan perjam dari 5 kondisi tersebut adalah sebagai berikut.
 - a. Sepi = 0-400 (S)
 - b. Kurang padat = 401-600 (KP)
 - c. Cukup Padat = 601-800 (CP)
 - d. Padat = 801-1000 (P)
 - e. Sangat padat = lebih dari 1000 (SP)
3. Persimpangan adalah simpang 4 dengan arah menuju Utara, Selatan, Barat dan Timur.
4. Terdapat 2 fase yang digunakan, yakni fase 1 (Utara-Selatan) dan fase 2 (Timur Barat).

Hasil simulasi Metode Webster dapat dilihat pada Gambar 1 dan Gambar 2 .



Gambar 1 Simulasi Metode Webster dengan lebar jalan sama



Gambar 2 Simulasi Metode Webster dengan lebar jalan lebih luas di fase 2

Pada Gambar 1 dan Gambar 2, grafik lampu hijau fase 1 sebanding dengan grafik lampu merah fase 2. Hal yang sama berlaku pula pada grafik lampu hijau fase 2 dan grafik lampu merah fase 1. Pernyataan tersebut bisa diartikan bahwa ketika lampu hijau fase 1 menyala dalam kurun waktu tertentu, maka lampu merah di fase 2 pun menyala dengan kurun waktu yang senada. Selanjutnya dapat diperhatikan pada Gambar 1, kondisi lebar jalan yang sama menghasilkan perpotongan garis antara lampu hijau fase 1 dan lampu hijau fase 2 serta lampu merah fase 1 dan lampu merah fase 2 pada saat kondisi kendaraan di masing-masing fase adalah sama. Hal ini berarti porsi lamanya lampu hijau dan lampu merah adalah sama jika kondisi kepadatan kendaraan di masing-masing fase adalah sama. Kondisi ini ditandai dengan titik-titik hitam pada grafik. Namun, kondisi ini tidak berlaku untuk lebar jalan lebih luas di fase 2 yaitu pada Gambar 2. Meskipun kepadatan kendaraan sama, porsi lampu hijau akan berkurang untuk fase dengan lebar jalan yang lebih luas.

Dapat disimpulkan bahwa nyala lampu hijau dan lampu merah menggunakan metode Webster ini bergantung volume kendaraan di setiap persimpangan. Semakin padat jumlah kendaraan, semakin panjang pula nyala lampu hijau. Selain kepadatan kendaraan, lebar jalan pun memberikan sumbangan dalam penentuan siklus optimum.

Selanjutnya, Metode Webster akan diterapkan menentukan lamanya waktu lampu lalu lintas di simpang empat Semplak, Bogor. Data jumlah kendaraan yang diambil langsung oleh penulis dapat dilihat pada Tabel 2.

Tabel 2 Jumlah kendaraan di simpang empat Semplak, Bogor, minggu ke-1

Jenis Kendaraan	Jumlah Kendaraan hari ke-			
	1 (jalur utara)	2 (jalur selatan)	3 (jalur timur)	4 (jalur barat)
Kendaraan ringan (LV)	402	398	422	691
Kendaraan berat (HV)	26	34	47	59
Sepeda motor (MC)	1695	1743	3072	1610

Menggunakan software matematika yang telah dibuat syntaxnya, diperoleh hasil sebagai berikut.

1. Waktu hijau fase1 = 22.70 detik
2. Waktu hijau fase 2 = 12.68 detik
3. Waktu merah fase 1 = 18.68 detik
4. Waktu merah fase 2 = 28.70 detik

Waktu yang dihasilkan dengan metode Webster ini berbeda dengan lamanya nyala lampu merah dan lampu hijau di persimpangan Semplak yang masing-masing telah di *setting* selama 45 detik.

KESIMPULAN

Simulasi numerik Metode Webster ini menunjukkan bahwa siklus optimum bergantung pada volume kendaraan dan lebar jalan. Jika lebar jalan di persimpangan adalah sama, maka semakin padat volume kendaraan di suatu jalur akan mengakibatkan semakin lamanya nyala lampu hijau di jalur tersebut. Namun, hal ini tidak berlaku jika lebar jalan di salah satu jalur berbeda. Porsi lamanya nyala lampu hijau akan berkurang untuk jalur yang memiliki jalan lebih lebar. Sistem pengaturan lampu lalu lintas menggunakan metode Webster ini dapat menjadi cara alternatif untuk mengatasi masalah kemacetan di jalan raya, salah satunya adalah di persimpangan empat Semplak, Bogor. Waktu yang dihasilkan dengan metode Webster ini berbeda dengan lamanya nyala lampu merah dan lampu hijau di persimpangan Semplak yang masing-masing telah di *setting* selama 45 detik.

PUSTAKA

[1] Webster, F.V. 1961. Traffic Signal Settings. *Road Research Technical Paper No.39*.

METODE NON-PARAMETRIK ANALISIS SURVIVAL DALAM MEMODELKAN SELANG KELAHIRAN ANAK PERTAMA DI INDONESIA

NON-PARAMETRIC METHOD IN SURVIVAL ANALYSIS IN MODELING THE BIRTH INTERVAL OF THE FIRST CHILD IN INDONESIA

Rahmat Hidayat, Hadi Sumarno, Endar H. Nugrahani

Departemen Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Pertanian Bogor, Bogor ^{1*}
dayatmath@gmail.com

ABSTRACT

First birth interval is one of an example of survival data. One of the characteristic of survival data is its observation period is not fully observable or censored. Analyzing the censored data using ordinary methods will lead to bias, so to reduce such bias required a certain method called survival analysis. The objective of this paper is to determine the appropriate method for modeling the birth of the first child and to identify dominant factors influencing first birth interval. The analyzed data were taken from the Indonesia Demographic and Health Survey (IDHS) 2012. The result of analysis shows that the most appropriate method is Cox's extended. The Cox's proportional hazard method shows that the dominant factors (covariates) affected are the area of residence, and educational history.

Keywords: survival analysis, censored, covariate, Cox extended

ABSTRAK

Kelahiran anak pertama adalah contoh dari data survival. Ciri khas dari data survival adalah waktu survivalnya yang tidak dapat diamati secara utuh atau biasa disebut dengan sensor. Untuk menganalisis data yang mengandung data tersensor menggunakan metode biasa akan menimbulkan bias, sehingga untuk mengurangi bias tersebut diperlukan suatu metode tertentu yaitu analisis survival. Berdasarkan hal tersebut di atas, maka penelitian ini bertujuan untuk menentukan metode analisis terbaik bagi data interval kelahiran anak pertama, dan mempelajari faktor-faktor yang dominan mempengaruhi interval kelahiran anak pertama. Data yang dianalisis bersumber dari Survei Demografi dan Kesehatan Indonesia (SDKI) 2012. Hasil analisis menunjukkan bahwa metode yang cocok adalah Cox extended. Hasil analisis menggunakan metode ini menunjukkan faktor(kovariat) yang mempengaruhi kelahiran anak pertama di Indonesia adalah daerah tempat tinggal, dan riwayat pendidikan.

Kata kunci: analisis survival, sensor, kovariat, Cox extended

PENDAHULUAN

Dalam demografi ada tiga hal yang sangat berpengaruh, yaitu kematian (*mortality*), perpindahan (*migration*), dan kelahiran (*fertility*). Interval kelahiran anak pertama dapat digunakan sebagai salah satu indikator dari fertilitas. Interval kelahiran anak pertama adalah selisih antara umur perkawinan dengan umur kelahiran anak pertama. Pada kenyataannya panjang interval kelahiran anak pertama dari tiap wanita menikah tidaklah sama. Menurut [1] ada beberapa faktor yang mempengaruhi interval kelahiran anak pertama antara lain daerah tempat tinggal, tingkat pendidikan, umur, pengetahuan tentang alat kontrasepsi dan status bekerja. Sebagian wanita menikah telah melahirkan anak pertama beberapa bulan setelah perkawinan sehingga data yang diperoleh

merupakan data lengkap, namun sebagian lainnya belum mempunyai anak yakni data tersensor. Data survival adalah data tentang pengamatan jangka waktu dari awal pengamatan sampai terjadinya sesuatu peristiwa. Ciri khas dari data survival adalah seringkali tidak dapat diamati secara lengkap (tersensor). Jika semua kejadian yang diharapkan terjadi, dan dapat diamati secara utuh maka beberapa metode analisis bisa dilakukan, namun data survival bersifat sensor [2]. Menganalisis data survival menggunakan metode biasa tidak cocok karena akan menimbulkan bias [3]. Untuk mengurangi bias tersebut diperlukan suatu metode tertentu untuk menganalisisnya, yaitu analisis survival.

DEFINISI TERKAIT ANALISIS SURVIVAL

Definisi 1: Waktu survival adalah jangka waktu dari awal pengamatan sampai terjadinya suatu peristiwa yang berupa kegagalan, kematian, respon, dan lain-lain [4].

Definisi 2: Fungsi survival adalah fungsi yang menyatakan peluang suatu individu dapat bertahan hidup hingga atau lebih dari waktu t (mengalami kejadian sesudah waktu t) [5]. Misalkan T adalah peubah acak, maka fungsi survival didefinisikan sebagai, $S(t) = P(T > t)$. Misalkan f fungsi kepekatan peluang, fungsi survival merupakan komplemen dari fungsi sebaran F dengan,

$$S(t) = \int_t^{\infty} f(x)dx = P(T > t) = 1 - P(T \leq t) = 1 - F(t) [6].$$

Definisi 3: Fungsi *hazard* yaitu fungsi yang menyatakan peluang seseorang mengalami risiko atau kejadian seperti kegagalan atau meninggal pada waktu t dengan syarat bahwa seseorang itu telah bertahan hingga waktu t , fungsinya diberikan:

$$h(t) = \lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{P(t \leq T \leq t + \delta t | T \geq t)}{\delta t} [7].$$

Dari definisi di atas diperoleh hubungan antara fungsi survival dengan fungsi *hazard*.

$$S(t) = \exp(-H(t)) [6].$$

METODE PENELITIAN

3.1 Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah hasil Survei Demografi dan Kesehatan Indonesia (SDKI) tahun 2012. Sampel yang digunakan adalah data pada dua provinsi yaitu Papua Barat dan Daerah Istimewa Yogyakarta sebagai representasi dari daerah yang tingkat fertilitasnya tinggi dan rendah.

3.2 Definisi Operasional

Peubah tak bebas yang digunakan dalam penelitian ini adalah interval kelahiran anak pertama wanita yang menikah untuk pertama kali. Sedangkan peubah bebas yang diduga mempengaruhi interval kelahiran anak pertama adalah:

- Tempat tinggal*, dikelompokkan dalam unit wilayah administrasi terkecil yaitu daerah perkotaan dan pedesaan/kelurahan. Tempat tinggal dibedakan menjadi dua kategori, yaitu kota = 1 dan desa = 2.
- Pendidikan*, sekolah adalah sekolah formal mulai dari pendidikan dasar, menengah dan tinggi. Tidak tamat SD adalah mereka yang tidak pernah mengikuti

- pendidikan formal atau pernah di SD tetapi tidak sampai mendapatkan tanda kelulusan. Pendidikan tertinggi dibagi menjadi empat kategori, yaitu tidak tamat SD = 0, tamat SD = 1, tamat SLTP = 2, dan tamat SMA atau lebih = 3.
- Status pekerjaan*, bekerja adalah kegiatan melakukan pekerjaan dengan maksud memperoleh atau membantu memperoleh penghasilan atau keuntungan selama paling sedikit satu jam dalam seminggu berturut-turut dan tidak terputus. Status pekerjaan dikategorikan menjadi dua, yaitu tidak bekerja = 0 dan bekerja = 1.
 - Pengetahuan tentang alat kontrasepsi*, yaitu tidak tau = 0 dan tau = 1.
 - Umur pernikahan.

MODEL

4.1 Kaplan-Meier

Menurut [8] Kaplan-Meier merupakan metode yang digunakan untuk membandingkan waktu survival dari dua kelompok kovariat. Keuntungan dari metode ini adalah karena termasuk metode non-parametrik yang tidak memerlukan pengetahuan sebaran tertentu [9].

Metode ini cocok sebab data yang digunakan merupakan data individu, selain itu cocok digunakan untuk ukuran data kecil, sedang dan besar. Misalkan waktu kelahiran anak pertama adalah r dan banyaknya wanita yang menikah adalah n , dengan $r \leq n$. Peluang kelahiran anak pertama dalam setiap selang j diduga dengan $\frac{d_j}{n_j}$, dan peluang bertahanya diduga dengan $\hat{p}_j = \left(\frac{n_j - d_j}{n_j}\right)$. Penduga fungsi ketahanan metode Kaplan-Meier diberikan oleh persamaan,

$$\begin{aligned}\hat{S}(t) &= \hat{p}_1 \times \hat{p}_2 \times \hat{p}_3 \times \dots \times \hat{p}_k \\ &= \prod_{j=1}^k \hat{p}_j \\ &= \prod_{j=1}^k \left(\frac{n_j - d_j}{n_j}\right)\end{aligned}$$

Untuk $t_k \leq t < t_{k+1}, k = 1, 2, 3, \dots, m. \hat{S}(t) = 1$ untuk $t \leq t_1$.

4.2 Cox Proporsional Hazard

Cox proporsional hazard adalah model yang biasa digunakan untuk pendekatan multivariat untuk analisis data [10]. Cox proporsional hazard model memiliki ciri bahwa individu yang berbeda memiliki fungsi *hazard* yang proporsional yakni $[h(t|x_1)/h(t|x_2)]$, rasio fungsi *hazard* dari dua individu dengan penyertaan kovariat $x_1 = (x_{11}, x_{21}, \dots, x_{p1})'$ dan $x_2 = (x_{12}, x_{22}, \dots, x_{p2})'$ adalah konstan. [11] menjelaskan bahwa bentuk umum dari model Cox proportional hazard adalah:

$$h_i(t) = h_0(t) \exp(\beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \dots + \beta_p x_{pi}),$$
 dengan x adalah kovariat, tetapi ia tidak membuat asumsi tentang bentuk dari $h_0(t)$ yang disebut dengan *baseline* fungsi *hazard* karena itu adalah nilai dari fungsi *hazard* saat $x = 0$.

4.3 Pendugaan Parameter Metode Cox Proporsional Hazard

Dalam menduga parameter $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p$, Cox menggunakan prosedur *maximum likelihood estimation* dengan hanya mempertimbangkan peluang individu yang mengalami kejadian saja yang disebut *partial likelihood* [12]. Fungsi *partial likelihood* merupakan fungsi peluang bersama dari data ketahanan tak tersensor berupa fungsi dari parameter yang tidak diketahui nilainya. Misalkan terdapat n individu dengan r individu yang mengalami kematian maka $(n - r)$ individu tersensor. Misalkan pula $t_{(1)} < t_{(2)} < t_{(3)} < \dots < t_{(r)}$ merupakan waktu survival terurut tak tersensor. Peluang kematian individu ke- i pada saat $t_{(j)}$ dengan syarat $t_{(j)}$ satu-satunya waktu kematian dari $t_{(1)}, t_{(2)}, t_{(3)}, \dots, t_{(r)}$ dan kovariat untuk individu yang meninggal pada saat $t_{(j)}$ adalah $x_{(j)}$ dinotasikan:

$$P(\text{individu dengan kovariat } x_{(j)} \text{ meninggal saat } t_{(j)} \mid \text{kematian tunggal saat } t_{(j)}) = \frac{P(\text{individu dengan kovariat } x_{(j)} \text{ meninggal saat } t_{(j)})}{P(\text{kematian tunggal saat } t_{(j)})}. \quad (1)$$

Pembilang merupakan risiko kematian individu ke- i pada saat $t_{(j)}$, dinotasikan $h_i(t_{(j)})$, sedangkan penyebut merupakan jumlah risiko kematian saat $t_{(j)}$ untuk semua individu yang mempunyai risiko kematian saat $t_{(j)}$ atau penjumlahan $h_i(t_{(j)})$ dalam $R(t_{(j)})$, dengan $R(t_{(j)})$ merupakan himpunan individu yang berisiko mengalami kematian saat $t_{(j)}$ yaitu individu-individu yang hidup dan tak tersensor sesaat sebelum $t_{(j)}$ sehingga $R(t_{(j)})$ disebut *risk set*. Misalkan A adalah kejadian individu ke- i dengan kovariat $x_{(j)}$ meninggal saat $t_{(j)}$ dan B adalah kejadian kematian tunggal saat $t_{(j)}$. Persamaan (1) menjadi

$$P(A|B) = \frac{h_i(t_{(j)})}{\sum_{l \in R(t_{(j)})} h_l(t_{(j)})}. \quad (2)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan pada model Cox proporsional hazard diperoleh

$$P(A|B) = \frac{h_0(t) \exp(\beta' x_{(j)})}{\sum_{l \in R(t_{(j)})} h_0(t) \exp(\beta' x_l)} = \frac{\exp(\beta' x_{(j)})}{\sum_{l \in R(t_{(j)})} \exp(\beta' x_l)}. \quad (3)$$

Dengan demikian fungsi *likelihood* dari peluang bersyarat di atas adalah

$$L(\beta) = \prod_{j=1}^r \frac{\exp(\beta' x_{(j)})}{\sum_{l \in R(t_{(j)})} \exp(\beta' x_l)}$$

dengan $x_{(j)}$ merupakan vektor kovariat untuk individu yang meninggal saat $t_{(j)}$. Besaran $\sum_{l \in R(t_{(j)})} \exp(\beta' x_l)$ merupakan penjumlahan nilai $\exp(\beta' x_l)$ untuk setiap individu anggota $R(t_{(j)})$. Perkalian pada fungsi *likelihood* hanya untuk individu yang tak tersensor. Individu yang tersensor tidak termasuk dalam pembilang tetapi terdapat pada penyebut yaitu penjumlahan $\exp(\beta' x_l)$ untuk setiap l anggota $R(t_{(j)})$.

Misalkan data terdiri dari n pengamatan waktu ketahanan yaitu $t_1, t_2, t_3, \dots, t_n$ dan δ_i adalah indikator kejadian dengan nilai

$$\delta_i = \begin{cases} 0, & \text{individu ke- } i \text{ tersensor kanan} \\ 1, & \text{lainnya.} \end{cases}$$

Maka persamaan fungsi *likelihood* dapat dinyatakan sebagai

$$L(\beta) = \prod_{i=1}^n \left\{ \frac{\exp(\beta' x_i)}{\sum_{l \in R(t_i)} \exp(\beta' x_l)} \right\}^{\delta_i}$$

Jika dilogaritmakan maka diperoleh

$$\begin{aligned} \ln L(\beta) &= \ln \left(\prod_{i=1}^n \left\{ \frac{\exp(\beta' x_i)}{\sum_{l \in R(t_i)} \exp(\beta' x_l)} \right\}^{\delta_i} \right) \\ &= \sum_{i=1}^n \left(\ln \left\{ \frac{\exp(\beta' x_i)}{\sum_{l \in R(t_i)} \exp(\beta' x_l)} \right\}^{\delta_i} \right) = \sum_{i=1}^n \delta_i \left(\ln \frac{\exp(\beta' x_i)}{\sum_{l \in R(t_i)} \exp(\beta' x_l)} \right) \\ &= \sum_{i=1}^n \delta_i \left\{ \beta' x_i - \ln \sum_{l \in R(t_i)} \exp(\beta' x_l) \right\}. \end{aligned}$$

Penduga parameter β dapat diperoleh dengan memaksimumkan fungsi $\ln L(\beta)$, yaitu solusi dari

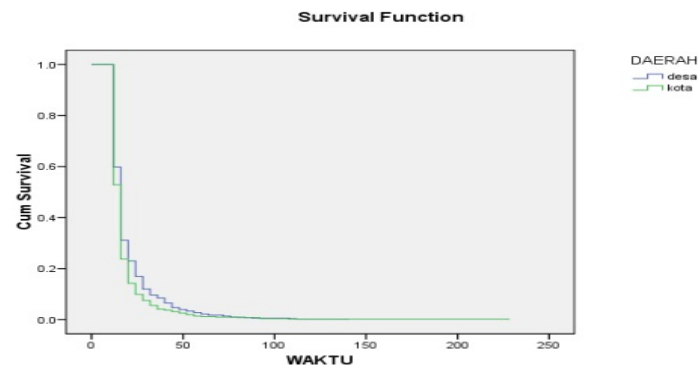
$$\begin{aligned} \frac{d \log L(\beta)}{d\beta} &= 0 \\ \Leftrightarrow \sum_{i=1}^n \delta_i \left\{ x_i - \frac{\sum_{l \in R(t_i)} \exp(\beta' x_l) x_l}{\sum_{l \in R(t_i)} \exp(\beta' x_l)} \right\} &= 0. \end{aligned}$$

Solusi persamaan tersebut sulit ditentukan secara analitik tetapi lebih mudah diselesaikan secara numerik.

HASIL DAN PEMBAHASAN

5.1 Membandingkan dua kelompok data survival dengan metode Kaplan-Meier

Hasil analisis survival menggunakan metode Kaplan-Meier untuk peubah bebas daerah tempat tinggal dalam grafik adalah sebagai berikut.



Gambar 1. Fungsi survival metode Kaplan-Meier untuk peubah bebas daerah tempat tinggal

Dari Gambar 1 terlihat bahwa survival individu yang bertempat tinggal di desa berbeda dengan yang bertempat tinggal di kota. Hal ini sesuai dengan hasil analisis dengan menggunakan metode *Life Table* sebelumnya. Selanjutnya dilakukan uji hipotesis untuk melihat apakah perbedaan itu nyata atau kebetulan saja, dengan hipotesis sebagai berikut,

$$H_0: S_1(t) = S_2(t)$$

$$H_1: S_1(t) \neq S_2(t)$$

Hasil uji logrank berdasarkan kovariat status daerah tempat tinggal disajikan dalam tabel berikut,

Tabel 1 Hasil uji log rank untuk melihat perbedaan tingkat survival kelahiran anak pertama kovariat tempat tinggal

	df	Sig.
Log Rank (Mantel-Cox)	1	,003

Dengan taraf nyata 0.05 uji khi-kuadrat berderajat bebas 1 cukup signifikan untuk menolak H_0 . Jadi dapat disimpulkan bahwa terdapat perbedaan yang nyata antara tingkat survival kelahiran anak pertama individu yang tinggal di desa dan yang di kota.

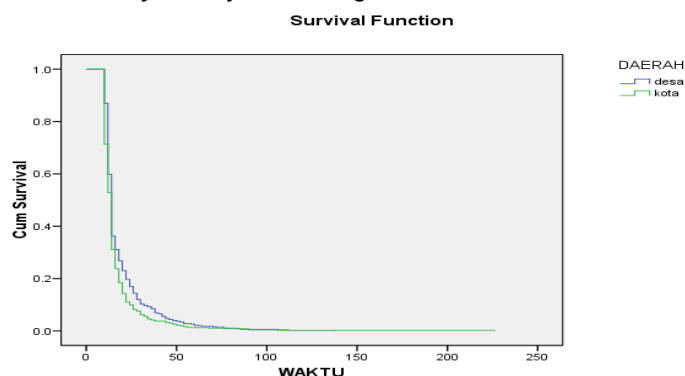
5.2 Membandingkan dua kelompok data survival dengan metode *Cox proporsional Hazard*

Metode ini memiliki ciri bahwa individu yang berbeda memiliki fungsi hazard yang proporsional. Sehingga perlu diuji terlebih dahulu asumsi proporsional tersebut. Untuk menguji asumsi proporsional tersebut digunakan uji statistik Schoenfeld residual. Schoenfeld residual adalah salah satu metode *Goodness of Fit* untuk memeriksa asumsi proporsional suatu peubah. Ide dasar dari metode ini adalah jika asumsi proporsional terpenuhi untuk suatu peubah maka Schoenfeld residual untuk peubah tersebut tidak akan berkorelasi dengan peringkat waktu. Hasilnya disajikan pada tabel berikut

Tabel 2 Korelasi dan nilai $-p$ peubah penjas

Peubah penjas	Korelasi	Nilai $-p$
Daerah	0.05438	0.1489

Dengan nilai p sebesar 0.1489 artinya peubah penjas daerah tempat tinggal memenuhi asumsi proporsional sehingga memungkinkan dianalisis dengan metode Cox proporsional hazard. Grafiknya disajikan sebagai berikut



Gambar 2 Fungsi survival metode Cox PH untuk peubah bebas daerah tempat tinggal

Dari Gambar 2 terlihat bahwa survival individu yang bertempat tinggal di desa berbeda dengan yang bertempat tinggal di kota. Hal ini sesuai dengan hasil analisis

dengan menggunakan metode *Kaplan-Meier* sebelumnya. Jika data survival yang akan dibandingkan lebih dari dua kelompok individu, misalnya ingin melihat perbedaan karakteristik daerah tempat tinggal, tingkat pendidikan, umur, pengetahuan tentang alat kontrasepsi dan lain-lain maka metode Kaplan-Meier menjadi tidak praktis. Hal ini dikarenakan dalam metode Kaplan-Meier setiap dua kelompok populasi harus diuji secara tersendiri, sehingga jika ada beberapa kelompok maka harus dilakukan uji berulang-ulang. Jika responden mempunyai beberapa karakteristik, metode Cox hazard proporsional dapat menerangkan pengaruh karakteristik-karakteristik tersebut terhadap peubah respon secara simultan. Oleh karena itu dilakukan uji asumsi proporsional untuk semua kovariat

Tabel 3 Korelasi dan nilai $-p$ peubah penjelas

Peubah penjelas	Korelasi	Nilai $-p$
Daerah	0.05438	0.1489
Lulus SD	0.02557	0.4976
Lulus SMP	-0.05312	0.1586
Lulus SMA	0.03078	0.4141
Pengetahuan Alat Kontrasepsi	0.01169	0.7565
Umur	-0.10459	0.0054*
Pekerjaan	-0.04565	0.2257

Nilai $-p$ kovariat umur kurang dari 0.05 yang berarti terdapat korelasi antara kovariat tersebut dengan peringkat waktu sampai individu melahirkan anak pertama sehingga kovariat umur tidak memenuhi asumsi proporsional. Karena adanya kovariat yang tidak memenuhi asumsi proporsional maka menggunakan metode Cox proporsional hazard kurang cocok, sehingga digunakan perluasan metode ini yang disebut Cox extended

$$h(t, x(t)) = h_0(t) \exp \left[\sum_{j=1}^p \beta_j x_j + \sum_{j=1}^p \delta_j x_j g_j(t) \right]$$

- $g_j(t) = 0$ merupakan bentuk yang paling sederhana sehingga menghasilkan model Cox propotional hazard.
- $g_j(t) = t$. Jika hasil pengujian δ_j signifikan maka model Cox *extended* lebih baik dari pada Cox proportional hazard sehingga *hazard ratio* merupakan fungsi terhadap waktu.
- $g_j(t) = \log(t)$

Sebelum dilakukan analisis, terlebih dahulu dilakukan uji untuk melihat bentuk $g_j(t)$ yang lebih sesuai. Uji ini menggunakan kriteria AIC. AIC merupakan salah satu ukuran untuk pemilihan model regresi terbaik yang diperkenalkan oleh Hirotugu Akaike pada tahun 1973. Metode tersebut didasarkan pada *maximum likelihood estimation*, dengan persamaan

$$AIC = -2 \log \hat{L} + \alpha q$$

dengan $\hat{L}$ merupakan fungsi *likelihood*, q jumlah parameter, β dan α konstanta yang ditentukan. Nilai α yang sering digunakan yaitu antara 2 dan 6. Menurut metode AIC, model regresi terbaik adalah model yang mempunyai nilai AIC terkecil.

Tabel 3 Nilai AIC model

No.	Jenis Model	Nilai AIC
1.	Cox Proportional Hazard <i>Cox extended</i>	10464.278
2.	$g_1(t) = t$	10465.014
3.	$g_1(t) = \log t$	10451.802

Nilai AIC dengan bentuk $g_1(t) = \log t$ adalah yang paling kecil di antara dua model lainnya. Sehingga model inilah yang terbaik.

Hasil pendugaan parameter dengan menggunakan metode Cox proporsional hazard disajikan pada tabel berikut

Tabel 4 Penduga parameter, nilai- p , dan *hazard ratio* dengan menggunakan model Cox proporsional hazard

Peubah penjelas	Penduga parameter	Standar error	Chi-Square	Nilai - p	Hazard ratio
Daerah tempat tinggal	-0.32996	0.05896	31.3204	<0.0001*	0.719
Lulus SD	0.54800	0.20091	7.4396	0.0064*	1.730
Lulus SMP	0.98723	0.20295	23.6637	<0.0001*	2.684
Lulus SMA	1.44341	0.22071	42.7709	<0.0001*	4.235
Pengetahuan alat kont.	0.23638	1.01985	0.0537	0.8167	1.267
Umur	0.06833	0.03079	4.9249	0.0265*	1.071
Pekerjaan	-0.07083	0.01017	1.6276	0.2020	0.932
Umurt	-0.03861	0.01017	14.3992	0.0001*	0.962

Pada Tabel 4 terlihat bahwa peubah penjelas yang berpengaruh nyata terhadap interval kelahiran anak pertama adalah daerah tempat tinggal, lulus SD, lulus SMP, lulus SMA, umur dan umur*log(t).

INTERPETASI

Nilai *hazard ratio* memungkinkan kita untuk membandingkan antara beberapa grup dalam analisis survival [13]. Tabel 4 menunjukkan bahwa peubah tempat tinggal, lulus SD, lulus SMP, lulus SMA, dan umur merupakan peubah yang berpengaruh nyata terhadap risiko individu melahirkan anak pertama. Dari nilai *hazard ratio* terlihat bahwa individu yang bertempat tinggal di kota memiliki risiko melahirkan anak pertama lebih kecil dibandingkan individu yang bertempat tinggal di desa sebesar 0.719 kali, serta riwayat pendidikan individu yang lulus SD, lulus SMP, dan lulus SMA atau lebih akan menaikkan risiko melahirkan anak pertama berturut-turut sebesar 1.730, 2.648, 4.235 kalinya individu yang memiliki riwayat pendidikan rendah atau tidak lulus SD. Setiap penambahan usia sebesar satu tahun maka akan meningkatkan risiko melahirkan anak pertama sebesar 7.1% dengan tingkat penurunan yang semakin mengecil pada t yang meningkat, setelah sekitar 4.9 tahun peningkatan usia pernikahan akan menurunkan risiko melahirkan anak pertama sebesar 3.8%.

KESIMPULAN

Setelah dilakukan analisis terhadap data kelahiran anak pertama di Indonesia, dapat disimpulkan bahwa metode Cox extended dapat memodelkan data dengan baik. Jika semua kovariat yang digunakan memenuhi asumsi proporsional maka metode Cox proporsional hazard cukup handal digunakan dalam analisis data, namun jika ada kovariat yang tidak proporsional lebih efektif menggunakan Cox extended. Dari empat peubah bebas yang diuji, peubah yang nyata berpengaruh terhadap interval kelahiran anak pertama adalah daerah tempat tinggal, tingkat pendidikan, dan umur pernikahan.

PUSTAKA

- [1] Ibrohim J. 1994. *Analisis selang kelahiran anak di Jawa Barat*. Jurusan Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam[Tesis]: Bogor (ID): Program Pascasarjana, Institut Pertanian Bogor.
- [2] Clark TG, Bradburn M, Altman DG. 2003. Survival Analysis Part I: basic concepts and first analysis. *British Journal of Cancer* 89(2): 232-238.
- [3] Widyaningsih Y. 2006. *Penerapan analisis regresi logistik dan analisis survival pada masa laktasi wanita Indonesia* [Tesis]. Bogor (ID): Program Pascasarjana, Institut Pertanian Bogor.
- [4] Lee ET. 1992. *Statistical Methods for Survival data Analysis*. 2nd ed. New York: A Wiley Interscience Publication.
- [5] Banerjee T. 2007. Bayesian analysis of generalized odds-rate hazards models for survival data. *Lifetime Data Anal* 13(5): 241-260.
- [6] Collet D. 1994. *Modelling Survival Data in Medical Research* 2nd ed. London: Chapman & Hall/CRC.
- [7] Cox DR, Oakes. 1984. *Analysis of Survival Data*. Cambridge: University Press.
- [8] Hoon TS. 2008. Using Kaplan-Meier and Cox Regression in Survival Analysis. *Journal ESTEEM* 4(2): 3-14.
- [9] Kaplan EL, Meier P. 1958. *Non Proportional Estimation from Incomplet Observation*. Journal of The Americal Statistical Association (53): 457-481.
- [10] Bradburn M, Clark TG, Love C. 2003. Multivariate data analysis, an introduction to concepts and methods. *British Journal of Cancer*. 89(3): 431-436.
- [11] Cox DR. 1972. Regression models and life tables (with discussion). *J R Statisc Sic B* 34(2): 187-220.
- [12] Kleinbaum DG, Klein M. 2012. *Survival Analysis A Self-Learning Text*. 3th ed. New York: Springer.
- [13] Love C, Altman DG, Bradburn M. 2003. Multivariate data analysis. *British Journal of Cancer* 89(3): 437-443.

PENDIDIKAN



**PROFIL SOFT SKILLS MAHASISWA PROGRAM STUDI PENDIDIKAN
MATEMATIKA FAKULTAS KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
UNIVERSITAS RIAU**

**THE STUDENTS SOFT SKILLS PROFILE OF MATHEMATICS STUDY PROGRAM
FACULTY OF TEACHER TRAINING AND EDUCATION RIAU UNIVERSITY**

Atma Murni, Nahor Murani Hutapea

Pendidikan Matematika FKIP Universitas Riau, Pekanbaru
Email: murni_atma@yahoo.co.id
Jl. Kutilang Sakti Gg. III No.44 Panam Pekanbaru, 28294

ABSTRACT

Superior human resources not only have the ability of hard skills but also the ability in aspect of soft skills. Soft skills is a skill of someone to organize themselves and interact with others in all daily activities. This study aims to describe the profile of soft skills Mathematics Education Program students who can serve as the foundation for empowering soft skills in the lecture. The results show that: (1) a spiritual attitude is classified as excellent and good, (2) the discipline and manners are classified as good, (3) the attitude of honesty, cooperation, responsibility, tolerance, and confident is sufficient.

Keywords: *Profile, soft skills*

ABSTRAK

Sumber daya manusia yang unggul tidak hanya memiliki kemampuan *hard skills* saja melainkan juga memiliki kemampuan dalam aspek *soft skills*. *Soft skills* merupakan seperangkat keterampilan seseorang dalam mengatur dirinya sendiri dan berinteraksi dengan orang lain dalam segala aktivitas kehidupan. Penelitian ini bertujuan mendeskripsikan profil *soft skills* mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika yang dapat dijadikan sebagai fondasi untuk melakukan pemberdayaan *soft skills* dalam perkuliahan. Hasil yang diperoleh menunjukkan bahwa: (1) sikap spiritual tergolong baik sekali dan baik; (2) sikap disiplin dan santun tergolong baik; (3) sikap jujur, kerja sama, tanggung jawab, toleransi, dan percaya diri tergolong cukup.

Kata kunci: *profil, soft skills*

PENDAHULUAN

Pengembangan hard skills dan soft skills harus seimbang, seiring dan sejalan di pendidikan tinggi sebagai pencetak sumber daya yang tangguh dan unggul. Agar setiap pengalaman belajar dan isi mata kuliah benar-benar berada dalam konteks pekerjaan yang ditekuni, dalam hal ini konteks profesi guru, dengan mengacu pada pemikiran Gardner dalam [1], maka dalam mata kuliah seyogyanya dikembangkan kemampuan yang terkait dengan kecerdasan: (a) keilmuan, (b) mensintesis, (c) berkreasi, (d) menghargai, dan (e) etik. Kemampuan tersebut secara akumulatif akan membangun keutuhan kepribadian peserta didik calon guru dengan segala perangkat hard skills dan soft skill-nya. Dengan demikian Kurikulum Pendidikan Guru dalam membentuk sosok utuh kompetensi guru benar-benar harus menyiapkan perangkat pengalaman belajar yang relevan dan terukur dengan kompetensi utuh.

Hard skills adalah sebagian besar mata kuliah yang tersusun dalam kurikulum. Hard skills adalah skill yang dapat menghasilkan sesuatu yang sifatnya visible dan

immediate. Hard skills dapat dinilai dari technical test atau practical test. Dengan demikian, hard skills adalah suatu kemampuan yang didapatkan selama kuliah yang menghasilkan sesuatu yang terlihat dan dapat dinilai dengan segera melalui test atau evaluasi yang diberikan. Sedangkan soft skills adalah perilaku hubungan mahasiswa dengan dirinya sendiri dan berinteraksi dengan orang lain misalnya bekerja sama dalam tim, inisiatif, pengambilan keputusan, komunikasi, kemampuan beradaptasi, kepemimpinan, dan pemecahan masalah. Soft skills bersifat invisible dan merupakan jenis keterampilan yang lebih banyak terkait dengan sensitivitas perasaan mahasiswa terhadap lingkungan di sekitarnya. Karena soft skills terkait dengan keterampilan psikologis maka dampak yang diakibatkan lebih abstrak namun tetap bisa dirasakan seperti perilaku sopan, disiplin, keteguhan hati, kemampuan untuk dapat bekerja sama, menghargai pendapat dan membantu orang lain..

Soft skills memuat komunikasi efektif, berpikir kreatif dan kritis, membangun tim, serta kemampuan lainnya yang terkait kapasitas kepribadian individu. Sebagaimana dinyatakan dalam [2] bahwa keterampilan-keterampilan yang termasuk dalam kategori soft skills adalah integritas, inisiatif, motivasi, etika, kerja sama dalam tim, kepemimpinan, kemauan belajar, komitmen, mendengarkan, tangguh, fleksibel, komunikasi lisan, jujur, berargumentasi logis, dan lainnya. Sejalan dengan itu, [3] menyatakan bahwa soft skills merupakan keterampilan non akademik, meliputi: leadership; teamwork; communication; lifelong learning; entrepreneurship; ethics and professional moral; and critical thinking and problem solving.

Soft skills dapat mempengaruhi seseorang untuk memperlihatkan dirinya lebih beretika, percaya diri, dapat menghargai diri sendiri dan orang lain, dapat mengatur kepribadian dalam menjaga emosi dan tingkah laku [4]. Dengan demikian, orang lain dapat menilai seseorang itu jauh lebih baik dan dapat dijadikan suatu panutan atau contoh untuk melakukan hal yang serupa. Hal tersebut membuat soft skills sangatlah penting dalam kehidupan seseorang dalam menjadikan diri lebih baik dari sebelumnya.

Menurut [4], manfaat yang dapat dirasakan seiring dengan peningkatan soft skills dalam pembelajaran diantaranya adalah: (1) menjadikan diri lebih percaya diri dari sebelumnya; (2) mendapatkan banyak teman; (3) sering mendapatkan tawaran untuk menjadi pemimpin di beberapa organisasi; (4) dapat mengatur emosi dengan lebih baik dari sebelumnya; (5) dapat dengan lebih mudah memecahkan masalah; (6) dapat melakukan komunikasi lebih baik; (7) berani menyampaikan pendapat; (8) berani berbicara di depan umum; (9) berani bernegosiasi dengan cara yang lebih baik, dan (10) lebih dapat menghargai dan dihargai.

Semenjak tahun 2007 Direktorat Akademik dan Direktorat Kelembagaan Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi telah meluncurkan Program Pengembangan Soft Skills yang diberikan secara kompetitif di kalangan perguruan tinggi. Sebagaimana dinyatakan [5] bahwa Pemangku Kebijakan Pendidikan mulai merasakan peranan soft skills dalam dunia kerja sehingga perlu dilakukan penanaman atau pemberdayaan soft skills kepada mahasiswa selama mengikuti perkuliahan.

Soft skills yang dibahas dalam penelitian ini berkaitan dengan soft skills yang perlu dimiliki mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika sebagai calon guru matematika. Sehubungan dengan itu, perlu dikaitkan dengan karakter yang perlu dibina pada siswa SMP yang diterbitkan Direktorat Pembinaan Sekolah Menengah Pertama [6] yang menyatakan bahwa soft skills merupakan keterampilan yang dapat membangun karakter

peserta didik. Secara rinci diuraikan pengertian setiap nilai-nilai karakter yang dapat terintegrasi di dalam proses pembelajaran di SMP, diantaranya sebagai berikut.

- a. Jujur adalah perilaku yang didasarkan pada upaya menjadikan dirinya sebagai orang yang selalu dapat dipercaya dalam perkataan, tindakan, dan pekerjaan, baik terhadap diri dan pihak lain.
- b. Peduli adalah sikap dan tindakan yang selalu berupaya mencegah dan memperbaiki penyimpangan dan kerusakan (manusia, alam, dan tatanan) di sekitar dirinya.
- c. Tangguh adalah sikap dan perilaku pantang menyerah atau tidak pernah putus asa ketika menghadapi berbagai kesulitan dalam melaksanakan kegiatan atau tugas sehingga mampu mengatasi kesulitan tersebut dalam mencapai tujuan.
- d. Mandiri adalah sikap dan perilaku yang tidak mudah tergantung pada orang lain dalam menyelesaikan tugas-tugas.
- e. Berpikir logis, kritis, kreatif, dan inovatif adalah berpikir dan melakukan sesuatu secara kenyataan atau logika untuk menghasilkan cara atau hasil baru dan termutakhir dari apa yang telah dimiliki.
- f. Kerja keras adalah perilaku yang menunjukkan upaya sungguh-sungguh dalam mengatasi berbagai hambatan guna menyelesaikan tugas (belajar/pekerjaan) dengan sebaik-baiknya.
- g. Tanggung jawab adalah sikap dan perilaku seseorang untuk melaksanakan tugas dan kewajibannya sebagaimana yang seharusnya dia lakukan, terhadap diri sendiri, masyarakat, lingkungan (alam, sosial, dan budaya), negara dan Tuhan YME.
- h. Percaya diri adalah sikap yakin akan kemampuan diri sendiri terhadap pemenuhan tercapainya setiap keinginan dan harapannya.
- i. Rasa ingin tahu adalah sikap dan tindakan yang selalu berupaya untuk mengetahui lebih mendalam dan meluas dari apa yang dipelajarinya, dilihat, dan didengar.
- j. Menghargai karya dan prestasi orang lain adalah sikap dan tindakan yang mendorong dirinya untuk menghasilkan sesuatu yang berguna bagi masyarakat, dan mengakui dan menghormati keberhasilan orang lain.
- k. Santun adalah sifat yang halus dan baik dari sudut pandang tata bahasa maupun tata perilakunya ke semua orang.

Dalam penelitian [7] yang menerapkan pembelajaran metakognitif berbasis *soft skills* ditemukan bahwa pemberdayaan *soft skills* dalam pembelajaran matematika di SMP memberikan pengaruh terhadap peningkatan hasil belajar matematika siswa khususnya pada kemampuan pemecahan masalah matematis dan kemampuan representasi matematis. Dalam pembelajaran berbasis *soft skills* guru harus dapat memberi tauladan tentang *soft skills*. Dengan demikian guru harus memiliki *soft skills* yang baik.

Sehubungan dengan guru perlu memiliki *soft skills* yang baik maka mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika sebagai calon guru matematika perlu dibiasakan memiliki *soft skills* yang akan ditularkan pada anak didiknya. Pemberdayaan *soft skills* mahasiswa dapat diintegrasikan dalam perkuliahan atau pembelajaran. Sebelum melakukan pemberdayaan *soft skills* dalam perkuliahan perlu dilakukan penelitian pendahuluan untuk mengetahui profil *soft skills* mahasiswa. Untuk itu penelitian ini dilakukan untuk mengetahui profil *soft skills* mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika. Dengan demikian, dirumuskan masalah: "Bagaimana profil *soft skills* mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Riau?". *Soft skills*

yang dideskripsikan terkait dengan: sikap spiritual, jujur, disiplin, kerjasama, tanggung jawab, toleransi, percaya diri, dan santun.

Melalui penelitian ini dapat diketahui gambaran *soft skills* mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Riau sehingga dapat dijadikan sebagai fondasi untuk merencanakan penelitian lanjutan dalam rangka pemberdayaan *soft skills* mahasiswa dalam perkuliahan. Sasaran dari hasil penelitian lanjutan dapat digunakan untuk menyempurnakan kurikulum Pendidikan Matematika yang mengintegrasikan *soft skills* dalam setiap matakuliah.

METODE PENELITIAN

a) Disain Penelitian

Penelitian ini merupakan penelitian deskriptif yaitu menggambarkan profil *soft skills* mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika.

b) Subjek Penelitian

Subjek penelitian ini adalah seluruh mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika yang aktif kuliah pada semester ganjil 2013/2014 sebanyak 159 orang yang terdiri dari mahasiswa angkatan 2011 (46 orang), mahasiswa angkatan 2012 (61 orang), dan mahasiswa angkatan 2013 (52 orang).

c) Instrumen Penelitian dan Pengembangannya

Data penelitian ini diperoleh dengan menggunakan tiga jenis instrumen *soft skills* yaitu: angket tertutup, lembar observasi perkuliahan, dan pedoman wawancara. Instrumen disusun dan dikembangkan berdasarkan delapan aspek *soft skills*, yaitu: sikap spiritual, jujur, disiplin, kerjasama, tanggung jawab, toleransi, percaya diri, dan santun. Instrumen diperlukan untuk menjawab pertanyaan penelitian yang telah diumuskan di atas.

Angket *soft skills* menggunakan skala Likert yang dimodifikasi dengan empat pilihan yaitu: selalu, sering, kadang-kadang, dan tidak pernah. Instrumen ini diberikan kepada seluruh subjek penelitian. Sebelum instrumen ini digunakan, dilakukan validasi secara logis oleh validator dilanjutkan dengan ujicoba empiris dalam dua tahap. Tahap pertama dilakukan uji terbatas pada 6 orang mahasiswa (2 orang mahasiswa baru, 2 orang mahasiswa tingkat menengah, dan 2 orang mahasiswa tingkat akhir) di luar subjek penelitian tetapi setara. Tujuan dari uji coba terbatas ini, untuk mengetahui tingkat keterbacaan bahasa dan sekaligus memperoleh gambaran apakah pernyataan-pernyataan dari angket *soft skills* dapat dipahami oleh mahasiswa dengan baik.

Setelah instrumen *soft skills* dinyatakan layak untuk digunakan, kemudian dilakukan uji coba tahap selanjutnya pada mahasiswa di luar subjek penelitian. Tujuan ujicoba ini untuk mengetahui validitas empiris setiap item pernyataan dan reliabelitasnya.

d) Prosedur Penelitian

Penelitian ini dilakukan dalam tiga tahap kegiatan yaitu: (1) tahap persiapan; (2) tahap implementasi kegiatan penelitian; dan (3) tahap analisis data dan penulisan laporan hasil penelitian.

1) Tahap persiapan penelitian

Kegiatan yang dilakukan pada tahap ini adalah sebagai berikut.

- a) Menyiapkan instrumen penelitian berupa angket *soft skills*, lembar observasi, dan pedoman wawancara.
- b) Memvalidasi instrumen penelitian.
- c) Melakukan revisi instrumen penelitian berdasarkan hasil validasi.
- d) Melakukan uji coba instrumen penelitian pada mahasiswa di luar subjek penelitian dengan tujuan untuk menyempurnakan instrumen penelitian.
- e) Menyempurnakan instrumen penelitian berdasarkan hasil uji coba.

2) Tahap implementasi kegiatan penelitian

Kegiatan yang dilakukan pada tahap ini adalah sebagai berikut.

- a) Mengedarkan angket *soft skills* pada seluruh mahasiswa.
- b) Mengoreksi angket setiap mahasiswa.
- c) Melakukan observasi terhadap *soft skills* mahasiswa ketika mengikuti perkuliahan.
- d) Memilih mahasiswa yang akan diwawancarai.
- e) Melakukan wawancara.

3) Tahap analisis data dan penulisan laporan hasil penelitian

Kegiatan yang dilakukan pada tahap ini adalah sebagai berikut.

- a) Menganalisis dan membuat kesimpulan dari data yang diperoleh sehingga diperoleh temuan-temuan penelitian.
- b) Menyusun laporan penelitian.

e) Prosedur Analisis Data

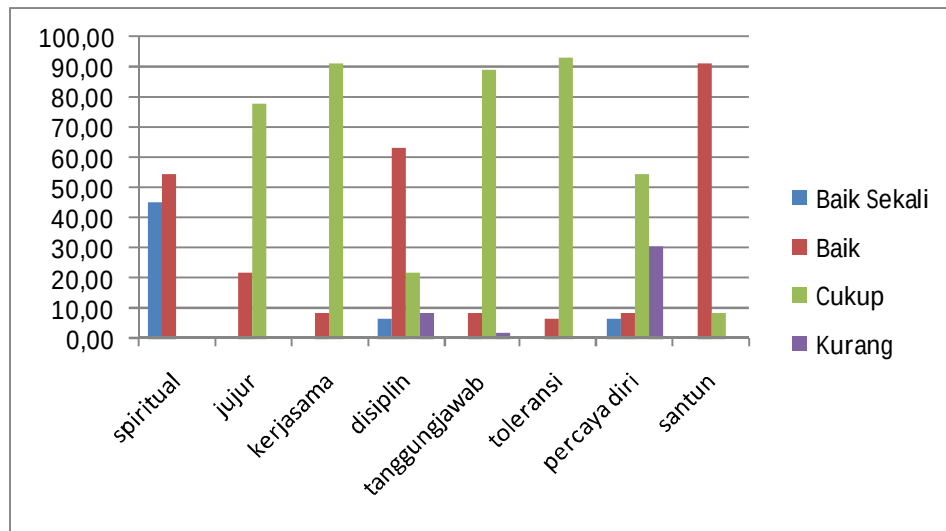
Jenis data yang dianalisis dalam penelitian ini terdiri dari data kuantitatif dan data kualitatif. Data kuantitatif diperoleh dari hasil angket. Data kualitatif diperoleh dari hasil observasi dan wawancara.

HASIL DAN PEMBAHASAN

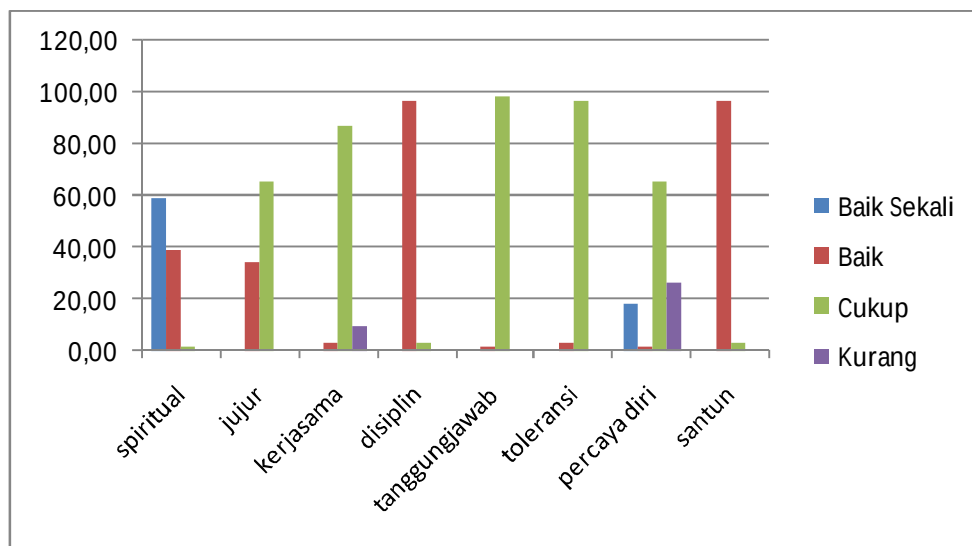
Untuk menjawab pertanyaan-pertanyaan penelitian, data dari 159 mahasiswa dianalisis secara deskriptif. Hasil pengolahan data tentang profil *soft skills* mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika dapat dideskripsikan melalui Tabel 1 dan Gambar 1 untuk mahasiswa angkatan 2011, Tabel 2 dan Gambar 2 untuk mahasiswa angkatan 2012, dan Tabel 3 dan Gambar 3 untuk mahasiswa angkatan 2013.

Tabel 1. Profil *Soft Skills* Mahasiswa Angkatan 2011

No	Aspek Soft Skills	Kategori							
		Baik Sekali		Baik		Cukup		Kurang	
		Jml	%	Jml	%	Jml	%	Jml	%
1	Spiritual	21	45,65	25	54,35	0	0	0	0
2	Jujur	0	0	10	21,74	36	78,26	0	0
3	Kerjasama	0	0	4	8,70	42	91,30	0	0
4	Disiplin	3	6,52	29	63,04	10	21,74	4	8,70
5	Tanggung jawab	0	0	4	8,70	41	89,13	1	2,17
6	Toleransi	0	0	3	6,52	43	93,48	0	0
7	Percaya Diri	3	6,52	4	8,70	25	54,35	14	30,43
8	Santun	0	0	42	91,30	4	8,70	0	0

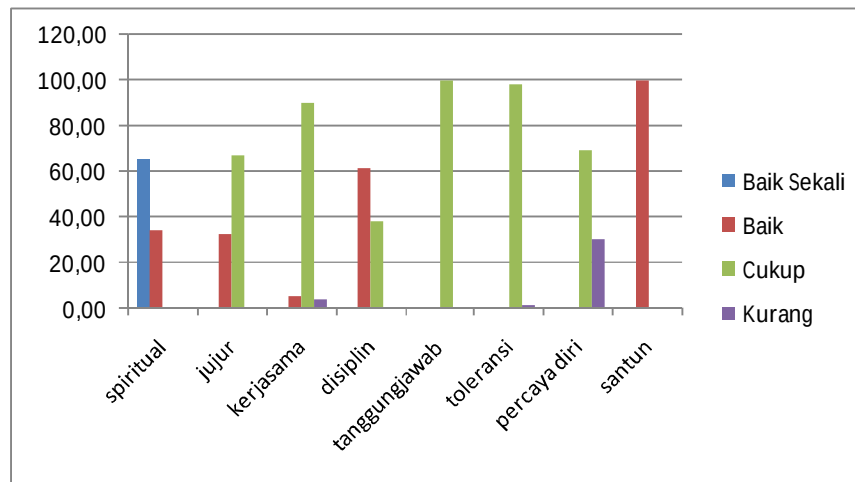
Gambar 1. Profil *Soft Skills* Mahasiswa Angkatan 2011Tabel 2. Profil *Soft Skills* Mahasiswa Angkatan 2012

No	Aspek Soft Skills	Kategori							
		Baik Sekali		Baik		Cukup		Kurang	
		Jml	%	Jml	%	Jml	%	Jml	%
1	Spiritual	21	45,65	25	54,35	0	0	0	0
2	Jujur	0	0	10	21,74	36	78,26	0	0
3	Kerjasama	0	0	4	8,70	42	91,30	0	0
4	Disiplin	3	6,52	29	63,04	10	21,74	4	8,70
5	Tanggung jawab	0	0	4	8,70	41	89,13	1	2,17
6	Toleransi	0	0	3	6,52	43	93,48	0	0
7	Percaya Diri	3	6,52	4	8,70	25	54,35	14	30,43
8	Santun	0	0	42	91,30	4	8,70	0	0

Gambar 2. Profil *Soft Skills* Mahasiswa Angkatan 2012

Tabel 3. Profil *Soft Skills* Mahasiswa Angkatan 2013

No	Aspek Soft Skills	Kategori							
		Baik Sekali		Baik		Cukup		Kurang	
		Jml	%	Jml	%	Jml	%	Jml	%
1	Spiritual	34	65,38	18	34,62	0	0	0	0
2	Jujur	0	0	17	32,69	35	67,31	0	0
3	Kerjasama	0	0	3	5,77	47	90,38	2	3,85
4	Disiplin	0	0	32	61,54	20	38,46	0	0
5	Tanggung jawab	0	0	0	0	52	100	0	0
6	Toleransi	0	0	0	0	51	98,08	1	1,92
7	Percaya Diri	0	0	0	0	36	69,23	16	30,77
8	Santun	0	0	52	100	0	0	0	0

Gambar 3. Profil *Soft Skills* Mahasiswa Angkatan 2013

Dari Tabel 1 dan Gambar 1, Tabel 2 dan Gambar 2, Tabel 3 dan Gambar 3 tentang profil *soft skills* mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika berturut-turut angkatan 2011, 2012, dan 2013 terlihat sikap spiritual mahasiswa tergolong pada kategori baik sekali dan baik. Sedangkan sikap disiplin dan santun lebih dominan tergolong baik. Sementara itu sikap jujur, kerjasama, tanggungjawab, toleransi dan percaya diri mahasiswa lebih dominan tergolong cukup.

Secara keseluruhan hasil pengolahan data juga dapat dilihat pada Tabel 4 berikut.

Tabel 4. Profil *Soft Skills* Mahasiswa Angkatan 2011, 2012, dan 2013

No	Aspek Soft Skills	Kategori											
		Baik Sekali			Baik			Cukup			Kurang		
		2011	2012	2013	2011	2012	2013	2011	2012	2013	2011	2012	2013
		%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%
1	spiritual	45,65	59,02	65,38	54,35	39,34	34,62	0	1,64	0	0	0	0
2	jujur	0	0	0	21,74	34,43	32,69	78,26	65,57	67,31	0	0	0
3	kerjasama	0	0	0	8,70	3,28	5,77	91,30	86,89	90,38	0	9,84	0
4	disiplin	6,52	0	0	63,04	96,72	61,54	21,74	3,28	38,46	8,70	0	0
5	tanggungjawab	0	0	0	8,70	1,64	0	89,13	98,36	100	2,17	0	0
6	toleransi	0	0	0	6,52	3,28	0	93,48	96,72	98,08	0	0	1,92
7	percaya diri	6,52	6,56	0	8,70	1,64	0	54,35	65,57	69,23	30,43	26,23	30,77
8	santun	0	0	0	91,30	96,72	100	8,70	3,28	0	0	0	0

Dari hasil pengolahan data di atas yang dihubungkan dengan pengamatan dan wawancara dapat dinyatakan bahwa keyakinan dan kepatuhan mahasiswa terhadap agama yang dianutnya sudah baik. Kedisiplinan dan kesantunan perlu dibudayakan dan ditingkatkan kualitasnya. Kejujuran, kerjasama, tanggung jawab, toleransi dan percaya diri memerlukan pembinaan dan pemberdayaan dalam proses perkuliahan sehingga ada pembiasaan yang ditanamkan pada mahasiswa untuk melakukan segala aktivitas dalam kehidupannya.

KESIMPULAN

Dari hasil penelitian ini diperoleh kelan sebagai berikut.

- a. Sikap spiritual mahasiswa angkatan 2011, 2012, dan 2013 tergolong baik dan baik sekali.
- b. Sikap disiplin dan santun tergolong baik.
- c. Sikap jujur, kerja sama, tanggung jawab, toleransi, dan percaya diri tergolong cukup.

Berdasarkan pembahasan dan kesimpulan yang telah dikemukakan di atas dapat dikemukakan saran-saran berikut.

- a. Pengkajian dan analisis lebih lanjut tentang karakter mahasiswa perlu dilakukan.
- b. Pengintegrasian pemberdayaan *soft skills* dalam pelaksanaan perkuliahan perlu dilakukan.

PUSTAKA

- [1] Ditjen Dikti. (2013). *Pedoman Pengembangan Kurikulum LPTK*. Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi
- [2] Rosilawati, I. (2009). *Pengembangan Soft Skills dalam Pembelajaran IPS di SMP, Melalui Model Cooperative Learning*. [Online]. Tersedia: <http://www.smpn1-pusakanagara.com/pengembangan-soft-skill-dalam-pembelajaran-ips-di-smp-melalui-model-cooperative-learning/>. [11 Maret 2011]
- [3] Shakir, R. (2009). *Soft Skills at the Malaysian Institutes of Higher Learning*. [Online]. Tersedia: <http://web3.fimmu.com/hsrw/vedio/book/soft%20skills/soft%20skills%20at%20the%20Malaysian%20institutes%20of%20of%20higher%20>. [5 Februari 2013]
- [4] Ayu, K. (2011). *Pentingnya Soft Skill*. [Online]. Tersedia: <http://komangayu-as.blogspot.com/2011/01/pentingnya-soft-skill.html> [8 April 2011]
- [5] Widyawati, S. (2011). Pengembangan Soft Skill dalam Pendidikan sebagai Bekal Kewirausahaan. *Jurnal Seni Budaya Gelar* 9 (1): 59-74.
- [6] Direktorat Pembinaan Sekolah Menengah Pertama. (2010). *Panduan Pendidikan Karakter di SMP*. Jakarta: Direktorat Pembinaan Sekolah Menengah Pertama.
- [7] Murni, A. (2013). *Peningkatan Kemampuan Pemecahan Masalah dan Representasi Matematis Siswa SMP Melalui Pembelajaran Metakognitif Berbasis Soft Skills*. Disertasi Doktor pada SPs UPI Bandung: tidak dit[8 April 2011]

PROBLEM POSING UNTUK MENINGKATKAN KEMAMPUAN PENALARAN DAN KOMUNIKASI MATEMATIS SISWA BERKEMAMPUAN AWAL RENDAH

PROBLEM POSING TO IMPROVE THE ABILITY OF MATHEMATICAL REASONING AND COMMUNICATION OF STUDENTS WITH LOW INITIAL ABILITY

Dekson

Program Pendidikan Matematika, Universitas Negeri Medan
Email: deksongirsang@gmail.com, HP: 081361771177

ABSTRACT

To be successful in learning mathematics students need good mathematical reasoning and communication ability. By having good mathematical reasoning and communication ability, it will be useful for students when studying other subjects, and in turn in their lives after the completion of education. Mathematical reasoning and communication capabilities are honed through learning. In fact many students who fail to develop mathematical reasoning and communication ability, they come particularly from low initial ability group. This group is often branded "stupid" and become a problem to learning in class and himself. It should be solved. Structured Problem Posing Approach is suitable to solve this problem because: 1) Helping students to develop confidence and joy to mathematics, 2) Knowing the students' misconceptions done, 3) Enriching the basic concepts in students. In this paper it will be presented and discussed advantages Structured Problem Posing Approach to improve the ability of reasoning and communication students with low initial ability.

Keywords: Problem Posing, Reasoning, Communication, Low Initial Ability.

ABSTRAK

Untuk berhasil dalam belajar matematika dibutuhkan kemampuan penalaran dan komunikasi matematis yang baik. Dengan memiliki kemampuan penalaran dan komunikasi matematis yang baik, akan berguna saat belajar mata pelajaran lain, dan pada gilirannya akan berguna dalam kehidupannya setelah selesai mengikuti pendidikan. Kemampuan penalaran dan komunikasi matematis diasah melalui pembelajaran. Faktanya banyak siswa yang gagal mengembangkan kemampuan penalaran dan komunikasi matematisnya, terutama siswa dari kelompok kemampuan awal rendah. Kelompok ini sering mendapat cap "bodoh" dan menjadi masalah pada dirinya dan kepada pembelajaran dikelas. Sesuai prinsip pendidikan, hal ini harus ditemukan solusinya. Pendekatan *Problem Posing* Terstruktur sangat cocok digunakan untuk mengatasi masalah ini karena: 1) Membantu siswa untuk mengembangkan keyakinan dan kesukaan kepada matematika, 2) Mengetahui kesalahan konsep yang dilakukan siswa. 3) Memperkaya konsep-konsep dasar pada siswa. Pada makalah ini akan disajikan dan dibahas keunggulan Pendekatan *Problem Posing* Terstruktur untuk meningkatkan kemampuan penalaran dan komunikasi matematis siswa dengan kemampuan awal rendah.

Kata Kunci: Problem Posing, Penalaran, Komunikasi, Kemampuan Awal Rendah

PENDAHULUAN

Depdiknas [1] menyatakan tujuan pembelajaran matematika adalah 1) Melatih cara berpikir dan bernalar dalam menarik kesimpulan, misalnya melalui kegiatan penyelidikan, eksplorasi, eksperimen, menunjukkan kesamaan, perbedaan, konsisten

dan inkonsistensi. 2) Mengembangkan aktivitas kreatif yang melibatkan imajinasi, intuisi, dan penemuan dengan mengembangkan pemikiran divergen, orisinal, rasa ingin tahu, membuat prediksi dan dugaan, serta mencoba-coba. 3) Mengembangkan kemampuan memecahkan masalah. 4) Mengembangkan kemampuan menyampaikan informasi atau mengkomunikasikan gagasan antara lain melalui pembicaraan lisan, grafik, peta, diagram, dalam menjelaskan gagasan. Dalam [2] dinyatakan 5 aspek yang harus dibelajarkan pada pengajaran matematika yaitu: 1) koneksi (*connections*); 2) penalaran (*reasoning*); 3) komunikasi (*communications*); 4) pemecahan masalah (*problem solving*) dan 5) representasi (*representation*). Tujuan pembelajaran tersebut dicapai melalui pembelajaran, mulai dari pelaksanaan disekolah dan pelaksanaan diluar sekolah.

Saat berproses untuk mencapai tujuan pembelajaran, kecepatan masing-masing siswa sering sekali bervariasi. Materi matematika pada banyak bagian berjenjang, artinya untuk dapat mencapai tujuan pembelajaran materi B terlebih dahulu harus menguasai tujuan pembelajaran materi A. Akibatnya akan muncul permasalahan saat materi matematika dilanjutkan pada level yang berikutnya. Untuk siswa yang cepat mencapai tujuan pembelajaran maka akan mudah untuknya mencapai tujuan pembelajaran pada materi berikutnya. Namun untuk siswa yang lambat mencapai tujuan pembelajaran, maka akan kesulitan untuk mencapai tujuan pembelajaran pada materi berikutnya karena pada materi sebelumnya mereka belum selesai mencapai tujuan pembelajarannya. Kondisi ini tentu akan sangat sulit dilalui oleh siswa yang lambat dalam mencapai tujuan pembelajaran. Efeknya, siswa yang lambat tersebut mulai berpikir bahwa matematika merupakan pelajaran yang sangat sulit. Jika hal tersebut berlangsung dalam waktu yang panjang tidaklah mengherankan siswa yang lambat tersebut mulai menarik diri dari pelajaran matematika karena tidak yakin dapat belajar matematika.

Melalui belajar matematika siswa diharapkan memiliki kemampuan bernalar untuk menarik kesimpulan, mengkomunikasikan gagasan pembicaraan lisan, grafik, peta, diagram, dalam menjelaskan gagasan. Dengan memiliki kemampuan penalaran dan komunikasi matematis yang baik, akan berguna saat belajar mata pelajaran lain, dan pada gilirannya akan berguna dalam kehidupannya setelah selesai mengikuti pendidikan [3].

Untuk membuat tujuan pembelajaran tercapai dengan tepat maka proses pembelajaran yang dilakukan juga mesti tepat. Permendikbud No 65 tahun 2013 tentang standar proses menyatakan, Proses Pembelajaran pada satuan pendidikan diselenggarakan secara interaktif, inspiratif, menyenangkan, menantang, memotivasi peserta didik untuk berpartisipasi aktif, serta memberikan ruang yang cukup bagi prakarsa, kreativitas, dan kemandirian sesuai dengan bakat, minat, dan perkembangan fisik serta psikologis peserta didik.

Pemilihan proses pembelajaran yang dilakukan untuk siswa yang kemampuan awalnya rendah merupakan keharusan sehingga tujuan pembelajaran matematika tercapai dengan baik. Pendekatan Problem Posing menjadi salah satu alternatif untuk meningkatkan kemampuan penalaran dan komunikasi matematis siswa dengan kemampuan awal rendah.

PEMBAHASAN

2.1. Kemampuan Penalaran Matematis

Menurut pendapat Suherman dan Winataputra dalam [4] penalaran adalah proses berfikir yang dilakukan dengan suatu cara untuk menarik kesimpulan. Kesimpulan yang bersifat umum dapat ditarik dari kasus-kasus yang bersifat spesifik atau khusus atau individual. Tetapi dapat pula sebaliknya, dari hal yang bersifat umum dapat ditarik suatu kesimpulan pada kasus yang bersifat spesifik atau khusus atau individual. Menurut tim Balai Pustaka dalam [5] penalaran dapat diartikan sebagai: 1) Cara menggunakan pemikiran yang logis, 2) Hal mengembangkan atau mengendalikan sesuatu dengan nalar, bukan dengan perasaan atau pengalaman, dan 3) Proses mental dalam mengembangkan mengendalikan pikiran dari beberapa fakta atau prinsip.

Menurut Sumarmo dalam [5], indikator kemampuan penalaran matematik dalam pembelajaran matematika antara lain, siswa dapat: a) Menarik kesimpulan logik; b) Memberikan penjelasan dengan model, fakta, sifat-sifat dan hubungan; c) Memperkirakan jawaban dan proses solusi; d) Menggunakan pola dan hubungan untuk menganalisis situasi matematik; e) Menyusun pembuktian langsung, tak langsung dan menggunakan induksi matematik.

2. 2. Kemampuan Komunikasi Matematis

Kemampuan komunikasi matematis dapat diartikan sebagai suatu kemampuan siswa dalam menyampaikan atau menerima sesuatu pada peristiwa dialog atau saling hubungan yang terjadi, dimana terjadi pengalihan pesan. Pesan yang beralih berisi tentang materi matematika yang dipelajarinya, misalnya berupa konsep, rumus, atau strategi penyelesaian suatu masalah. Komunikasi matematis ini dapat terjadi secara lisan maupun tulisan, antara guru dengan siswa, sesama siswa, antara siswa dengan sumber belajar cetak, elektronik, atau lingkungan.

Sedangkan indikator kemampuan siswa dalam komunikasi matematis pada pembelajaran matematika dilihat dari a) Kemampuan mengekspresikan ide-ide matematika melalui lisan, tertulis, dan mendemonstrasikannya serta menggambarkannya secara visual; b) Kemampuan memahami, menginterpretasikan, dan mengevaluasi ide-ide Matematika baik secara lisan maupun dalam bentuk visual lainnya; c) Kemampuan dalam menggunakan istilah-istilah, notasi-notasi Matematika dan struktur-strukturnya untuk menyajikan ide, menggambarkan hubungan-hubungan dan model-model situasi. NCTM 1989 [6] d) Mengungkapkan kembali suatu uraian atau paragraf matematika dalam bahasa sendiri. [Sumarmo dalam 3].

2. 3. Pendekatan Problem Posing

Berbagai pengertian *problem posing* dikembangkan oleh para ahli. Suryanto dan As'ari menggunakan pembentukan soal sebagai padanan *Problem Posing*. Siswono menggunakan pengajuan soal sebagai padanannya [7].

Kegiatan “pembentukan soal” atau “ pengajuan soal” menurut Walter dan Brown [8] dapat dilakukan dalam beberapa bentuk antara lain gambar, benda manipulatif, permainan, teorema/konsep, alat peraga, soal, dan solusi dari soal. Sedangkan menurut English dalam [8] kegiatan dapat dilakukan dalam dua macam situasi atau konteks yaitu konteks formal dalam bentuk simbol (kalimat) matematika atau dalam kalimat verbal dan dalam konteks informal berupa permainan gambar atau kalimat tanpa tujuan khusus.

Dalam pelaksanaan penyusunan soal, dikenal berbagai jenis *problem posing* [9] yaitu:

- a) *Problem Posing Bebas* , siswa diberikan kesempatan yang seluas-luasnya untuk mengajukan soal sesuai dengan apa yang dikehendaki.
- b) *Problem Posing Semiterstruktur*, siswa diberikan situasi/informasi terbuka. Kemudian siswa diminta untuk mengajukan soal dengan mengkaitkan informasi itu dengan pengetahuan yang dimilikinya.
- c) *Problem Posing Terstruktur* , siswa diberi soal atau penyelesaian soal tersebut, kemudian berdasarkan berdasarkan hal tersebut siswa diminta untuk mengajukan soal baru.

2. 4. Problem Posing Terstruktur untuk meningkatkan kemampuan penalaran dan komunikasi matematis siswa berkemampuan awal rendah.

Dalam setiap proses pembelajaran, selalu ditemukan variasi pada hasil belajar yang diperoleh siswa. Perbedaan hasil belajar ini pada tataran sekolah sering sekali menjadi indikator kepada prestasi belajar siswa, antara siswa berprestasi baik atau rendah. Siswa dengan kemampuan awal rendah biasanya menjadi masalah didalam pembelajaran baik bagi dirinya sendiri maupun kepada kelas belajar itu sendiri. Tidak terkecuali pada kelas matematika. Bahkan untuk waktu yang lama pada kelas matematika siswa ini malas untuk mengikuti pembelajaran karena dia merasa tidak mampu belajar matematika. Kalaupun ikut didalam kelas dia biasanya tidak beraktifitas matematika.

Untuk siswa yang demikian Pendekatan Problem Posing Terstruktur dapat dijadikan sebagai solusi. Mengapa?

- A. Membantu siswa untuk mengembangkan keyakinan dan kesukaan kepada matematika.

Bruner berpendapat adanya tiga tahap perkembangan mental yang dilalui siswa dalam proses belajar. Tiga tahap perkembangan mental menurut Bruner [10] tersebut adalah: 1) Enaktif. Dalam tahap ini seseorang mempelajari suatu pengetahuan secara aktif dengan menggunakan/ memanipulasi benda-benda konkrit atau situasi nyata secara langsung. 2) Ikonik. Pada tahap ini kegiatan belajar seseorang sudah mulai menyangkut mental yang merupakan gambaran dari objek-objek. Dalam tahap ini tidak lagi dilakukan manipulasi terhadap benda konkret secara langsung, namun siswa sudah dapat memanipulasi dengan menggunakan gambaran dari objek. 3) Simbolik. Tahap terakhir ini adalah tahap memanipulasi simbol-simbol secara langsung dan tidak lagi terkait dengan objek maupun gambaran objek.

Dalam teorema ini, sekali lagi Bruner menekankan perlunya penggunaan representasi konkret yang memungkinkan siswa untuk aktif. Sedangkan melalui teorema notasi Bruner menjelaskan bahwa representasi dari suatu materi akan lebih mudah dipahami siswa apabila didalam representasi itu digunakan notasi yang sesuai dengan tingkat perkembangan kognitif siswa.

Untuk siswa berkemampuan awal rendah, dalam banyak bagian pada pembelajaran konvensional matematika terlalu abstrak ketika diselenggarakan, sehingga sangat sulit bagi mereka untuk mengkonstruksi pengetahuan dari pembelajaran yang dilakukan. Bahkan dengan pembelajaran modernpun tidak selalu berhasil untuk mereka, seperti pendapat Ruseffendi [11] pembelajaran modern (konstruktifis) baik untuk siswa kelompok atas(pandai) tapi kurang baik untuk kelompok bawah(lemah). Jika seorang

siswa selalu gagal dalam belajar matematika, manusiawi kalau siswa tersebut memandang matematika itu sesuatu yang menakutkan.

Pembelajaran *Problem Posing* Terstruktur sejalan dengan teori belajar Bruner karena mengajak siswa menyukai matematika dengan memperlihatkan kepada cara mempelajari matematika melalui pengalaman langsung ke alam sekitar yang memungkinkan siswa mengalami sendiri proses mirip dengan penciptaan matematika melalui kegiatan mematematisasi kontekstual yaitu kegiatan enaktif, ikonik dan simbolik. Pola pikir siswa dikembangkan dari hal-hal yang bersifat konkret ke yang abstrak. Saat matematika dirancang kembali oleh siswa melalui soal yang mereka produksi dan sudah pasti bisa mereka produksi karena soal yang mereka bangun sudah dibuat strukturnya maka kepercayaan mereka akan kemampuan bermatematika akan terbangun. Kesukaan mereka akan matematika juga tumbuh karena ide siswa sendiri yang dicobakan untuk memahami yang sedang dikerjakan dan pada gilirannya dapat meningkatkan kemampuannya dalam menyelesaikan masalah.

Kemampuan menyelesaikan masalah matematika adalah kemampuan memperkirakan jawaban dan proses solusi, menggunakan pola dan hubungan untuk menganalisis situasi matematik yang merupakan indikator kemampuan penalaran serta kemampuan menjelaskan ide, situasi, dan relasi matematika secara lisan atau tulisan, mendengarkan, berdiskusi, dan menulis tentang matematika dan mengungkapkan kembali suatu uraian atau paragraf matematika dalam bahasa sendiri sebagai indikator kemampuan komunikasi matematika. Seluruh proses tersebut dilalui oleh siswa dalam pembelajaran *Problem Posing* Terstruktur.

B. Membantu siswa untuk mengetahui kesalahan konsep yang dilakukan siswa

Pembelajaran *Problem Posing* Terstruktur dikembangkan dengan mengacu dan dijiwai oleh filsafat konstruktivis. Konstruktivisme di bidang belajar dapat dipandang sebagai salah satu pendekatan yang dikembangkan sejalan dengan teori psikologi kognitif. Inti dari konstruktivisme dalam bidang belajar adalah peranan besar yang dimiliki siswa dalam mengkonstruksi pengetahuan yang bermakna bagi dirinya. Sedangkan guru memposisikan diri lebih sebagai fasilitator belajar.

Piaget [10] berpandangan bahwa, anak-anak memiliki potensi untuk mengembangkan intelektualnya. Pertumbuhan intelektual tersebut meliputi struktur, isi dan fungsi. Struktur-struktur intelektual terbentuk pada individu sewaktu berinteraksi dengan lingkungannya. Pengembangan intelektual mereka bertolak dari rasa ingin tahu dan memahami dunia di sekitarnya. Pemahaman dan penghayatan tentang dunia sekitarnya akan mendorong pikiran mereka untuk membangun tampilan tentang dunia tersebut dalam otaknya. Tampilan yang merupakan struktur mental itu disebut skema atau skemata (jamak). Tampilan tersebut menggambarkan skema sebagai suatu jaringan konsep atau kategori. Pola perilaku anak yang khas dalam merespon masalah yang dihadapinya merupakan isi intelektual anak. Dengan menggunakan skemanya, seseorang dapat memproses dan mengidentifikasi suatu rangsangan yang diterimanya sehingga ia dapat menempatkannya pada kategori/ konsep yang sesuai.

Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa Teori Piaget memandang kenyataan atau pengetahuan bukan sebagai objek yang memang sudah jadi dan ada untuk dimiliki manusia, namun ia harus diperoleh melalui kegiatan konstruksi oleh manusia sendiri melalui proses pengadaptasian pikirannya ke dalam realitas di sekitarnya. Lebih lanjut Piaget menjelaskan bahwa dalam tahap-tahap perkembangan intelektualnya seorang

anak sudah terlibat dalam proses berpikir dan mempertimbangkan kehidupannya secara logis. Proses berpikir tersebut berlangsung sesuai dengan tingkat perkembangan anak. Agar perkembangan intelektual anak berlangsung optimal maka mereka perlu dimotivasi dan difasilitasi untuk membangun teori-teori yang menjelaskan tentang dunia sekitarnya.

Pembelajaran *Problem Posing* Terstruktur merupakan salah satu pendekatan pembelajaran yang sejalan dengan pandangan Piaget di atas. Pembelajaran *Problem Posing* Terstruktur yang dikembangkan dengan berlandaskan pada filsafat konstruktivis, memandang pengetahuan dalam matematika bukanlah sebagai sesuatu yang sudah jadi dan siap diberikan kepada siswa, namun sebagai hasil konstruksi siswa yang sedang belajar. Karena itu, dalam *Problem Posing* Terstruktur siswa merupakan pusat dari proses pembelajaran itu sendiri, sedangkan guru berperan lebih sebagai fasilitator. Implikasi dari pandangan ini adalah keharusan bagi guru untuk memfasilitasi dan mendorong siswa untuk terlibat aktif dalam proses pembelajaran. Siswa harus didorong untuk mengkonstruksi pengetahuan bagi dirinya. Untuk keperluan tersebut maka siswa perlu mendapat keleluasaan dalam mengekspresikan jalan pikirannya dalam menyelesaikan masalah-masalah yang dihadapinya. Untuk mewujudkan situasi dan kondisi belajar yang demikian maka dalam mengelola pembelajaran guru perlu memperhatikan beberapa pandangan Piaget. Diantaranya adalah guru perlu mendorong siswa untuk berani mencoba berbagai kemungkinan cara untuk memahami dan menyelesaikan masalah. Dalam ini aktivitas mengkonstruksi pengetahuan oleh siswa diwujudkan dengan memberikan masalah kontekstual. Masalah kontekstual tersebut dirancang sedemikian hingga memungkinkan siswa untuk membangun pengetahuannya secara mandiri.

Pada Pembelajaran *Problem Posing Terstruktur* masalah itu sendiri persinya lebih besar dibuat oleh siswa. Walaupun membuat masalah /soal bukanlah hal yang mudah, namun dengan arahan/acuan yang dibuat oleh guru, soal/masalah mestinya akan dapat dibuat oleh siswa. Karena soal dibuat sendiri oleh siswa maka besar kemungkinan soal-soal yang muncul berada disekitar soal awal. Untuk siswa “pintar” hal ini mungkin kurang menarik karena mengerjakan hal yang sudah ada dalam benaknya adalah hal yang membosankan atau kurang menantang. Namun untuk siswa yang “kurang pintar” hal ini akan menarik, karena soal-soal yang dibuatnya secara teori akan bisa dia selesaikan dengan alasan saat membuat soal tersebut sudah terdapat perkiraan proses jawaban yang akan dia lakukan (dalam tingkatan ini kemampuan penalarannya akan meningkat). Saat dia sampai pada soal yang tidak dapat diselesaikan oleh temannya maka akan muncul kepercayaan diri dan kebanggaan saat dia menjelaskan proses menjawab soal yang dia buat. Kemampuannya menjelaskan proses menjawab soal yang dia bangun kepada teman menunjukkan bahwa konsep matematika yang dia miliki sudah meningkat dan kemampuan komunikasi matematisnya juga sudah meningkat.

C. Membantu siswa untuk memperkaya konsep-konsep dasar pada siswa

Ausubel, Robinson dan Novak [10] menggolongkan belajar atas dua jenis yaitu belajar menghafal dan belajar bermakna. Belajar dikatakan bermakna jika informasi yang akan dipelajari siswa disusun sesuai dengan struktur kognitifnya sehingga siswa tersebut mengkaitkan informasi barunya dengan struktur kognitif yang dimilikinya. Menurut Ausubel belajar bermakna timbul jika siswa mencoba menghubungkan pengetahuan baru dengan pengetahuan yang dimilikinya.

Bruner melalui teorema konstruksi (*construction theorem*) berpendapat bahwa cara terbaik bagi siswa untuk mempelajari konsep atau prinsip matematika adalah

dengan mengkonstruksi konsep atau prinsip tersebut. Alasannya adalah jika siswa mengkonstruksi sendiri representasi dari suatu konsep atau prinsip maka mereka akan lebih mudah menemukan sendiri konsep atau prinsip yang terkandung dalam representasi itu. Selanjutnya mereka lebih mudah mengingat pengetahuan itu serta lebih mudah menerapkannya dalam konteks yang lain yang sesuai.

Pada siswa berkemampuan awal rendah, kemampuan menghubungkan pengetahuan baru dengan pengetahuan yang dimilikinya tidaklah serta merta mampu mereka lakukan. Porsi guru untuk menuntun siswa dalam menghubungkan pengetahuan baru dengan pengetahuan yang dimiliki pada Problem Posing Terstruktur dilakukan pada langkah "Guru memberikan latihan soal beserta solusinya." Pada Langkah "Memberikan kesempatan kepada siswa membentuk soal dari kondisi yang diberikan serta mendiskusikannya dengan teman atau kelompoknya" siswa mengembangkan pengetahuannya dan dengan demikian konsep-konsep dasar dapat dikuasainya dengan baik. Penguasaan konsep dasar ini akan sangat membantu mengembangkan penalaran matematis. Pada pembentukan soal penalarannya terlatih karena tanpa penalaran tentu soal yang baru tidak terbentuk. Kemudian soal yang baru dibuat harus dibahasakan dengan benar. Soal yang dibangun dengan bahasa yang benar menjadi indikator baiknya kemampuan komunikasinya.

KESIMPULAN

Pada Problem Posing Terstruktur Persoalan matematika yang dihadapi siswa dibangun dari posisi awal pengetahuannya tentang suatu materi matematika. Dengan demikian persoalan dan pengetahuan matematika mereka tetap berada dalam zona yang bisa mereka lalui. Bergerak dari pengetahuan yang ada menuju pengetahuan baru yang tetap pada zona yang secara teori telah dipahami akan membentuk pengetahuan yang benar. Dengan demikian melalui Problem Posing Terstruktur akan dapat : 1) Membantu siswa untuk mengembangkan keyakinan dan kesukaan kepada matematika, 2) Mengetahui kesalahan konsep yang dilakukan siswa. 3) Memperkaya konsep-konsep dasar pada siswa.

Dengan terbentuknya siswa dengan ketiga kondisi diatas maka kemampuan penalaran dan komunikasi matematis siswa juga akan meningkat.

PUSTAKA

- [1] Depdiknas. 2003. *Kurikulum 2004, Standar Kompetensi, Mata Pelajaran Matematika SMA dan MA*. Jakarta. Departemen Pendidikan Nasional.
- [2] National Council of Teachers of Mathematics. 2000, *Assessment Standards for School Mathematics*. Amerika: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- [3] Mikrayanti. 2012. *Meningkatkan Kemampuan Penalaran Dan Komunikasi Matematis Siswa Sekolah Menengah Atas Melalui Pembelajaran Berbasis Masalah*, Tesis. PPS UPI Bandung: Tidak Dipublikasikan
- [4] Gunawan RP. 2013. *Kemampuan Penalaran Matematis*. <http://proposal.matematika23.blogspot.com/2013/09/kemampuan-penalaran-matematis.html>. diakses 16 Januari 2014.
- [5] Wildan I. 2010. *Pengaruh Pembelajaran Inkuiri Model Silver terhadap Kemampuan Pemahaman Matematis dan Penalaran Logis Siswa Sekolah Menengah Atas di Kabupaten Bandung*, Tesis. PPS UPI Bandung: Tidak Dipublikasikan.

- [6] Herdian. 2010. *Kemampuan Komunikasi Matematis*. <http://herdy07.wordpress.com/2010/05/27/kemampuan-komunikasi-matematis/> diakses 25 Nopember 2013
- [7] Ramdani, Yani. (2012). Pengembangan Instrumen dan Bahan Ajar untuk meningkatkan Kemampuan Komunikasi, Penalaran, dan Koneksi Matematis Dalam konsep Integral. *Jurnal Penelitian Pendidikan. Unisba* Vol 13 No 1, April 2012. Halaman 44 -. 52
- [8] Yuniati S. 2010. *Meningkatkan Kemampuan Pemahaman dan Penalaran Matematik Siswa Sekolah Menengah Pertama Dengan Pembelajaran Problem Posing*. Tesis. SPs UPI Bandung: Tidak Dipublikasikan.
- [9] Siregar A. 2011. *Penerapan Model Problem Posing Untuk Meningkatkan Kemampuan Komunikasi Dan Prestasi Belajar Fisika Siswa SMP*. Skripsi. FPMIPA UPI Bandung: Tidak Dipublikasikan
- [10] Dahar RW. 1988. *Teori-Teori Belajar*. Departemen Pendidikan dan Kebudayaan Dirjen Dikti. Proyek Pengembangan Lembaga Pendidikan Tenaga Kependidikan : Jakarta.
- [11] Saragih S. 2007. *Mengembangkan Kemampuan Berfikir Logis dan Komunikasi Matematik Siswa Pendidikan Dasar melalui Pendekatan Matematika Realistik*. Disertasi. PPS UPI Bandung: Tidak Dipublikasikan.

PEMAHAMAN SISWA SMP LEVEL RELASIONAL DAN LEVEL ABSTRAK TENTANG BILANGAN RASIONAL

RELATIONAL AND ABSTRACT LEVELS: STUDENTS' UNDERSTANDING OF RATIONAL NUMBERS

Dewi Herawaty

Pendidikan Matematika Universitas Bengkulu
dewiherawaty71@gmail.com

ABSTRACT

The purpose of this study was to describe the level of junior high students' understanding of relational and abstract level of rational numbers. This study is part of an exploratory study with a qualitative method for students of SMP N 3 Bengkulu City. The subjects of research are four students. The results of this study that students who are at the relational level, to integrate the concept of integers and fractions so that students are able to define precisely the concept of rational numbers. Students who are at Level Abstract besides being able to perform activities of students as a relational level, this level students are able to explain that the set of rational numbers is the set of bipartite set of integers and the set of fractions. Conclusions: This study found that there are students who have the ability menjelaskan relationship between the concept of integers and fractions into the basic concepts of rational numbers. It was also found that students were able to use prior knowledge and is able to provide a detailed conceptual explanation, but still limited intention.

Keywords : Rational Numbers, Relational, Abstract

ABSTRAK

Tujuan penelitian ini adalah untuk mendeskripsikan pemahaman siswa SMP level relasional dan level abstrak tentang bilangan rasional. Penelitian ini adalah bagian dari penelitian eksploratif dengan metode kualitatif bagi siswa SMP N 3 Kota Bengkulu dengan subjek penelitian 4 orang siswa. Hasil penelitian ini bahwa siswa yang berada pada level relasional, dapat mengintegrasikan antara konsep bilangan bulat dan bilangan pecahan sedemikian hingga siswa mampu mendefinisikan konsep bilangan rasional dengan tepat. Siswa yang berada pada Level Abstrak selain mampu melakukan aktivitas sebagaimana siswa level relasional, siswa level ini mampu menjelaskan bahwa himpunan bilangan rasional merupakan himpunan bipartisi dari himpunan bilangan bulat dan himpunan pecahan. Simpulan penelitian ini diperoleh bahwa ada siswa yang memiliki kemampuan menjelaskan hubungan antara konsep bilangan bulat dan bilangan pecahan menjadi konsep dasar bilangan rasional. Ditemukan juga siswa yang mampu menggunakan pengetahuan awal dan mampu memberikan penjelasan konseptual secara rinci, namun masih sebatas intensinya.

Kata Kunci: Bilangan Rasional, Relasional, Abstrak

PENDAHULUAN

Pembelajaran Matematika di SMP masih sangat teoretik dan tidak terkait dengan kehidupan sehari-hari, sehingga siswa belajar secara mekanistik tanpa memahami penerapan teori yang dipelajarinya secara alami. Akibatnya siswa sulit memahami materi ajar dan hanya cenderung menghafal konsep/prinsip yang harus dipelajarinya. Kebanyakan siswa SMP mempelajari matematika hanya untuk lulus sekolah, sehingga

sangat sulit memecahkan masalah kehidupan sehari-hari meskipun masalah tersebut sangat terkait dengan materi Matematika yang sedang dipelajarinya. Siswa juga tidak tertarik dengan fenomena yang ada disekelilingnya, padahal *mathematics is human activity* (Frudenthal dalam Gravemeijer [1]). Selain itu daya serap siswa juga sangat rendah dan cenderung tidak mengalami perubahan, meskipun sudah dilakukan berbagai upaya perbaikan. Bila dipandang dari sudut perkembangan berpikir, maka siswa SMP pada umumnya masih dalam taraf operasional konkret. Siswa pada taraf ini dalam proses belajar mengajar memerlukan model pembelajaran yang *starting point*-nya adalah masalah-masalah kontekstual, yakni masalah yang memadukan antara kondisi keunggulan lokal Bengkulu dengan perkembangan kognitif siswa SMP Bengkulu. Dengan model pembelajaran ini, siswa dapat membangun memori dalam sistem pemrosesan informasinya secara bermakna, sedemikian hingga siswa mampu memahami konsep/prinsip matematika dengan tuntas.

Namun kenyataan yang ditemukan, masih ada siswa SMP yang miskonsepsi tentang konsep bilangan rasional dan miskonsepsi tentang pecahan. Siswa tersebut memiliki konsepsi bahwa setiap bilangan yang dapat ditulis dalam a/b dengan a, b bilangan bulat dan $b \neq 0$ adalah pecahan, sekaligus disebut dengan bilangan rasional. Miskonsepsi tersebut ditemukan dalam suatu pertemuan ilmiah prodi bahkan tertulis dalam skripsi mahasiswa, seperti $6/3$ dia sebut dengan pecahan. Tetapi bila ditanya "apakah 2 pecahan?", maka dijawabnya bukan pecahan. Hal ini menunjukkan inkonsistensi konsepsi yang ada dalam proses kognitifnya, ketika menyebut $6/3$ pecahan begitu ditanya tentang 2 yang ekuivalen dengan $6/3$, dia menjawab bukan pecahan.

Konsepsi tersebut di atas, mengisyaratkan bahwa mereka kabur antara konsep pecahan dengan konsep bilangan rasional. Seharusnya masih ada *constraint* yang harus dipenuhi agar bilangan rasional disebut dengan pecahan, yakni $(a,b) = 1$ atau secara sederhana a bukan kelipatan b . *Constraint* inilah sebagai diferensia spesifik sehingga himpunan bilangan rasional dapat dipartisi menjadi dua himpunan yakni himpunan bilangan bulat dan himpunan pecahan (sering disebut dengan himpunan bipartisi). Hal ini berarti bahwa setiap pecahan adalah bilangan rasional, tetapi ada bilangan rasional yang bukan pecahan dan bilangan tersebut pasti bilangan bulat.

Hal senada juga ditemukan ketika mereka bertemu dengan operasi penjumlahan pecahan. Ditemukan siswa yang mengoperasikan $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{2}{5}$, dengan alasan pembilangan dijumlahkan begitu pula penyebutnya. Menurut Rhomi, Wahyu dan Dewi, penguasaan konsep-konsep operasi hitung dasar, yaitu pemahaman konsep, dan keterampilan berhitung. Dilihat dari rata-rata pada tiap kemampuan, pemahaman konsep mencapai 70%, keterampilan berhitung 68%, dan memecahkan soal cerita 47% [2]. Ini menunjukkan bahwa dari ketiga kemampuan itu, kemampuan pemahaman dan keterampilan berhitung siswa yang paling baik dibandingkan kemampuan memecahkan soal cerita. Kesalahan siswa disebabkan siswa kurang mampu mengembangkan konsep-konsep operasi dasar pada bilangan rasional untuk melakukan perhitungan. Sebagian siswa juga ada yang tidak mampu mengaitkan adanya hubungan antara operasi penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian yang menggunakan pecahan biasa (pecahan sederhana) dan pecahan campuran. Demikian juga, ketidakmampuan siswa menyelesaikan soal-soal cerita, disebabkan tidak mampu mengubahnya kedalam model matematika yang berkaitan dengan operasi penjumlahan, pengurangan, perkalian, maupun pembagian. Hal ini sejalan dengan Soedjadi, yang mengemukakan bahwa saat ini terdapat kelemahan penguasaan materi ajaran bagi siswa pendidikan dasar yaitu tidak

dapat dengan cepat mengerjakan perkalian dan pembagian, mengerjakan pecahan, memahami geometri, dan menyelesaikan soal cerita [3]. Dengan demikian, operasi pecahan merupakan salah satu kesulitan yang dialami siswa. Kemampuan siswa rendah dalam pemahaman konsep/prinsip pecahan sebagai bagian dari pemahaman bilangan rasional.

Kemampuan siswa dalam pemahaman bilangan rasional dapat direspon melalui deskripsi kualitas respon siswa tentang konsep, prinsip dan operasi bilangan rasional dengan mengacu pada Taksonomi SOLO+ (Dewi Herawaty [4]).

Menurut Dewi Herawaty, ditemukan lima kategori siswa SMP IT RR dari tujuh Taksonomi SOLO+. Lima kategori tersebut adalah pertama, siswa yang terkategori pada level *prestruktural* yakni siswa melakukan aktivitas yang tidak relevan dengan soal matematika yang diberikan. Kedua, siswa *unistruktural* yakni siswa yang hanya menggunakan satu data menyelesaikan soal matematika. Ketiga, siswa *multistruktural* adalah siswa yang dapat menggunakan lebih dari dua data untuk menyelesaikan soal matematika namun belum terhubung dengan baik. Keempat, siswa *semi-relasional*, adalah siswa yang dapat memadukan sebagian data yang terpisah sedemikian hingga siswa belumdapay menyelesaikan masalah matematika secara tuntas. Kelima siswa *relasional*, adalah siswa yang dapat mengintegrasikan data-data yang terpisah untuk menghasilkan penyelesaian dari masalah yang diberikan. Ada dua level Taksonomi SOLO+ yang tidak terisi yaitu Level *Abstract* dan Level *extended abstract*. Simpulan penelitian ini diperoleh bahwa kemampuan pemahaman matematika siswa SMP IT RR berada dalam lima level Taksonomi SOLO+ yaitu *prestruktural*, *unistruktural*, *multistruktural*, *semi-relasional*, dan *relasional*. [4]

Berdasarkan uraian di atas, penulis tertarik untuk membahas tentang bagaimana pemahaman siswa SMP level relasional dan level abstrak tentang bilangan rasional. Penelitian ini adalah bagian dari penelitian eksploratif dengan metode kualitatif bagi siswa SMP N 3 Kota Bengkulu

METODE PENELITIAN

Berdasarkan pertanyaan penelitian ini, maka jenis penelitian ini adalah penelitian eksploratif dengan pendekatan penelitian kualitatif. Penelitian ini menerapak *interview* berbasis tugas. Subjek penelitian ini dipilih tidak secara random dari 71 siswa SMP N 3 Kota Bengkulu, namun diambil siswa dengan mempertimbangkan level pemahamannya. Pemilihan subjek dilakukan sesuai dengan kebutuhan, yakni sebanyak 4 (empat) orang siswa. Keempat orang siswa tersebut terdiri atas dua orang berada pada level relasional, dan dua orang level abstrak. Hal ini bertujuan untuk melakukan proses awal *analisis perbandingan-tetap* (*proses awal teoretisasi*).

Instrumen utama dalam penelitian ini pewawancara (dalam hal ini peneliti sendiri) dan dipandu oleh instrumen lain berupa lembar tugas tentang permasalahan bilangan rasional, serta pedoman *interview*.

Setiap tahap pemilihan subjek langsung dilakukan proses pengumpulan data melalui *interview* berbasis tugas, dan langsung dilanjutkan dengan analisis data (berupa analisis dekomposisi genetik).

HASIL DAN PEMBAHASAN

Berdasarkan analisis data interview berbasis tugas yang direkam dari siswa yang selanjutnya berdasarkan dekomposisi genetiknya berada pada level relasional dan siswa lain yang berada pada level abstrak dapat dideskripsikan sebagai berikut.

Dalam aktivitas mental dan fisik sebagai representasi dari berpikir tentang konsep bilangan rasional dapat disimak dalam kutipan wawancara berikut.

Pewawancara : Apakah $\frac{8}{2}$ bilangan rasional?

Subjek 1 : Ya Bu... benar itu adalah bilangan rasional.

Pewawancara : Mengapa?

Subjek 1 : menurut saya bilangan tersebut berbentuk $\frac{a}{b}$

Subjek 1 : $\frac{8}{2}$ dengan $a = 8$ dan $b = 2$ yang keduanya adalah bilangan bulat, dan 2 tidak sama dengan 0..

Pewawancara : Apakah $\frac{8}{2}$ adalah pecahan?

Subjek 1 : Saya rasa bukan bu, sebab $\frac{8}{2}$ sama dengan 4, dan 4 adalah bilangan bulat.

Pewawancara : Apa yang dapat kamu simpulkan hubungan antara bilangan rasional dan pecahan.

Subjek 1 : Ya bu... sesuai dengan pendapat saya tadi, maka setiap pecahan pasti bilangan rasional, tetapi ada bilangan rasional yang bukan pecahan, contohnya $\frac{8}{2}$ bu....

Pewawancara : Coba kamu tuliskan sebutkan definisi secara lengkap bilangan rasional?

Subjek 1 : Baik bu... bilangan rasional adalah bilangan yang dapat ditulis dalam bentuk $\frac{a}{b}$ dengan a dan b bilangan bulat dan b bukan 0.

Subjek 1 : Sedangkan bilangan pecahan adalah bilangan rasional dengan a bukan kelipatan dari b .

Dengan dukungan data tulisan dalam lebar jawaban, maka Subjek 1 adalah siswa yang berada pada Level Abstrak. Siswa pada level ini mampu menjelaskan bahwa himpunan bilangan rasional merupakan himpunan bipartisi dari himpunan bilangan bulat dan himpunan pecahan.

Siswa level abstrak dengan tegas mampu membuat batasan dari konsep bilangan rasional dengan benar. "Baik bu... bilangan rasional adalah bilangan yang dapat ditulis dalam bentuk $\frac{a}{b}$ dengan a dan b bilangan bulat dan b bukan 0." Hal ini menunjukkan bahwa Subjek 1 mampu membangun proses abstraksi dengan baik. Begitu juga dengan abstraksi yang dilakukan Subjek 1 ketika mendefinisikan bilangan pecahan sebagai berikut. "Sedangkan bilangan pecahan adalah bilangan rasional dengan a bukan kelipatan dari b ."

Dengan demikian ada siswa yang memiliki kemampuan menjelaskan hubungan antara konsep bilangan bulat dan bilangan pecahan menjadi konsep dasar bilangan rasional secara koheren. Siswa yang demikian berdasarkan Taksonomi SOLO+ dapat dikategorikan dalam level abstrak. Siswa yang berada pada Level Abstrak selain mampu melakukan aktivitas sebagaimana siswa level relasional, siswa level ini mampu menjelaskan bahwa himpunan bilangan rasional merupakan himpunan bipartisi dari himpunan bilangan bulat dan himpunan pecahan. Subjek 1 secara tepat mampu merumuskan bahwa pecahan adalah bilangan yang dapat dituliskan dalam bentuk $\frac{a}{b}$ dengan a , b bilangan bulat, $b \neq 0$, dan b bukan faktor dari a .

Siswa yang berada pada level abstrak biasanya memiliki penguasaan konvergen. Menurut Silver, *et. al*, penguasaan konvergen membantu guru melihat dengan cepat, siswa mana yang menguasai kecakapan tertentu. Pada saat bersamaan, hal ini akan memberi kesempatan bagi siswa yang kurang cakap untuk terus berlatih mengasah kemampuannya [5]. Dalam kaitanya dengan konsep pecahan dan bilangan rasional,

siswa level ini akan dengan mudah mengakomodasi konsep-konsep baru yang terkait, seperti konsep bilangan real dan irasional.

Siswa selanjutnya yang disebut Subjek 2 memaparkan secara lisan sebagaimana kutipan dari hasil wawancara berikut ini.

Pewawancara : Apakah $12/3$ adalah pecahan?

Subjek 2 : Bukan bu... karena bilangan pecahan bukanlah bilangan bulat.

Pewawancara : Bagaiman definisinya?

Subjek 2 : Bilangan yang pembilangannya tidak habis dibagi oleh penyebutnya, dengan pembilangan dan penyebut bilangan bulat.

Pewawancara : Bagaimana dengan bilangan rasional?

Subjek 2 : ... baik bu.... menurut saya pecahan itu adalah bilangan rasional, namun sebaliknya menurut saya tidak benar.

Pewawancara : Apa maksudmu?

Subjek 2 : Maksud saya bilangan bulat itu juga bilangan rasional, ... maka dari itu ada bilangan rasional yang bukan pecahan.

Pewawancara : Bagaimana bila ditulis dengan simbol?

Subjek 2 : maaf bu saya belum bisa.

Berdasarkan cuplikan di atas dan dukungan hasil kerjanya di atas kertas, maka Subjek 2 berada pada level relasional. Siswa tersebut dapat mengintegrasikan antara konsep bilangan bulat dan bilangan pecahan sedemikian hingga siswa mampu mendefinisikan konsep bilangan rasional dengan tepat, namun belum secara koheren. Hal ini dapat diperhatikan dari cuplikan di atas: *"Maksud saya bilangan bulat itu juga bilangan rasional, ... maka dari itu ada bilangan rasional yang bukan pecahan."* Kemudian: *"Pewawancara : Bagaimana bila ditulis dengan simbol?, Subjek 2 : maaf bu saya belum bisa."* Berarti bahwa siswa pada level ini tidak mampu menuliskan konsep pecahan dan bilangan rasional secara simbolik. Selain itu, siswa pada level relasional dalam melakukan pendefinisian masih dilakukan secara sendiri-sendiri, yakni secara parsial.

Hasil penelitian ini mendukung hasil penelitian terdahulu yang menyatakan bahwa siswa mengalami kesulitan dalam melakukan operasi pecahan. Sebagai dasar untuk mampu melakukan operasi pecahan, siswa wajib memahami dengan benar konsep pecahan. Seperti hasil penelitian Solichan Abdullah bahwa masih ada siswa Sekolah Menengah Pertama (SMP) yang mengalami kesulitan dalam memahami konsep berhitung dasar khususnya dalam mengoperasikan pecahan (menjumlahkan pecahan) [6].

Siswa yang telah memiliki pemahaman pada level relasional mampu membangun pemikiran inti bersama. Menurut [5], catatan pemikiran mengharuskan siswa untuk menyampaikan pemecahan soal dan berpikir, memperdalam pemahaman sambil membentuk kepercayaan diri dalam memberikan alasan melalui proses.

SIMPULAN

Berdasarkan uraian pembahasan di atas, dapat disimpulkan bahwa siswa yang berada pada level relasional, dapat mengintegrasikan antara konsep bilangan bulat dan bilangan pecahan sedemikian hingga siswa mampu mendefinisikan konsep bilangan rasional dengan tepat. Siswa yang berada pada Level Abstrak selain mampu melakukan aktivitas sebagaimana siswa level relasional, siswa level ini mampu menjelaskan bahwa himpunan bilangan rasional merupakan himpunan bipartisi dari himpunan bilangan bulat dan himpunan pecahan.

PUSTAKA

- [1] Gravemeijer, KPE. 1994. *Developing Realistic Mathematics Education*. Utrecht: Freudenthal Institute.
- [2] Rhomi, D. R.; Wahyu W.; Dewi H. 2010. Kesalahan Siswa dalam Menyelesaikan Soal tentang Operasi Hitung Dasar pada Siswa Kelas VIIA dan VIIC SMP N 7 Kota Bengkulu. *Artikel Ilmiah*: FKIP Universitas Bengkulu.
- [3] Soedjadi. 1992. *Pokok-Pokok Pikiran tentang Orientasi Masa Depan matematika Sekolah Di Indonesia*. Surabaya: IKIP Surabaya.
- [4] Dewi H. 2014. Kemampuan Pemahaman Matematika Siswa SMP Ditinjau Berdasarkan Taksonomi SOLO+. *Proceeding Seminar Nasional Pendidikan*: STKIP Surya.
- [5] Silver, H.; Brunsting, J.; Walsh, T.; & Thomas, E. 2013. *Pengajaran Matematika: Kurikulum Inti Bersama*, Ed. Kedua. Alih Bahasa: Adi Nugroho.
- [6] Abdullah, Solichan. 2005. *Pengetahuan Matematika*. (online), (<http://smantgmsumsel.com/Data/...>, diakses 10 Maret 2011)

**MENINGKATKAN PEMAHAMAN KONSEP MATEMATIKA SISWA MELALUI
PENERAPAN MODEL PEMBELAJARAN KOOPERATIF TIPE *THINK TALK
WRITE***

**IMPROVING STUDENTS' UNDERSTANDING OF MATHEMATICAL CONCEPTS
THROUGH THE APPLICATION OF COOPERATIVE LEARNING MODEL THINK TALK
WRITE**

Dewi Murni^{1*}, Dia Prima Juwita²

^{1*} Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Padang
murnimatunp@yahoo.co.id

² Alumni Jurusan Matematika FMIPA universitas Negeri Padang

ABSTRACT

The lowness student math learning outcomes is one indicator that understanding mathematical concepts students are still low. One way is expected to solve this problem is the application of cooperative learning talk Write Think. The purpose of this study was to determine whether students' understanding of mathematical concepts that apply cooperative learning lesson Think Talk write better than students' understanding of mathematical concepts that apply conventional learning. This research is an experimental study with a design Randomized Only Control Group Design. The study population adalah class X students of SMAN 3 Payakumbuh enrolled in the school year 2011/2012 and the sampling technique is random sampling. As for the sample is class X2 as an experimental class and student class X1 as the control class. This research instrument is an essay test and the data was assessed using the scoring rubric. The data were analyzed using t - test test at alpha level of 0.05. The results showed that the students' understanding of mathematical concepts by implementing cooperative learning model Think Talk write better than students' understanding of mathematical concepts with conventional learning .

Keywords: Understanding Mathematical Concepts, Think Talk write

ABSTRAK

Konsep matematika siswa yang masih rendah. Salah satu cara yang diperkirakan dapat mengatasi masalah ini adalah penerapan model pembelajaran kooperatif tipe Think talk Write. Tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui apakah pemahaman konsep matematika siswa yang pembelajarannya menerapkan pembelajaran kooperatif tipe Think Talk write lebih baik daripada pemahaman konsep matematika siswa yang menerapkan pembelajaran konvensional. Jenis penelitian ini adalah penelitian eksperimen dengan rancangan Randomized Control Group Only Design. Populasi penelitian adalah siswa kelas X SMAN 3 Payakumbuh yang terdaftar pada tahun pelajaran 2011/2012 dan teknik pengambilan sampel adalah random sampling. Adapun yang menjadi sampel adalah siswa kelas X2 sebagai kelas eksperimen dan siswa kelas X1 sebagai kelas kontrol. Instrumen penelitian ini adalah tes essay dan data dinilai menggunakan rubriks penskoran. Data yang diperoleh dianalisis menggunakan uji t-tes pada taraf alpha 0,05. Hasil penelitian menunjukkan bahwa pemahaman konsep matematika siswa dengan menerapkan model pembelajaran kooperatif tipe Think Talk write lebih baik daripada pemahaman konsep matematika siswa dengan pembelajaran konvensional.

Kata kunci: Pemahaman Konsep, Think Talk Write

PENDAHULUAN

Pemahaman konsep merupakan kompetensi dasar yang harus dimiliki siswa agar dalam proses penyelesaian masalah siswa menggunakan prosedur yang benar. Hal ini sesuai dengan pendapat yang dikemukakan dalam [1] "Pemahaman konsep merupakan kompetensi yang ditunjukkan siswa dalam memahami konsep dan dalam melakukan prosedur (algoritma) secara luwes, akurat, efisien, dan tepat". Jadi kemampuan pemahaman konsep sangat perlu dilatihkan melalui pembelajaran matematika. Hasil observasi yang dilakukan di kelas X SMAN 3 Payakumbuh pada Oktober 2011 ditemukan beberapa masalah yang terjadi selama proses pembelajaran matematika. Masalah-masalah tersebut antara lain pada saat diberikan latihan sebagian besar siswa banyak yang melamun dan tidak mengerti apa yang harus dibuat. Masih ada siswa tidak bisa mengklasifikasikan objek-objek menurut sifat-sifat tertentu yang merupakan salah satu indikator pemahaman konsep. Selain itu sewaktu menyelesaikan soal-soal yang agak berbeda dengan contoh diberikan guru, siswa masih banyak yang tidak bisa menyelesaikan dengan benar. Hal ini disebabkan karena konsep dasar tidak dikuasai dengan baik oleh siswa. Pada saat proses pembelajaran di kelas, sebagian siswa kurang berani untuk menanyakan kesulitan dalam memahami materi maupun dalam mengerjakan soal yang diberikan guru. Salah satu alternatif yang diperkirakan dapat mengatasi masalah di atas adalah dengan menerapkan model pembelajaran kooperatif tipe *Think Talk Write*. Sehingga tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui apakah pemahaman konsep matematika siswa dengan menerapkan model pembelajaran kooperatif tipe *Think Talk Write* lebih tinggi daripada pemahaman konsep matematika siswa dengan pembelajaran konvensional.

Pembelajaran matematika menurut [2] adalah "upaya membantu siswa untuk menkonstruksikan konsep-konsep atau prinsip-prinsip matematika dengan kemampuannya sendiri melalui proses internalisasi sehingga konsep atau prinsip itu terbangun kembali". Sedangkan pembelajaran kooperatif adalah pembelajaran berkelompok dimana diharapkan siswa dapat berpartisipasi aktif dalam memahami konsep-konsep matematika dengan menggunakan langkah-langkah pembelajaran yang sistematis, seperti yang dikemukakan [3] yaitu : (a). Menyampaikan tujuan dan memotivasi siswa; (b). Menyajikan informasi; (c). Mengorganisasikan siswa ke dalam kelompok-kelompok belajar; (d). Membimbing kelompok belajar dan bekerja; (e). Evaluasi; (f). Memberikan penghargaan. Sementara pengelompokan siswa dilakukan mengacu kepada pengelompokan menurut [4] "Pengelompokan siswa dilakukan secara heterogen dan dibentuk dengan memperhatikan latar belakang sosial, ekonomi, etnis, serta kemampuan akademik siswa". Pembelajaran tipe *Think Talk write* (TTW) mencakup tiga tahap dimulai dengan keterlibatan siswa dalam berfikir sendiri setelah membaca materi selanjutnya berbicara atau membagikan ide dengan teman dan dilanjutkan dengan menuliskan laporan atau kesimpulan. Sesuai dengan yang dikemukakan [5] "Pembelajaran ini dimulai dengan berfikir melalui bahan bacaan (menyimak, mengkritisi dan alternatif solusi), hasil bacaannya dikomunikasikan dengan presentasi, diskusi, dan kemudian membuat laporan hasil presentasi." Selanjutnya Menurut [6], peranan dan tugas guru dalam usaha mengefektifkan penggunaan *Think Talk Write* adalah (a) Mengajukan dan menyediakan tugas yang memungkinkan siswa terlibat secara aktif berpikir; (b) Mendorong dan menyimak dengan hati-hati ide-ide yang dikemukakan siswa secara lisan dan tertulis; (c) Mempertimbangkan dan memberi informasi terhadap

apa yang digali siswa dalam diskusi. (d) Memonitor, menilai, dan mendorong siswa untuk berpartisipasi secara aktif.

Jadi pada pembelajaran dengan *Think Talk Write* siswa diberikan kesempatan untuk berbagi ide/pendapat melalui kegiatan diskusi. Siswa diberikan waktu untuk memikirkan sendiri permasalahan yang diberikan dan setelah itu mereka harus mengungkapkan ide atau penyelesaian yang sudah didapat dengan teman dalam kelompoknya. Setelah berdiskusi, siswa menuliskan solusi dari permasalahan yang diberikan dan semua anggota harus memahami hasil diskusi. Partisipasi siswa dalam diskusi sangat berperan penting dalam mempresentasikan hasil diskusinya di depan kelas sehingga diharapkan dapat meningkatkan pemahaman konsep matematika sehingga diperoleh hasil yang memuaskan. Konsep menurut [7] adalah suatu ide abstrak yang memungkinkan kita mengklasifikasikan objek-objek atau peristiwa-peristiwa itu termasuk atau tidak ke dalam ide abstrak. Sedangkan Konsep menurut [8] adalah ide abstrak yang memungkinkan kita dapat mengelompokkan objek ke dalam contoh dan non contoh. Selanjutnya indikator pemahaman konsep menurut [3] adalah: (a) Menyatakan ulang sebuah konsep; (b) Mengklasifikasikan objek-objek menurut sifat-sifat tertentu (sesuai dengan konsepnya); (c) Memberikan contoh dan non contoh dari konsep; (d) Menyajikan konsep dalam berbagai bentuk representasi matematis; (e) Mengembangkan syarat perlu atau syarat cukup dari suatu konsep; (f) Menggunakan, memanfaatkan dan memilih prosedur atau operasi tertentu; (g) Mengaplikasikan konsep atau algoritma ke pemecahan masalah.

Pada penelitian ini indikator yang akan digunakan untuk penilaian pemahaman konsep siswa terdiri empat indikator sesuai dengan materi Pelajaran yaitu:

- a. Kemampuan menyatakan ulang sebuah konsep adalah kemampuan siswa untuk mengungkapkan kembali apa yang telah dikomunikasikan kepadanya.
- b. Kemampuan mengklasifikasikan objek menurut sifat-sifat tertentu sesuai dengan konsepnya adalah kemampuan siswa mengelompokkan suatu objek menurut jenis-jenisnya berdasarkan sifat-sifat yang terdapat dalam materi.
- c. Kemampuan menyajikan konsep dalam berbagai bentuk representasi matematis adalah kemampuan siswa dalam memaparkan suatu objek dalam bentuk gambar, grafik atau tabel dan menuliskan kalimat matematika dari suatu konsep.
- d. Kemampuan menggunakan , memanfaatkan, dan memilih prosedur atau operasi tertentu adalah memilih prosedur yang tepat dalam menentukan konsep dan menyelesaikan soal dengan langkah-langkah yang tepat.

Menurut [9] "Rubrik analitik adalah pedoman untuk menilai berdasarkan beberapa indikator pemahaman konsep yang telah ditentukan".

Tabel 1 : Rubrik Penskoran

Skala Indikator	0	1	2	3
Menyatakan ulang sebuah konsep	Tidak ada jawaban	Kurang jelas dan tidak benar dalam menyatakan ulang sebuah konsep	Menyatakan ulang sebuah konsep dengan sedikit kesalahan	Jelas dan tepat dalam menyatakan ulang sebuah konsep dengan benar
Mengklasifikasi-kkan objek menurut sifat-sifat tertentu sesuai dengan konsepnya	Tidak ada jawaban	Tidak sesuai dengan konsep dan tidak tepat dalam mengklasifikasi-kan objek menurut sifat-sifat tertentu sesuai dengan konsepnya	Sesuai dengan konsepnya dengan sedikit kesalahan dalam mengklasifikasi-kan objek menurut sifat-sifat tertentu	Sesuai dengan konsepnya dalam mengklasifikasi-kan objek menurut sifat-sifat tertentu dengan benar
Menyajikan Konsep dalam berbagai bentuk representasi matematis	Tidak ada jawaban	Tidak dapat menyajikan konsep dalam berbagai bentuk representasi matematis atau tidak benar	Menyajikan konsep dalam berbagai bentuk representasi matematis dengan sedikit kesalahan	Menyajikan konsep dalam berbagai bentuk representasi matematis dengan benar
Menggunakan, memanfaatkan dan memilih prosedur atau operasi tertentu	Tidak ada jawaban	Tidak dapat menggunakan memanfaatkan dan memilih prosedur atau operasi tertentu atau tidak benar	Dapat Menggunakan, memanfaatkan dan memilih prosedur atau operasi tertentu dengan sedikit kesalahan	Dapat menggunakan, memanfaatkan dan memilih prosedur atau operasi tertentu dengan benar

Sumber: Dimodifikasi dari penilaian unjuk kerja Puji Iryanti [9]

METODE PENELITIAN

Jenis penelitian ini adalah penelitian eksperimen dengan rancangan Randomized Control Group Only Design. Populasi dalam penelitian ini adalah siswa kelas X SMAN 3 Payakumbuh yang terdaftar pada tahun pelajaran 2011/2012 dan teknik dalam penentuan sampel adalah random sampling. Adapun yang menjadi sampel adalah siswa kelas X2 sebagai kelas eksperimen dan siswa kelas X1 sebagai kelas kontrol. Instrumen yang digunakan dalam penelitian ini adalah tes essay. Untuk menilai kemampuan pemahaman konsep matematika siswa digunakan rubrik penskoran. Data yang diperoleh dianalisis dengan menggunakan uji t-tes pada taraf nyata $\alpha = 0,05$.

HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1. HASIL PENELITIAN

Data hasil penelitian terdiri data kemampuan pemahaman konsep matematika siswa dan data pemahaman konsep siswa per indikator pada kelas eksperimen dan kelas kontrol. Rekapitulasi data-data tersebut dapat dilihat pada tabel 2 dan tabel 3 Berikut.

Tabel 2. Analisis Data Hasil Pemahaman Konsep Tes Akhir Matematika Siswa Kelas Sampel

Kelas Sampel		s	X_{maks}	X_{min}
Eksperimen	79,03	12,2	100	48,92
Kontrol	71,47	15,4	100	46,32

Tabel 3. Data Tentang Persentase Pemahaman Konsep Matematika Siswa pada Kelas Eksperimen

No. Soal	Indikator	Persentase Jumlah Siswa Sesuai Skala			
		0	1	2	3
1	a	6,25%	18,75%	18,75%	56,25%
2 ^a	b	0%	15,63%	6,25%	78,13%
2b	b	0%	6,25%	3,13%	90,63%
3 ^a	d	12,50%	0%	0%	87,50%
3b	c	6,25%	6,25%	21,88%	65,63%
3c	c	34,38%	0%	3,13%	62,50%
4	b	68,75%	0%	0%	28,13%
5	b	43,75%	18,75%	3,13%	34,38%
6	b	18,75%	18,75%	6,25%	56,25%

Tabel 4. Data Tentang Persentase Pemahaman Konsep Matematika Siswa pada Kelas Kontrol

No, Soal	Indikator	Persentase Jumlah Siswa Sesuai Skala			
		0	1	2	3
1	a	6,25%	12,50%	12,50%	68,75%
2 ^a	b	0%	34,38%	9,38%	56,25%
2b	b	9,38%	21,88%	3,13%	65,63%
3 ^a	d	0%	6,25%	3,13%	90,63%
3b	c	3,13%	0%	46,88%	50,00%
3c	c	53,13%	0%	0%	46,88%
4	b	65,63%	0%	0%	34,38%
5	b	31,25%	9,38%	6,25%	53,13%
6	b	25,00%	0%	3,13%	71,88%

Keterangan :

Indikator a : Menyatakan ulang sebuah konsep

Indikator b : Mengklasifikasikan objek menurut sifat-sifat tertentu (sesuai dengan konsepnya).

Indikator c : Menyajikan konsep dalam berbagai bentuk representasi matematis.

Indikator d : Menggunakan, memanfaatkan dan memilih prosedur atau operasi tertentu.

Setelah dilakukan uji normalitas dan uji homogenitas, kedua kelas sampel berdistribusi normal dan memiliki variansi yang homogen, selanjutnya dilakukan uji t satu pihak. Berdasarkan analisis uji satu pihak, dapat dilihat bahwa pada taraf kepercayaan 95% ($\alpha = 0,05$) diperoleh P-value 0,017 dan t-value 2,17. P-value kecil dari α , maka tolak H_0 dan terima H_1 . Sehingga dapat disimpulkan bahwa pemahaman konsep matematika siswa dengan menerapkan model pembelajaran kooperatif tipe Think Talk Write lebih baik

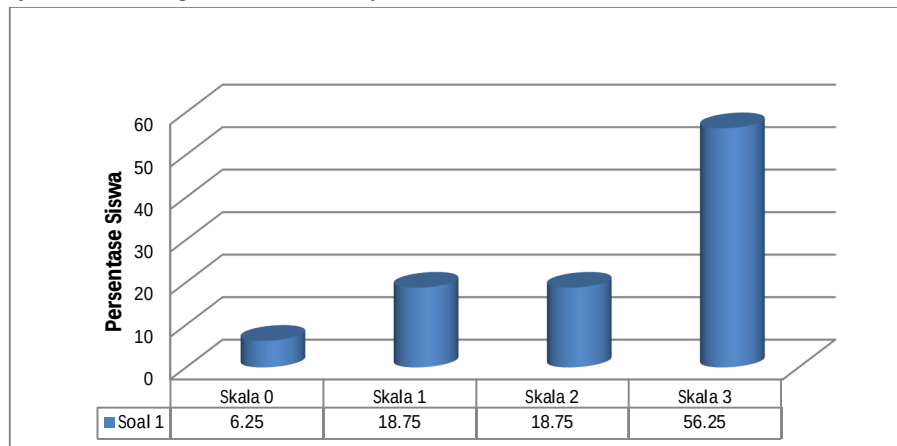
daripada pemahaman konsep matematika siswa dengan pembelajaran konvensional di SMAN 3 Payakumbuh dengan taraf kepercayaan 95%.

3.2. PEMBAHASAN

Berdasarkan hasil penelitian yang dilakukan pada kedua kelas sampel terlihat bahwa rata-rata nilai pemahaman konsep matematika siswa kelas eksperimen yang menerapkan model pembelajaran kooperatif tipe *Think Talk Write* lebih tinggi daripada kelas kontrol dengan pembelajaran konvensional. Penerapan model pembelajaran kooperatif tipe *Think Talk Write* menjadikan siswa lebih berani ke depan kelas untuk menerangkan apa yang mereka peroleh dalam pembelajaran, saling berbagi pengetahuan dan dapat saling bekerjasama dalam memahami materi. Siswa yang berkemampuan tinggi akan bisa mengajarkan siswa yang berkemampuan rendah dalam memahami konsep materi, dan juga sebaliknya siswa yang berkemampuan rendah tidak hanya menunggu hasil kerja dari siswa yang pintar, tetapi berusaha untuk mendapatkan jawaban sendiri. Disini siswa dibagi dalam beberapa kelompok kecil dan diberikan LKS untuk membantu siswa memahami konsep fungsi yang akan dipelajari.

Secara rinci pemahaman konsep matematika pada kelas eksperimen untuk setiap indikator dapat diuraikan sebagai berikut:

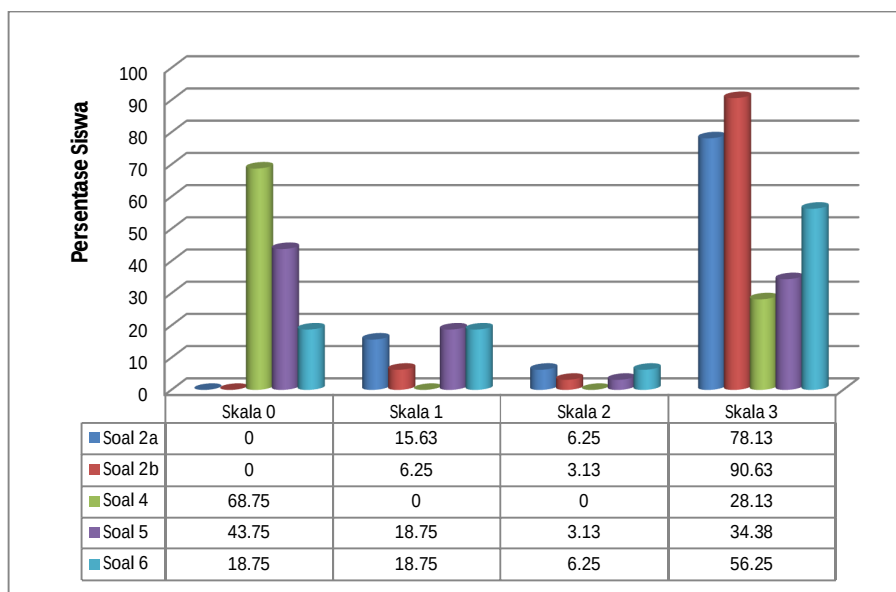
a. Menyatakan ulang sebuah konsep



Gambar 1. Persentase Pemahaman Konsep Matematika Siswa Kelas Eksperimen untuk Indikator (a) yaitu Menyatakan Ulang Sebuah Konsep

Gambar 1 diketahui bahwa persentase jumlah siswa yang memperoleh skala tertinggi dalam menyatakan ulang sebuah konsep adalah 56,25 % pada skala 3 . Yang berarti sudah lebih dari separuh siswa yang dapat menyatakan ulang sebuah dengan sangat baik.

b. Mengklasifikasikan objek menurut sifat-sifat tertentu (sesuai dengan konsepnya).

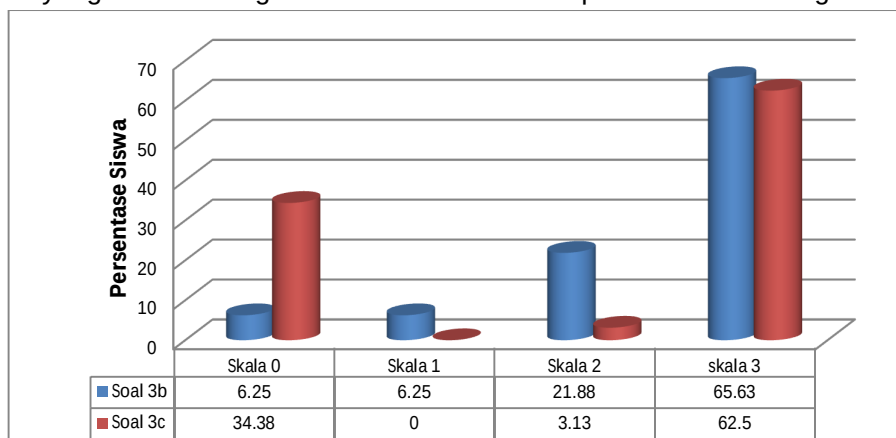


Gambar 2. Persentase Pemahaman Konsep Matematika Siswa Kelas Eksperimen untuk Indikator b yaitu Mengklasifikasikan Objek Menurut Sifat-Sifat Tertentu Sesuai dengan Konsepnya

Dari Gambar 2 diketahui bahwa hampir pada setiap soal jumlah siswa yang memperoleh skala tertinggi (sangat baik) dalam mengklasifikasikan objek menurut sifat-sifat tertentu cukup tinggi terutama soal no.2.

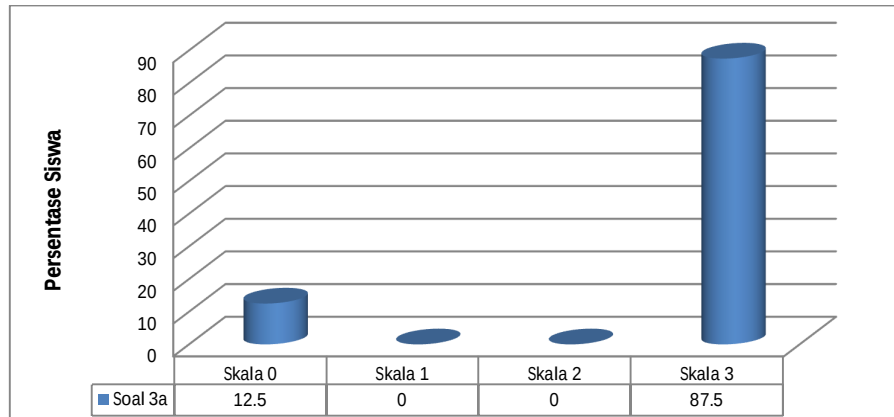
c. Menyajikan konsep dalam berbagai bentuk representasi matematis

Dari Gambar 3 diketahui bahwa persentase jumlah siswa yang memperoleh skala tertinggi untuk menyajikan konsep dalam berbagai bentuk representasi matematis adalah 65,63 % . yang berarti sebagian besar siswa sudah dapat melakukan dengan sangat baik.



Gambar 3. Persentase Pemahaman Konsep Matematika Siswa Kelas Eksperimen untuk Indikator c yaitu Menyajikan Konsep dalam Berbagai Bentuk Representasi Matematis

d. Menggunakan, memanfaatkan dan memilih prosedur atau operasi tertentu



Gambar 4. Persentase Pemahaman Konsep Matematika Siswa Kelas Eksperimen untuk Indikator d yaitu Menggunakan, Memanfaatkan dan Memilih Prosedur atau Operasi Tertentu

Dari Gambar 4 diketahui bahwa persentase jumlah siswa yang memperoleh skala tertinggi dalam menggunakan, memanfaatkan, dan memilih prosedur atau operasi tertentu adalah 87,50%. Hal ini berarti sudah sangat banyak siswa yang dapat melakukan dengan sangat baik.

Berikut adalah beberapa contoh jawaban siswa baik pada kelas eksperimen maupun kelas kontrol.

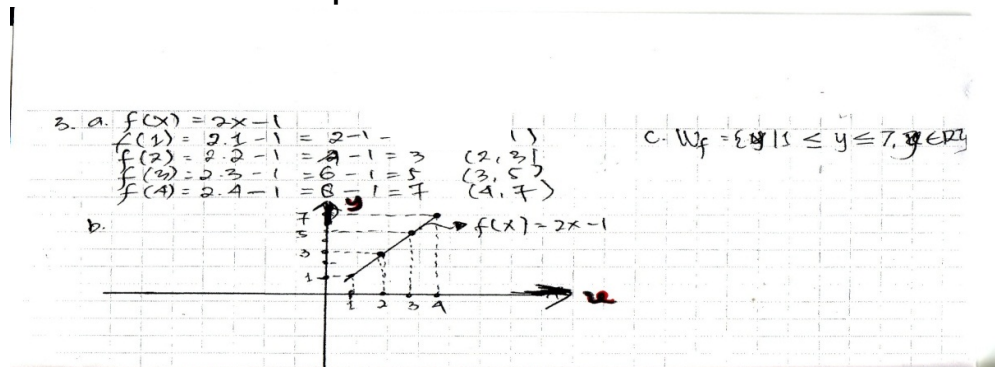
Soal No 3.

Diketahui fungsi f ditentukan oleh rumus $f(x) = 2x - 1$.

Daerah asal fungsi f ditetapkan $A = \{x | 1 \leq x \leq 4, x \in \mathbb{R}\}$

- Hitunglah $f(1), f(2), f(3), f(4)$!
- Gambarlah grafik fungsi $f(x) = 2x - 1$ pada sebuah bidang Cartesius!
- Tentukan wilayah hasil dari fungsi f !

Jawaban siswa kelas eksperimen



Gambar 13. Jawaban Siswa Kelas Eksperimen

Pada soal no 3a ,3b, dan 3c memuat indikator pemahaman konsep matematika yaitu menggunakan, memanfaatkan, dan memilih prosedur atau operasi tertentu. Dari jawaban siswa untuk soal no 3a , siswa memperoleh skala 3 karena dapat menggunakan, memanfaatkan dan memilih prosedur atau operasi tertentu dengan benar.

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian yang diperoleh setelah melakukan analisis dan pembahasan terhadap masalah yang telah dikemukakan dalam penelitian ini, maka dapat disimpulkan bahwa pemahaman konsep matematika siswa dengan menerapkan model pembelajaran kooperatif tipe *Think Talk Write* lebih tinggi daripada pemahaman konsep matematika siswa dengan pembelajaran konvensional di kelas X SMAN 3 Payakumbuh.

PUSTAKA

- [1] Fajar Shadiq . (2009). Kemahiran Matematika. Yogyakarta: Depdiknas. 13
- [2] Muliyardi. (2002). Strategi Pembelajaran Matematika. Padang : UNP, 3
- [3] Wardhani, Sri. (2010). Teknik Pengembangan Instrumen Penilaian Hasil Belajar Matematika Di SMP/MTs. Yogyakarta: Depdiknas, 20
- [4] Anita Lie. (2002). Mempraktikkan Cooperatif Learning di Ruang-Ruang Kelas. Jakarta: Grasindo. 41
- [5] Suyatno. (2009). Menjelajah Pembelajaran Inovatif. Sidoarjo:Masmedia Buana Pustaka. 51, 66
- [6] Silver, EA & Smith, M.S. (1996). Building Discover Communities in Mathematics Classroom. A Worthwhile Challenging Journey. In P.C. Elliot dan Mj Kenney (Eds) . 1996 Yearsbook Communication in Mathematics K-12 and Beyond Reston. VA: NCTM , 21
- [7] Hudoyo, Herman. (2003). Belajar Mengajar Matematika. Jakarta: P2LPTK. 124
- [8] Suherman, Erman & dkk. (2003). Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer. Bandung: Universitas Pendidikan Indonesia. 33
- [9] Puji Iryanti. (2004). Penilaian Unjuk Kerja. Yogyakarta: Depdiknas. 13

**PENGARUH MODEL PEMBELAJARAN GEOMETRI BERBASIS PENDIDIKAN
MATEMATIKA REALISTIK TERHADAP RESPON DAN HASIL BELAJAR
GEOMETRI SISWA KELAS VII SMPN KOTA PADANG**

**EFFECT OF MODEL OF GEOMETRY LEARNING BASED ON THE REALISTIC
MATHEMATICAL EDUCATION TOWARDS RESPONSE AND GEOMETRY
ACHIEVEMENT STUDENTS GRADE VII PUBLIC YUNIOR HIGH SCHOOL IN PADANG**

Edwin Musdi

Matematika FMIPA UNP Kampus Air Tawar Padang
Win_musdi@yahoo.co.id

ABSTRACT

The preliminary study on Geometry classes in Public Junior High Schools in Padang, reveals that the result of geometry instructional process was unsatisfactory. The result may be derived from the fact that the learning process places less emphasis on helping the students to construct their own knowledge in Geometry involving the problems of everyday life. This process provides less opportunities for the students to reinvent mathematical concepts under the guidance of teachers. The Realistic Mathematics Education-based for the Geometry instructional model (RME Model) was presumed as an appropriate solution to solve the problem, since this model helps the students to understand the geometry concepts well. This study aimed to examine effect of model of geometry instruction through realistic mathematics education-based to response and geometry achievement student grade VII Public Yunior High School in Padang. The type of research conducted is quasi experimental study. Experiments class using model of geometry instruction through RME-based while the control class using conventional learning process. The research was conducted on the students of grade VII Yunior High School Padang on January to June 2011. Sampling was done by stratified random sample. To obtain research data used achievement test instruments and student questionnaire responses. Data analysis using t-test .

The results showed that the responses and the results of student learning geometry using model of geometry instruction through RME is higher than conventional teaching in Yunior Hgh School low, medium and high level. Thus concluded that model of geometry instruction through RME-based effect on learning outcomes and geometry students' response to the learning of mathematics.

Keyword : Realistic Matematics Education, Geometry Instructional Model, Student Response, Student geometry Achievement

ABSTRAK

Berdasarkan penyelidikan awal tentang pembelajaran geometri ditemukan bahwa kurang berhasil pembelajaran geometri selama ini terkait kenyataan siswa kurang diberi pengalaman mengkonstruksi pengetahuan geometri melalui masalah kehidupan sehari-hari serta memberikan kesempatan kepada siswa menemukan kembali (*reinvention*) konsep matematika di bawah bimbingan guru. Untuk itu, model pembelajaran geometri berbasis Pendidikan Matematika Realistik (PMR) merupakan salah satu solusi yang dapat membantu siswa memahami materi geometri lebih baik. Penelitian ini bertujuan melihat pengaruh model pembelajaran geometri berbasis PMR terhadap hasil belajar geometri dan respon siswa terhadap proses pembelajaran matematika siswa kelas VII SMPN Kota Padang. Jenis penelitian yang dilakukan adalah penelitian eksperimen semu. Kelas eksperimen menggunakan model pembelajaran geometri berbasis PMR sedangkan kelas kontrol menggunakan proses pembelajaran konvensional. Penelitian ini dilaksanakan pada siswa kelas VII SMPN Kota Padang

semester genap Januari-Juni 2011. Pengambilan sampel dilakukan dengan *stratified random sampling*. Untuk mendapatkan data penelitian digunakan instrumen tes hasil belajar serta angket respon siswa. Analisis data menggunakan uji-t.

Hasil penelitian menunjukkan bahwa respon dan hasil belajar geometri siswa dengan menggunakan model pembelajaran geometri berbasis PMR lebih tinggi dari pada pembelajaran konvensional baik SMP kelompok rendah, sedang maupun tinggi. Dengan demikian disimpulkan bahwa model pembelajaran geometri berbasis PMR berpengaruh terhadap hasil belajar geometri dan respon siswa terhadap pembelajaran matematika.

Keyword : Pendidikan Matematika Realistik, Model Pembelajaran Geometri, Respon Siswa, Hasil Belajar Geometri Siswa.

PENDAHULUAN

Berbagai upaya telah dilakukan Pemerintah Indonesia untuk meningkatkan mutu pendidikan diantaranya mengeluarkan Peraturan Pemerintah No.19 tahun 2005 tentang delapan Standar Pendidikan Nasional sebagai acuan bagi penyelenggaraan pendidikan di semua jenjang pendidikan. Pada tahun 2013, terbit Permendikbud No.64 tentang Standar Isi, No. 54 tahun 2013 tentang Standar Kompetensi Lulusan, No 65 tahun 2013 tentang standar proses. Rincian Standar Pendidikan yang lain juga telah ditetapkan yaitu Standar Sarana dan Prasarana, Standar Pengelolaan, Standar Penilaian, Standar Pendidik dan Tenaga Kependidikan serta Standar Pembiayaan.

Standar nasional pendidikan tersebut memuat kriteria minimal tentang komponen pendidikan yang perlu dikembangkan secara optimal sesuai dengan karakteristik dan kekhasan programnya agar dapat meningkatkan layanan pendidikan kepada peserta didik. Selain itu, standar nasional pendidikan dimaksudkan sebagai perangkat untuk mendorong terwujudnya transparansi dan akuntabilitas publik dalam penyelenggaraan sistem pendidikan nasional yang relevan dengan upaya peningkatan mutu pendidikan.

Segala usaha pemerintah seperti yang telah dipaparkan di atas belum menampakkan hasil pendidikan yang memuaskan khususnya daerah Sumatera Barat. Beberapa indikator yang memperkuat argumen ini dapat dilihat dari capaian hasil Ujian Nasional tiap tahun. Rendahnya capaian mutu pendidikan sekolah menengah juga terlihat dari hasil Pra UN untuk tingkat Propinsi Sumbar. Dari Hasil Pra UN 2009 hanya sekitar 20% dari siswa SMA dan SMP yang bisa melebihi nilai 5 atau lebih [1]. Begitu juga pada Pra-Ujian Nasional 2009 matematika SMP tingkat Kota Padang, persentase menjawab benar soal tentang luas dan keliling bangun datar berturut-turut sekitar 32% dan 38% (Dinas Pendidikan Propinsi Sumatera Barat). Ini berarti sebagian besar siswa SMP mengalami kesalahan menjawab soal materi geometri ini.

Rendahnya capaian hasil belajar matematika siswa juga terlihat dalam mata pelajaran matematika di sekolah menengah pertama. Penelitian yang dilakukan "*Trend in International Mathematics and Science Study*" [2], suatu studi perbandingan antar negara di dunia dalam mata pelajaran matematika, telah mempublikasikan hasil risetnya pada tahun 2003 dan 2007. Dalam laporan riset tersebut, posisi Indonesia dalam bidang matematika untuk tahun 2003 berada pada ranking 39 dari 50 negara dengan rata-rata 411, sedangkan rata-rata internasional adalah 467. Pada tahun 2007, posisi Indonesia berada pada ranking 36 dari 48 negara dengan skor rata-rata 397 dan rata-rata internasional 452. Dari hasil penelitian yang dilakukan Departemen Pendidikan USA ini terlihat bahwa dalam selang waktu empat tahun, posisi Indonesia tidak mengalami

perubahan yang signifikan, malahan terjadi penurunan skor rata-rata yang diperoleh siswa kelas delapan tersebut pada tahun yang bersangkutan. Dari semua item yang diujikan dalam [2], siswa Indonesia mengalami nilai terendah untuk 16 soal geometri yang diujikan. Hanya satu soal dengan indikator "*Making net cube, block, prism and pyramid*" siswa Indonesia meraih posisi *middle* (disekitar rata-rata) dan untuk soal lainnya, posisi skor siswa Indonesia berada dalam kategori "*low*" atau di bawah rata-rata.

Di samping itu, tidak sedikit siswa yang memandang matematika sebagai suatu mata pelajaran yang sangat membosankan, menyeramkan, bahkan menakutkan sehingga banyak siswa yang berusaha menghindari mata pelajaran tersebut. Respon siswa terhadap pelajaran matematika cenderung tidak baik. Ada kecenderungan pembelajaran matematika di kelas minim mengkaitkan dengan dunia nyata. Situasi ini jelas sangat berakibat buruk bagi perkembangan sains dan teknologi ke depan karena hampir semua mata pelajaran itu memerlukan matematika sebagai alat (*tool subject*). Oleh karena itu, perubahan proses pembelajaran matematika yang menyenangkan dan menyentuh kehidupan sehari-hari harus menjadi prioritas utama. Menurut Van de Henvel-Panhuizen [3], bila anak belajar matematika terpisah dari pengalaman hidup mereka sehari-hari, anak akan cepat lupa dan tidak dapat mengaplikasikan matematika.

Berdasarkan pendapat di atas, pembelajaran matematika di kelas harus relevan, yaitu perlu adanya keterkaitan antara konsep-konsep matematika dengan pengalaman anak sehari-hari. Selain itu, perlu relevansi antara konsep matematika yang telah dipelajari anak dengan realita kehidupan mereka sehari-hari atau dengan bidang lain. Untuk itu, pembelajaran matematika harus memanfaatkan relevansi matematika dan anak ketika belajar matematika.

Salah satu pembelajaran matematika yang berorientasi pada matematisasi pengalaman sehari-hari (*mathematization of everyday experience*) dan menerapkan matematika dalam kehidupan sehari-hari adalah Pembelajaran Matematika Realistik (PMR). PMR ini sesuai dengan perubahan paradigma pembelajaran, yaitu dari paradigma mengajar (*teaching*) ke paradigma belajar (*learning*) atau perubahan paradigma pembelajaran yang berpusat pada guru (*teacher-dominated instruction*) ke paradigma pembelajaran yang berpusat pada siswa (*student-directed learning*).

Treffers [4] menyatakan bahwa pengetahuan matematika siswa dapat dikembangkan berawal dari pengetahuan sehari-hari siswa. Dalam mengerjakan aktifitas sehari-hari, yang merupakan masalah nyata bagi siswa, diharapkan mereka dapat diarahkan menemukan kembali (*reinventions*) konsep-konsep matematika. Hal ini juga ditegaskan oleh Gravemeijer [5] bahwa bagian yang esensial dari belajar matematika adalah mengerjakan matematika melalui penyelesaian masalah kehidupan aktifitas sehari-hari. Menurut Freudenthal [6], agar matematika bernilai bagi manusia, matematika harus dihubungkan dengan realitas, dekat ke anak, dan relevan dengan masyarakat. Dengan demikian siswa akan mempelajari matematika jika pembelajaran matematika dimulai dari lingkungan sehari-hari siswa sehingga kesan matematika itu abstrak bagi siswa dapat dihindari. Untuk itu diperlukan perangkat pembelajaran berbasis PMR (Model PMR) agar pelajaran matematika mudah dipahami khususnya materi geometri dan respon siswa terhadap pembelajaran matematika menjadi tinggi.

Model pembelajaran geometri berbasis PMR adalah suatu model pembelajaran geometri dengan tujuan pembelajaran dan sajian bahan pembelajaran matematika yang berdasarkan masalah kehidupan sehari-hari siswa serta diberikannya kesempatan menemukan kembali (*reinvent*) konsep matematika di bawah bimbingan guru. Model ini

didasarkan pada lima teori utama, yaitu (1) Teori PMR (2) Teori Piaget, (3) Teori Vygotski, dan (4) Teori Bruner. Selain didukung itu juga didukung dengan hasil-hasil penelitian yang relevan.

Garis besar teori PMR menjelaskan bahwa prinsip proses belajar dalam PMR adalah mendorong peran siswa dalam menggali berbagai gagasan matematik sehingga kemampuan matematik siswa meningkat. PMR memungkinkan siswa mengikuti kurikulum matematika yang kaya akan ide-ide matematik yang kuat. Kekuatan tersebut terutama disebabkan adanya prinsip fenomena didaktik dalam PMR yang mengaitkan masalah-masalah kontekstual dengan matematika sehingga membantu siswa dalam membangun pengetahuan matematiknya [7]).

Mc Nair [8] menyatakan bahwa pendekatan pengajaran matematika yang menitikberatkan pada kaitan matematika dengan kehidupan siswa memiliki potensi untuk memperbaiki prestasi dan respon siswa dalam mempelajari matematika. Pendapat di atas didukung oleh Boaler [9] bahwa menghubungkan antara dunia kehidupan sehari-hari dan dunia matematika merupakan hal yang penting dalam pembelajaran matematika. Alasannya ialah matematika yang dilihat siswa selama ini abstrak dan formal bisa kelihatan lebih kongkrit jika peserta didik dapat mengaitkan materi matematika dengan pengalaman mereka sehari-hari.

Gravemeijer [5] menyatakan terdapat 3 (tiga) prinsip utama pendidikan matematika realistik yaitu a) penemuan terbimbing dan bermatematika secara progresif (*guided reinvention and progressive mathematization*); b) fenomena pembelajaran (*didactical phenomenology*); dan c) model pengembangan mandiri (*self-developed model*), sebagai berikut.

a). Penemuan Terbimbing dan Bermatematika Secara Progresif (*guided reinvention and progressive mathematization*).

Prinsip ini menegaskan bahwa siswa seharusnya diberikan peluang mengalami suatu proses yang mirip dengan kenyataan bagaimana matematika ditemukan [5]. Prinsip ini menganggap bahwa pengetahuan tidak dapat diajarkan (*transmitted*) oleh guru, tetapi hanya dapat dibangun (*constructed*) oleh para peserta didik. Menurut Jaworski [10], guru harus memberikan siswa peluang untuk mendapatkan pengetahuan yang dibangun sendiri (*knowledge constructions*) oleh siswa itu sendiri sehingga ia mampu mempertanggungjawabkan pengetahuan tersebut.

De Lange [11] menyebutkan beberapa aktifitas yang memuat komponen horizontal, yaitu : (1) Mengidentifikasi matematika khusus dalam konteks umum (*identifying the specific mathematics in a general context*), (2) Meskematisasi (*schematizing*), (3) memformulasi dan memvisualisasi soal dalam cara yang berbeda (*formulating and visualizing a problem in different ways*), (4) Menemukan relasi (*discovering relations*), (5) Menemukan sifat-sifat keberaturan (*discovering regularities*), (6) Mengenal aspek yang mirip dalam soal yang berbeda (*recognizing isomorphic aspects in different problems*), (7) Mentransfer soal dunia luar ke dalam soal matematika (*transferring a real world problem to a mathematical problem*), (8) Mentransfer soal dunia luar ke dalam suatu model matematika yang dikenal (*transferring a real world problem to a known mathematical model*).

Sebaliknya matematika vertikal adalah siswa menyelesaikan bentuk matematika formal atau tidak formal dengan menggunakan konsep, operasi, dan prosedur matematika yang berlaku. Beberapa aktifitas yang memuat komponen matematika vertikal adalah

sebagai berikut [11]: (1) menyajikan relasi dalam bentuk rumus (*representing a relation in a formula*), (2) memberikan sifat keteraturan (*providing regularities*), (3) menyederhanakan dan menyesuaikan model (*refining and adjusting models*), (4) menggunakan model yang berbeda (*using different models*), (5) menggabungkan dan menyatukan model (*combining and integrating models*), (6) merumuskan konsep matematika baru (*formulating a new mathematical concept*), (7) generalisasi (*generalizing*).

b). Fenomena pembelajaran (*didactical phenomenology*)

Prinsip fenomena pembelajaran menekankan pada pentingnya soal kontekstual untuk memperkenalkan konsep-konsep matematika kepada siswa. Prinsip ini seharusnya mempertimbangkan dua tujuan yaitu: (1) kesesuaian aplikasi konteks dalam pengajaran dan (2) kesesuaian dampak dalam proses penemuan kembali (*reinvention*), bentuk dan model matematika dari soal kontekstual tersebut.

c). Model pengembangan mandiri (*self-developed model*)

Menurut Gravemeijer [5], prinsip pengembangan model mandiri (*self-developed model*) berfungsi untuk menjembatani jurang antara pengetahuan matematika tidak formal dan matematika formal dari siswa. Siswa mengembangkan model tersebut dengan menggunakan model-model matematika (formal dan tidak formal) yang telah diketahuinya dengan menyelesaikan soal kontekstual dari situasi nyata (*real*) yang sudah dikenal siswa, kemudian ditemukan “model dari” (*model of*) dalam bentuk informal kemudian diikuti dengan menemukan model dalam bentuk formal sehingga akhirnya mendapatkan penyelesaian masalah dalam bentuk pengetahuan matematika yang standar. Gravemeijer [5] menyebut proses ini sebagai suatu transisi dari *model-of* ke *model-for*. Setelah transisi ini model bisa digunakan sebagai suatu model penalaran matematika (*mathematical reasoning*). Treffers, [12] mengajukan model yang muncul dalam PMR. Dengan model pengembangan mandiri siswa belajar matematika melalui suatu rangkaian dari matematika yang tidak formal dan secara perlahan menuju ke matematika formal dengan diawali penyelesaian masalah kontekstual dari situasi nyata (*real*) yang telah dikenal siswa. Dengan demikian menurut Treffers [4] ada empat fase yang dilalui siswa dalam pembelajaran matematika, yaitu situasi *real*, model dari masalah tersebut, model matematikanya dan bentuk formalnya.

Berdasarkan keterangan pada bagian ini dapat disimpulkan bahwa terdapat tiga prinsip utama dalam pendidikan matematika realistik yaitu: (1) penemuan terbimbing dan bermatematika secara progresif, (2) fenomena pembelajaran (*didactical phenomenology*); dan (3) model pengembangan mandiri (*self-developed model*). Ketiga prinsip ini menjadi dasar penyusunan materi pembelajaran matematika realistik. Di samping itu model PMR juga mempertimbangkan beberapa teori seperti teori yang dicetuskan oleh Vygotsky dan Bruner.

Garis besar Teori Vygotsky dijelaskan sebagai berikut [13]: (a) Penggunaan simbol-simbol dalam memecahkan masalah diperoleh siswa melalui interaksi sosial. Setiap fungsi dalam perkembangan kultural siswa tampak pada level sosial dan level individu; antara orang-orang (interpsikologi) dan dalam anak (intrapsikologi). Agar terjadi interaksi sosial dalam memecahkan maupun mengajukan masalah perlu dibuat kelompok yang memungkinkan siswa berbagi pengetahuan maupun strateginya. Kelompok sebaiknya tidak terlalu besar (2-3 anggota) dengan kemampuan heterogen. Tujuan kelompok tersebut adalah mengubah konsep-konsep spontan anak melalui imbalan ilmiah (*scientific counterparts*). (b) Perkembangan pengetahuan memerlukan intervensi

orang dewasa dalam pemikiran anak. Tanpa mediasi secara simbolik, pemikiran siswa akan berada pada level yang rendah. *Zone of proximal development* (zone perkembangan proksimal) adalah sebuah kawasan antara tingkat perkembangan aktual sebagai ditentukan oleh pemecahan masalah yang independen dan tingkat perkembangan potensial sebagai ditentukan melalui pemecahan masalah di bawah petunjuk orang dewasa atau dalam kolaborasi dengan lebih pasangan-pasangan yang mampu (*capable*).

Berdasar pandangan tersebut berarti bahwa tugas pemecahan masalah maupun pengajuan masalah dapat menjadi bentuk intervensi terhadap pemikiran anak, sehingga anak sampai mencapai tingkat perkembangan potensial. (c) Vygotsky seperti Bruner menggunakan ide *scaffolding* (penopang) untuk menjelaskan bagaimana guru dan pasangan yang mampu mengarahkan siswa membantu mereka memahami tingkat pemahaman lebih lanjut. Dalam belajar peran guru, orang dewasa, atau teman sebaya membantu membawa pengetahuan anak pada tingkat yang lebih tinggi. Ini dapat dilakukan dengan menyediakan penopang (*scaffolds*) yang tidak dibutuhkan lagi oleh anak setelah proses pembelajaran selesai. Kemampuan memecahkan masalah maupun berpikir kreatif merupakan pengetahuan yang nanti diperlukan ketika masih di sekolah maupun setelah usai pendidikan. Tugas-tugas pemecahan masalah maupun pengajuan masalah di kelas dapat menjadi penopang anak mencapai tingkat kemampuan memecahkan masalah yang lebih tinggi.

Berdasarkan paparan pada bagian terdahulu maka dikembangkan sebuah model pembelajaran geometri berbasis pendidikan matematika realistik (Model PMR) yang mampu memfasilitasi berkembangnya respon siswa dalam pembelajaran geometri serta meningkatkan hasil belajar geometri siswa. Oleh karena itu, masalah penelitian ini: (a) apakah respon siswa terhadap pembelajaran yang menggunakan model PMR lebih baik dari pembelajaran konvensional (b) apakah hasil belajar geometri siswa menggunakan model PMR lebih baik dari pembelajaran konvensional. Tujuan penelitian adalah untuk mengetahui respon siswa terhadap pembelajaran geometri dan hasil belajar geometri siswa SMP kelas VII Kota Padang yang menggunakan model PMR.

METODE PENELITIAN

Jenis penelitian ini adalah penelitian kuantitatif dengan disain eksperimental yaitu eksperimen semu (*quasi experiment*). Pada akhir penelitian ini, kelas eksperimen (Model PMR) dan kontrol diberi tes akhir dan angket respon siswa terhadap pembelajaran geometri. Model PMR telah divalidasi oleh pakar matematika dan sekaligus diperhatikan aspek praktikalitasnya. Model PMR ini terdiri dari Buku Model PMR dan didukung oleh perangkat lainnya yaitu Rencana Pelaksanaan Pembelajaran (RPP), Lembar Kerja Siswa (LKS), Lembar Kerja Individual (LKI) dan Lembar Latihan Lanjutan (LLL). Sebelum guru di masing-masing kelas eksperimen melaksanakan pembelajaran, peneliti melatih guru tersebut tentang bagaimana menggunakan semua perangkat yang mendukung model PMR tersebut. Populasi penelitian ini adalah siswa kelas VII SMPN Kota Padang yang terdaftar pada semester Januari-Juni 2011. Sampel ditentukan menggunakan teknik sampel berstrata terdiri satu sekolah kategori tinggi, satu sekolah kategori sedang dan satu sekolah kategori rendah. Pada setiap sekolah kategori terpilih, dirandom dua kelas VII paralel untuk dijadikan kelas eksperimen yang menggunakan pembelajaran geometri berbasis PMR (Model PMR) dan kelas lainnya sebagai kelas kontrol menggunakan

pembelajaran konvensional. Variabel bebas dalam penelitian ini adalah pembelajaran geometri berbasis PMR dan pembelajaran secara konvensional. Variabel terikat adalah respon siswa dan hasil belajar geometri. Penelitian ini menggunakan angket respon siswa serta tes hasil belajar geometri yang telah diujicobakan terlebih dahulu.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Setelah data sampel memenuhi persyaratan normalitas dan homogenitas maka dilaksanakan pengujian hipotesis. Penelitian ini menggunakan uji-t. Berikut ini adalah ringkasan perhitungan uji hipotesis kelas eksperimen dan kelas kontrol untuk sekolah kategori tinggi, sedang dan rendah.

Tabel 1. Rata-rata dan t-hitung Hasil Belajar Geometri untuk Tiga Kategori Sampel

Kategori	Rata-rata		t-hitung	t-tabel	Kesimpulan
	eksperimen	kontrol			
Tinggi	81,10	72,06	1,98	1,68	Ho ditolak
Sedang	70,67	61,45	4,07	1,68	Ho ditolak
Rendah	69,00	62,2	2,89	1,68	Ho ditolak

Berdasarkan Tabel 1 di atas, untuk ketiga kategori SMP tinggi, sedang dan rendah terjadi perbedaan yang signifikan antara kelas eksperimen dengan kelas kontrol. Dengan demikian pembelajaran geometri berbasis PMR memberikan pengaruh terhadap hasil belajar geometri siswa. Berikut ini adalah rata-rata respon siswa untuk ketiga kategori SMP.

Tabel 2. Rata-rata dan t-hitung Respon Siswa untuk Tiga Kategori Sampel

Kategori	Rata-rata		t-hitung	t-tabel	Kesimpulan
	eksperimen	kontrol			
Tinggi	20,87	16,03	4,76	1,68	Ho ditolak
Sedang	20,63	17,71	3,53	1,68	Ho ditolak
Rendah	18,97	15,69	3,26	1,68	Ho ditolak

Dari Tabel 2 terlihat bahwa respon siswa yang pembelajarannya menggunakan model PMR lebih tinggi dibandingkan dengan menggunakan pembelajaran konvensional. Dengan demikian model PMR dapat mempengaruhi respon siswa terhadap pembelajaran geometri kelas VII SMPN kota Padang. Perbedaan respon siswa ini berlangsung untuk ketiga kategori SMP tinggi, sedang dan rendah.

Berdasarkan hasil penelitian ditemukan bahwa hasil belajar geometri siswa menggunakan model PMR lebih tinggi dari pembelajaran konvensional. Respon siswa terhadap pembelajaran geometri menggunakan model PMR juga lebih tinggi dari menggunakan pembelajaran konvensional. Persentase siswa yang mendapatkan nilai di atas Kriteria Ketuntasan Minimal (KKM) untuk kategori sekolah tinggi, sedang dan rendah berturut-turut adalah 85%, 80% dan 78%. Ini berarti sebagian besar siswa di kelas yang menggunakan model PMR dapat memiliki nilai di atas KKM. Ini terjadi karena model PMR membuat siswa belajar geometri menyenangkan karena setiap pembelajaran

diawali dengan kegiatan fisik seperti melipat karton, menggunting karton serta aktifitas mengukur. Kegiatan yang dilakukan siswa ini sangat berkaitan dengan masalah sehari-hari sehingga menimbulkan minat mereka untuk terlibat dalam pembelajaran. Setiap kegiatan siswa dirancang untuk mengimplementasikan kegiatan matematika horizontal dan untuk selanjutnya memasuki matematika vertikal yang penuh dengan simbol-simbol.

Jika dicermati hasil penelitian yang telah dikemukakan menunjukkan bahwa pendekatan PMR dapat membuat siswa mempelajari matematika dengan menyenangkan. Ini terlihat dari aktifitas siswa, seperti, dalam menemukan rumus luas bangun datar menggunakan karton melalui interaksi sesama siswa. Hal ini sesuai dengan teori belajar yang dikemukakan Vygotsky yang menyatakan bahwa berkembangnya intelektual anak didorong adanya interaksi sesama siswa. Hasil temuan ini memperkuat dan melengkapi temuan Fauzan [14], Armanto [15], Hadi [16], Oh Nam [17], Streefland [18] dan Saragih [19] yang menyimpulkan pendekatan PMR meningkatkan beberapa kemampuan matematika seperti kemampuan pemahaman pecahan, kemampuan berpikir logis, komunikasi matematik, sikap positif terhadap matematika, pemecahan masalah, dan motivasi berprestasi. Hasil penelitian ini juga sejalan dari temuan Tuan Anh Le [20] yang telah melaksanakan penelitian pendidikan matematika realistik pada sekolah dasar di Vietnam. Dari hasil penelitian tersebut Tuan Anh Le menyimpulkan *"Although teachers and students may encounter some obstacles while teaching and learning with RME-based lesson, RME could become a potential approach for mathematics education and could be effectively applied to teaching and learning mathematics in Vietnamese school"*. Hal yang sama juga dilakukan oleh Streefland [18] yang telah melaksanakan riset di sekolah dasar Belanda dengan topik pecahan. Hasil riset tersebut menunjukkan bahwa siswa belajar lebih baik jika mereka melakukan eksplorasi dalam mempelajari materi pecahan dengan menggunakan pendekatan realistik.

Model PMR ini dimulai dengan mengajukan masalah yang riil bagi siswa sesuai dengan pengalaman dan tingkat pengetahuannya. Permasalahan yang diberikan sesuai dengan tujuan yang ingin dicapai dalam pelajaran tersebut. Siswa mengembangkan model-model simbolik secara informal terhadap persoalan, dan pembelajaran berlangsung secara interaktif, yakni siswa menjelaskan dan memberikan alasan terhadap jawaban yang diberikannya, memahami jawaban temannya, atau setuju terhadap jawaban temannya, menyatakan ketidaksetujuan, mencari alternatif penyelesaian yang lain, dan melakukan refleksi terhadap setiap langkah yang ditempuh atau terhadap hasil pelajaran. Kegiatan-kegiatan tersebut jarang terjadi pada pembelajaran matematika saat ini sesuai dengan apa yang ditekankan oleh Freudenthal [21] bahwa aktivitas belajar matematika hendaknya melibatkan gerakan dari dunia kehidupan ke dalam dunia simbol. Hal yang sama dikemukakan oleh De Lange [11] bahwa matematisasi dapat terjadi pada tingkat-tingkat pemahaman yang berbeda-beda dan dilalui melalui berbagai aktifitas.

Secara umum, proses pembelajaran berbasis PMR terjadi mengikuti prinsip pembelajaran berbasis aktifitas. Hal ini tercermin dari keterlibatan aktif siswa dalam diskusi, bertanya, menjawab permasalahan dengan lebih dari satu cara, menjelaskan dan menampilkan hasil pekerjaannya di depan kelas dan dapat mempertanggungjawabkan hasil pekerjaannya. Prinsip pembelajaran tersebut dikemukakan pula oleh Jaworski [10] bahwa guru harus memberikan siswa peluang untuk mendapatkan pengetahuan yang dibangun sendiri oleh masing-masing siswa sehingga mereka dapat mempertanggungjawabkan hasil konstruksi pengetahuan tersebut. Ini berarti bahwa aktivitas siswa yang belajar dengan pendekatan PMR selama proses pembelajaran

tampak pada ketiga peringkat sekolah (tinggi, sedang, dan rendah), meskipun pada awalnya siswa agak sedikit kaku. Hal ini dimaklumi karena model pembelajaran ini sangat berbeda dengan pembelajaran yang selama ini biasa mereka terima dari gurunya yaitu siswa beraktifitas menjawab pertanyaan guru serta melakukan perintah guru saja. Selain itu, kondisi yang sangat berbeda adalah ketika siswa diminta untuk mempresentasikan hasil kerja mereka, kemudian ditanggapi oleh teman-teman mereka dari kelompok lain.

Pengalaman mengajar dengan pendekatan PMR dan hasil belajar yang diperoleh siswa setelah mendapat pendekatan PMR ini telah memberi motivasi kepada guru tersebut untuk menggunakan pendekatan PMR dalam mengajarkan matematika ke depan. Hal ini nampak pada aktivitas yang semakin baik dari guru tersebut setelah melaksanakan pembelajaran dengan pendekatan PMR dan hasil diskusi peneliti dengan guru tersebut pada setiap selesai pembelajaran. Aktivitas guru yang semakin baik dalam melaksanakan pendekatan PMR ini menjadi faktor penentu keberhasilan siswa dalam meningkatkan kemampuan pemahaman dan pemecahan masalah matematis yang mereka miliki.

KESIMPULAN DAN PROSPEK

Berdasarkan hasil penelitian menunjukan bahwa respon dan hasil belajar geometri siswa dengan menggunakan model pembelajaran geometri berbasis PMR lebih tinggi dari pada pembelajaran konvensional baik SMP kelompok rendah, sedang maupun tinggi. Dengan demikian disimpulkan bahwa model pembelajaran geometri berbasis PMR berpengaruh terhadap hasil belajar geometri dan respon siswa terhadap pembelajaran geometri. Model PMR hendaknya digunakan sebagai pendekatan pembelajaran alternatif untuk meningkatkan respon dan hasil belajar matematika siswa. Sebagian besar siswa memiliki skor tes melebihi dari KKM yang ditetapkan guru masing-masing. Oleh karena itu, Dinas Pendidikan melalui MGMP Matematika disarankan untuk mengimplementasikan model PMR ini secara horizontal pada seluruh sekolah menengah pertama. Model PMR mendukung peningkatan kemampuan pemecahan masalah matematikamelalui penggunaan konteks yang kaya, proses matematisasi, dan pembuatan alat/model matematika oleh siswa sendiri. Oleh karena itu, bagi penyusun bahan ajar pembelajaran matematika realistik hendaknya menggunakan konteks lingkungan kehidupan yang akrab dengan siswa dan kaya dengan konsep matematika guna memperlancar proses matematisasi oleh siswa. Bagi guru yang ingin menerapkan pada materi matematika lain, perlu mengembangkan sendiri perangkat yang diperlukan dengan memperhatikan komponen-komponen Model PMR dan karakteristik dari materi pelajaran yang akan dikembangkan.

UCAPAN TERIMA KASIH

Terima kasih banyak saya ucapkan kepada: Bapak Prof. Drs. Mohd. Ansyar, Ph.D., Prof. Dr. Ahmad Fauzan, M.Pd, M.Sc dan Prof. Dr. Lufri, M.S, Prof. Dr. Jalius Jama, M.Ed, Prof. Dr. I Made Arnawa, M.Si, Dr. Edi Bambang, M.Pd, Bapak Kepala SMPN 2, Kepala SMPN 10 dan Kepala SMPN 35 Padang, Pimpinan Fakultas dan Jurusan Matematika FMIPA UNP Padang, Ibu Salmawaty Yacoeb, S.Pd, Syafrida, S.Pd (Guru Matematika SMPN 35 Padang), Ibu Desmeri Yulita, S.Pd (Guru Matematika SMPN 1 Padang), Ibu Nuraina (Guru Matematika SMPN 10 Padang), dan semua peserta *lesson study* Gugus 2 di SMPN 2 Padang, dan Semua pihak yang telah membantu dan memberikan dukungan

kepada penulis yang tidak memungkinkan untuk disebutkan satu per satu. Akhirnya, penulis berharap semoga tulisan ini dapat bermanfaat bagi pengembangan ilmu pendidikan, khususnya pendidikan matematika. Amin.

PUSTAKA

- [1] Musdi, Edwin, 2009, *Analisis Empiris Pra Ujian Nasional Tahun Pelajaran 2008/2009*, Dinas Pendidikan Sumatera Barat, Padang, Sumbar
- [2] TIMSS 2007, International Association for the Evaluation of Educational Achievement IEA, *Trends in International Mathematics and Science Study*. U.S. DEPARTMENT OF EDUCATION
- [3] Van den Heuvel-Panhuizen, M. 2000. *Mathematics education in the Netherlands: A guided tour. Freudenthal Institute CD Rom for ICME 9*. Utrecht: Utrecht University.
- [4] Treffers, A. 1991. *Didactical background of a mathematics program for Primary Education. In Leen Streefland Ed.*, Realistic Mathematics Education in Primary Schools. Utrecht: Freudenthal Institute, Utrecht University.
- [5] Gravemeijer. 1994. *Developing Realistics Mathematics Education*. Freudenthal Institute. Utrecht.
- [6] Freudenthal, H. 2002. *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Dordrecht / Boston / Lancaster: D. Reidel Publishing Company.
- [7] Presmeg, N.C (2002) *Transitions Between Contexts of Mathematical Practices*, Kluwer Academic Publishers New York.
- [8] Mc Nair, Rodneye, 2000, *Implications for Mathematics Teaching Reform, Urban Education*, Vol. 34 No. 5 January 2000, Corwin Press, Inc
- [9] Boaler, J. 1997. *Experiencing school mathematics- Teaching styles, sex and setting*. Buckingham: Open University Press.
- [10] Jaworski, B. 1995. *Constructing mathematics, learning and teaching. In Proceedings from Norma 94*. Helsingfors: University of Helsinki
- [11] De Lange, J (1987). *Mathematics, Insight, and Meaning*. The Netherlands, Utrecht OW & OC.
- [12] Treffers, A. 1987. *Three dimensions: A model of goal and theory and theory description in mathematics instruction- The Wiskobas project*. Dordrecht: Kluwer.
- [13] Bell, F.H. 1978. *Teaching and Learning Mathematics In Secondary Schools*. Dubuque: Wm C. Brown Company.
- [14] Fauzan, A. 2002. *Applying Realistic Mathematics Education in Teaching Geometry in Indonesian Primary Schools*. Doctoral Dissertation, University of Twente, Enschede, The Netherlands.
- [15] Armanto, D. 2000. *Memberdayakan Pendidikan Dasar Matematika: Pendidikan Matematika Realistik*. Paper presented in the *National Mathematics Education Seminar in UGM*, Yogyakarta, Indonesia, 16 September 2000.
- [16] Hadi, Sutarto. 2002. *Effective teacher professional development for implementation of realistic mathematics education in Indonesia*. Doctoral Dissertation, University of Twente, The Netherlands
- [17] Oh Nam KWON 2001, *Conceptualizing The Realistic Mathematics Education Approach In The Teaching And Learning Of Ordinary Differential Equations*, Ewha Womans University, Department of Mathematics Education, Seoul, Korea

- [18] Streefland, Leen, *Fractions in Realistic Mathematics Education*, The Netherlands: Kluwer Academic Publisher, 1991.
- [19] Saragih, S. 2000. Analisis Strategi Kognitif Siswa SLTP Negeri 35 Medan dalam Menyelesaikan Soal-soal Matematika. *Jurnal Penelitian Kependidikan* Tahun 10. NO. 2 Des 2000. Malang.
- [20] Tuan Anh Le, Von 2006 , *Applying Realistic Mathematics Education in Vietnam: Teaching middle school geometry*, Doctoral Dissertation, University of Twente, Enschede, The Netherlands.
- [21] Freudenthal, H. 1991 . *Revisiting Mathematics Education: China Lectures*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

**PENGARUH PENDEKATAN PENDIDIKAN MATEMATIKA REALISTIK
INDONESIA (PMRI) TERHADAP PERKEMBANGAN KEMAMPUAN
PENALARAN MATEMATIKA SISWA KELAS II SD KARTIKA 1.10**

**THE INFLUENCE OF INDONESIA REALISTIK MATHEMATIC EDUCATION
APPROACH TOWARD MATHEMATIC REASONING CAPABILITY DEVELOPMENT
THE STUDENT OF SECOND CLASS OF ELEMENTRY SCHOOL KARTIKA 1.10
PADANG**

Effie Efrida Muchlis

Prodi Pendidikan Matematika Jurusan PMIPA FKIP Universitas Bengkulu
effie_efrida@yahoo.com
Jl. Raya Kandang Limun No.1 Bengkulu 38123

ABSTRACT

The purposes of this study are to work out 1) whether the mathematical reasoning abilities of students studying with a PMRI approach is better than students studying with a conventional approach, 2) The development of students' mathematical reasoning abilities after implementing the PMRI approach, and 3) How the role of teachers in helping students to develop mathematical reasoning abilities. This is a qualitative research conducted in a Quasi Experiment form and supported by qualitative data. The subject of this research was second grade students at SD Kartika 1.10 Padang and one teacher. Research instrument in this study was mathematical reasoning ability tests. This study also used worksheets in instructional processes applying the PMRI approach. The data analysis technique was quantitative data in the form of mathematical reasoning ability tests which were analyzed using t-test. Qualitative data as the supporting data were analyzed descriptively. The results of this study show that the mathematical reasoning abilities of students studying with a PMRI approach is significantly better than students studying with a conventional approach, there is a development of students' mathematical reasoning abilities after implementing the PMRI approach which is showed by students' ability in doing mathematics manipulating and presenting problems in the form of texts, graphics and pictures. The teachers' efforts to increase mathematical reasoning abilities are accustoming students to express ideas and find solutions to problems.

Keywords: PMRI approach, mathematical reasoning abilities.

ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui 1) Kemampuan penalaran matematika siswa yang belajar dengan pendekatan PMRI lebih baik dari pada siswa yang belajar dengan pendekatan konvensional. 2) Perkembangan kemampuan penalaran matematika siswa setelah melaksanakan pembelajaran dengan pendekatan PMRI, dan 3) Bagaimana peranan guru dalam membantu siswa mengembangkan kemampuan penalaran matematika. Jenis penelitian ini merupakan penelitian kuantitatif dilakukan dalam bentuk *Quasi eksperimen* yang didukung dengan data kualitatif. Subjek dalam penelitian ini adalah siswa kelas 2 tahun pelajaran 2010/2011 SD Kartika 1.10 Padang dan satu orang guru. Instrumen dalam penelitian ini adalah soal tes kemampuan penalaran matematika. Penelitian ini juga menggunakan LKS dalam pembelajaran dengan pendekatan PMRI. Teknik analisa data yang digunakan adalah data kuantitatif berupa tes kemampuan penalaran matematika dianalisis dengan menggunakan Uji-t. Data pendukung berupa data kualitatif digunakan analisis deskriptif. Hasil penelitian menunjukkan bahwa kemampuan penalaran matematika siswa yang belajar dengan pendekatan PMRI lebih baik secara signifikan dari pada siswa yang belajar dengan pendekatan konvensional, terjadi perkembangan kemampuan penalaran matematika ditunjukkan dengan

kemampuan siswa melakukan manipulasi matematika dan menyajikan permasalahan dalam bentuk tulisan, grafik dan gambar. Usaha yang dilakukan guru untuk meningkatkan kemampuan penalaran matematika dengan membiasakan siswa untuk mengemukakan gagasan dan menemukan sendiri solusi dari permasalahan yang diberikan.

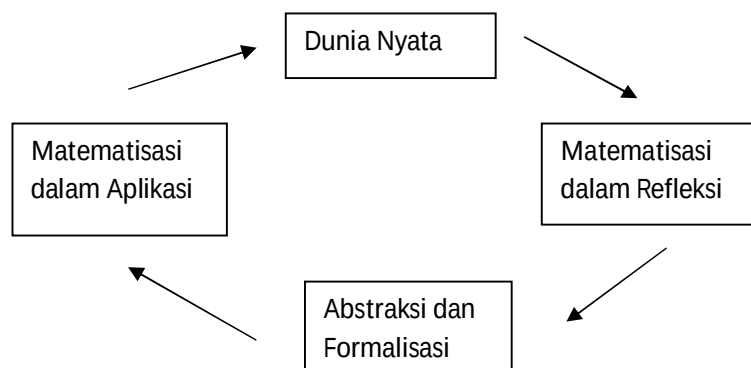
Kata kunci : Pendekatan PMRI, kemampuan penalaran matematika.

PENDAHULUAN

Pembelajaran matematika bertujuan untuk melatih cara berpikir dan bernalar dalam menarik kesimpulan, mengembangkan aktivitas kreatif yang melibatkan imajinasi, intuisi dan penemuan dengan melibatkan pemikiran divergen, orisinal, rasa ingin tahu, membuat prediksi dan dugaan, serta mencoba-coba (Mulyasa [1]). Selain itu tujuan pembelajaran matematika adalah untuk mengembangkan kemampuan pemecahan masalah dan kemampuan menyampaikan informasi atau gagasan antara lain melalui pembicaraan lisan, peta, dan diagram dalam menjelaskan gagasan. Pembelajaran matematika memegang peranan penting untuk menumbuhkan penataan nalar atau kemampuan berpikir logis serta sikap positif siswa yang berguna dalam mempelajari ilmu pengetahuan maupun dalam penerapan matematika dalam kehidupan sehari-hari.

Konsep matematika muncul dari proses matematisasi, yaitu dimulai dari penyelesaian yang berkait dengan konteks (context-link solution), siswa secara perlahan mengembangkan alat dan pemahaman matematika ke tingkat yang lebih formal (Gravemeijer [2]). Model-model yang muncul dari aktivitas matematika siswa dapat mendorong terjadinya interaksi di kelas, sehingga mengarah pada level berpikir matematis yang lebih tinggi. Kenyataannya, pembelajaran matematika khususnya di SD Kartika 1.10 Padang masih sering terjadi dimana guru menjadi pusat dari seluruh kegiatan di kelas. Siswa mendengarkan, meniru atau mencontoh dengan persis sama cara yang diberikan guru tanpa inisiatif. Siswa tidak dibiarkan mengoptimalkan potensi dirinya, mengembangkan penalaran maupun aktivitasnya. Konsekuensinya, bila siswa diberikan soal yang beda dengan soal latihan mereka akan membuat kesalahan. Guru harus memiliki kemampuan untuk melaksanakan pembelajaran yang menarik, sehingga perlu dilaksanakan suatu pembelajaran yang dapat membantu guru menciptakan proses pembelajaran yang dapat meningkatkan kemampuan bernalar siswa.

Pembelajaran dengan pendekatan Matematika Realistik Indonesia menekankan pada terciptanya kondisi belajar yang memungkinkan siswa untuk memperoleh pengalaman belajar yang baik. dunia nyata digunakan sebagai titik awal untuk pengembangan ide dan konsep matematika, dunia nyata ini adalah segala sesuatu diluar matematika. Menurut Sutarto [3] mendefinisikan “dunia nyata sebagai suatu dunia yang kongkrit, yang disampaikan kepada siswa melalui aplikasi matematika”. Jadi proses pengembangan ide dan konsep matematika yang dimulai dengan dunia nyata ini disebut Matematisasi konseptual yang digambarkan dilihat pada Gambar 1 berikut :



Gambar 1. Matematisasi Konseptual (Sutarto [3])

Dari Gambar 1, matematisasi konseptual adalah suatu model skematis untuk proses belajar yang digambarkan sebagai suatu siklus (lingkaran) yang tidak berujung, yang berarti proses lebih penting dari pada hasil. Pengetahuan merupakan proses transformasi yang secara terus menerus dibentuk dan dibentuk kembali. Proses dalam pembelajaran dengan pendekatan PMRI diharapkan siswa tidak sekedar aktif sendiri tetapi ada aktivitas bersama diantara siswa sehingga dapat terjadi interaktivitas. Selain itu juga pembelajaran dengan pendekatan PMRI dapat mengembangkan kemampuan penalaran matematika siswa.

kemampuan dapat diartikan kesanggupan/kecakapan. Istilah penalaran atau reasoning dijelaskan oleh Copi [4] sebagai berikut: *"reasoning is a special kind of thinking in which inference take place, in which conclusions are drawn from premises"*. Dengan demikian jelaslah bahwa penalaran adalah kegiatan, proses atau aktivitas berpikir untuk menarik suatu kesimpulan atau membuat suatu pernyataan baru berdasarkan pada beberapa pernyataan yang diketahui benar ataupun yang dianggap benar yang disebut premis.

Daya nalar siswa dalam mata pelajaran matematika perlu ditumbuh kembangkan. Dengan penalaran siswa dapat menganalisis setiap masalah yang muncul secara jernih, dapat memecahkan masalah dengan tepat, dan menilai sesuatu secara kritis dan objektif serta dapat mengemukakan idenya secara runtun dan logis.

Dijelaskan pada dokumen Peraturan Dirjen Dikdasmen No. 506/C/PP/2004 ada 7 indikator dalam penalaran matematika (Depdiknas [5]), pada penelitian ini digunakan 3 indikator untuk melihat kemampuan penalaran matematika siswa yaitu:

1. Menyajikan pernyataan matematika secara lisan, tertulis, diagram dan gambar.
2. Melakukan manipulasi matematika.
3. Menarik kesimpulan dari beberapa pernyataan.

Setiap indikator pencapaian aspek penalaran tidak saling tergantung, namun antar indikator dapat dikombinasikan sehingga dapat disusun aspek yang dapat mengukur kemampuan penalaran matematis siswa.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini adalah penelitian kuantitatif dilakukan dalam bentuk *quasi eksperimen* yang didukung dengan data kualitatif. Penelitian kuantitatif untuk membandingkan kemampuan penalaran matematika siswa yang belajar melalui pendekatan PMRI dengan pendekatan konvensional. Data kualitatif digunakan untuk melihat perkembangan kemampuan penalaran matematika yang dilakukan dalam bentuk observasi, wawancara dan dokumentasi, dan dari guru untuk mengetahui peranan guru dalam meningkatkan

kemampuan penalaran matematika. Populasi dalam penelitian ini adalah siswa kelas 2 tahun pelajaran 2010/2011 SD Kartika 1.10 Padang. Teknik pengambilan sampel yang digunakan adalah *purposive sampling* karena penelitian ini dilaksanakan pada kelas yang diajar oleh guru yang ikut *workshop* PMRI. Untuk data kualitatif, subjek dalam penelitian ini adalah satu orang guru dan siswa kelas 2 tahun pelajaran 2010/2011 SD kartika 1.10 Padang yang diberi perlakuan di kelas eksperimen, karena keterbatasan peneliti maka peneliti mengambil 3 orang siswa dikelompok tinggi, 3 orang siswa dikelompok sedang dan 3 orang siswa dikelompok rendah.

Untuk tes kemampuan penalaran matematika dianalisis dengan menggunakan uji-t, terlebih dahulu ditentukan normalitas data dan homogenitas variansi. Untuk data perkembangan kemampuan pemecahan masalah dan usaha yang dilakukan guru untuk meningkatkan kemampuan penalaran matematika dilakukan melalui: 1) Reduksi data diartikan sebagai proses pemilihan data kasar yang muncul dari catatan-catatan tertulis dilapangan. Proses ini dilaksanakan dengan mengamati indikator-indikator penalaran matematika yang muncul dalam proses pembelajaran. Selain itu indikator tersebut juga diamati dari portofolio siswa. 2) Penyajian data yaitu data yang telah disederhanakan selanjutnya disajikan dalam bentuk tulisan. Data diperoleh dari video taping yaitu video selama proses pembelajaran dianalisis dan ditarik kesimpulan kemudian disajikan dalam bentuk narasi. Untuk wawancara dilakukan kepada siswa setelah belajar dengan pendekatan PMRI dan wawancara juga dilakukan kepada siswa setelah melaksanakan tes kemampuan penalaran matematika dan hasil wawancara harus segera dibuat laporan. Setelah semua data dianalisis dan disajikan dalam bentuk narasi dilanjutkan dengan, 3) verifikasi yaitu penarikan kesimpulan dari kegiatan akhir penelitian. Penarikan kesimpulan dilakukan berdasarkan teori mengenai kemampuan penalaran matematika dan data berupa tes hasil belajar. Tes kemampuan penalaran matematika siswa dinilai berdasarkan pada indikator yang ditampilkan pada Tabel 1 berikut:

Tabel 1 Pemberian skor dalam tes kemampuan penalaran matematika

Kriteria	Skor			
	3	2	1	0
1. Menyajikan pernyataan matematika secara lisan, tertulis, diagram dan gambar.	Menuliskan pernyataan matematika dalam bentuk tulisan, diagram, dan gambar secara benar dan sesuai	Menuliskan pernyataan matematika dalam bentuk tulisan, diagram, dan gambar secara hampir benar dan sesuai	Menuliskan pernyataan matematika dalam bentuk tulisan, diagram, dan gambar, tapi tidak sesuai	Tidak satupun yang ditulis
2. Melakukan manipulasi matematika.	Menyelesai-kan masalah dengan mencoba-coba dan hasilnya benar	Menyelesaikan masalah dengan mencoba-coba dan hasilnya hampir benar	Menyelesai-kan masalah dengan mencoba-coba dan hasilnya tidak benar	Tidak satupun yang ditulis
3. Menarik kesimpulan dari beberapa pernyataan.	Dapat membuat kesimpulan secara benar dan sesuai	Dapat membuat kesimpulan, hampir benar dan sesuai	Dapat membuat kesimpulan, tetapi tidak benar	Tidak satupun yang ditulis

HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Hasil Tes Kemampuan Pemecahan Masalah Matematika Siswa Setelah Mengikuti Pembelajaran dengan Pendekatan PMRI

Untuk melihat ada atau tidaknya perbedaan kemampuan penalaran matematika antara kelas eksperimen dan kelas kontrol dilakukan pengujian hasil tes kemampuan penalaran matematika. Uji normalitas dilakukan dengan rumus Liliefors. Hasil uji normalitas tes kemampuan penalaran matematika dapat dilihat pada Tabel 2 berikut:

Tabel 2. Uji Normalitas Nilai Tes Kemampuan Penalaran Matematika Kelas Eksperimen dan Kelas Kontrol

No	Hasil Belajar Kelas Sampel	L _{hitung}	L _{tabel}	Kesimpulan
1	Kelas Eksperimen	0,1923	0,2078	Data normal
2	Kelas Kontrol	0,1098	0,2104	Data Normal

Dari perhitungan yang tercantum dalam Tabel 2, disimpulkan bahwa data hasil tes kemampuan penalaran matematika baik untuk kelas eksperimen maupun untuk kelas kontrol berdistribusi normal. Dilanjutkan dengan Uji homogenitas dilakukan dengan analisis varians terbesar dibandingkan dengan varians terkecil. Hasil uji homogenitas tes kemampuan penalaran matematika dikemukakan pada Tabel 3 berikut.

Tabel 3. Uji Homogenitas Hasil Tes Kemampuan Penalaran Matematika Kelas Eksperimen dan Kelas Kontrol

Jenis	Nilai
n_1	28
n_2	29
α	0,1
F _{hitung}	1,8662
$F_{\frac{1}{2}\alpha(n_1-1; n_2-1)}$	1,8894
$F_{(1-\frac{1}{2}\alpha)(n_1-1; n_2-1)}$	0,5293
Kesimpulan : karena $0,5293 < 1,8662 < 1,8894$ maka H_0 diterima	

Dari hasil uji homogenitas pada kelas eksperimen dan kelas kontrol, disimpulkan bahwa sampel mempunyai varians yang homogen. Untuk menguji hipotesis dilakukan Uji-t. Hasil Uji-t terhadap tes kemampuan penalaran matematika dikemukakan pada Tabel 4 berikut.

Tabel 4. Hasil Uji-t tes penalaran matematika

Kelas Eksperimen Pembelajaran dengan pendekatan PMRI	Kelas Kontrol Pembelajaran dengan Pendekatan Konvensional
$n_1 = 28$	$N_2 = 29$
$\bar{x}_1 = 8$	$\bar{x}_2 = 7,034$
$Sd_1 = 0,8133$	$Sd_2 = 0,6614$
$S_1^2 = 0,6614$	$S_2^2 = 1,1059$
$t_{hitung} = 3,8787$ $t_{tabel} = 1,67$ Karena $t_{hitung} > t_{tabel}$, Maka H_0 ditolak	

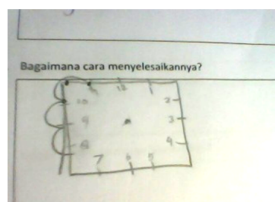
Dari hasil uji hipotesis diperoleh $t_{hitung} = 3,8787$ dan $t_{tabel} = 1,67$ dapat disimpulkan bahwa kemampuan penalaran matematika siswa yang belajar dengan pendekatan PMRI lebih baik dari pada kemampuan penalaran matematika siswa yang belajar dengan pendekatan konvensional.

3.2 Perkembangan Kemampuan Penalaran Matematika Siswa Setelah Mengikuti Pembelajaran dengan Pendekatan PMRI

Untuk perkembangan kemampuan pemecahan masalah matematika diamati melalui indikator pemecahan masalah yaitu sebagai berikut:

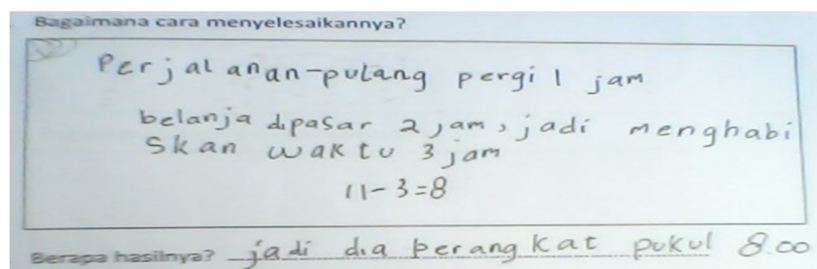
1. Menyajikan pernyataan matematika secara lisan, tertulis, diagram dan gambar

Siswa yang pembelajarannya menggunakan pendekatan PMRI cenderung memberi jawaban dengan cara yang bervariasi, ini menunjukkan komponen *Self Developed Models* pada pembelajaran PMRI. Siswa kelompok tinggi sudah mampu menyelesaikan permasalahan dengan menulis gambar dari kalimat-kalimat yang ada pada soal. Siswa kelompok tinggi sudah bisa menggambarkan sebuah jam yang kemudian menjalankan jarum-jarumnya. Dengan cara seperti ini siswa kelompok tinggi menyelesaikan permasalahan tersebut. Jawaban siswa kelompok tinggi dapat dilihat pada Gambar 2 berikut:



Gambar 2. Jawaban Siswa Kelompok Tinggi dalam Menyelesaikan Masalah

Siswa kelompok sedang lebih cenderung menyelesaikan permasalahan dalam kalimat-kalimat. Ada juga siswa kelompok sedang yang langsung menuliskan jawaban tanpa ada prosedur. Jawaban siswa kelompok sedang dapat dilihat dari Gambar 3 berikut :



Gambar 3. Jawaban Siswa Kelompok Sedang dalam Menyelesaikan Masalah

Telah terjadi perkembangan kemampuan penalaran siswa, yaitu siswa yang sebelumnya hanya menyajikan permasalahan dalam bentuk tulisan. Setelah dilakukan pembelajaran dengan pendekatan PMRI siswa telah mampu menyajikan masalah dalam berbagai bentuk yaitu dalam bentuk tulisan, diagram dan gambar.

2. Melakukan manipulasi matematika

Melakukan manipulasi matematika disini maksudnya yaitu siswa mencoba-coba memilih cara dan pendekatan yang tepat untuk menyelesaikan permasalahan yang diberikan. siswa kelompok tinggi telah melakukan manipulasi matematika hal ini dapat dilihat dari jawaban siswa, diminta untuk menyusun angka sehingga aturan dari soal terpenuhi. Aturannya yaitu secara mendatar hasil penjumlahan angka tersebut sama dengan secara menurun. Siswa kelompok tinggi melakukan coba-coba sampai mereka menemukan angka-angka yang memenuhi aturan soal tersebut. Hasil wawancara dengan salah satu siswa kelompok tinggi, mereka mengatakan untuk mendapatkan jumlah yang sama secara mendatar maupun secara menurun, mereka mencoba-coba angka yang tersedia dan membolak balik letak angka sehingga diperoleh hasil yang benar.

Kemampuan siswa melakukan manipulasi ini disebabkan karena dalam pembelajaran dengan pendekatan PMRI siswa dilatih untuk mengkonstruksi sendiri pengetahuan yang dimiliki sesuai dengan yang dikemukakan oleh Kamii (dalam Sutarto, [3]) yaitu "Pembelajaran berhitung di Sekolah Dasar menunjukkan bahwa siswa yang mengkonstruksi sendiri pemahaman mereka dalam menyelesaikan soal-soal". Bermodal pada masalah kontekstual siswa dilatih untuk memahami makna soal selain itu pembelajaran dengan pendekatan PMRI juga melatih siswa untuk memiliki gagasan atau ide dalam menyelesaikan permasalahan yang diberikan. Untuk mengembangkan kemampuan berpikir siswa sehingga siswa juga dilatih untuk mengembangkan kemampuan penalaran matematika.

3. Menarik kesimpulan dari beberapa pernyataan

Kemampuan siswa membuat kesimpulan ini tidak terlepas dari proses pembelajaran dengan pendekatan PMRI yang selama ini dilaksanakan, pembelajaran menekankan pada memaknai permasalahan dan proses dalam pengerjaan soal. Dengan pemahaman yang dimiliki siswa dan mampu menyelesaikan permasalahan secara procedural maka siswa mampu membuat kesimpulan. Kesalahan banyak dilakukan siswa kelompok sedang. Hal ini dapat dilihat dari jawaban yang dibuat siswa, hasil jawabannya memperlihatkan bahwa pertanyaan sebelumnya juga belum tepat, sehingga menyebabkan kesalahan dalam membuat kesimpulan akhir. Siswa kelompok tinggi sudah mampu menarik kesimpulan dari beberapa pernyataan, Kemampuan siswa untuk menyelesaikan soal tersebut dikarenakan dalam pembelajarannya dimulai dengan suatu masalah yang realistik yang selanjutnya melalui aktifitas bernalarnya siswa diharapkan

mampu menemukan langkah proses untuk menyelesaikan masalah. Sesuai dengan yang dikemukakan oleh Tatang [6] yaitu “fenomena didaktik memberikan kesempatan bagi siswa untuk menggunakan penalaran (*reasoning*) dan kemampuan akademiknya untuk mencapai generalisasi konsep matematika”. Melalui pembelajaran dengan pendekatan PMRI ini menunjukkan terjadinya perkembangan kemampuan penalaran matematika siswa.

3.3 Peranan Guru dalam Membantu Mengembangkan Kemampuan Penalaran Matematika Siswa

Pembelajaran dengan pendekatan PMRI menekankan pada realistik sebagai titik awal dimana siswa mampu mengeksplorasi dan menemukan kembali gagasan matematika dalam situasi yang nyata, sehingga dalam pembelajarannya guru menghadirkan media yang sering ditemui siswa dalam kehidupan sehari-hari. Dengan disajikannya permasalahan dalam kehidupan sehari-hari, siswa akan lebih mudah memahami dan memaknai permasalahan tersebut. Karena dipahaminya permasalahan yang diberikan, maka diharapkan siswa dengan mudah akan mengeluarkan ide atau gagasannya dalam memilih cara yang paling tepat untuk menyelesaikannya.

Usaha yang dilakukan guru untuk mengembangkan kemampuan penalaran matematika adalah membimbing siswa untuk membentuk permasalahan tersebut ke situasi kontekstual agar siswa memahami masalah, mengajukan pertanyaan-pertanyaan yang membimbing siswa untuk dapat menjelaskan, membenarkan dan membela penalaran mereka sendiri. Ini berarti siswa telah mengkonstruksi pengetahuan yang telah mereka miliki sebelumnya untuk membentuk pengetahuan baru.

KESIMPULAN DAN SARAN

a. Kesimpulan

Beberapa kesimpulan yang dapat dikemukakan dari penelitian ini adalah:

1. Berdasarkan analisis yang telah dilakukan diperoleh bahwa kemampuan penalaran matematika siswa yang belajar dengan pendekatan PMRI lebih baik secara signifikan dari pada siswa yang belajar dengan pendekatan konvensional.
2. Perkembangan kemampuan penalaran matematika dapat dilihat dari:
 - a. Siswa sudah mampu memahami masalah ditandai dengan kemampuan siswa untuk menyajikan permasalahan dalam bentuk tulisan, grafik dan gambar.
 - b. Siswa dapat melakukan manipulasi matematika, sehingga siswa dapat menemukan jawaban yang tepat dalam menyelesaikan permasalahan. Terlihat dari aktivitas mencoba-coba yang dilakukan siswa sampai mereka menemukan jawaban yang benar.
 - c. Tepatnya pendekatan atau cara yang digunakan siswa untuk menyelesaikan permasalahan yang diberikan, maka siswa dapat menarik kesimpulan dari permasalahan tersebut.
3. Usaha yang dilakukan guru untuk mengembangkan kemampuan penalaran matematika siswa adalah sebagai berikut:
 - a. Guru mengajukan pertanyaan yang dapat mengembangkan ide-ide siswa.
 - b. Guru membiasakan siswa untuk mengemukakan gagasan.
 - c. Guru berusaha agar siswa menemukan sendiri solusi dari permasalahan yang diberikan.

b. Saran

Secara empiris telah dibuktikan bahwa pembelajaran dengan pendekatan PMRI telah meningkatkan kemampuan penalaran matematika. Untuk itu disarankan: Sebaiknya disetiap pembelajaran matematika guru menggunakan buku kerja pendamping buku pegangan sehingga bentuk soal yang diberikan ke siswa dapat mengembangkan kemampuan berpikir siswa. Jangan sampai siswa hanya memanfaatkan buku pegangan untuk mempelajari contoh soal yang ada di dalam buku tersebut.

PUSTAKA

- [1] Mulyasa. 2007. *Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan*. Bandung: Remaja Rosda Karya.
- [2] Gravemeijer K. 1994. *Developing Realistic Mathematics Education*. Utrecht: Freudenthal Institute.
- [3] Sutarto H. 2005. *Pendidikan Matematika Realistik dan implementasinya*. Banjarmasin: Tulip Banjarmasin.
- [4] Copi IM. 1978. *Introduction to logic*. New York: Macmillan.
- [5] Depdiknas. 2004. *Peraturan Dirjen Dikdasmen No. 506/C/PP/2004*. Jakarta : Ditjen Dikdasmen Depdiknas.
- [6] Tatang YES. 2006. PMRI: Pembelajaran Matematika yang Mengembangkan Penalaran, Kreativitas Dan Kepribadian Siswa. Makalah *Workshop* Pembelajaran Matematika. Surabaya: FMIPA UNESA.

PENERAPAN MODEL PEMBELAJARAN KOOPERATIF TIPE TWO STAY TWO STRAY UNTUK MENINGKATKAN HASIL BELAJAR MATEMATIKA PESERTA DIDIK KELAS VIII SMP NEGERI 18 PEKANBARU

IMPLEMENTATION OF COOPERATIVE LEARNING MODEL TYPE TWO STAY TWO STRAY TO IMPROVE MATHEMATICS LEARNING OUTCOMES OF THE STUDENTS' AT CLASS VIII OF SMP NEGERI 18 PEKANBARU

Elfis Suanto^{1*}, Rini Dian Anggraini², Bisri Mustofa³

FKIP Universitas Riau, Simpang Baru, Pekanbaru 282931*

elfis_suanto@yahoo.com, elfis@ut.ac.id

FKIP Universitas Riau, Simpang Baru, Pekanbaru²

SMP Swadaya Ummah, Pekanbaru³

ABSTRACT

The research was classroom action research. This research aims to improve learning process and outcomes *students by implementing* cooperative learning type Two Stay Two Stray. The subject of the research is students of *class VIII_G* of SMPN18 Pekanbaru *in the first semester academic years 2013/2014*. There are 40 students in the class, consisting 17 girls and 23 boys. The research are two cycles. Each *cycle has four stages, the stages are planning, action, observation and reflection*. The results showed the activity of teachers and students have done well after doing the action. An increase in the number of students who achieved at UH KKM end of each cycle compared to the number of students who achieve KKM on base score, increasing the number of students who scored 20 and 30 compared to the development of the number of students who received grades 5 and 10 as well as the increase in the average value of students from the first cycle to the second cycle. From the results of this study concluded that *Cooperative Learning Type of Two Stay Two Stray can improve the students' learning achievement at class VIII_G of SMPN18 Pekanbaru in the first semester academic years 2013/2014*.

Key Word: Mathematics Learning Outcome, Cooperative Learning Type Two Stay Two Stray, Class Action Research.

ABSTRAK

Penelitian ini adalah penelitian tindakan kelas. Penelitian ini bertujuan untuk memperbaiki proses pembelajaran dan meningkatkan hasil belajar peserta didik melalui penerapan model pembelajaran kooperatif tipe Two Stay Two Stray. Subjek penelitian ini adalah peserta didik kelas VIII_G SMP Negeri 18 Pekanbaru pada semester ganjil tahun ajaran 2013/2014 yang berjumlah 40 orang yang terdiri dari 17 perempuan dan 23 laki-laki. Penelitian ini terdiri dari dua siklus. Setiap siklus memiliki empat tahap, tahap-tahap itu adalah perencanaan, pelaksanaan, pengamatan dan refleksi. Hasil penelitian menunjukkan aktivitas guru dan peserta didik telah terlaksana dengan baik setelah dilakukannya tindakan. Terjadi peningkatan jumlah peserta didik yang mencapai KKM pada UH diakhir setiap siklus dibandingkan dengan jumlah peserta didik yang mencapai KKM pada skor dasar. Yaitu terjadi peningkatan jumlah peserta didik yang memperoleh nilai perkembangan 20 dan 30 dibandingkan jumlah peserta didik yang memperoleh nilai perkembangan 5 dan 10 serta peningkatan nilai rata-rata peserta didik dari siklus pertama ke siklus kedua. Berdasarkan hasil penelitian ini dapat disimpulkan bahwa penerapan pembelajaran Kooperatif tipe *Two Stay Two Stray* dapat meningkatkan hasil belajar matematika peserta didik kelas VIII_G SMP Negeri 18 Pekanbaru pada semester ganjil tahun ajaran 2013/2014.

Kata Kunci: Hasil Belajar Matematika, Pembelajaran Kooperatif Tipe *Two Stay Two Stray*, Penelitian Tindakan Kelas.

PENDAHULUAN

Perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi pada saat ini menuntut dunia pendidikan untuk meningkatkan mutu pendidikan. Matematika merupakan salah satu ilmu dasar yang mempunyai peranan penting dalam dunia pendidikan, karena pelajaran matematika merupakan sarana yang dapat digunakan untuk membentuk peserta didik berpikir secara ilmiah. Sesuai dengan fungsinya, pembelajaran matematika bertujuan, yaitu: (1) menunjukkan sikap logis, kritis, analitik dan kreatif, konsisten dan teliti, bertanggung jawab, responsif, dan tidak mudah menyerah dalam memecahkan masalah sehari-hari, yang merupakan pencerminan sikap positif dalam bermatematika; (2) memiliki rasa ingin tahu, percaya diri dan ketertarikan pada matematika serta memiliki rasa percaya pada daya dan kegunaan matematika, yang terbentuk melalui pengalaman belajar; (3) memiliki sikap terbuka, santun, objektif, menghargai pendapat dan karya teman dalam interaksi kelompok maupun aktivitas sehari-hari (Permendikbud no. 68, 2013) [1].

Dari tujuan pembelajaran matematika di atas dapat disimpulkan bahwa pembelajaran matematika melatih peserta didik untuk menyelesaikan masalah, dan mengkomunikasikan gagasan, serta menata cara berfikir dan pembentukan keterampilan matematika untuk mengubah tingkah laku peserta didik. Perubahan tingkah laku peserta didik akan terlihat pada akhir proses pembelajaran yang mengacu pada hasil belajar. Hasil belajar dipengaruhi oleh kemampuan peserta didik dan efektif tidaknya suatu proses pembelajaran [2]. Hasil belajar matematika yang diharapkan adalah hasil belajar matematika yang mencapai ketuntasan belajar matematika. Peserta didik dikatakan tuntas apabila skor hasil belajar matematika peserta didik mencapai kriteria ketuntasan minimum yang telah ditetapkan sekolah (Permendikbud no. 66, 2013) [1].

Dalam Permendikbud no. 66 tahun 2013 dikatakan bahwa satuan pendidikan harus menentukan KKM dengan mempertimbangkan karakteristik kompetensi dasar yang akan dicapai, daya dukung dan karakter peserta didik. Dengan mempertimbangkan ketiga hal tersebut, SMP Negeri 18 Pekanbaru menetapkan KKM untuk mata pelajaran matematika adalah 70. Jadi, peserta didik dapat dikatakan tuntas dalam belajar jika nilainya mencapai skor 70.

Berdasarkan data nilai ulangan harian yang penulis dapatkan dari guru matematika SMP Negeri 18 Pekanbaru bahwa hasil belajar matematika peserta didik kelas VIIIIG yang berjumlah 40 orang peserta didik pada semester ganjil tahun pelajaran 2013/2014 belum sesuai dengan yang diharapkan. Masih banyak peserta didik yang belum mencapai KKM yang ditetapkan, pada kompetensi dasar menentukan gradien persamaan dan grafik garis lurus. Hal ini dapat dilihat dari persentase ketercapaian KKM peserta didik kelas VIIIIG SMP Negeri 18 Pekanbaru, dari 40 peserta didik yang terdiri dari 23 peserta didik laki-laki dan 17 peserta didik perempuan, yang mencapai KKM hanya sebanyak 14 peserta didik dengan persentase 35%.

Berdasarkan hasil observasi yang penulis lakukan pada tanggal 24 dan 27 Mei 2013 belum optimalnya ketercapaian KKM tersebut, patut diduga disebabkan oleh beberapa faktor, sebagai berikut. Pada observasi pertama, guru mengawali kegiatan pendahuluan dengan menyiapkan peserta didik untuk memulai pelajaran. Pada tahap ini

guru mengintruksikan ketua kelas untuk menyiapkan peserta didik dan peserta didik duduk di tempat duduknya masing-masing kemudian berdoa. Setelah itu, guru mengintruksikan kepada peserta didik untuk mengeluarkan perlengkapan belajar hari itu. Pada observasi kedua, guru melakukan kegiatan pendahuluan tetap seperti pada hasil observasi pertama. Padahal seharusnya pada kegiatan pendahuluan guru membangkitkan motivasi peserta didik dan memfokuskan perhatian peserta didik terhadap materi pembelajaran yang akan dipelajari. Kegiatan pembelajaran yang dapat membangkitkan motivasi peserta didik dan memfokuskan perhatian peserta didik terhadap materi pembelajaran yang akan dipelajari adalah melakukan apersepsi, memotivasi peserta didik, menyampaikan tujuan pembelajaran, menyampaikan cakupan materi dan menjelaskan kegiatan pembelajaran yang akan dilaksanakan (Permendikbud no. 65, 2013) [1].

Selanjutnya, pada kegiatan inti pada observasi pertama; yang dilakukan, guru menjelaskan materi. Materi yang dijelaskan pada pertemuan tersebut adalah materi tentang prisma dan limas. Guru memberikan rumus dan satu buah contoh soal. Pada Saat guru menjelaskan materi peserta didik terlihat berbincang dengan teman sebangkunya tentang topik yang tidak sesuai dengan pembelajaran. Peneliti juga melihat peserta didik berjalan jalan ke meja teman yang lain. Setelah selesai memberikan contoh soal, guru menunjuk peserta didik untuk mengerjakan contoh soal yang kedua. Setelah itu guru memberikan soal latihan kepada peserta didik. Hasil observasi kedua, pada kegiatan inti dimana setelah menjelaskan materi, guru menuliskan beberapa soal mengenai materi yang diajarkan pada tanggal 24 Mei 2013 sebanyak tiga soal dan pada tanggal 27 Mei 2013 sebanyak dua soal. Guru memberi tahu bahwa peserta didik yang bisa menyelesaikan soal tersebut dengan benar dan menuliskannya di papan tulis akan mendapat nilai tambahan. Pada saat mengerjakan soal tersebut, terlihat peserta didik bergegas untuk menyelesaikannya. Tapi peserta didik yang berkemampuan rendah terlihat tidak berkonsentrasi mengerjakan soal latihan dan hanya mencatat pekerjaan temannya yang telah selesai. Peserta didik yang berkemampuan rendah terlihat meminta bantuan kepada peserta didik yang berkemampuan tinggi untuk menjelaskan soal yang belum dimengerti, akan tetapi peserta didik yang berkemampuan tinggi tidak mau mengajarkan temannya yang belum mengerti karena kompetisi yang diciptakan guru. Peneliti melihat peserta didik yang maju ke depan kelas adalah peserta didik yang berkemampuan tinggi. Ketika peserta didik sedang mengerjakan soal tersebut guru hanya membimbing peserta didik pada satu tempat saja. Seharusnya pada kegiatan inti, guru membelajarkan peserta didik menemukan, membentuk dan mengembangkan pengetahuan itu sendiri [3].

Hasil observasi pertama dan kedua terhadap kegiatan akhir yang dilakukan guru adalah guru sebatas memberikan kesempatan kepada peserta didik untuk bertanya tentang materi yang belum di mengerti, akan tetapi terlihat peserta didik tidak berani untuk bertanya. Guru menyuruh peserta didik untuk mengumpulkan buku latihan dan hanya merencanakan kegiatan tindak lanjut dalam bentuk pekerjaan rumah. Setelah itu, guru menyiapkan peserta didik untuk mengakhiri pelajaran. Seharusnya pada kegiatan penutup guru tidak hanya memberi pekerjaan rumah tetapi mengakhiri aktivitas pembelajaran dalam bentuk rangkuman atau simpulan, penilaian, refleksi, umpan balik, tindak lanjut dan menyampaikan rencana pembelajaran pada pertemuan berikutnya (Permendikbud no. 65, 2013) [1].

Berdasarkan deskripsi hasil observasi peneliti di SMP Negeri 18 Pekanbaru kelas VIIIG di atas terlihat bahwa guru lebih mendominasi kegiatan pembelajaran. Ketika menjelaskan materi, interaksi yang terjadi hanya satu arah yaitu dari guru ke peserta didik. Seharusnya dalam proses pembelajaran peserta didik di tuntut lebih aktif dalam mengkonstruksi pengetahuannya sendiri dan guru hanya sebagai fasilitator. Proses pembelajaran seharusnya dirancang dengan berpusat pada peserta didik. Pembelajaran seharusnya berlangsung secara interaktif, inspiratif, menyenangkan, menantang, memotivasi peserta didik untuk berpartisipasi aktif, serta memberikan ruang yang cukup bagi prakarsa, kreatifitas, dan kemandirian sesuai dengan bakat, minat, dan perkembangan fisik serta psikologis peserta didik (Permendikbud no.65, 2013) [1].

Usaha yang sudah dilakukan guru untuk meningkatkan keaktifan peserta didik adalah dengan memberikan nilai lebih kepada peserta didik yang bisa menyelesaikan soal dan menjawab pertanyaan guru sehingga konsentrasi peserta didik pada saat proses pembelajaran lebih tinggi. Diskusi kelompok pernah dilakukan dikelas, namun kegiatan ini tidak berjalan efektif karena peserta didik yang berkemampuan tinggi mendominasi kegiatan. Sementara anggota kelompok yang lain tidak bertanggung jawab terhadap tugas kelompoknya.

Memperhatikan permasalahan tersebut, maka peneliti mengajukan salah satu model pembelajaran kooperatif yang dapat mengaktifkan peserta didik, menumbuhkan interaksi positif antara guru dengan peserta didik dan antara peserta didik dengan peserta didik lainnya adalah pembelajaran kooperatif tipe Two Stay Two Stray (TSTS). Model pembelajaran kooperatif memberikan kesempatan kepada peserta didik secara bersama-sama untuk membangun pengetahuannya sendiri. Karena pada pembelajaran kooperatif diharapkan peserta didik dapat saling membantu, saling berdiskusi, dan saling berargumentasi untuk mengasah kemampuan yang mereka miliki dan menutup kesenjangan dalam pemahaman masing-masing [4].

Berdasarkan permasalahan di atas, maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah: "Apakah penerapan model pembelajaran Kooperatif tipe TSTS dapat memperbaiki proses pembelajaran dan meningkatkan hasil belajar matematika peserta didik kelas VIIIG SMP Negeri 18 Pekanbaru?"

Dengan demikian penelitian ini bertujuan untuk memperbaiki proses pembelajaran matematika dan meningkatkan hasil belajar matematika peserta didik kelas VIIIG melalui penerapan pembelajaran kooperatif tipe TSTS pada kompetensi dasar menyelesaikan sistem persamaan linear dua variabel dan kompetensi dasar membuat model matematika dari masalah yang berkaitan dengan sistem persamaan linear dua variabel pada semester ganjil tahun ajaran 2013/2014.

METODE PENELITIAN

Bentuk penelitian ini adalah penelitian tindakan kelas kolaboratif yang bekerjasama dengan guru matematika yang mengajar di kelas VIIIG SMP Negeri 18 Pekanbaru. Arikunto,dkk dalam [5] menyatakan bahwa secara garis besar penelitian tindakan kelas dilaksanakan melalui empat tahap, yaitu perencanaan, pelaksanaan, pengamatan, dan refleksi. Proses empat tahapan inilah yang disebut satu siklus. Dalam penelitian ini dilaksanakan sebanyak dua siklus.

Tindakan yang dilakukan dalam proses pembelajaran di kelas pada penelitian ini adalah penerapan model pembelajaran kooperatif tipe TSTS. Subjek penelitian ini adalah

peserta didik kelas VIII_G SMP Negeri 18 Pekanbaru tahun ajaran 2013/2014 sebanyak 40 orang yang terdiri dari 23 orang peserta didik laki-laki dan 17 orang peserta didik perempuan. Instrumen dalam penelitian ini adalah perangkat pembelajaran, lembar pengamatan dan perangkat tes hasil belajar matematika. Perangkat pembelajaran terdiri dari silabus, rencana pelaksanaan pembelajaran (RPP) dan lembar kerja peserta didik (LKPD). Lembar pengamatan terdiri dari format pengamatan aktivitas guru dan aktivitas siswa pada saat kegiatan pembelajaran dengan menerapkan model pembelajaran kooperatif tipe TSTS dan diisi pada setiap pertemuan. Perangkat tes hasil belajar matematika terdiri kisi-kisi soal ulangan harian I dan II, soal ulangan harian I dan ulangan harian II, serta alternatif jawaban ulangan harian I dan II.

Teknik pengumpulan data pada penelitian ini yaitu teknik observasi dan teknik tes hasil belajar. Sementara teknik analisis data pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

a. Analisis Hasil Pengamatan

Data hasil pengamatan aktivitas guru dan siswa, dianalisis dengan cara mendeskripsikan setiap aspek yang diamati selama proses pembelajaran berlangsung untuk setiap pertemuan. Analisis data hasil pengamatan aktivitas guru dan peserta didik selama proses pembelajaran difokuskan pada kesesuaian antara rencana pelaksanaan pembelajaran dan pelaksanaan pembelajaran. Data tersebut dianalisis sebagai refleksi untuk perbaikan pada pertemuan dan siklus berikutnya. Selanjutnya data ini dimanfaatkan untuk melihat perkembangan perbaikan proses pembelajaran matematika.

b. Analisis Data Hasil Belajar

1) Analisis Skor Perkembangan Individu dan Penghargaan Kelompok

Analisis data tentang nilai perkembangan individu dilaksanakan untuk menentukan penghargaan kelompok. Nilai perkembangan individu pada siklus I diperoleh peserta didik dari selisih nilai pada skor dasar dan nilai ulangan harian I. Nilai perkembangan individu pada siklus II diperoleh peserta didik dari selisih nilai pada skor dasar dan nilai ulangan harian II.

Tabel 1 Nilai Perkembangan Individu

Skor Ulangan Harian	Nilai Perkembangan
Lebih dari 10 poin dibawah skor dasar	5
10 poin hingga 1 poin di bawah skor dasar	10
Sama dengan skor dasar sampai 10 poin diatas skor dasar	20
Lebih dari 10 poin diatas skor dasar	30
Nilai sempurna (tidak berdasarkan skor dasar)	30

Penghargaan kelompok diperoleh dari nilai perkembangan kelompok yaitu rata-rata nilai perkembangan yang diperoleh anggota kelompok. Nilai perkembangan kelompok disesuaikan dengan kriteria penghargaan kelompok yang digunakan.

Tabel 2 Kriteria Penghargaan Kelompok

Rata – rata nilai perkembangan kelompok	Penghargaan Kelompok
$5 \leq \bar{x} \leq 15$	Kelompok Baik
$15 < \bar{x} < 25$	Kelompok Hebat
$25 \leq \bar{x} \leq 30$	Kelompok Super

2) Analisis Ketercapaian KKM

Analisis ketercapaian KKM diperoleh dengan membandingkan persentase jumlah peserta didik yang mencapai KKM pada skor dasar dan persentase jumlah peserta didik yang mencapai KKM pada tes hasil belajar matematika setelah menerapkan pembelajaran kooperatif tipe TSTS, yaitu UH I dan UH II. Jika persentase jumlah peserta didik yang mencapai KKM pada UH I dan UH II lebih tinggi dibandingkan dengan persentase jumlah peserta didik yang mencapai KKM pada skor dasar, maka terjadi peningkatan hasil belajar. Persentase jumlah peserta didik yang mencapai KKM dapat dihitung dengan menggunakan rumus sebagai berikut:

$$\text{Persentase Ketercapaian KKM} = \frac{\text{jumlah peserta didik yang mencapai KKM}}{\text{jumlah peserta didik keseluruhan}} \times 100\%$$

3) Analisis Ketercapaian KKM Indikator

Pada analisis ketercapaian KKM indikator, peserta didik dikatakan tuntas atau mencapai KKM indikator jika memperoleh nilai yang sama atau lebih dari KKM indikator yang telah ditentukan yaitu 70 untuk setiap indikator. Analisis ketercapaian KKM indikator ini dilakukan untuk melihat jenis kesalahan yang dilakukan oleh peserta didik untuk setiap indikatornya secara keseluruhan baik untuk UH I maupun UH II, dan juga melihat jumlah peserta didik yang tuntas dalam setiap indikatornya. Analisis ini akan melihat kesalahan yang dilakukan oleh peserta didik pada setiap indikator, baik kesalahan konsep, prinsip dan prosedur. Kesalahan-kesalahan ini akan dirangkum untuk direkomendasikan kepada guru dalam perbaikan/pelaksanaan remedial atau proses pembelajaran selanjutnya.

4) Analisis Distribusi Frekuensi

Seluruh data hasil belajar matematika peserta didik akan disajikan dalam bentuk tabel distribusi frekuensi agar diperoleh gambaran yang ringkas dan jelas mengenai hasil belajar matematika peserta didik serta dapat melihat apakah terjadi peningkatan hasil belajar sebelum dan sesudah tindakan. Menurut Sudijono [6] tabel distribusi frekuensi adalah alat penyajian data statistik yang berbentuk kolom dan lajur, yang di dalamnya dimuat angka yang dapat melukiskan atau menggambarkan pencaran atau pembagian frekuensi dari variabel yang sedang menjadi objek penelitian. Pembuatan tabel distribusi frekuensi berpandu pada aturan sturgess.

Untuk mengetahui keberhasilan tindakan pada penelitian ini, maka ditetapkan kriteria keberhasilan tindakan. Kriteria keberhasilan tindakan pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Perbaikan proses pembelajaran; dilihat berdasarkan refleksi terhadap lembar pengamatan aktivitas guru dan aktivitas peserta didik.

2. Peningkatan hasil belajar peserta didik dapat dilihat dari :

a. Analisis nilai perkembangan individu

Jika jumlah peserta didik yang memperoleh nilai perkembangan 20 dan 30 lebih banyak dibandingkan peserta didik yang mendapat nilai perkembangan 5 dan 10 maka hasil belajar peserta didik dikatakan meningkat.

b. Analisis ketercapaian KKM

Jika persentase jumlah peserta didik yang mencapai KKM pada UH-I dan UH-II lebih tinggi dibandingkan dengan persentase jumlah peserta didik yang mencapai KKM pada skor dasar, maka terjadi peningkatan hasil belajar.

c. Analisis distribusi frekuensi

Jika frekuensi peserta didik yang bernilai Rendah dan Rendah Sekali menurun dari sebelum dilakukan tindakan ke setelah dilakukan tindakan atau jika frekuensi peserta didik yang bernilai Tinggi dan Tinggi Sekali meningkat dari sebelum dilakukan tindakan ke setelah dilakukan tindakan maka terjadi peningkatan hasil belajar peserta didik.

PEMBAHASAN DAN KESIMPULAN

Penelitian ini dilakukan di kelas VIII_C SMP Negeri 18 Pekanbaru pada tanggal 23 Oktober 2013 sampai 14 November 2013. Pada penelitian ini, terdapat dua siklus pelaksanaan pembelajaran. Siklus pertama terdiri dari empat pertemuan dengan rincian tiga kali pertemuan proses pembelajaran dan satu kali pertemuan untuk ulangan harian I. Siklus kedua terdiri dari empat pertemuan dengan rincian tiga kali pertemuan proses pembelajaran dan satu kali pertemuan untuk ulangan harian II.

Berdasarkan analisis aktivitas guru dan peserta didik dapat disimpulkan bahwa penerapan model pembelajaran kooperatif tipe TSTS telah dapat memperbaiki proses pembelajaran. Hal ini terlihat dari perkembangan aktifitas guru dan peserta didik dalam proses pembelajaran yaitu peserta didik terlihat semakin aktif dalam mengikuti proses pembelajaran atas fasilitasi dan motivasi dari guru. Peserta didik bekerja sama di kelompok masing-masing dalam menyelesaikan tugas yang diberikan oleh guru. Peserta didik berani mengajukan pendapat atau pertanyaan bila ada yang tidak dimengertinya. Peserta didik juga berani maju kedepan mempresentasikan hasil diskusi atau jawaban kelompoknya. Walaupun pertemuan pertama, terdapat kelemahan yaitu guru belum bisa mengarahkan peserta didik dengan baik, hal ini terlihat dari peserta didik tidak tertib dan keadaan kelas ribut pada tahap pengelompokkan dan membagi LKPD. Guru juga belum bisa memberikan waktu yang cukup pada saat peserta didik mengerjakan soal evaluasi. Kelemahan untuk aktifitas peserta didik terjadi pada saat berdiskusi mengerjakan LKPD-1, masih ada peserta didik yang belum ikut berdiskusi dan bekerjasama dengan anggota kelompoknya. Peserta didik juga masih terlihat takut memberikan tanggapan setelah kelompok yang maju mempresentasikan hasil kerja kelompoknya, sehingga tidak ada tanggapan dari kelompok lainnya. Pada saat mengerjakan soal evaluasi, masih ada peserta didik yang mencoba melihat pekerjaan temannya.

Sedangkan peningkatan hasil belajar peserta didik dapat dilihat dari analisis data nilai perkembangan individu, analisis ketercapaian KKM, analisis ketercapaian KKM indikator dan analisis distribusi frekuensi.

Nilai perkembangan peserta didik siklus I dan II disajikan pada Tabel 3 berikut.

Tabel 3 Nilai Perkembangan Peserta Didik pada Siklus I dan Siklus II

Nilai Perkembangan	Siklus I		Siklus II	
	Jumlah	Persentase	Jumlah	Persentase
5	2	5 %	0	0 %
10	9	22,5 %	5	12,5 %
20	15	37,5 %	7	17,5 %
30	14	35 %	28	70 %

Berdasarkan data pada Tabel 3, untuk siklus I dan siklus II jumlah peserta didik yang memperoleh nilai perkembangan 20 dan 30 lebih banyak dibandingkan jumlah peserta didik yang memperoleh nilai perkembangan 5 dan 10. Dengan kata lain, lebih banyak peserta didik yang mengalami peningkatan nilai ulangan harian dari pada jumlah peserta didik yang mengalami penurunan. Berdasarkan kriteria peningkatan hasil belajar pada analisis nilai perkembangan individu, maka dapat disimpulkan bahwa terjadi peningkatan hasil belajar peserta didik.

Analisis ketercapaian KKM hasil belajar peserta didik kelas VIII_C SMP Negeri 18 Pekanbaru sebelum dan sesudah tindakan dapat dilihat pada Tabel 4 berikut.

Tabel 4 Ketercapaian KKM Peserta Didik Kelas VIII_C SMP Negeri 18 Pekanbaru

Nilai	Yang Mencapai KKM	
	Banyak Peserta Didik	Persentase
Skor Dasar	14 orang	35%
Ulangan Harian I	23 orang	57,5%
Ulangan Harian II	29 orang	72,5%

Pada Tabel 4, ini terlihat bahwa persentase jumlah peserta didik yang mencapai KKM pada UH I dan UH II lebih tinggi dibandingkan dengan persentase jumlah peserta didik yang mencapai KKM pada skor dasar. Berdasarkan kriteria peningkatan hasil belajar pada analisis ketercapaian KKM maka dapat disimpulkan pula bahwa terjadi peningkatan hasil belajar peserta didik setelah penerapan model pembelajaran kooperatif tipe TSTS.

Sedangkan analisis ketercapaian KKM per indikator pada UH I ditampilkan pada tabel berikut:

Tabel 5 Persentase Ketercapaian KKM Indikator pada Ulangan Harian I

No	Indikator	Jml yang Mencapai KKM	Persentase
1.	Mengidentifikasi persamaan linier dua variabel	33 orang	82,5%
2.	Menentukan penyelesaian persamaan linier dua variabel	30 orang	75%
3.	Menggambarkan grafik penyelesaian persamaan linier dua variabel	30 orang	70%
4.	Mengidentifikasi sistem persamaan linier dua variabel	30 orang	70%
5.	Menentukan penyelesaian sistem persamaan linier dua variabel dengan metode grafik	10 orang	25%
6.	Menentukan penyelesaian sistem persamaan linier dua variabel dengan metode substitusi	20 orang	50%

Berdasarkan Tabel 5 dapat dilihat bahwa tidak semua peserta didik mencapai KKM per indikator. Setelah dilakukan analisis kesalahan, sehingga diketahui kesalahan yang dilakukan peserta didik. sebagai berikut yaitu kesalahan operasi pada penjumlahan dan pengurangan bentuk aljabar, kesalahan prinsip pada penggunaan sifat distributif perkalian terhadap penjumlahan, dan kesalahan prinsip dalam menyelesaikan pembagian pecahan bentuk aljabar serta penggunaan sifat-sifat perpangkatan bentuk aljabar. Rangkuman kesalahan ini telah direkomendasikan kepada guru untuk ditindak lanjuti dalam pelaksanaan remedial atau proses pembelajaran selanjutnya.

Adapun analisis ketercapaian KKM per indikator pada UH II disajikan pada tabel 6 berikut.

Tabel 6 Persentase Ketercapaian KKM Indikator pada Ulangan Harian II

No	Indikator	Jumlah Peserta Didik yang Mencapai KKM	Persentase
1.	Menentukan penyelesaian sistem persamaan linear dua variabel dengan metode eliminasi	21 orang	52,5%
2.	Menentukan penyelesaian sistem persamaan linear dua variabel yang mengandung pecahan dengan metode campuran	39 orang	97,5%
3.a	Membuat model matematika dari masalah sehari-hari yang berkaitan dengan sistem persamaan linear dua variabel	35 orang	87,5%
3.b	Menentukan penyelesaian dari masalah yang dinyatakan dalam model matematika yang berbentuk sistem persamaan linier dua variabel	32 orang	80%

Berdasarkan Tabel 6 dapat dilihat bahwa tidak semua peserta didik mencapai KKM indikator. Setelah dilakukan analisis kesalahan terhadap pekerjaan siswa, sehingga diketahui kesalahan yang dilakukan peserta didik dapat dirangkum sebagai berikut yaitu kesalahan prinsip dalam penyelesaian PLSV bentuk pecahan serta kesalahan konsep dalam membuat model matematika dari soal cerita. Rangkuman kesalahan ini telah direkomendasikan kepada guru dalam pelaksanaan remedial atau proses pembelajaran selanjutnya.

Untuk mengetahui penyebaran nilai hasil belajar peserta didik dapat dilihat pada tabel distribusi frekuensi berikut.

Tabel 7. Daftar Distribusi Frekuensi Hasil Belajar Peserta didik

Interval	Banyak Peserta didik		
	Skor Dasar	UH I	UH II
40-47	4	6	0
48-55	7	3	5
56-63	10	8	2
64-71	8	1	5
72-79	0	6	4
80-87	8	8	7
88-95	1	4	7
96-103	2	4	10
$\sum f$	40	40	40

Berdasarkan data yang ada pada Tabel 7 dapat dilihat bahwa adanya perubahan hasil belajar peserta didik antara skor dasar, UH I dan UH II. Dari skor dasar, UH I dan UH II frekuensi peserta didik yang memperoleh nilai $40 \leq x < 71$ mengalami penurunan artinya frekuensi peserta didik yang memperoleh nilai $71 \leq x \leq 100$ mengalami peningkatan. Hal ini menunjukkan bahwa pada siklus I dan siklus II telah terjadi peningkatan hasil belajar matematika peserta didik.

Berdasarkan analisis dan pembahasan hasil penelitian diatas, ternyata hal ini mendukung hipotesis tindakan. Sehingga dapat disimpulkan bahwa penerapan model pembelajaran kooperatif tipe TSTS dapat memperbaiki proses pembelajaran dan meningkatkan hasil belajar matematika peserta didik di kelas VIII_G SMP Negeri 18 Pekanbaru pada kompetensi dasar menyelesaikan sistem persamaan linier dua variabel dan membuat model matematika dari masalah yang berkaitan dengan sistem persamaan linier dua variabel.

Pada proses penelitian, peneliti mengalami beberapa kendala. Pada pertemuan satu dan dua, peneliti tidak bisa memanfaatkan waktu dengan baik sehingga tidak semua tahap pembelajaran terlaksana dengan baik. Hal ini terjadi karena pada tahap tertentu peneliti terpaksa menambahkan waktu, misalnya pada tahap diskusi kelompok, peserta didik lambat menyelesaikan LKPD dan menuliskan kesimpulan pada kertas karton yang telah disediakan guru. Selain itu peserta didik masih belum mengenal tahap-tahap pembelajaran yang dilaksanakan sehingga butuh penyesuaian bagi peserta didik untuk bisa tertib dengan waktu.

Pengerjaan LKPD secara kelompok adalah hal yang baru bagi peserta didik sehingga banyak peserta didik bertanya tentang proses pengerjaan LKPD. Guru memberitahu peserta didik untuk membaca petunjuk pengerjaan LKPD tetapi masih ada peserta didik yang bertanya mengenai cara pengerjaannya. Ada peserta didik yang tidak mengisi LKPD yang diberikan. Ada peserta didik yang berdiskusi dengan kelompok lain untuk mengerjakan LKPD. Solusi guru untuk peserta didik tersebut adalah menegur kemudian memberi peringatan kepada peserta didik untuk berdiskusi terlebih dahulu dengan teman satu kelompoknya.

Pada siklus kedua pertemuan ke empat, ketika peserta didik melakukan aktifitas berkunjung dan tinggal sempat terjadi kekacauan akibat adanya perubahan cara berpindah dari cara sebelumnya. Namun segera diatasi oleh guru dengan mengingatkan kembali proses perpindahan yang baru kepada peserta didik.

Memperhatikan pembahasan, kesimpulan dan kendala di atas, maka peneliti mengajukan beberapa saran yang berhubungan dengan penerapan pembelajaran kooperatif tipe TSTS pada pembelajaran matematika, khususnya pada kompetensi dasar menyelesaikan sistem persamaan linier dua variabel dan membuat model matematika dari masalah yang berkaitan dengan sistem persamaan linier dua variabel, yaitu:

1. Guru harus dapat membuat LKPD yang lebih baik dan komunikatif agar peserta didik lebih mudah dan terbantu memahami materi pelajaran.
2. Bagi peneliti yang ingin menindaklanjuti hasil penelitian ini, maka dapat dikembangkan dengan menerapkan pada subjek yang lebih besar dan melakukan modifikasi-modifikasi lebih disesuaikan budaya belajar siswa.

PUSTAKA

- [1] Depdikbud, 2013. *Kurikulum 2013*, Pusat Kurikulum, Balitbang Depdikbud, Jakarta.
- [2] Sudjana, N., 2010, *Penilaian Hasil Belajar Mengajar*, PT. Remaja Rosdakarya, Bandung.
- [3] Lie, A., 2010, *Cooperative Learning*, Grasindo, Jakarta.
- [4] Slavin.R.E., 2010. *Cooperative Learning, Theory Research and Practise*, Nusa Media, Bandung.
- [5] Arikunto,S., Suhardjono., Supardi., 2010, *Penelitian Tindakan Kelas*, Bumi Aksara, Jakarta.
- [6] Sudijono. A. 2005. *Pengantar Statistik Pendidikan*, PT Raja Grafindo Persada, Jakarta.

**MENINGKATKAN KEMAMPUAN MAHASISWA DALAM PEMECAHAN
MASALAH PADA STATISTIKA ELEMENTER MELALUI LEMBAR KERJA**

**(IMPROVING STUDENT CAPABILITY IN PROBLEM SOLVING
AT ELEMENTARY STATISTICS TROUGH WORKSHEET)**

Fitrani Dwina¹, Syafriandi²

¹**Universitas Negeri Padang**

Email: fitrani_dwina@yahoo.com/ 081363404743

²**Universitas Negeri Padang**

ABSTRACT

Elementary Statistics is an obligation lecture at Mathematics Department. This lecture was given to student as a candidate teacher in bilingual class. During this lecture student have difficulty to mastery the concept and problem solving, because of student competence in English still weak. The aim of this research is to improve the quality of lecture and student capability in problem solving using english. This research used classroom action research in three cycles. The cycles include some activities: planning, action, observation, and reflection. The subject of this research are student that taking Elementary Statistics lecture on July-December 2012. The result of this research show that trough worsheet, student capability in problem solving at Elementary Statistics lecture in bilingual can improve.

Key words: bilingual, problem solving, worksheet.

ABSTRAK

Statistika Elementer merupakan salah satu mata kuliah wajib pada Jurusan Matematika. Perkuliahan ini diberikan kepada mahasiswa sebagai calon guru yang diajarkan dengan bilingual. Selama perkuliahan berlangsung mahasiswa masih mempunyai kesulitan dalam penguasaan konsep dan pemecahan masalah, dikarenakan kemampuan berbahasa Inggris mereka yang masih lemah. Penelitian ini bertujuan untuk meningkatkan kualitas perkuliahan dan kemampuan mahasiswa dalam pemecahan masalah Statistika Elementer berbahasa Inggris. Penelitian dilaksanakan dengan tindakan kelas dalam tiga siklus. Setiap siklus terdiri dari: perencanaan, pelaksanaan, observasi, dan refleksi. Subjek penelitian adalah mahasiswa yang mengambil kuliah Statistika Elementer pada kelas bilingual semester Juli-Desember 2012. Hasil penelitian menunjukkan bahwa melalui lembar kerja kemampuan mahasiswa dalam pemecahan masalah pada kelas bilingual dapat ditingkatkan.

Kata kunci: bilingual, pemecahan masalah, lembar kerja.

PENDAHULUAN

Statistika Elementer merupakan salah satu mata kuliah wajib pada Program Pendidikan Guru Matematika dan IPA Berbahasa Inggris (PPGMIPABI) Jurusan Matematika, Universitas Negeri Padang (UNP). Mata kuliah ini menjadi prasyarat beberapa mata kuliah lain, diantaranya Teknik Sampling dan Statistika Lanjut. Kompetensi yang hendak dicapai setelah mengikuti mata kuliah ini, diharapkan mahasiswa mampu: memahami konsep-konsep dasar statistika, melakukan analisis deskriptif dan inferensial sederhana, menerapkan berbagai analisis statistik sederhana dalam berbagai bidang ilmu. Dari pengalaman selama mengajar pada PPGMIPABI materi

yang sudah dirancang pada silabus belum tercapai secara optimal. Hal ini disebabkan oleh karena dalam proses pembelajaran digunakan bahasa Inggris, sehingga waktu yang dibutuhkan untuk menjelaskan suatu materi lebih lama, agar mahasiswa dapat memahaminya dengan baik. Untuk jelasnya pencapaian materi Statistika Elementer selama tiga tahun di kelas PPGMIPABI dapat dilihat pada Tabel 1 berikut:

Tabel 1. Persentase Pencapaian Materi Statistika Elementer di kelas PPGMIPABI Jurusan Matematika FMIPA UNP

Semester (1)	Materi yang Dicapai (2)	Persentase (%) (3)
Juli-Desember 2009	Pengertian Statistika, Data dan Pengukuran, Populasi dan Sampel, Parameter dan Statistik, Ukuran Pemusatan, Ukuran Keragaman, Statistika Lima Sringkai, Pendiskripsian Data, Penyajian Grafik, Kuartil, Desil, dan Persentil, Peluang, dan Beberapa Sebaran Khusus (Normal, t dan F).	65
Juli-Desember 2010	Pengertian Statistika, Data dan Pengukuran, Populasi dan Sampel, Parameter dan Statistik, Ukuran Pemusatan, Ukuran Keragaman, Statistika Lima Sringkai, Pendiskripsian Data, Penyajian Grafik, Kuartil, Desil, dan Persentil, Peluang, Beberapa Sebaran Khusus (Normal, t dan F), dan Pendugaan Rata-rata Populasi.	75
Juli-Desember 2011	Pengertian Statistika, Data dan Pengukuran, Populasi dan Sampel, Parameter dan Statistik, Ukuran Pemusatan, Ukuran Keragaman, Statistika Lima Sringkai, Pendiskripsian Data, Penyajian Grafik, Kuartil, Desil, dan Persentil, Peluang, Beberapa Sebaran Khusus (Normal, t dan F), Pendugaan Rata-rata Populasi dan Uji Hipotesis mengenai Rata-rata.	80

Pengalaman selama tiga semester mengajar di kelas PPGMIPABI menunjukkan bahwa tidak tercapainya materi yang terdapat pada silabus. Materi yang diajarkan dengan menggunakan bahasa Inggris terkendala dari segi waktu, karena terkadang masih harus diulangi dengan menggunakan bahasa Indonesia untuk membantu mahasiswa agar dapat memahaminya dengan baik. Hal ini mengakibatkan tidak tercapainya materi yang sudah disusun pada silabus. Faktor lain yang menyebabkan tidak tercapainya materi, karena sumber belajar berbahasa Inggris yang ada diperpustakaan belum dimanfaatkan oleh mahasiswa secara optimal. Mahasiswa terkadang hanya menunggu penjelasan dari dosen, sehingga dalam pengerjaan soal pun kurang begitu lancar yang terkendala dengan istilah dalam bahasa Inggris yang kurang dipahami pada soal yang diberikan. Berdasarkan refleksi selama tiga semester mengajarkan mata kuliah Statistika Elementer untuk mahasiswa PPGMIPABI, maka dilakukan penelitian tindakan kelas dengan judul: "Upaya Peningkatan Kemampuan Mahasiswa dalam Pemecahan Masalah pada Mata Kuliah Statistika Elementer Melalui Lembar Kerja".

Kemampuan pemecahan masalah yang dimaksud dalam penelitian ini adalah kemampuan mahasiswa dalam menyelesaikan soal-soal pada mata kuliah Statistika Elementer, yang diberikan dengan menggunakan bahasa Inggris. Kemampuan tersebut bersifat kognitif yang dilihat dari jawaban yang diberikan oleh mahasiswa setelah didiskusikan terlebih dahulu di kelompoknya. Selain itu dilihat pula bagaimana mahasiswa tersebut mempresentasikan hasil diskusinya di depan kelas. Penelitian ini bertujuan

untuk meningkatkan mutu perkuliahan Statistika Elementer melalui pemberian lembar kerja pada mahasiswa PPGMIPABI Jurusan Matematika FMIPA UNP.

Pemecahan masalah merupakan bagian dari kurikulum matematika yang sangat penting karena dalam proses pembelajaran maupun penyelesaian, siswa dimungkinkan memperoleh pengalaman menggunakan pengetahuan serta keterampilan yang sudah dimiliki untuk diterapkan dalam pemecahan masalah yang bersifat tidak rutin. Suryadi dalam [1] pada surveynya tentang "*Current situation on mathematics and science education in Bandung*" yang disponsori oleh JICA, antara lain menemukan bahwa pemecahan masalah matematika merupakan salah satu kegiatan matematika yang dianggap penting untuk semua tingkatan sekolah mulai dari Sekolah Dasar sampai Sekolah Menengah Atas. Akan tetapi, hal tersebut masih dianggap sebagai bagian yang paling sulit dalam matematika baik bagi siswa dalam mempelajarinya maupun bagi guru yang mengajarkannya.

Berdasarkan teori belajar Gagne dalam [1], bahwa keterampilan intelektual tingkat tinggi dapat dikembangkan melalui pemecahan masalah. Hal ini dapat dipahami sebab pemecahan masalah merupakan tipe belajar paling tinggi dari delapan tipe belajar yang dikemukakan Gagne, yaitu: *signal learning*, *stimulus-response learning*, *chaining*, *verbal association*, *discrimination learning*, *concept learning*, dan *problem solving*.

Temuan-temuan penelitian yang dilakukan oleh Blitter dan Capper dalam [1] menunjukkan bahwa pengajaran matematika harus digunakan untuk memperkaya, memperdalam, dan memperluas kemampuan siswa dalam pemecahan masalah matematika. Banyak peneliti yang mengajukan pertanyaan bagaimana cara mengorganisasikan informasi dalam memori agar diperoleh hal terbaik yang dapat digunakan dalam pemecahan masalah. Hasil penelitian Capper menunjukkan bahwa pengalaman siswa sebelumnya, perkembangan kognitif, serta minat (ketertarikannya) terhadap matematika merupakan faktor-faktor yang sangat berpengaruh terhadap keberhasilan dalam pemecahan masalah.

Menurut Polya dalam [1], solusi soal pemecahan masalah memuat empat langkah fase penyelesaian, yaitu memahami masalah, merencanakan penyelesaian, menyelesaikan masalah sesuai dengan rencana, dan melakukan pengecekan kembali terhadap semua langkah yang telah dilakukan. Tanpa adanya pemahaman siswa terhadap masalah yang diberikan, siswa tidak mungkin mampu menyelesaikan masalah tersebut dengan benar. Setelah siswa dapat memahami masalah dengan benar, selanjutnya mereka harus mampu menyusun rencana penyelesaian masalah. Kemampuan melaksanakan fase kedua ini sangat tergantung pada pengalaman siswa dalam menyelesaikan masalah. Pada umumnya, semakin bervariasi pengalaman mereka, ada kecendrungsiswa lebih kreatif dalam menyusun rencana penyelesaian suatu masalah.

Lembar kerja adalah lembaran yang berisi tugas yang harus dikerjakan oleh peserta didik. Lembar kerja biasanya berupa petunjuk, langkah untuk menyelesaikan suatu tugas, tugas yang diberikan dalam lembar kerja harus jelas kompetensi yang akan dicapainya [2]. Berdasarkan pengertian di atas maka lembar kerja merupakan lembaran yang berisi tugas-tugas dari guru kepada siswa yang disesuaikan dengan kompetensi dasar dan tujuan pembelajaran yang ingin dicapai. Dapat juga dikatakan lembar kerja adalah panduan kerja untuk mempermudah peserta didik dalam pelaksanaan kegiatan pembelajaran.

Tujuan lembar kerja: mengaktifkan peserta didik dalam kegiatan pembelajaran, membantu siswa mengembangkan konsep, melatih peserta didik untuk menemukan dan mengembangkan keterampilan proses, sebagai pedoman bagi pendidik dan peserta didik dalam melaksanakan kegiatan pembelajaran, membantu peserta didik dalam memperoleh informasi tentang konsep yang dipelajari melalui kegiatan pembelajaran secara sistematis, dan membantu peserta didik dalam memperoleh catatan materi yang dipelajari melalui kegiatan pembelajaran. Lembar kerja berguna untuk: memberikan pengalaman kongkret bagi peserta didik, membantu variasi belajar, membangkitkan minat peserta didik, meningkatkan retensi pembelajaran, dan memanfaatkan waktu secara efektif dan efisien.

Lembar kerja juga merupakan media pembelajaran tergantung pada kegiatan pembelajaran yang dirancang. Media pembelajaran menurut Heinich seperti yang dikutip oleh Azhar dalam [2] adalah media yang membawa pesan atau informasi dengan tujuan instruksional atau mengandung maksud-maksud pengajaran. Berdasarkan teori di atas, maka lembar kerja dalam penelitian ini disusun sesuai dengan materi yang dipelajari. Dimana lembar kerja yang dibuat dengan bahasa Inggris berisikan soal-soal yang akan didiskusikan mahasiswa di dalam kelompoknya, serta hasil diskusi kelompok dipresentasikan di depan kelas. Pemberian lembar kerja divariasikan, untuk setiap siklus. Pada siklus I diberikan satu per individu, pada siklus II diberikan satu per kelompok, sedangkan pada siklus III diberikan setelah materi dipelajari dan diberi waktu untuk mendiskusikannya sebelum di bahas di kelas.

Pada penelitian ini materi perkuliahan Statistika Elementer diberikan sesuai dengan materi yang sudah direncanakan pada silabus dengan menggunakan bahasa Inggris. Dalam perkuliahan materi disampaikan dengan bantuan LCD untuk menayangkan materi yang diberikan menggunakan bahasa Inggris, di samping itu mahasiswa juga diminta untuk membaca referensi berbahasa Inggris. Sementara soal diberikan dalam bentuk lembar kerja dengan bahasa Inggris untuk membantu mahasiswa lebih mudah memahami soal yang diberikan, soal-soal tersebut dibahas dalam kelompok. Kemudian hasil diskusi kelompok dipresentasikan di depan kelas.

METODE PENELITIAN

Penelitian yang dilakukan ini merupakan penelitian tindakan kelas (*classroom action research*) dengan disain model spiral yang diajukan oleh Kurt Lewin. Tindakan yang dilakukan bertujuan untuk meningkatkan kemantapan rasional serta memperbaiki kondisi perkuliahan yang dilakukan, Di samping itu juga merefleksi diri dan memperbaiki kinerja dosen, sehingga dapat meningkatkan kemampuan pemecahan masalah mahasiswa meningkat. Langkah-langkah dalam penelitian ini terdiri dari satu rangkaian yang disebut dengan siklus. Satu siklus terdiri dari: perencanaan, tindakan, observasi, dan refleksi.

Penelitian ini dilaksanakan di Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Padang, Subjek dari penelitian ini adalah seluruh mahasiswa PPGMIPABI, yang terdaftar mengikuti perkuliahan Statistika Elementer pada semester Juli – Desember 2012, dengan jumlah mahasiswa sebanyak 33 orang. Penelitian dilaksanakan selama satu semester, yang terdiri dari tiga siklus. Masing-masing siklus terdiri dari dua atau tiga pertemuan. Perubahan siklus dilakukan setelah dilakukan refleksi dari pelaksanaan suatu siklus. Setiap siklus dilaksanakan dengan tahapan kegiatan: perencanaan tindakan, penerapan tindakan, mengobservasi tindakan, serta melakukan refleksi dari pelaksanaan tindakan.

Tindakan yang diberikan pada **siklus I** adalah pembelajaran menggunakan lembar kerja, dengan langkah-langkah sebagai berikut: memberikan penjelasan kepada mahasiswa mengenai proses pembelajaran yang akan dilaksanakan selama satu semester untuk mata kuliah Statistika Elementer, menyajikan materi dengan bantuan LCD agar mahasiswa lebih mudah memahami materi yang diberikan dengan bahasa Inggris, memberikan latihan melalui lembar kerja yang berupa soal-soal yang akan diselesaikan, mahasiswa mendiskusikan soal-soal yang ada pada lembar kerja dengan melakukan diskusi pada kelompok yang sudah ditentukan sebelumnya, mahasiswa diminta untuk memahami penyelesaian soal yang sudah mereka diskusikan di kelompok dan dipresentasikan di depan kelas, dosen bersama mahasiswa lain memberikan koreksi dan penguatan terhadap penyelesaian soal yang presentasi.

Berdasarkan kendala dan kelemahan yang diperoleh pada siklus I, diperbaiki pada siklus II. Tindakan yang dilakukan pada **siklus II**: mahasiswa diminta untuk membaca dulu materi yang akan dibahas dengan menambah referensi berbahasa Inggris, mahasiswa diminta untuk membuat ringkasan materi yang mereka baca dari referensi berbahasa Inggris, lembar kerja diberikan satu untuk tiap kelompok, mahasiswa diminta untuk mendiskusikan soal-soal yang diberikan dalam lembar kerja, hasil diskusi kelompok dipresentasikan di depan kelas.

Berdasarkan hasil refleksi pada **siklus II**, maka tindakan yang dilakukan pada **siklus III** adalah: mahasiswa ditugaskan untuk membaca referensi berbahasa Inggris untuk membantu pemahaman mereka terhadap materi dan soal yang diberikan pada lembar kerja, mahasiswa diminta untuk membuat soal sendiri dalam bahasa Inggris dari materi yang sudah dipelajari, lembar kerja diberikan sebelum perkuliahan dilakukan, sehingga mahasiswa mempunyai waktu yang lebih lama untuk dapat memahami dan menyelesaikannya, melalui diskusi kelompok, hasil diskusi dibahas dan dipresentasikan di depan kelas, dan pada akhir perkuliahan diberikan ujian untuk melihat kemampuan mahasiswa dalam memahami materi yang sudah dipelajari.

Untuk mendapatkan data dalam penelitian ini digunakan teknik observasi dan tes. Observasi dilakukan selama perkuliahan berlangsung dengan melihat efektifitas dan efisiensi dari diskusi kelompok. Untuk melihat kemampuan pemahaman mahasiswa diberikan ujian mid semester dan ujian akhir semester. Ujian diberikan dalam bentuk ujian tertulis dalam bentuk soal essay. Pada penelitian ini digunakan teknik analisis data deskriptif dan persentase [3]. Teknik deskriptif digunakan untuk memperoleh informasi lebih rinci dari hasil belajar mahasiswa setelah di berikan perlakuan, meliputi nilai rata-rata dan variansi. Teknik persentase digunakan untuk mengetahui persentase jumlah mahasiswa yang memiliki kemampuan dalam pemecahan masalah.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada **siklus I** yang hasil yang dicapai dari pelaksanaan tindakan pemberian lembar kerja pada perkuliahan Statistika Elementer adalah: mahasiswa dapat mengikuti perkuliahan dengan baik karena materi yang diberikan menggunakan bahasa Inggris disajikan dengan bantuan LCD, sehingga mahasiswa juga bisa melihat langsung tulisan dari beberapa istilah statistika yang belum mereka kenal sebelumnya, mahasiswa mengerjakan latihan soal yang diberikan dalam bentuk lembaran kerja dalam kelompoknya, tapi diskusi masih belum berjalan dengan baik karena masing-masing anggota kelompok cenderung bekerja sendiri karena setiap anggota mempunyai lembar

kerja, mahasiswa dapat mempresentasikan hasil diskusi di depan kelas, dosen bersama mahasiswa mencermati dan memberikan penguatan pada hasil diskusi kelompok yang ditunjuk secara acak, perkuliahan berjalan baik meskipun untuk beberapa istilah bahasa Inggris masih harus dijelaskan kembali dalam bahasa Indonesia, hal ini dilakukan agar pemahaman mahasiswa terhadap materi yang diberikan lebih baik.

Hasil yang diperoleh pada **siklus II** adalah sebagai berikut: mahasiswa sudah dapat mengikuti perkuliahan lebih baik dari pelaksanaan pada siklus I karena mereka sudah diminta untuk membaca materi yang akan dipelajari terlebih dahulu di rumah serta meringkasnya dengan menambah referensi berbahasa Inggris, mahasiswa berdiskusi lebih baik dari pada pelaksanaan siklus I, karena lembar kerja hanya diberikan satu untuk setiap kelompok, sehingga setiap anggota kelompok fokus pada soal yang didiskusikan dalam kelompoknya, hasil diskusi kelompok dipresentasikan di depan kelas, mahasiswa sudah dapat melakukannya dengan baik, dosen bersama mahasiswa mencermati dan memberikan beberapa koreksi pada beberapa hal yang masih keliru.

Hasil yang diperoleh pada **siklus III** adalah sebagai berikut: mahasiswa sudah dapat mengikuti perkuliahan lebih baik dari pelaksanaan pada siklus II karena mereka sudah diminta untuk membaca materi yang akan dipelajari terlebih dahulu di rumah serta meringkasnya dengan menambah referensi berbahasa Inggris, mahasiswa sudah dapat membuat soal sendiri dalam bahasa Inggris melalui diskusi dalam kelompoknya, beberapa soal yang dibuat kelompok dibahas dan dipresentasikan di depan kelas, lembar kerja yang diberikan sebelum perkuliahan dapat diselesaikan dengan baik, karena mahasiswa mempunyai waktu yang lebih lama untuk memahami dan menyelesaikannya, hasil diskusi kelompok dipresentasikan di depan kelas oleh kelompok yang dipilih secara acak, dosen bersama mahasiswa mencermati dan memberikan koreksi serta penguatan. Penilaian pemahaman konsep dilakukan dua kali yaitu mid dan ujian akhir semester.

Setelah diberikan tindakan sebanyak tiga siklus dapat dilihat pencapaian materi perkuliahan sudah menunjukkan peningkatan penguasaan materi oleh mahasiswa, meskipun masih belum sesuai dengan perencanaan pada silabus. Tetapi jika dibandingkan dengan pencapaian materi pada semester sebelumnya sudah lebih baik. Untuk jelasnya dapat dilihat pada Tabel 2 berikut ini:

Tabel 2. Persentase Pencapaian Materi Statistika Elementer pada PPGMIPABI Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Padang

Semester (1)	Materi yang dicapai (2)	Persentase (%) (3)
Juli-Desember 2011	Pengertian Statistika, Data dan Pengukuran, Populasi dan Sampel, Parameter dan Statistik, Ukuran Pemusatan, Ukuran Keragaman, Statistika Lima Sringkai, Pendiskripsian Data, Penyajian Grafik, Kuartil, Desil, dan Persentil, Peluang, Beberapa Sebaran Khusus (Normal, t dan F), Pendugaan Rata-rata Populasi dan Uji Hipotesis mengenai Rata-rata.	80
Juli-Desember 2012	Pengertian Statistika, Data dan Pengukuran, Populasi dan Sampel, Parameter dan Statistik, Ukuran Pemusatan, Ukuran Keragaman, Statistika Lima Sringkai, Pendiskripsian Data, Penyajian Grafik, Kuartil, Desil, dan Persentil, Peluang, Beberapa Sebaran Khusus (Normal, t dan F), Pendugaan Rata-rata Populasi dan Uji Hipotesis mengenai Rata-rata, Pendugaan Proporsi Populasi dan Uji Hipotesis mengenai Proporsi, Pendugaan Variansi Populasi dan Uji Hipotesis mengenai Variansi.	85

Dari tabel di atas terlihat bahwa pencapaian materi kuliah Statistika Elementer belum lagi sesuai dengan rencana pada silabus namun sudah menunjukkan peningkatan dari semester sebelumnya. Materi yang belum terselesaikan adalah Analisis Variansi Satu Arah, baik untuk ulangan sama ataupun tidak sama, Uji Wilayah Berganda, serta Uji Kesamaan Beberapa Variansi.

Ujian mid semester diberikan setelah diberikan perlakuan pada siklus I dan II, sementara ujian semester diberikan setelah siklus III dilaksanakan. Diskripsi hasil ujian mid semester dan semester dapat dilihat pada tabel 3 berikut ini:

Tabel 3. Diskripsi Nilai Ujian Mid Semester dan Semester Juli – Desember 2012

Nilai Ujian	Rata-rata	Standar Deviasi	Nilai Terendah	Nilai Tertinggi
Mid Semester	74,60	19,89	35	99,17
Semester	57,03	15,78	35	77,50

Jika diperhatikan diskripsi pada Tabel 3. di atas dapat kita lihat bahwa rata-rata nilai ujian mid semester lebih tinggi dari rata-rata nilai ujian semester. Hal ini disebabkan oleh karena materi yang diujikan pada mid semester merupakan materi yang sebelumnya sudah dikenal dan dipelajari dasarnya oleh mahasiswa pada Sekolah Menengah Atas, sementara materi yang diujikan pada ujian semester adalah materi yang baru mereka pelajari pada perkuliahan Statistika Elementer. Di samping itu juga dipengaruhi oleh bahasa yang digunakan selama perkuliahan adalah bahasa Inggris. Sehingga mahasiswa masih mempunyai kesulitan untuk memahami istilah matematika ataupun statistika yang digunakan dalam bahasa Inggris.

Pembelajaran menggunakan lembar kerja berupa soal-soal yang diberikan dalam bahasa Inggris merupakan hal yang baru bagi mahasiswa pada perkuliahan Statistika Elementer. Selama tiga semester sebelumnya soal-soal yang diberikan dalam bahasa Inggris dituliskan pada papan tulis (*white board*) atau didiktekan langsung kepada mahasiswa. Hal ini membuat waktu yang dibutuhkan untuk penyelesaian perkuliahan sesuai dengan rencana pada silabus lebih lama, karena kadang-kadang dosen harus mengulang lagi mendiktekan soal sampai mahasiswa dapat memahami maksud dari soal dengan baik. Dengan diberikannya soal dalam bentuk lembar kerja cukup membantu mahasiswa dalam memahami soal dengan baik dalam waktu yang lebih singkat dari pembelajaran sebelumnya. Sehingga pencapaian materi yang sudah direncanakan pada silabus mendekati sempurna, dengan persentase pencapaian 85%. Penyampaian materi dengan menggunakan bahasa Inggris juga mempengaruhi kecepatan pemahaman mahasiswa terhadap materi Statistika Elementer. Hal ini dikarenakan masih kurangnya referensi berbahasa Inggris yang dapat mereka gunakan untuk menambah wawasan terhadap materi Statistika Elementer, di samping kemampuan bahasa Inggris mahasiswa yang juga masih perlu peningkatan.

Untuk pelaksanaan perkuliahan dosen juga telah berupaya menyiapkan materi yang bisa ditayangkan melalui bantuan LCD, meskipun belum bisa untuk semua materi. Hal ini juga disebabkan dosen belum dapat menyelesaikan materi yang dirancang sendiri

untuk pelaksanaan perkuliahan dalam bahasa Inggris, karena keterbatasan waktu dan kemampuan untuk menyiapkannya. Namun untuk setiap pelaksanaan perkuliahan diupayakan beberapa peningkatan mutu melalui ajakan kepada mahasiswa agar mau membaca referensi berbahasa Inggris untuk perkuliahan yang harus diikuti oleh mahasiswa PPGMIPABI. Hal ini sudah menunjukkan adanya kemajuan dan peningkatan mahasiswa dalam pemahaman materi kuliah yang disampaikan dengan menggunakan bahasa Inggris.

Kendala yang dihadapi pada pelaksanaan penelitian ini, perencanaan tidak dapat dilaksanakan dengan baik karena adanya jadwal libur nasional yang mengakibatkan perkuliahan tidak dapat dilaksanakan sesuai jadwal. Penggantian jadwal kuliah sudah diupayakan semaksimal mungkin, tetapi terkadang tidak semua mahasiswa dapat mengikuti perkuliahan, karena beberapa orang diantara mereka juga punya jadwal kuliah di waktu penggantian jadwal. Jadi hampir semua jadwal pengganti tidak dapat diikuti oleh mahasiswa.

KESIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan penelitian yang telah diuraikan pada bagian sebelumnya dapat disimpulkan beberapa hal sebagai berikut: Pelaksanaan perkuliahan menggunakan lembar kerja yang ditulis dalam bahasa Inggris dapat meningkatkan kemampuan mahasiswa dalam pemecahan masalah pada mata kuliah Statistika Elementer untuk mahasiswa PPGMIPABI. Secara umum materi perkuliahan yang direncanakan pada silabus sudah dapat dilaksanakan dengan baik, dengan tingkat pencapaian 85%. Berdasarkan kesimpulan penelitian dan pembahasan yang telah dilakukan, dapat dikemukakan beberapa saran sebagai berikut: Pembelajaran menggunakan lembar kerja yang ditulis dalam bahasa Inggris dapat diterapkan dalam perkuliahan yang dilaksanakan dengan menggunakan bahasa Inggris khususnya untuk mahasiswa PPGMIPABI, serta perlunya referensi berbahasa Inggris dibaca oleh mahasiswa.

UCAPAN TERIMA KASIH

Pada kesempatan ini peneliti mengucapkan terima kasih kepada semua pihak yang telah membantu kelancaran pelaksanaan penelitian ini sampai dapat diselesaikan berupa laporan penelitian. Terima kasih banyak kepada Tim Pengelola Program Pendidikan Guru Matematika dan IPA Berbahasa Inggris (PPGMIPABI) FMIPA Universitas Negeri Padang atas bantuan biaya yang telah diberikan untuk pelaksanaan kegiatan penelitian berupa hibah penelitian untuk meningkatkan kualitas perkuliahan Statistika Elementer.

DAFTAR PUSTAKA

- [1]. Erman Suherman, dkk, 2003, *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer (Common Text Book)* ed.rev. Bandung: Universitas Pendidikan Indonesia,
- [2]. Anonim, 2012, *Pengertian Lembar Kerja Siswa*, Jakarta: Diknas,
- [3]. [Dimiyati & Mujiono, 2002, *Belajar dan Pembelajaran*, Bandung: Rineka Cipta,

**PENERAPAN PENDEKATAN SOMATIS, AUDITORI, VISUAL, DAN
INTELEKTUAL PADA PEMBELAJARAN MATEMATIKA SISWA KELAS VIII
SMP NEGERI 4 PAYAKUMBUH**

H. Yarman dan Putri Monika Sari

Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Padang
HP.081363405889. email: yarman_unp@yahoo.co.id

ABSTRACT

The fact indicates that the learning approaches used today have not been able to develop students' mathematical capabilities of the communications optimally. This is due to the learning approaches used by teachers have not adapted to the student's learning style. Efforts should be made to enhance the mathematical communication skills of students in this study is to implement a learning approach Somatic , Auditory , Visual , and Intellectual (SAVI). SAVI is expected to approach the student can communicate ideas both orally and in writing. As a hypothesis is formulated mathematical communication skills of students studying with SAVI approach is better than mathematical communication skills of students who studied with conventional teaching in Junior High School eighth grade 4 Payakumbuh. This type of research is experimental research with study design of Randomized Control Group Only Design. While the sample is VIII₁ and VIII₂ graders student. While the data collection using the results of the test instrument to learn about mathematical communication skills . Data were analyzed using t - test . The results of data processing show that mathematical communication skills of students studying with SAVI approach is better than the students who studied with conventional learning.

Keywords: Somatic, Auditory, Visual, and Intellectual

ABSTRAK

Kenyataan menunjukkan bahwa pendekatan pembelajaran yang digunakan saat ini belum bisa mengembangkan kemampuan komunikasi matematis siswa secara optimal. Hal ini disebabkan pendekatan pembelajaran yang digunakan guru belum disesuaikan dengan gaya belajar siswa. Upaya yang dapat dilakukan untuk meningkatkan kemampuan komunikasi matematis siswa dalam penelitian ini adalah dengan menerapkan pendekatan pembelajaran *Somatis, Auditori, Visual, dan Intelektual* (SAVI). Diharapkan dengan pendekatan SAVI ini siswa dapat mengomunikasikan gagasannya baik secara lisan maupun tulisan. Sebagai hipotesis yang dirumuskan adalah kemampuan komunikasi matematis siswa yang belajar dengan pendekatan SAVI lebih baik daripada kemampuan komunikasi matematis siswa yang belajar dengan pembelajaran konvensional di kelas VIII SMP Negeri 4 Payakumbuh. Jenis penelitian yang digunakan adalah penelitian eksperimen dengan rancangan penelitian *Randomized Control Group Only Design*. Sementara itu sampel penelitiannya adalah siswa kelas VIII₁ dan VIII₂. Sedangkan pengumpulan data menggunakan instrumen tes hasil belajar tentang kemampuan komunikasi matematis. Data yang diperoleh dianalisis dengan menggunakan *t-test*. Hasil pengolahan data menunjukkan bahwa kemampuan komunikasi matematis siswa yang belajar dengan pendekatan SAVI lebih baik dibandingkan dengan siswa yang belajar dengan pembelajaran konvensional.

Kata Kunci: Somatis, Auditori, Visual, dan Intelektual

PENDAHULUAN

Matematika merupakan ilmu pengetahuan yang sangat penting sebagai pembentuk sikap dan pola pikir. Program pembelajaran pada semua jenjang pendidikan hendaknya dapat membuat siswa mengkonsolidasikan pikiran matematika mereka melalui komunikasi secara logis dan jelas kepada orang lain, mampu menganalisis pikiran matematika orang lain, dan mampu menggunakan bahasa matematika dalam menyatakan ide-ide matematika.

Hal ini juga sejalan dengan salah satu tujuan pembelajaran matematika yang tercantum dalam Permendiknas No.22 Tahun 2006 yaitu: "kemampuan mengomunikasikan gagasan dengan simbol, tabel, dan diagram, atau media lain untuk memperjelas keadaan atau masalah". Pembelajaran matematika mengharapkan setiap siswa mampu mengomunikasikan gagasan tersebut. Oleh karena itu selama pembelajaran di kelas sebaiknya siswa difasilitasi dan dibimbing menggunakan berbagai cara dan bentuk komunikasi dalam mengemukakan gagasannya secara lisan maupun tulisan.

Berdasarkan pengamatan di SMP Negeri 4 Payakumbuh, selama proses pembelajaran berlangsung guru menjelaskan inti dari materi pelajaran matematika, yang diikuti dengan pemberian contoh soal dan latihan soal secara mandiri. Namun pada saat diberikan latihan, siswa tidak mampu mengerjakan soal tersebut jika soal latihan berbeda dengan contoh soal yang diberikan guru.

Siswa juga tampak kesulitan untuk mengomunikasikan ide-ide matematika mereka dalam menyelesaikan soal. Ketika diminta menjelaskan pekerjaannya kepada temannya, siswa terlihat kesulitan untuk menyampaikannya secara sistematis. Siswa juga sering salah dalam menafsirkan maksud dari soal tersebut sehingga belum mampu menyajikan solusi dari permasalahan matematika secara rinci dan benar. Siswa masih belum lengkap dalam menyajikan pernyataan matematika baik secara gambar dan simbol. Hal ini terlihat disaat siswa menggambarkan soal cerita untuk menyelesaikan permasalahan matematika. Berdasarkan kenyataan ini, maka dapat diketahui bahwa tingkat kemampuan komunikasi matematika siswa masih relatif rendah.

Rendahnya kemampuan komunikasi matematika siswa berdampak pada ketuntasan hasil belajar matematika siswa. Berdasarkan data yang diperoleh dari guru matematika SMP Negeri 4 Payakumbuh yang mengajar di kelas VIII, persentase ketuntasan hasil belajar matematika siswa di sekolah ini masih tergolong rendah.

Ketuntasan nilai Ujian Harian (UH) 1 semester II kelas VIII hanya berkisar antara 36,67% – 65,52%. Soal UH 1 memuat 2 soal kemampuan komunikasi matematika. Soal yang diberikan diantaranya seperti berikut ini.

Sebuah tangga yang panjangnya 16 m bersandar pada tembok. Jarak ujung bawah tangga terhadap tembok 7 m. Berapa tinggi ujung atas tangga dari lantai?

Soal ini menuntut siswa untuk menyajikan solusi matematika secara rinci dan benar. Dimulai dari menyajikan pernyataan matematika melalui gambar, jika gambarnya benar siswa dapat menggunakan konsep Pythagoras dalam menyelesaikan soal. Namun dalam menentukan sisi miring dan sisi penyiku, masih banyak siswa yang belum mampu menentukannya. Sehingga dalam menggunakan konsep Pythagoras pun tidak benar. Contoh soal selanjutnya yaitu:

Lukislah segitiga ABC di mana A(2,3), B(8,3), dan C(8,11). Hitunglah panjang ruas garis AB, BC, dan AC dengan menggunakan formula jarak.

Soal ini menuntut siswa untuk dapat menyajikan pernyataan matematika melalui gambar yang merupakan salah satu indikator dari kemampuan komunikasi matematika. Sebagian besar siswa belum bisa melukiskan gambar secara lengkap dan benar serta belum mempresentasikan situasi soal dengan tepat. Dalam menggambar titik koordinat pada bidang kartesius, siswa masih ragu-ragu menentukan titik koordinat sumbu x dan sumbu y. Hal ini menggambarkan bahwa kemampuan komunikasi matematika siswa masih rendah.

Setiap siswa menyerap informasi sesuai dengan gaya belajarnya masing-masing. Jika proses pembelajaran mendukung gaya belajar siswa tersebut, maka akan membantu mereka dalam meningkatkan kemampuan komunikasi matematika siswa. DePorter mengemukakan "Ada tiga gaya belajar yang dimiliki seseorang, yaitu gaya belajar visual, auditori, dan kinestetik (somatis)". Pelajar visual belajar melalui apa yang mereka lihat, pelajar auditori belajar melalui apa yang mereka dengar, dan pelajar kinestetik belajar lewat gerakan dan sentuhan [1]. Meier menambahkan satu lagi gaya belajar intelektual. Gaya belajar intelektual bercirikan sebagai pemikir [2].

Menurut Meier "Orang dapat belajar paling baik jika dia mempunyai variasi pilihan belajar yang memungkinkannya untuk memanfaatkan seluruh indranya dan gaya belajar yang disukainya" [3]. Salah satu pendekatan yang melibatkan gaya belajar siswa sehingga siswa dapat meningkatkan kemampuan komunikasi matematikanya adalah pendekatan Somatis, Auditori, Visual, dan Intelektual (SAVI). Pendekatan SAVI adalah pendekatan yang melibatkan indra pada tubuh yang mendukung pembelajaran, belajar dengan bergerak aktif secara fisik, dengan memanfaatkan indra sebanyak mungkin, dan membuat seluruh tubuh atau pikiran terlibat dalam proses belajar [4].

Pendekatan SAVI bisa optimal jika keempat unsur SAVI ada dalam proses pembelajaran [5]. Pendekatan SAVI menekankan kerjasama siswa dalam proses pembelajaran. Kerjasama bisa tercipta salah satunya dengan pembelajaran kelompok. Siswa dibagi ke dalam kelompok. Setiap kelompok terdiri dari siswa yang gaya belajarnya heterogen. Siswa diminta mengerjakan LKS secara berkelompok, di mana LKS tersebut dirancang sesuai dengan pendekatan SAVI. Dengan adanya langkah-langkah kerja dan gambar yang menarik di dalam LKS akan membantu siswa bekerja membangun pemahamannya (Somatis, Visual, Intelektual). Kemampuan komunikasi matematika siswa dapat dikembangkan selama dalam kelompok. Selama proses kegiatan pembelajaran itu, siswa dimungkinkan untuk berdiskusi dan mengungkapkan ide-ide yang diperolehnya kepada teman sekelompoknya dalam rangka mengkomunikasikan pemikiran mereka kepada orang lain (Auditori). Mereka juga dapat belajar untuk memahami dan mengevaluasi pemikiran orang lain untuk membangun ide-ide baru (Intelektual).

Latihan yang siswa kerjakan akan melatih aktivitas intelektual dalam memecahkan masalah (Intelektual). Setelah siswa mengerjakan LKS secara berkelompok, siswa diminta untuk mempresentasikannya ke depan kelas. Siswa mengomunikasikan gagasan yang diperolehnya selama berdiskusi dengan anggota kelompok. Kelompok lain mendengarkan dan menanggapi gagasan yang dipresentasikan kelompok terpilih sehingga siswa saling bertukar pikiran (Auditori). Guru membimbing siswa dalam menyimpulkan konsep yang benar. Dengan melibatkan semua alat indra siswa secara optimal, diharapkan kemampuan komunikasi matematika siswa meningkat.

Rumusan Masalah

Dari uraian di atas, maka yang menjadi rumusan masalah dalam penelitian ini adalah: apakah kemampuan komunikasi matematika siswa yang belajar dengan menggunakan pendekatan SAVI lebih baik daripada kemampuan komunikasi matematika yang belajar dengan menggunakan pembelajaran konvensional di kelas VIII SMP Negeri 4 Payakumbuh.

KAJIAN PUSTAKA

Komunikasi Matematika

Komunikasi merupakan cara untuk mengekspresikan ide dengan kata-kata, simbol, dan diagram. Melalui komunikasi maka seseorang dapat memperjelas pemikiran mereka dengan mengeluarkan atau menuliskan kata-kata, simbol, atau diagram sambil memikirkan apa yang mereka lakukan. Berkaitan dengan hal ini, dalam pembelajaran matematika diperlukan suatu kemampuan komunikasi yang baik agar permasalahan matematika dapat terjawab dengan jelas.

Komunikasi matematika adalah suatu keterampilan penting dalam matematika, menurut *The Intended Learning Outcomes*, komunikasi matematis yaitu kemampuan untuk mengekspresikan ide-ide matematika secara koheren kepada teman, guru, dan lainnya melalui bahasa lisan dan tulisan. Ini berarti dengan adanya komunikasi matematika guru dapat lebih memahami kemampuan siswa dalam menginterpretasi dan mengekspresikan pemahamannya tentang konsep yang mereka pelajari. Komunikasi dalam pendidikan matematika dapat dikembangkan dengan cara memberi siswa berbagai kesempatan untuk mendengar, berbicara, menulis, membaca, dan menyajikan ide-ide matematis [6].

Melalui komunikasi matematika, siswa dapat mengkomunikasikan gagasan matematika yang dimilikinya. Sumarno mengatakan:

Salah satu aspek berpikir tingkat tinggi dalam matematika adalah komunikasi dalam matematika atau komunikasi matematis yang menghubungkan benda nyata, gambar dan diagram, ke dalam ide matematika; menjelaskan ide, situasi dan relasi matematika, secara lisan atau tulisan dengan benda nyata, gambar, grafik, dan aljabar; menyatakan peristiwa sehari-hari ke dalam bahasa simbol matematika; mendengar, berdiskusi, dan menulis tentang matematika; mencoba dengan pemahaman suatu persentasi matematika secara tertulis, membuat argumen, membuat kon-jektur, merumuskan definisi dan generalisasi; menjelaskan dan membuat pertanyaan tentang matematika yang dipelajari [7].

Indikator yang menunjukkan kemampuan komunikasi antara lain:

- a) Menyajikan pernyataan matematika secara lisan, tertulis, gambar, dan diagram.
- b) Mengajukan dugaan.
- c) Melakukan manipulasi matematika.
- d) Menarik kesimpulan, menyusun bukti, memberikan alasan atau bukti terhadap kebebasan solusi.
- e) Menarik kesimpulan dari pernyataan.
- f) Memeriksa kesahihan suatu argumen.
- f) Menemukan pola/sifat dari gejala matematis untuk membuat generalisasi [8].

Dari kutipan di atas diketahui bahwa siswa yang mampu berkomunikasi adalah yang dapat menyatakan pengetahuannya secara lisan, tertulis, gambar maupun diagram.

Indikator kemampuan komunikasi matematika yang digunakan pada penelitian ini adalah:

- a. Menyajikan pernyataan matematika melalui gambar.
- b. Menjelaskan strategi penyelesaian suatu masalah matematika.
- c. Memeriksa kesahihan suatu argumen.
- d. Menyajikan solusi dari permasalahan matematika secara rinci dan benar.

Pendekatan SAVI

Pendekatan Somatis, Auditori, Visual, dan Intelektual (SAVI) merupakan bagian dari *Accelerated Learning* dimana tujuan utamanya adalah hasil yang dicapai bukan metode yang digunakan. Pendekatan SAVI sejalan dengan gerakan *Accelerated Learning* (AL), maka prinsipnya juga sejalan dengan AL. Pendekatan ini lebih menekankan belajar berdasarkan aktivitas berarti bergerak aktif secara fisik ketika belajar dengan memanfaatkan indra sebanyak mungkin, dan membuat seluruh tubuh/pikiran terlibat dalam proses belajar [9].

Pembelajaran tidak otomatis meningkat dengan menugaskan orang berdiri dan bergerak kesana kemari. Akan tetapi, menggabungkan gerakan fisik dengan aktivitas intelektual dan penggunaan semua indra dapat berpengaruh pada pembelajaran. Pendekatan SAVI menganut aliran ilmu kognitif modern yang menyatakan belajar yang paling baik adalah melibatkan emosi, seluruh tubuh, semua indera, dan segenap kedalaman serta keluasan pribadi, menghormati gaya belajar individu lain dengan menyadari bahwa orang belajar dengan cara-cara yang berbeda.

DePorter mengemukakan tiga modalitas belajar yang dimiliki seseorang. Ketiga modalitas tersebut adalah modalitas visual, modalitas auditori, dan modalitas kinestetik (somatis). Pelajar visual belajar melalui apa yang mereka lihat, pelajar auditori belajar melalui apa yang mereka dengar, dan pelajar kinestetik belajar lewat gerak dan sentuhan [10].

Meier menambahkan satu lagi gaya belajar intelektual. Gaya belajar intelektual bercirikan sebagai pemikir. Pembelajar menggunakan kecerdasan untuk merenungkan suatu pengalaman dan menciptakan hubungan, makna, rencana, dan nilai dari pengalaman tersebut. "Intelektual" adalah bagian diri yang merenung, mencipta, memecahkan masalah, dan membangun makna. Itulah sarana yang digunakan pikiran untuk mengubah pengalaman menjadi pengetahuan, pengetahuan menjadi pemahaman, dan pemahaman menjadi kearifan [11].

Dari beberapa gaya belajar tersebut di atas maka terbentuklah pendekatan SAVI. Unsur-unsur pendekatan SAVI adalah Somatis, Auditori, Visual, dan Intelektual. Jika keempat unsur SAVI ada dalam setiap pembelajaran, maka siswa dapat belajar secara optimal.

Somatis berasal dari bahasa Yunani yang berarti tubuh-soma. Menurut Meier, belajar somatis berarti belajar dengan indra peraba, kinestetik, praktis-melibatkan fisik dan menggunakan serta menggerakkan tubuh sewaktu belajar. Auditori berarti belajar dengan melibatkan pendengaran [12]. Menurut Meier pikiran auditori lebih kuat daripada yang kita sadari. Telinga terus menerus menangkap dan menyimpan informasi auditori, bahkan tanpa disadari. Ketika membuat suara sendiri dengan berbicara, beberapa area penting di otak menjadi aktif. Guru dapat merancang pembelajaran matematika yang menarik saluran auditori dengan melakukan tindakan seperti mengajak siswa

membicarakan materi apa yang sedang dipelajari dan siswa diminta untuk mengungkapkan informasi yang telah didengarkannya dari guru [13].

“Visual” berarti belajar dengan melibatkan penglihatan. Ketajaman visual, meskipun lebih menonjol pada sebagian orang. Alasannya adalah bahwa di dalam otak terdapat lebih banyak perangkat untuk memproses informasi visual. Setiap orang (terutama pembelajar visual) lebih mudah belajar jika dapat melihat apa yang sedang dibicarakan. Pembelajar visual belajar paling baik jika mereka dapat melihat contoh dari dunia nyata, diagram, peta gagasan, ikon, gambar, dan gambaran dari segala macam hal ketika sedang belajar [14]. “Intelektual” menunjukkan apa yang dilakukan pembelajar dalam pikiran mereka secara internal ketika mereka menggunakan kecerdasan untuk merenungkan suatu pengalaman dan menciptakan hubungan, makna, rencana, dan nilai dari pengalaman tersebut. Intelektual adalah bagian dari yang merenung, mencipta, memecahkan masalah, dan membangun makna. Intelektual adalah pencipta makna dalam pikiran, sarana yang digunakan manusia untuk berpikir, menyatukan pengalaman, menciptakan jaringan saraf baru, dan belajar [15].

Pembelajaran SAVI akan tercapai dan sesuai dengan tujuan yang diharapkan jika empat tahap yaitu: tahap persiapan, penyampaian, tahap pelatihan, dan tahap penampilan dilaksanakan dengan baik [16].

a. Tahap persiapan (Pendahuluan)

Tahap persiapan berkaitan dengan mempersiapkan peserta didik untuk belajar. Tujuan tahap persiapan ini adalah untuk menimbulkan minat para peserta didik, mengaktifkan peserta didik yang tergugah untuk berpikir, belajar, mencipta, dan tumbuh, mengajak peserta didik untuk masuk ke dalam komunitas belajar, dan menyingkirkan rintangan belajar, seperti tidak merasakan manfaat pribadi, tidak peduli dan benci pada topik pelajaran, merasa sangat bosan dan lain sebagainya.

b. Tahap penyampaian (Kegiatan Inti)

Tahap penyampaian dalam pembelajaran dimaksudkan untuk mempertemukan peserta didik dengan materi belajar yang mengawali proses belajar secara positif dan menarik. Tujuan tahap penyampaian adalah menemukan materi belajar baru dengan cara yang menarik, menyenangkan, relevan, melibatkan panca indra, dan cocok untuk semua gaya belajar. Kegiatan yang cocok untuk semua gaya belajar yaitu melakukan percobaan dengan bantuan LKS dan alat peraga sehingga menemukan pengetahuan baru (somatis, visual). Kegiatan ini dilakukan secara berkelompok agar siswa dapat mengomunikasikan gagasannya dalam memecahkan masalah matematika (Auditori).

c. Tahap pelatihan (Kegiatan Inti)

Pada tahap ini guru mengajak siswa berpikir, berkata, berbuat, menemukan pengetahuan baru dengan cara membantu mereka memadukan pengetahuan, makna dan keterampilan yang sudah mereka miliki sebelumnya. Siswa diminta untuk duduk berkelompok, mendiskusikan secara bersama masalah yang ada sehingga diperoleh pemahaman yang baru (Auditori). Kemudian meminta siswa mengerjakan latihan secara individu (Intelektual).

d. Tahap penampilan hasil (Penutup)

Belajar merupakan proses mengubah pengalaman menjadi pengetahuan, pengetahuan menjadi pemahaman, pemahaman menjadi kearifan, dan kearifan menjadi tindakan. Tujuannya untuk membantu siswa menerapkan dan mengembangkan pengetahuan serta keterampilan baru mereka pada pekerjaan sehingga pembelajaran

tetap melekat dan prestasi terus meningkat. Berdasarkan uraian di atas terlihat bahwa untuk menciptakan suatu proses pembelajaran yang membuat siswa aktif dalam belajar adalah pembelajaran yang banyak melibatkan organ tubuh siswa dalam belajar, pembelajaran yang tidak memisahkan tubuh dan pikiran dalam belajar seperti yang banyak dilakukan dalam proses pembelajaran selama ini. Dengan pendekatan SAVI guru dapat mendukung gaya belajar siswa yang beraneka ragam dalam belajar.

Hipotesis

Hipotesis yang diajukan dalam penelitian ini adalah kemampuan komunikasi matematika siswa yang belajar dengan menggunakan pendekatan SAVI lebih baik daripada kemampuan komunikasi matematika siswa yang belajar dengan menggunakan pembelajaran konvensional di kelas VIII SMP Negeri 4 Payakumbuh.

METODE PENELITIAN

Jenis penelitian yang digunakan adalah kuasi eksperimen dengan rancangan *Randomized Control Group Only Design*. Pada akhir penelitian ini kelas eksperimen dan kelas kontrol diberi tes akhir untuk melihat hasil belajar. Sebagai populasi adalah siswa kelas VIII SMP Negeri 4 Payakumbuh yang terdaftar tahun ajaran 2012/2013. Sedangkan untuk sampel dipilih dua kelas masing-masing sebagai kelas eksperimen dan kelas kontrol. Pada kelas eksperimen diterapkan pendekatan SAVI dalam pembelajaran matematika. Teknik sampling yang digunakan adalah sampel acak sederhana.

HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Penerapan pendekatan SAVI dilakukan sebanyak lima kali pertemuan dan satu kali tes akhir komunikasi matematika. Pokok bahasannya adalah Kubus dan Balok. Setiap pertemuan dilakukan pembelajaran dengan menggunakan pendekatan SAVI pada kelas eksperimen dan dengan menggunakan pendekatan konvensional pada kelas kontrol. Selanjutnya data hasil belajar tersebut kemudian dianalisis sehingga diperoleh rata-rata ($\bar{x}$), standar deviasi (S), variansi (S^2), nilai maksimum (X_{maks}) dan nilai minimum (X_{min}) dari kelas sampel, seperti pada tabel berikut.

Tabel 1. Data Tes Kemampuan Komunikasi Matematika Siswa Kelas Sampel

Kelas	N	X_{maks}	X_{min}	$\bar{x}$	S
Eksperimen	28	100	64,3	85,5	11,77
Kontrol	32	89,3	60,7	73,6	7,84

Berdasarkan deskripsi data dan hasil analisis data, terlihat bahwa kemampuan komunikasi matematika siswa kelas eksperimen lebih baik daripada kemampuan komunikasi matematika kelas kontrol. Hal ini dapat terjadi disebabkan pembelajaran dengan pendekatan SAVI menggabungkan gerakan fisik dan aktivitas intelektual. Siswa diminta mengerjakan LKS secara berkelompok, dimana LKS tersebut dirancang sesuai dengan pendekatan SAVI. Dengan adanya langkah-langkah kerja dan gambar yang menarik di dalam LKS akan membantu siswa bekerja membangun pemahamannya (Somatis, Visual, dan Intelektual).

Selama proses pembelajaran, siswa berdiskusi dan mengungkapkan ide-ide yang diperolehnya kepada teman sekelompoknya dalam rangka mengomunikasikan

pemikiran mereka kepada orang lain (Auditori). Latihan yang siswa kerjakan akan melatih aktivitas intelektual dalam memecahkan masalah (Intelektual). Setelah siswa mengerjakan LKS secara berkelompok, siswa diminta untuk mempresentasikannya ke depan. Pada kegiatan ini, para siswa saling menyampaikan pendapatnya sehingga diperoleh sebuah kesimpulan (Auditori).

Melalui pendekatan SAVI, siswa diberi kesempatan untuk mendengar, berdiskusi dan menulis tentang matematika. Hal ini merupakan kemampuan yang tergolong dalam kemampuan komunikasi matematika seperti yang diungkapkan Utari (2010), sehingga kemampuan komunikasi terus dilatih untuk setiap kali pertemuan. Kemampuan komunikasi merupakan hal yang dibutuhkan dalam mencapai hasil belajar yang baik. Siswa dikatakan mempunyai kemampuan komunikasi yang baik, apabila mereka dapat menunjukkan indikator-indikator kemampuan komunikasi dalam tes.

Soal-soal yang diberikan pada tes akhir belajar berupa soal komunikasi matematika. Indikator kemampuan komunikasi matematika yang digunakan tes adalah; Kemampuan menyajikan pernyataan matematika melalui gambar; Menjelaskan strategi penyelesaian suatu masalah matematika; Memeriksa kesahihan suatu argumen; serta Kemampuan menyajikan solusi dari permasalahan matematika secara rinci dan benar

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian, dapat diambil kesimpulan bahwa kemampuan komunikasi matematika siswa yang belajar dengan menggunakan pendekatan Somatis, Auditori, Visual dan Intelektual (SAVI) lebih baik daripada kemampuan komunikasi matematika siswa yang belajar dengan pembelajaran konvensional.

PUSTAKA

- [1] DePorter, Bobby, 2002, *Quantum Teaching-Mempraktikkan Quantum Learning di Ruang Kelas*. Bandung: Kaifa, hlm. 7-10.
- [2] Meier, Dave, 2005, *The Accelerated Learning Handbook-Panduan Kreatif dan Efektif Merancang Program Pendidikan dan Pelatihan* (Rahmani Astuti. Terjemahan), Bandung: Kaifa, hlm.9.
- [3] Ibid., hlm. 34.
- [4] Ibid., hlm. 90.
- [5] Ibid., hlm. 100.
- [6] Armianti, 2009, *Komunikasi Matematis dan Pembelajaran Berbasis Masalah*. Makalah Disajikan dalam Semnas Matematika UNPAR Bandung, Padang: FMIPA UNP, hlm. 2.
- [7] Sumarno, Utari, 2010, *Berpikir dan Disposisi Matematik: Apa, Mengapa, dan Bagaimana dikembangkan pada Peserta Didik*, Bandung: Universitas Pendidikan Indonesia.
- [8] Depdiknas, 2004, *Pedoman Penilaian Kelas*, Jakarta, hlm. 65.
- [9] Meier, Dave, Op.cit., hlm. 90.
- [10] DePorter, Bobby, Op.cit., hlm. 84-85.
- [11] Meier, Dave, Op.cit., hlm. 99.

[12] Ibid., hlm. 92.

[13] Ibid., hlm. 95.

[14] Ibid., hlm. 97.

[15] Ibid., hlm. 99.

[16] Ibid., hlm. 103.

**PENINGKATAN KEMAMPUAN KOMUNIKASI MATEMATIKA MELALUI
PEMBERIAN TUGAS MERANCANG PETA KONSEP**

**IMPROVING STUDENTS' ABILITY IN MATHEMATICS COMMUNICATION
THROUGH CONCEPT MAPS ASSIGNMENT**

Hendra Syarifuddin

Universitas Negeri Padang
hendrasy@yahoo.com, Jurusan Matematika FMIPA UNP, Air Tawar, Padang 25131

ABSTRACT

Students often face difficulty in communicating their mathematical idea in learning process. To solve this problem, as a lecturer I tried to implement concept maps assignment, students designed a concept map for topic that will be discussed in the classroom. I chose an action research as methodology. The researcher want to see the effect of the use of the concept maps assignment on students' communication ability in learning mathematics. Data in this study were collected through concept maps that was created by students and classroom observation. The result of the study showed that the implementation of the concept maps assignment gave positive effect on students' communication ability in learning mathematics.

Keywords: Concept maps, Communication ability, Action research.

ABSTRAK

Mahasiswa sering menghadapi kesulitan dalam mengkomunikasikan ide-ide matematika mereka dalam proses pembelajaran. Untuk mengatasi hal ini penulis mencoba menerapkan pemberian tugas merancang peta konsep untuk topik yang akan dibahas di kelas. Suatu penelitian tindakan kelas pada mata kuliah aljabar linear elementer dilakukan untuk melihat efektifitas dari pemberian tugas merancang peta konsep terhadap kemampuan komunikasi matematika mahasiswa. Data pada penelitian merupakan data kualitatif yang dikumpulkan melalui peta konsep yang dikembangkan oleh mahasiswa dan observasi kelas. Implementasi tindakan selama satu semester memperlihatkan kemampuan komunikasi matematika mahasiswa yang semakin baik.

Katakunci: Peta konsep, Kemampuan komunikasi, Penelitian Tindakan Kelas.

PENDAHULUAN

Kemampuan mengkomunikasikan ide-ide matematika merupakan salah satu dari lima proses standar pada pembelajaran matematika (*problem solving, reasoning and proof, communication, connection, and representation*) yang dikemukakan oleh National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). Mahasiswa haruslah diberi kesempatan untuk mengembangkan kemampuan komunikasi dalam matematika. Dengan memberi kesempatan kepada mahasiswa untuk mengkomunikasikan ide-ide matematika memungkinkan mahasiswa untuk memperdalam pemahaman mereka tentang matematika dengan lebih baik [1] dan [2]. Aktifitas mahasiswa yang berhubungan dengan proses komunikasi matematika ini adalah; (1) mengekspresikan ide-ide matematika secara jelas dan koheren, (2) memperluas pengetahuan matematika melalui berbagi

pengetahuan dengan mahasiswa lainnya, (3) mempresentasikan ide-ide matematika dengan gambar, diagram, dan simbol-simbol, (4) menyajikan, mendiskusikan, menulis, dan membaca konsep dan ide matematika [1].

Proses pembelajaran matematika haruslah mengakomodasi mahasiswa untuk mendapatkan pengalaman yang beragam dari sumber dan aktifitas yang beragam pula sehingga memungkinkan mahasiswa untuk meningkatkan proses belajar mereka. Untuk itu, pembelajaran haruslah berpusat pada mahasiswa (*students-centred*). Pada pembelajaran yang berpusat pada mahasiswa ini, peran dosen adalah sebagai fasilitator untuk mendorong siswa terlibat aktif dalam pembelajaran sehingga mereka mampu mengkonstruksi sendiri pemahaman tentang materi yang mereka pelajari, untuk itu, pendekatan yang bisa digunakan dalam pembelajaran adalah konstruktivisme.

Konstruktivisme adalah suatu teori tentang belajar yang berdasarkan pada pandangan bahwa pelajar adalah pencari ilmu yang aktif yang didorong oleh rasa keingintahuan mereka [3]. Konsep utama konstruktivisme adalah bahwa belajar merupakan suatu proses aktif penciptaan pengetahuan oleh siswa, dimana siswa mengkonstruksi pengetahuannya untuk membangun pemahaman [4] dan [5]. Teori konstruktivis dapat diringkas dalam pernyataan berikut ini: Peserta didik mengkonstruksi pengetahuan dalam pikiran mereka melalui pembelajaran yang dilakukan sendiri [6] dan [7].

Penggunaan peta konsep dalam pembelajaran dapat memenuhi semua prinsip-prinsip pembelajaran pada kelas konstruktivis bila siswa/mahasiswa diarahkan untuk mengkonstruksi pengetahuan/pemahaman mereka melalui pengeksploasian pengetahuan awal mereka. Menurut Novak [8], Alansari [9], dan Spinner [10] terdapat tiga alasan mendasar untuk menggunakan peta konsep dalam pembelajaran: memfasilitasi pembelajaran bermakna, mempromosikan berpikir kritis, dan menentukan pengetahuan dan konsepsi alternatif. Proses belajar mengajar yang didasarkan pada konstruktivisme mengharuskan guru/dosen untuk menjadi fasilitator pengetahuan. Peran guru/dosen adalah untuk menciptakan pengalaman bagi peserta didik dan kemudian membimbing mereka melalui pengalaman-pengalaman ini. Hal ini memungkinkan peserta didik untuk membangun pengetahuan mereka sendiri melalui eksplorasi [11] dan [12].

Peta konsep adalah penyajian pengetahuan secara grafik, dimana pengetahuan yang disajikan merupakan kaitan antar konsep-konsep yang saling berhubungan satu sama lain. Sebuah peta konsep terdiri dari node dan link. Node merupakan istilah penting yang mewakili konsep dan link merupakan penghubung antar konsep-konsep tersebut [13]. Peta konsep mampu mendemonstrasikan tingkat pemahaman siswa yang lebih dalam pada suatu topik tertentu [14].

Menurut Vacek [15] penggunaan peta konsep akan meningkatkan kualitas pembelajaran dan mempromosikan penggunaan berbagai kemampuan berpikir kritis seperti analisis, interpretasi, kesimpulan, penjelasan, dan self-regulation. Alansari [9] juga mengemukakan bahwa aktivitas menciptakan peta konsep akan menantang peserta didik untuk berpikir lebih kritis. Hal ini dimungkinkan bila dalam proses pembuatan peta konsep siswa mencoba untuk membuat hubungan yang bermakna antar konsep yang melibatkan pengalaman dan pengetahuan mereka. Peta konsep adalah alat yang berguna untuk menyajikan dan mengkomunikasikan pengetahuan yang dimiliki oleh peserta didik, dan juga untuk mengidentifikasi konsepsi alternatif yang mereka punyai [16] dan [17].

Melalui pembuatan peta konsep peserta didik memiliki kesempatan untuk membuat berbagai hubungan antara konsep-konsep yang telah mereka pelajari.

Pengetahuan siswa dan konsepsi alternatif dapat dinilai melalui peta konsep yang mereka buat, dan guru/dosen dapat menggunakannya untuk mendiagnosis pemahaman siswa/mahasiswa [18]. Peta konsep membantu peserta didik untuk memperjelas konsep utama atau proposisi yang harus dipelajari dan menyajikan hubungan antara pengetahuan baru dan sebelumnya [19].

Sebagai seorang dosen matematika penulis tertarik menggunakan peta konsep sebagai salah satu strategi dalam pembelajaran, penulis ingin melihat efek penggunaannya dalam pembelajaran terhadap kemampuan komunikasi matematika mahasiswa. Penggunaan peta konsep dalam pembelajaran yang penulis lakukan dirancang dalam suatu penelitian tindakan kelas (PTK). Rumusan masalah penelitian yang akan dijawab adalah: "Bagaimanakah dampak penggunaan peta konsep dalam pembelajaran terhadap kemampuan komunikasi matematika mahasiswa?"

METODE PENELITIAN

Penelitian dilakukan pada satu kelas mahasiswa program studi Pendidikan Matematika yang mengambil mata kuliah Aljabar Linear Elementer pada semester Januari-Juni 2011. Jumlah mahasiswa yang terlibat pada penelitian ini adalah 37 orang, mereka terdiri dari 28 orang perempuan dan 9 orang laki-laki, mereka semuanya adalah mahasiswa tahun ke 2 [20].

Prosedur pelaksanaan pembelajaran pada penelitian ini adalah sebagai berikut; (1) mahasiswa diberi tugas merancang peta konsep untuk materi yang akan didiskusikan pada pertemuan berikutnya, tugas ini dikerjakan oleh mahasiswa pada kelompok kecil yang beranggotakan 2 atau 3 orang mahasiswa, (2) di awal pembelajaran, satu kelompok dipilih secara acak untuk mempresentasikan peta konsep yang mereka buat, presentasi ini diikuti oleh tanya jawab tentang peta konsep yang ditampilkan, (3) penyajian materi oleh dosen, (4) diskusi kelompok, mahasiswa diberi soal-soal untuk didiskusikan penyelesaiannya dalam kelompok yang beranggotakan 4 atau 5 orang mahasiswa, (5) pemberian tugas rumah, tugas rumah yang diberikan berupa soal-soal untuk diselesaikan secara individu dan tugas rumah membuat peta konsep yang dikerjakan secara berkelompok. Pelaksanaan pembelajaran dengan prosedur lima tahapan di atas dilaksanakan pada setiap pertemuan tatap muka di kelas selama 12 kali pertemuan, satu kali pertemuan membutuhkan waktu 150 menit. Pertemuan di kelas dilaksanakan 1 kali dalam satu minggu.

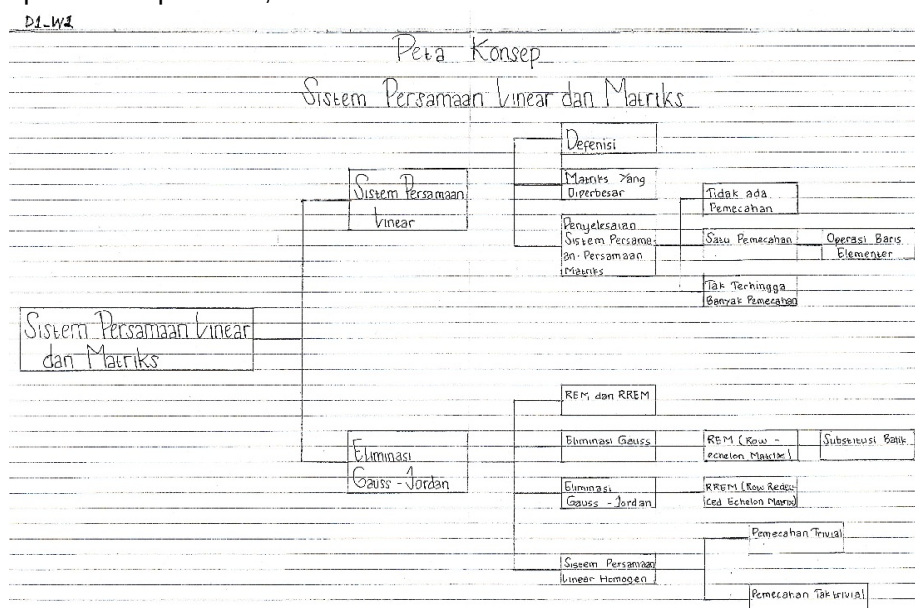
Penelitian tindakan kelas (PTK) adalah metodologi yang penulis pilih pada penelitian ini. PTK adalah suatu investigasi sistematis yang dilakukan oleh guru untuk mendapatkan informasi bagaimana mereka mengajar dan bagaimana siswa belajar. Melalui PTK guru mempunyai kesempatan untuk meningkatkan kualitas pembelajaran yang mereka lakukan dan keprofesionalan mereka sebagai guru [21]. PTK telah digunakan oleh guru selama lebih dari 40 tahun sebagai suatu metode yang praktis dan efisien dalam melakukan penelitian.

PTK adalah suatu proses yang fleksibel dan dinamis dan tidak ada pola tertentu untuk melaksanakan PTK. Walaupun begitu, Proses PTK yang mengacu pada empat tahapan yang disebut siklus PTK dapat diadopsi oleh guru/dosen, satu siklus PTK terdiri atas komponen; perencanaan, tindakan, pengamatan, dan refleksi. Pada penelitian ini peneliti menetapkan 1 siklus untuk satu kali pertemuan pembelajaran, jadi terdapat duabelas siklus PTK pada penelitian ini. Data pada penelitian ini adalah data kualitatif

yang dikumpulkan melalui peta konsep yang dibuat mahasiswa dan observasi kelas. Untuk melihat perkembangan kemampuan mahasiswa dalam mengkomunikasikan ide dan gagasan matematika mereka melalui peta konsep peneliti mengambil tiga peta konsep yang dirancang oleh satu kelompok. Untuk melihat kemampuan komunikasi mahasiswa melalui observasi kelas, peneliti menggunakan alat perekam audio untuk menangkap apa-apa yang diungkapkan mahasiswa selama pembelajaran [20].

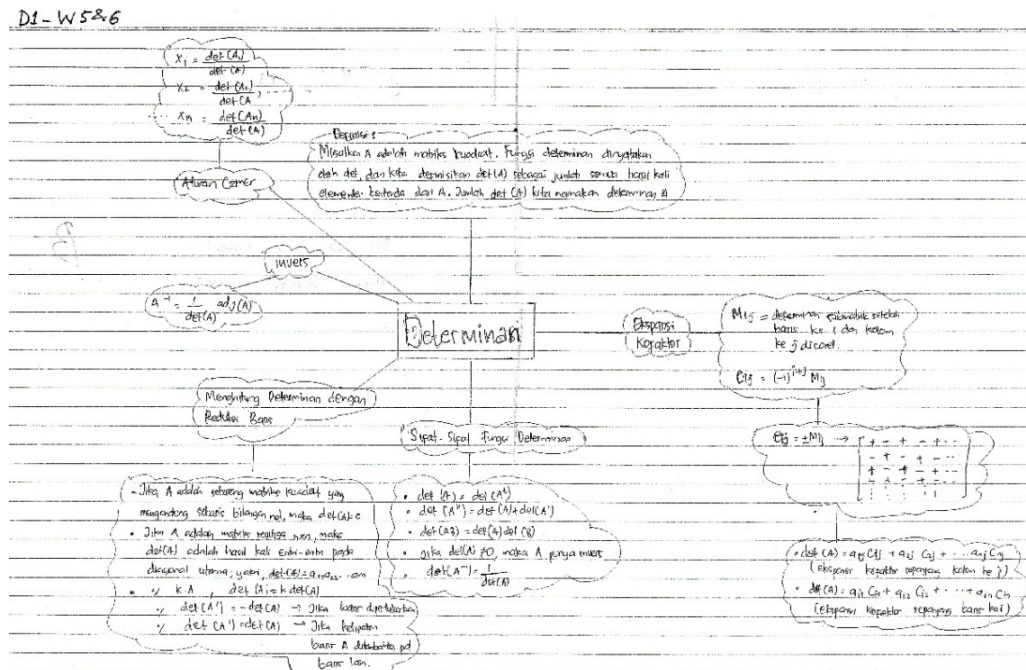
HASIL DAN PEMBAHASAN

Untuk melihat perkembangan kemampuan komunikasi matematika mahasiswa melalui peta konsep, peneliti mengambil tiga peta konsep yang dihasilkan oleh satu kelompok, penentuan satu kelompok ini dilakukan secara acak. Kelompok yang terpilih untuk diambil peta konsepnya untuk keperluan analisis adalah kelompok D1 yang beranggotakan 2 orang mahasiswi, peta konsep yang dianalisis adalah peta konsep yang mereka hasilkan pada pertemuan (minggu) ke 2, 5, dan 10. Perkembangan kemampuan mereka dalam mengkomunikasikan ide-ide matematika melalui peta konsep dapat dilihat dari tiga peta konsep berikut;



Gambar 1: Peta konsep minggu ke 2 topik (Sistem Persamaan Linear dan Matriks) yang dihasilkan oleh kelompok D1

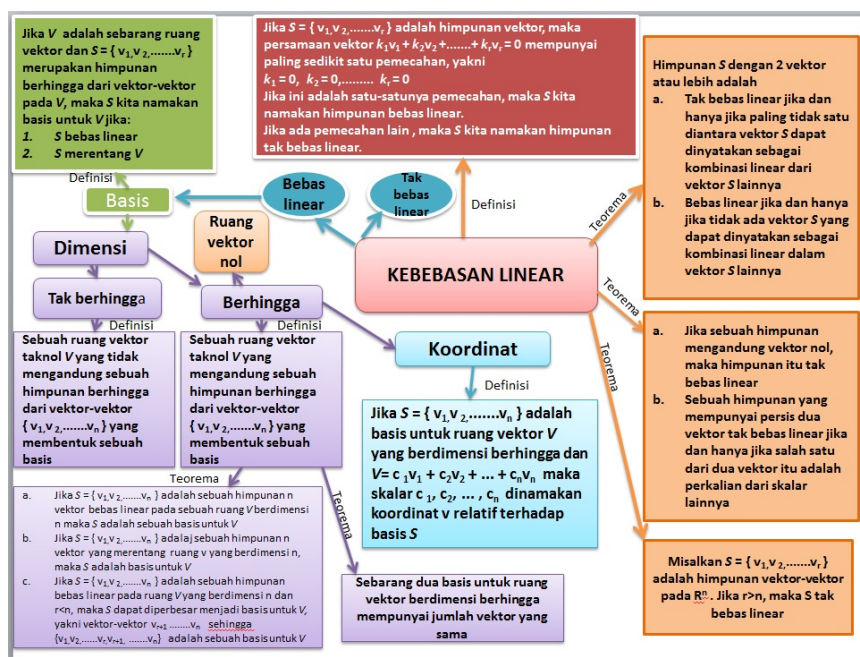
Peta konsep di atas adalah peta konsep pertama yang dihasilkan oleh kelompok D1. Peta konsep tersebut sangat sederhana, mereka hanya menghubungkan topik dan sub-sub topik dengan garis, tidak ada penjelasan tentang konsep-konsep dan penghubung antar konsep tersebut. Sejalan dengan waktu, mereka semakin berpengalaman mengkomunikasikan ide-ide mereka menggunakan peta konsep, perkembangan kemampuan mereka ini dapat dilihat dari peta konsep yang mereka hasilkan pada minggu ke 5 seperti terlihat pada gambar di bawah ini;



Gambar 2: Peta konsep minggu ke 5 tentang Determinant yang dihasilkan oleh kelompok D1

Pada peta konsep di atas, grup D1 telah mencoba menyajikan hubungan antar konsep pada topik Determinan. Peta konsep ini lebih baik dari peta konsep yang mereka hasilkan sebelumnya (Gambar 1). Pada peta konsep Gambar 2, mereka telah menyajikan beberapa konsep penting seperti definisi, sifat-sifat fungsi determinan, ekspansi kofaktor, aturan Cramer, invers matriks, dan prosedur menentukan determinan dengan reduksi baris, penyajian ini mengindikasikan bahwa mereka mempunyai kemampuan mengkomunikasikan gagasan yang semakin baik.

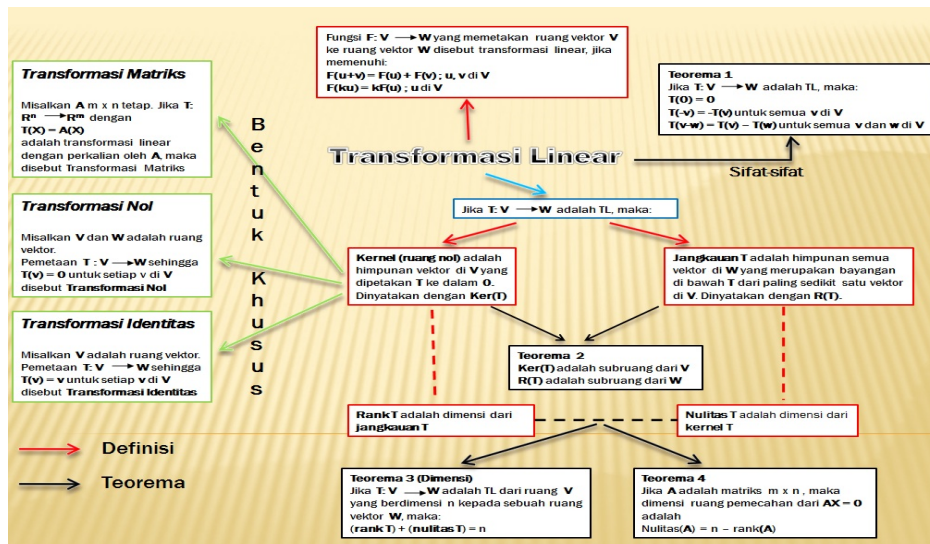
Peningkatan kemampuan mereka dalam mengkomunikasikan ide-ide mereka melalui peta konsep juga terlihat dari cara mereka menyajikan peta konsep. Pada awal-awal perkuliahan, mereka mengembangkan peta konsep dengan menggunakan tulisan tangan, pada bagian akhir perkuliahan grup D1 menghasilkan peta konsep yang mereka rancang menggunakan software Powerpoint. Gambar 3 berikut adalah peta konsep yang mereka hasilkan pada minggu ke 10.



Gambar 3: Peta konsep minggu ke 10 topik (Kebebasan Linear) yang dihasilkan oleh kelompok D1

Secara bertahap, dengan pemberian tugas merancang peta konsep grup D1 menunjukkan peningkatan kemampuan mereka mengkomunikasikan gagasan mereka dalam bentuk peta konsep yang semakin baik. Kemampuan komunikasi mahasiswa dalam matematika juga bisa dilihat dari respon mereka tentang peta konsep yang dipresentasikan oleh teman-teman mereka di depan kelas. Dampak dari menggunakan peta konsep dalam perkuliahan terhadap kemampuan komunikasi mahasiswa juga bisa dilihat pada saat peta konsep tersebut disajikan di depan kelas. Untuk tujuan ini penulis mengambil data presentasi peta konsep grup F1 pada pertemuan ke 12, dimana topik yang dibahas adalah Transformasi Linear.

Anggota-anggota dari grup F1 telah menunjukkan kemampuan mereka dalam mengkomunikasikan ide-ide matematika melalui presentasi peta konsep. Kemampuan komunikasi mereka dibuktikan oleh kemampuan mereka merancang peta konsep yang memuat hubungan antar ide-ide matematika seperti terlihat pada Gambar 4 di bawah, kemampuan mereka menyajikan peta konsep tersebut di depan kelas, dan kemampuan mereka mendiskusikannya.



Gambar 4: Peta konsep tentang Transformasi Linear yang dibuat oleh kelompok F1.

Kemampuan komunikasi mahasiswa dalam presentasi peta konsep ini tidak hanya ditunjukkan oleh kelompok penyaji tetapi juga oleh mahasiswa lain di kelas. Salah seorang mahasiswa memberi respon sebagai berikut, “Peta konsep yang disajikan sangat jelas bagi saya, tetapi saya melihat masih ada konsep yang harus diluruskan, pada peta konsep tertulis $T: V \rightarrow W$ sebagai transformasi identitas, seharusnya untuk transformasi identitas tersebut adalah $T: V \rightarrow V$. Transformasi tersebut haruslah pada ruang vector yang sama.” Respon ini mengindikasikan bahwa mahasiswa tersebut memperhatikan dengan baik apa yang disajikan dan mampu memberikan masukan untuk perbaikan, mahasiswa tersebut telah menunjukkan kemampuannya untuk mengkomunikasikan ide-idenya di kelas.

Presentasi peta konsep telah mendorong mereka melakukan diskusi yang konstruktif. Melalui diskusi kelompok penyaji mendapat masukan yang berharga untuk perbaikan peta konsep yang mereka buat. Berikut adalah contoh-contoh masukan yang diberikan di kelas; “Peta konsep yang dihasilkan sudah bagus, namun akan lebih baik lagi kalau ada penjelasan pada garis yang menghubungkan Ruang Vektor dan Subruang”. Mahasiswa yang lain memberikan saran perbaikan sebagai berikut, “Pada penjelasan tentang definisi dari kombinasi Linear pada bagian $v = k_1v_1 + k_2v_2 + \dots + k_nv_n$, penyaji menyebutkan bahwa $v_1, v_2, \dots, v_n$ adalah vector-vector komponen dari V ; menurut saya itu bukanlah vector-vector komponen, tetapi hanya vector-vector di Ruang Vektor V .” Apa yang disampaikan oleh mahasiswa tersebut menunjukkan kemampuan mereka mengkritisi (mengkomunikasikan) apa yang mereka amati. Dengan adanya masukan seperti ini, manfaatnya tidak hanya diperoleh oleh penyaji tetapi juga oleh mahasiswa yang lain.

PENUTUP

Pemberian tugas merancang peta konsep memungkinkan mahasiswa untuk mengembangkan kemampuan komunikasi matematika mereka terutama yang menyangkut pada aktifitas berikut; (1) mengekspresikan ide-ide matematika, (2) memperluas pengetahuan matematika melalui berbagi pengetahuan dengan mahasiswa lainnya, (3) mempresentasikan ide-ide matematika dengan gambar, diagram, dan symbol-

simbol, (4) menyajikan, mendiskusikan, menulis, dan membaca konsep dan ide matematika.

PUSTAKA

- [1] NCTM. (2000). Principles and standards for school mathematics. www.nctm.org
- [2] The Oklahoma State. (2009). Priority academic students skills. www.ok.gov/sde/files/C3%20PASS%20math.pdf
- [3] Sunal, C. S., & Hass, M. E. (2002). *Social studies for the elementary and middle grades: A constructivist approach*. Bosto, MA: Allyn & Bacon.
- [4] Jadallah, E. (2000). Constructivist learning experiences for social studies education. *The Social Studies*, 19(5), 221-225.
- [5] Jonassen, D. H., Howland, J., Moore, J., & Marra, M. (2003). *Learning to solve problems with technology: A constructivist perspective*. Columbus, OH: Merrill Prentice Hall.
- [6] Bodner, George M. (1986). Constructivism: A Theory of Knowledge. *Journal of Chemical Education*, 63(10), 873-878.
- [7] Sjoberg, S. (2010). Constructivist and learning. folk.uio.no/sveinsj/Constructivism_and_learning_Sjoberg.pdf
- [8] Novak, J D. (1990). Concept mapping: a useful tool for science education. *Journal of Research in Science Teaching*, 27(10), 12.
- [9] Alansari, Widad Musleh. (2010). *Use of concept maps to improve Saudi pre-service teachers' knowledge and perception of teaching social studies*. (PhD), Curtin University, Perth.
- [10] Spinner, Howard. (2002). *Evaluation of an innovative mathematics program in term of classroom environment and students' attitude and conceptual development*. (PhD), Curtin University, Perth.
- [11] Doolittle, P. E. (2001). The need to leverage theory in the development of guidelines for using technology in social studies teacher education. *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education*, 4(1), 501-516.
- [12] Rice, M., & Wilson, E. (1999). How technology aids constructivism in the social studies classroom. *The Social Studies*, 90(1), 28-33.
- [13] Wange, Yongge. (2005). Improving advanced mathematics teaching by adding some modern methods and ideas. *The China Papers*. http://sydney.edu.au/science/uniserve_science/pubs/china/vol5/CP5_maths_03.pdf
- [14] Roberts, Lyn. (1999). Using concept maps to measure statistical understanding. *International Journal of mathematics Education in Science and Technology*, 30(5), 707-717.
- [15] Vacek, J. E. (2009). Using a conceptual approach with concept mapping to promote critical thinking. *Journal of Nursing Education*, 48(1), 45-48.
- [16] Brinkmann, Astrid. (2005). Knowledge maps tools for building structure in mathematics. 1-10. <http://www.cimt.plymouth.ac.uk/journal/brinkmann.pdf>
- [17] Novak, J D. (1991). Clarify with concept maps. *Science Teacher*, 58(7), 44-49.

- [18] Ross, B., & Munby, H. (1991). Concept mapping and misconceptions: A study of high school students' understanding of acids and bases. *International Journal of Science Education Studies in Mathematics*, 13(1), 11-24.
- [19] BouJaoude, Saouma, & Attieh, May. (2008). The effect of using concept maps as study tools on achievement in chemistry. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 4(3), 233-246.
- [20] Syarifuddin, Hendra. (2013). *Effectiveness of the use of Activity, Classroom Discussion, and Exercise (ACE) teaching cycle in Elementary Linear Algebra Course at Padang State University*. (PhD), Curtin University, Perth. Retrieved from http://espace.library.curtin.edu.au/R?func=dbin-jump-full&local_base=gen01-era02&object_id=192224
- [21] Greenwood, D.J., & Levin, M. (1998). *Introduction to action research: Social research for social change*. Thousand Oaks: Sage Publication.

**PENERAPAN STRATEGI PEMBELAJARAN BERBASIS INKUIRI DALAM
PELAKSANAAN MATA KULIAH SISTEMATIKA TUMBUHAN TINGKAT
RENDAH PADA MAHASISWA PROGRAM STUDI PENDIDIKAN BIOLOGI
UNIVERSITAS RIAU**

**IMPLEMENTATION OF INQUIRY BASED LEARNING STRATEGIES IN LOW LEVEL
OF PLANT SYSTEMATICS SUBJECT COLLEGE STUDENT OF BIOLOGY
EDUCATION UNIVERSITY OF RIAU**

Irda Sayuti

Universitas Riau
Lecturer of Biology Faculty of Teacher Education Program University of Riau
irdasayuti63@gmail.com

ABSTRACT

Action research has been carried out aimed at improving scientific attitude and learning outcomes with the implementation of inquiry based learning strategies in low level of plant systematics subject. Subject of the reseach which was conducted in July 2013 were college student of Biology Education University of Riau F.Y. 2012/2013 which consist of 33 college students. The parameterss used in the study is the result of learning that consist of a scientific attitude of college student consisting of responsibility, curiosity, dicipline, self-confidence as well as absorpion and mastery learning collage student. Data collection in this research are observation form, post test form, and daily test form. Result of the research discover that the absorption of collage student increased from 61% to 74,5% the average of mastery learning increased from 71,69% to 75,36%. It can be concludued based on the research that the implementation of inquiry based learning strategies can improve learning outcomes and collage student scientific attitude.

Keywords: inquiry, result of learning, scientific attitude.

ABSTRAK

Telah dilakukan penelitian tindakan kelas yang bertujuan untuk meningkatkan sikap ilmiah dan hasil belajar pada matakuliah Sistematika Tumbuhan Tingkat Rendah dengan penerapan strategi pembelajaran berbasis inkuiri. Penelitian dilaksanakan pada bulan 2013 dengan subjek penelitian Mahasiswa Pendidikan Biologi Universitas Riau T.A 2012/2013 yang berjumlah 33 orang. Parameter penelitian ini adalah hasil belajar yang terdiri dari sikap ilmiah mahasiswa yang terdiri dari tanggung jawab, keingintahuan, disiplin, dan percaya diri serta daya serap dan ketuntasan belajar mahasiswa. Lembar pengumpulan data dalam penelitian ini berupa lembar observasi, lembar post test, dan lembar ulangan harian. Hasil penelitian menunjukkan bahwa daya serap mahasiswa meningkat dari 61 % menjadi 74,5 %, rata-rata ketuntasan belajar mahasiswa juga mengalami peningkatan dari 73,5 % menjadi 80,1 %. Peningkatan juga terlihat pada sikap ilmiah mahasiswa yaitu 71,69 % menjadi 75,36 %. Berdasarkan hasil penelitian dapat disimpulkan bahwa penerapan strategi pembelajaran berbasis inkuiri dapat meningkatkan hasil belajar dan sikap ilmiah mahasiswa.

Kata Kunci: Inkuiri, hasil belajar, sikap ilmiah

PENDAHULUAN

Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Riau (FKIP UR) merupakan salah satu Lembaga Pendidikan Tenaga Kependidikan (LPTK) yang menghasilkan tenaga

kependidikan berusaha untuk memperbaiki mutu pembelajaran sehingga dihasilkan tenaga guru yang berkualitas dan mampu bersaing menghadapi perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi. Upaya yang dilakukan antara lain dengan penyempurnaan kurikulum dan perbaikan proses pembelajaran. Program Studi Pendidikan Biologi telah melakukan berbagai kegiatan untuk peningkatan kualitas pembelajaran, diantaranya seminar dan lokakarya penyusunan perangkat pembelajaran, penulisan buku ajar, dan penelitian perbaikan pembelajaran melalui Penelitian Tindakan Kelas. Perbaikan pembelajaran pada setiap mata kuliah tidak terlepas dari pemilihan strategi pembelajaran, metode, media dan model pembelajaran yang tepat yang akan digunakan dalam proses belajar mengajar.

Mata kuliah Sistematika Tumbuhan Tingkat Rendah adalah mata kuliah yang diajarkan pada semester genap Program Studi pendidikan Biologi yang perlu pemahaman konsep, karena untuk memahami konsep yang baru diperlukan prasarat pemahaman konsep sebelumnya. Sampai saat ini masih banyak ditemui kesulitan mahasiswa untuk mempelajari dan masih rendahnya hasil belajar Sistematika Tumbuhan Tingkat Rendah. Kompetensi yang diharapkan pada mata kuliah sistematika tumbuhan secara khusus menguasai bidang keilmuan Sistematika Tumbuhan Tingkat Rendah. Kemudian memahami keterampilan ilmiah (keterampilan proses).

Banyak faktor yang menyebabkan rendahnya hasil belajar mahasiswa, salah satunya adalah kurangnya minat mahasiswa menerima pelajaran yang diberikan oleh dosen. Khususnya Sistematika Tumbuhan tingkat Rendah yang dianggap paling membosankan karena banyak hafalan konsep yang kurang diminati oleh mahasiswa, ini dapat dilihat dari hasil ujian mahasiswa yang rendah karena kurangnya pemahaman tentang materi.

Agar penguasaan mahasiswa pada mata kuliah Sistematika Tumbuhan Tingkat Rendah meningkat dalam upaya peningkatan kompetensi Pedagogik diperlukan upaya terus menerus oleh dosen dalam memperbaiki proses belajar mengajar dan suasana pembelajaran yang menyebabkan mahasiswa termotivasi, aktif dan kreatif.

Mahasiswa yang aktif dalam proses pembelajaran cenderung lebih aktif bertanya dan menggali informasi dari dosen maupun sumber belajar yang lain sehingga cenderung memiliki tingkat pemahaman yang lebih. Mahasiswa yang kurang aktif cenderung pasif dalam proses pembelajaran, mereka hanya menerima pengetahuan yang diberikan tanpa mencari sumber belajar yang lain. Berdasarkan permasalahan tersebut, maka perlu dikembangkan suatu metode pembelajaran yang mampu melibatkan peran serta mahasiswa secara menyeluruh sehingga kekuatan belajar tidak hanya didominasi oleh mahasiswa tertentu saja. Apabila mahasiswa mempelajari sains secara inkuiri, mahasiswa dapat menyiasati alam sekitarnya dengan lebih bermakna secara saintifik.

Pendekatan inkuiri merupakan pendekatan pembelajaran yang melibatkan mahasiswa secara aktif dalam menemukan konsep, prinsip teori dan model. Kelebihan dari pendekatan inkuiri ini dapat membangkitkan keingintahuan mahasiswa dan ini dinyatakan dalam bentuk pertanyaan serta mendorong mahasiswa untuk mencari jawaban. Rasa ingin tahu mahasiswa berbeda-beda, semakin besar rasa ingin tahu, semakin kuat keinginan mahasiswa mencari informasi untuk pengetahuan baru, selain mudah dalam mengembangkan kemampuan dan keterampilan berpikir kritis dan kreatif.

Berdasarkan hal diatas maka penelitian ini bertujuan untuk meningkatkan hasil belajar dan sikap ilmiah mahasiswa Biologi pada Mata Kuliah Sistematika Tumbuhan Tingkat Rendah T.A 2012/2013.

METODE PENELITIAN

Penelitian dilaksanakan di mata kuliah Sistematika Tumbuhan Tingkat Rendah Tahun Ajaran 2012/2013 pada materi Bakteri dan Jamur dengan waktu pengambilan data mulai dari Juli 2013. Subjek dalam penelitian ini adalah mahasiswa Pendidikan Biologi FKIP UR Semester Genap 2012/2013 yang berjumlah 33 orang.

Penelitian ini merupakan Penelitian Tindakan Kelas (PTK) yang dilakukan selama 2 siklus. Parameter penelitian yang digunakan adalah hasil belajar, ketuntasan belajar dan sikap ilmiah dengan indikator (a) tanggung jawab, (b) keingintahuan, (c) disiplin, dan (d) percaya diri.

Instrumen dalam penelitian ini meliputi silabus, SAP, LTM, lembar post test, lembar ulangan harian, dan lembar observasi sikap ilmiah. Prosedur penelitian tindakan kelas ini untuk masing-masing siklus mencakup beberapa tahapan yaitu tahap perencanaan, tahap pelaksanaan tindakan, tahap observasi dan tahap refleksi tindakan.

Penelitian dilaksanakan dalam dua siklus dengan masing-masing siklus terdiri dari tahapan-tahapan, yaitu (1) tahap perencanaan, (2) tahap pelaksanaan tindakan, (3) tahap observasi (4) tahap refleksi. Prosedur penelitian dijelaskan sebagai berikut:

Pertama, tahap perencanaan : (1) Menetapkan kelas penelitian yaitu mahasiswa reguler yang mengambil mata kuliah STTR pada semester genap 2012/2013, (2) Menetapkan jadwal dan jumlah siklus, (3) Menetapkan materi dalam proses pembelajaran yaitu Bakteri dan Jamur, (4) Merekonstruksi perangkat pembelajaran, (5) Menyiapkan pedoman penilaian dan lembar observasi, (6) Membagi mahasiswa kedalam beberapa kelompok.

Kedua, tahap pelaksanaan tindakan: dalam setiap pembelajaran dosen mengajar dengan menggunakan strategi pembelajaran berbasis inkuiri. Langkah-langkah pelaksanaan tindakan meliputi (1) Dosen mengajukan pertanyaan-pertanyaan yang berhubungan dengan materi pembelajaran, (2) Dosen melaksanakan pembelajaran di kelas dengan strategi pembelajaran berbasis inkuiri, (3) Guru mengorganisasikan mahasiswa ke dalam diskusi kelas untuk mengerjakan LTM yang kemudian akan dibahas di dalam kelas, (4) Setiap akhir pembelajaran dosen melakukan evaluasi terhadap pemahaman konsep mahasiswa dengan memberikan soal posttest.

Ketiga, tahap observasi dilakukan bersamaan dengan proses pembelajaran pada setiap siklus yang bertujuan untuk mengamati sikap ilmiah mahasiswa selama proses pembelajaran dengan penerapan strategi pembelajaran berbasis inkuiri.

Keempat, tahap refleksi dilaksanakan setelah selesai siklus I dan siklus II. Tujuannya untuk memperbaiki kekurangan pada siklus I, agar pada siklus II proses pembelajaran akan semakin baik dan hasil yang diperoleh sesuai yang diharapkan. Refleksi pada siklus II bertujuan untuk memberikan masukan pada peneliti selanjutnya yang akan menggunakan integrasi pendekatan karakter melalui pendekatan kontekstual.

Analisis data dilakukan dengan analisis deskriptif, nilai daya serap mahasiswa pada setiap pertemuan di rata-rata dan dianalisis peningkatannya, nilai sikap ilmiah mahasiswa pada setiap pertemuan di rata-rata berdasarkan indikatornya, kemudian akan dirata-rata secara keseluruhan dan dikategorikan untuk masing-masing indikator.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Analisis Hasil dan Pembahasan Pelaksanaan

Pelaksanaan siklus I merupakan materi bakteri yang terdiri dari 2 kali pertemuan. Pada siklus II materi jamur yang terdiri dari 2 kali pertemuan.

a. Sikap Ilmiah

Berdasarkan data sikap ilmiah mahasiswa melalui ipenerapan strategi pembelajaran berbasis inkuiri, skor sikap ilmiah untuk tiap-tiap indikator pada siklus I dan siklus II dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1. Rata-rata Sikap Ilmiah Mahasiswa Setelah Penerapan Strategi Pembelajaran Berbasis Inkuiri

No	Indikator	Rata-rata Siklus I	Kategori	Rata-rata Siklus II	Kategori
1	Tanggung jawab	71,59	B	76,52	B
2	Keingintahuan	67,43	C	73,11	B
3	Disiplin	72,73	B	75,76	B
4	Percayadiri	75	B	75,38	B
Rata-rata(%)		71,69	B	75,19	B
Kategori		B		B	

Setelah diterapkannya strategi pembelajaran berbasis inkuiri, maka didapatkan data sikap ilmiah mahasiswa pada siklus I untuk indikator tanggung jawab adalah sebesar 71,59 % (baik) yang mengalami peningkatan pada siklus II menjadi 76,52 % dengan kategori baik. Hal ini juga dapat terlihat dari observasi langsung, dimana pada siklus II mahasiswa telah berinisiatif mencari jawaban dari tugas kelompok berdasarkan berbagai referensi serta dapat mempertanggungjawabkan argumentasi/jawaban yang diberikan selama diskusi kelas. Hal initerjadi karena adanya perubahan proses pembelajaran dari pembelajaran yang bersifat konvensional yang merupakan *teacher centered* menjadi pembelajaran kontekstual yang merupakan *student centered*. Perubahan ini menyebabkan mahasiswa masih terlihat pasif yang cenderung memperlihatkan kebiasaan mereka saat belajar dengan menggunakan metode konvensional. Pembelajaran menjadi bermakna apabila dalam proses kegiatan belajar terjadi secara multi arah, terpadu dan berorientasi pada kepentingan mahasiswa atau *student centered learning* bukannya berpusat pada guru atau *teacher centered learning* [1].

Indikator yang kedua pada sikap ilmiah adalah keingintahuan. Berdasarkan hasil observasi didapatkan data bahwa terjadinya peningkatan sikap keingintahuan siswa dari siklus I sebesar 67,42% (cukup) meningkat pada siklus II menjadi 73,11% dengan kategori baik. Hasil ini didukung oleh kesimpulan dari penelitian sebelumnya yaitu, adanya sifat ingin tahu akan mendorong seseorang untuk belajar [2]. Jadi sikap rasa ingin tahu ini dapat dijadikan sebagai titik tolak keinginan siswa untuk mengikuti proses pembelajaran dengan baik.

Pada pembelajaran ini, siswa membangun sendiri pengetahuannya dengan cara menemukan (*inquiry*). Keuntungan inkuiri adalah mendorong tumbuhnya hubungan kerjasama, memberikan umpan balik yang cepat, memberikan penegasan waktu dalam tugas, berhubungan dengan banyak dugaan, dan tanggap terhadap perbedaan bakat dan cara belajar [3]. Inkuiri dapat mengembangkan kecakapan hidup mahasiswa dalam

bekerjasama, merumuskan masalah, menganalisis data, serta membuat kesimpulan. Selain itu, juga dapat mengembangkan kecakapan hidup mahasiswa dalam berkomunikasi baik secara lisan maupun tertulis.

Indikator sikap ilmiah selanjutnya adalah disiplin, rata-rata sikap ilmiah siswa untuk indikator disiplin pada siklus I adalah 72,73 % (baik) dan pada siklus II menjadi 75,76 % (baik). Berdasarkan rata-rata setiap siklus telah tampak adanya peningkatan sikap disiplin mahasiswa, yang dapat dilihat dari ketepatan waktu mahasiswa mengumpulkan LKM, dan tidak melakukan hal yang tidak relevan dengan pembelajaran selama proses pembelajaran. Hal ini dapat diprediksi karena sesuai pendapat peneliti sebelumnya yang menyatakan keunggulan inkuiri yaitu menekankan pada pengembangan kognitif, afektif, dan psikomotor secara seimbang [4].

Indikator percaya diri mencakup keberanian mahasiswa dalam bertanya dan menanggapi pertanyaan dari dosen dan teman sejawat, mengerjakan kegiatan sesuai dengan petunjuk di LKM serta mengerjakan tugas sesuai dengan pendirian. Rata-rata Sikap ilmiah mahasiswa pada indikator percaya diri untuk siklus I adalah 75% dengan kategori baik dan pada siklus II meningkat menjadi 75,38 % (baik). Rata-rata sikap ilmiah pada indikator ini merupakan yang paling tinggi jika dibandingkan dengan indikator lainnya. Hasil penelitian ini senada dengan pendapat ahli yang menyatakan bahwa pembelajaran berbasis inkuiri memberikan pengalaman-pengalaman kepada siswa secara nyata dan aktif [5]. Siswa diharapkan mengambil inisiatif sendiri cara memecahkan masalah, mengambil keputusan dan mendapatkan keterampilan.

Berdasarkan analisis data di atas dapat disimpulkan bahwa terjadi peningkatan untuk semua indikator sikap ilmiah yang diobservasi dari siklus I ke siklus II.

b. Hasil Belajar

Dari hasil penelitian yang dilakukan di mata kuliah Sistemika Tumbuhan Tingkat Rendah pada TA.2012/2013 dapat dilihat hasil belajar siswa yang meliputi daya serap dan ketuntasan belajar siswa secara individual berdasarkan nilai post test dan nilai ulangan harian siklus I dan siklus II.

Tabel 2. Rata-rata Daya Serap Mahasiswa Setelah Penerapan Strategi Pembelajaran Berbasis Inkuiri

No	Interval (Kategori)	Post test		Rata-rata	Post test		Rata-rata
		1 (Jlh(%))	2 (Jlh(%))		1 (Jlh(%))	2 (Jlh(%))	
1	76-100 (Sangat Baik)	4 (12,12)	14 (42,42)		13 (39,39)	31(93,9)	
2	66-75 (Baik)	10 (30,30)	13 (39,39)		10 (30,30)	2 (6,06)	
3	51-65 (Cukup)	14 (42,42)	6 (18,18)		6 (18,18)		
4	45-50 (Kurang)	3 (9,09)			2 (6,06)		
5	<45 (Gagal)	2 (6,06)			2 (6,06)		
Rata-rata (%)		61	74,5	73.5	70	85,2	77,6
Kategori		C	B	B	B	SB	SB

Rata-rata nilai daya serap mahasiswa p dari nilai posttest siklus I adalah 73,5% yang tergolong dalam kategori baik. R Pada pertemuan 1, rata-rata nilai post test mahasiswa adalah 61% (kurang), mengalami peningkatan pada pertemuan 2 menjadi 74,5% dengan kategori baik. Pada siklus I ini telah tampak adanya peningkatan nilai daya serap mahasiswa dari kategori kurang menjadi baik. Rata-rata nilai daya serap mahasiswa pada dari nilai posttest siklus II adalah 77,6% yang tergolong dalam kategori sangat baik. Pada pertemuan 1, rata-rata nilai post test mahasiswa adalah 70% (baik), mengalami peningkatan pada pertemuan 2 menjadi 85,2% dengan kategori sangat baik. Pada siklus I ini telah tampak adanya peningkatan nilai daya serap mahasiswa dari kategori baik menjadi sangat baik.

Adanya kenaikan rata-rata daya serap mahasiswa setiap pertemuan pada penelitian ini sesuai dengan penelitian sebelumnya bahwa, pembelajaran yang diseting dalam kerja kelompok dalam rangka memecahkan masalah telah mampu menunjukkan hasil yang sangat baik [6]. Hal ini diakibatkan karena proses pengkonstruksian pengetahuan dilakukan secara bersama-sama menggantikan proses pembelajaran klasikal dengan sistem ceramah yang proses pengkonstruksian pengetahuan dilakukan sendiri-sendiri sesuai dengan apa yang ditangkap oleh siswa secara individu.

Secara teoritis model pembelajaran inkuiri memberikan kesempatan kepada siswa bekerja seperti ilmuwan yakni merumuskan hipotesis, mengamati, mengukur, menganalisis data, membuat kesimpulan, dan melaporkan hasil eksperimen [7]. Hal ini memberikan kesempatan kepada siswa untuk menumbuhkembangkan sikap ilmiah.

Keberhasilan siswa dalam proses pembelajaran selain dilihat dari daya serap, juga dapat dilihat dari ketuntasan belajar mahasiswa itu secara individual. Ketuntasan belajar mahasiswa diperoleh berdasarkan nilai ulangan harian I dan II. Ketuntasan belajar mahasiswa dapat dilihat pada Tabel 3 berikut :

Tabel 3. Ketuntasan Belajar Mahasiswa pada Siklus I dan Siklus II dari Nilai Ulangan Harian Mata Kuliah Sistematika Tumbuhan Tingkat Rendah Tahun Ajaran 2012/2013

No	Kategori	Siklus I	Siklus II
		Jlh(%)	Jlh(%)
1	Tuntas	33 (100)	33 (100)
2	Tidak tuntas	-	-
Rata-rata (%)		76,8	80,1

Rata-rata nilai ulangan harian mahasiswa pada siklus 1 adalah 76,8 % (Sangat Baik) mengalami peningkatan pada siklus II menjadi 80,1 % (Sangat Baik). Semua mahasiswa tuntas dalam ulangan harian siklus I dan siklus II ini.. Dilihat dari data tersebut dapat disimpulkan bahwa ketuntasan belajar siswa mengalami peningkatan setelah diterapkannya strategi pembelajaran berbasis inkuiri ini. Pembelajaran kontekstual dapat meningkatkan hasil belajar siswa karena dengan pembelajaran kontekstual, siswa akan mengkonstruksi pengetahuan mereka sendiri dari penemuan (*inquiry*) yang mereka lakukan terhadap dunia nyata, sehingga mereka tidak semata-mata hanya menghafal saja melainkan mengalami dan mengkonstruksi sendiri suatu konsep atau pengetahuan yang merupakan proses belajar bagi siswa sehingga belajar menjadi bermakna [8].

Penerapan strategi pembelajaran berbasis inkuiri ini menekankan pada pembentukan informasi pada siswa yang dapat dihubungkan dengan fenomena-

fenomena yang terjadi dalam kehidupan sehari-hari sehingga pembelajaran menjadi lebih bermakna. Adanya pertanyaan pada LTM yang menuntut mahasiswa berpikir tingkat tinggi dengan lingkup kognitif yang lebih tinggi akan melatih siswa dalam memperdalam penguasaan pengetahuan dasar dan berusaha untuk meningkatkan aspek kognitif ke tingkat yang lebih tinggi. Belajar yang bermakna menghadirkan pengetahuan dan proses-proses kognitif yang mahasiswa butuhkan untuk menyelesaikan masalah.

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian dapat disimpulkan bahwa penerapan strategi pembelajaran berbasis inkuiri dapat meningkatkan sikap ilmiah mahasiswa dan hasil belajar mahasiswa Pendidikan Biologi Semester Genap T.A 2012/2013.

Diharapkan kepada peneliti yang ingin meneliti lebih lanjut hendaknya mampu mendesain soal-soal yang lebih bervariasi dan menarik dan memperhitungkan waktu ketika mendesain perangkat pembelajaran.

PUSTAKA

- [1] Habermas, Jurgen. 2006. Communication Theory. *Procedia Of Poltical Communication*. Volume 16, issue 4, page 411-426
- [2] Suryabrata, S. 1983. *Metodologi penelitian*. Jakarta: PT Raja Grafindo Persada.
- [3] Irwandi. 2009. Pengaruh Pendekatan Kontekstual dalam Pembelajaran Biologi melalui Strategi Inquiry dan Masyarakat Belajar pada Siswa dengan Kemampuan Awal Berbeda terhadap Hasil Belajar Kognitif di SMA Negeri Kota Bengkulu. *Jurnal Kependidikan Triadik*. Vol. 12 No 1.
- [4] Sanjaya, Wina. 2006. *Strategi Pembelajaran Berorientasi Standar Proses Pendidikan*. Kencana Prenada Media Group: Jakarta.
- [5] Nurhadi. 2003. *Pendekatan Kontekstual*. Jakarta : Kencana Media Group.
- [6] Setiawan, 2008. Penerapan Pengajaran Kontekstual Berbasis Masalah Untuk Meningkatkan Hasil belajar Biologi Siswa Kelas X 2 SMA Laboratorium Singaraja. *Jurnal Penelitian dan Pengembangan Pendidikan*. 2(1):42-59
- [7] Mardana, I. B. P., Sudiatmika, A. A. I. R., & Suwindra, P. 1998. Intensifikasi pelaksanaan kegiatan labolatorium dalam pembelajaran IPA sebagai upaya meningkatkan minat, sikap ilmiah, dan prestasi belajar IPA siswa kelas II SLTP Negeri 1 Singaraja. *Laporan Penelitian*. Singaraja: STKIP Singaraja.
- [8] Suryawati, Evi. 2008. The challenge and problem of biology teachers In conducting inovation learning. *Seminar Proceeding of The First International Seminar of Science Education*, hlm. 189-193.

**PENGUNAAN NOMOR BARIS BALOK DALAM PEMBELAJARAN
KOOPERATIF MATEMATIKA PADA HASIL BELAJAR SISWA SDNDI
PEKANBARU**

**USAGE OF BEAM LINE NUMBER ON A COOPERATIVE LEARNING OF
MATHEMATICS FOR FOURTH YEAR OF SDN 164 STUDENTS IN PEKANBARU**

Jalinus, Jesi Alexander Alim

FKIP Pendidikan Matematika Universitas Riau

ABSTRACT

This research is intended to study the effect of using the beam line number within a cooperative learning of mathematics on students' learning outcome. The main objective is to encourage teachers to explore logical reasons of using the media and organizing student teams consisting of 4-5 students. This work was carried out for both students and teachers of SDN 164 by allocating students into experimental classes and control classes. The results showed that the average of study score of the experimental class after the treatment is 71.58 with a total 38 students, while the average value of the control class is 46.06 with a total of 42 students. The difference was found to be significant, where $t_{count} > t_{table}$ ($5.47 > 2.66$). This work may recommend that using the media above mentioned could encourage students' creativity and activity within the students team established.

Keywords: Media beam line number, cooperative learning

ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan untuk mempelajari pengaruh penggunaan nomor baris balok dalam pembelajaran kooperatif matematika pada hasil belajar siswa. Tujuan utamanya adalah untuk mendorong para guru dalam mengeksplorasi alasan logis menggunakan media dan mengorganisir tim mahasiswa yang terdiri dari 4-5 siswa. Karya ini dilakukan untuk para siswa dan guru dari SDN 164 dengan mengalokasikan siswa ke dalam kelas eksperimen dan kelas kontrol. Hasil penelitian menunjukkan bahwa rata-rata skor studi kelas eksperimen setelah treatment adalah 71,58 dengan total 38 siswa, sedangkan nilai rata-rata kelas kontrol adalah 46,06 dengan total 42 siswa. Perbedaan tersebut ditemukan signifikan, di mana $t_{hitung} > t_{tabel}$ ($5.47 > 2.66$). Karya ini dapat merekomendasikan bahwa menggunakan media yang disebutkan di atas bisa mendorong kreativitas dan aktivitas siswa dalam tim siswa dibentuk.

Kata kunci: Media nomor baris balok, pembelajaran kooperatif

PENDAHULUAN

Hakikat pembelajaran matematika menurut Soedjadi dalam Heruman [1], yaitu memiliki objek dan tujuan yang abstrak, bertumpu pada kesepakatan, dan pola pikir yang deduktif. Dari usia perkembangan kognitif, siswa Sekolah Dasar masih terikat dengan objek konkret yang dapat ditangkap oleh panca indera, karena menurut Piaget dalam [1] siswa Sekolah Dasar masih berada pada fase operasional konkret. Kemampuan yang tampak pada fase ini adalah kemampuan dalam proses berpikir untuk kaidah-kaidah logika, meskipun masih terikat dengan objek yang bersifat konkret.

Menurut [1] tujuan akhir pembelajaran matematika di Sekolah Dasar yaitu agar siswa terampil dalam menggunakan berbagai konsep matematika dalam kehidupan sehari-hari. Dalam matematika, setiap konsep yang abstrak yang baru dipahami siswa

perlu segera diberi penguatan, agar mengendap dan bertahan lama dalam memori siswa, sehingga akan melekat dalam pola pikir dan pola tindakannya. Untuk itu, maka diperlukan adanya pembelajaran melalui perbuatan dan pengertian, tidak hanya hafalan atau mengingat fakta saja, karena hal ini akan mudah dilupakan siswa. Seperti pepatah Cina yang mengatakan, “Saya mendengar maka saya lupa, saya melihat maka saya tahu, dan saya berbuat maka saya mengerti”.

Guru memiliki peran yang sangat penting dalam menentukan kualitas pengajaran yang dilaksanakan. Guru harus memikirkan dan membuat perencanaan yang dapat memberikan rangsangan kepada siswa untuk terlibat langsung dalam proses pembelajaran karena siswa adalah subjek utama dalam belajar. Keterlibatan siswa dalam belajar erat kaitannya dengan sifat-sifat murid, baik yang bersifat kognitif seperti kecerdasan dan bakat maupun yang bersifat afektif seperti motivasi, rasa percaya diri, dan minatnya. Wiliam James dalam Usman [2] melihat bahwa minat siswa merupakan faktor utama yang menentukan derajat keaktifan belajar siswa. Jadi, minat merupakan faktor yang menentukan keterlibatan siswa secara aktif dalam belajar.

Hasil wawancara dengan beberapa guru yang mengajar di SDN 164 Pekanbaru mereka mengajar jarang menggunakan media. Pada kegiatan awal guru membuka pelajaran menjelaskan materi lalu memberi contoh setelah itu memberi latihan sesuai dengan contoh tanpa ada menggunakan media. Media pembelajaran diartikan sebagai semua benda yang menjadi perantara dalam terjadinya pembelajaran. Berdasarkan fungsinya media pembelajaran dapat berbentuk alat peraga dan sarana. Alat peraga matematika adalah seperangkat benda konkret yang dirancang, dibuat, dihimpun atau disusun secara sengaja yang digunakan untuk membantu menanamkan atau mengembangkan konsep-konsep atau prinsip-prinsip dalam matematika [3]. Hudoyo [4] menyatakan bahwa belajar matematika merupakan proses membangun/mengkonstruksi konsep-konsep dan prinsip-prinsip, tidak sekedar terkesan pasif dan statis, namun belajar itu harus aktif dan dinamis. Hal ini sesuai dengan pandangan konstruktivis yaitu suatu pandangan dalam mengajar dan belajar, dimana siswa membangun sendiri arti dari pengalamannya dan interaksi dengan orang lain, sedangkan tugas guru adalah memberikan pengalaman yang bermakna bagi siswa. Sedangkan menurut Piaget taraf berpikir anak Sekolah Dasar adalah masih konkret operasional. Artinya untuk memahami suatu konsep siswa masih harus diberikan kegiatan yang berhubungan dengan benda nyata atau kejadian nyata yang dapat diterima akal mereka. Salah satu media yang digunakan adalah balok garis bilangan adalah alat bantu atau pelengkap yang digunakan guru dalam berkomunikasi dengan para siswa dimana terdapat titik-titik dengan jarak yang sama pada alat peraga itu, kemudian garis itu dikorespondensikan satu-satu dengan bilangan-bilangan. Bilangan 0 dipasangkan dengan titik paling kiri, sehingga bila diurutkan dari arah kiri ke kanan diperoleh bilangan yang semakin ke kanan semakin besar.

Dalam proses pembelajaran siswa jarang di kelompokkan, siswa hanya bekerja secara individu. Dengan belajar secara kelompok banyak hal yang di dapat oleh siswa. Pembelajaran kooperatif merupakan sebuah kelompok strategi pengajaran yang melibatkan siswa bekerja secara berkolaborasi untuk mencapai tujuan bersama. (Eggen dan Kauchak dalam [5]). Selanjutnya dalam [6] dinyatakan kooperatif adalah suatu model pembelajaran dengan menggunakan sistem pengelompokan / tim kecil, yaitu antara empat sampai enam orang yang mempunyai latar belakang kemampuan akademik, jenis kelamin, ras atau suku yang berbeda. Menurut [7] ciri-ciri pembelajaran kooperatif adalah sebagai berikut: 1). Siswa bekerjasama dalam kelompok secara kooperatif untuk

menuntaskan materi belajarnya, 2) Kelompok terbentuk dari siswa yang memiliki kemampuan tinggi, sedang dan rendah, 3) Bilamana mungkin anggota kelompok berasal dari ras, budaya, suku, dan jenis kelamin berbeda-beda.

Dari prinsip prosedur pelaksanaan pembelajaran kooperatif di atas, maka proses pembelajaran kooperatif dapat dilaksanakan dalam beberapa langkah utama yaitu sesuai pada tabel berikut:

Tabel 2.1 Langkah-langkah Model Pembelajaran Kooperatif

Fase	Aktifitas Guru
Fase- 1 Menyampaikan tujuan dan memotivasi siswa	Guru menyampaikan tujuan pelajaran yang ingin dicapai dan memotivasi siswa belajar
Fase- 2 Menyajikan informasi	Guru menyajikan informasi melalui demonstrasi atau lewat bacaan
Fase- 3 Mengorganisasikan siswa ke dalam kelompok kooperatif	Guru menjelaskan kepada siswa cara belajar dalam kelompok dan membantu kelompok agar bekerja efisien
Fase- 4 Membimbing kelompok bekerja dan belajar	Guru membimbing kelompok belajar pada saat mereka mengerjakan tugas mereka
Fase- 5 Evaluasi	Guru mengevaluasi materi yang dipelajari atau kelompok mempresentasikan hasil belajarnya
Fase- 6 Memberikan penghargaan	Guru memberi penghargaan baik hasil belajar individu maupun kelompok

Sumber : Ibrahim, dkk dalam Trianto (2007: 48)

Berdasarkan hal di atas maka penulis tertarik untuk menerapkan pembelajaran melalui media balok garis bilangan dalam tatanan pembelajaran kooperatif matematika siswa kelas IV SDN 164 Pekanbaru.

METODE PENELITIAN

Desain Penelitian

Penelitian ini berbentuk eksperimen dengan dua kelompok sampel yaitu kelompok eksperimen dan kelompok kontrol. Menurut [8] penelitian eksperimen atau percobaan adalah penelitian yang benar-benar untuk melihat hubungan sebab-akibat. Kelompok eksperimen adalah kelompok siswa yang memperoleh pembelajaran dengan strategi *think-talk-write* dalam kelompok kecil. Sedangkan kelompok kontrol merupakan kelompok siswa yang mengikuti pembelajaran biasa dengan metode ekspositori. Pengelompokan subjek dilakukan secara acak. Disain penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah *disain kelompok kontrol pretes-postes*. Disain penelitian tersebut berbentuk:

A O X O

A O O Ruseffendi [8].

Keterangan :

O : *Pretest dan Posttest* (tes hasil belajar),

X: Perlakuan pembelajaran dengan media balok garis bilangan dalam tatanan pembelajaran kooperatif.

Subjek Penelitian

Subjek penelitian ini adalah siswa kelas IV SDN 164 Pekanbaru yang terdiri dari 2 kelas, kelas eksperimen dan kelas kontrol, maka dilakukan pengambilan sampel secara acak dengan teknik *cluster random sampling*.

Waktu dan Tahap Penelitian

Penelitian dilakukan dalam tiga tahap kegiatan, yaitu tahap penyiapan komponen-komponen pembelajaran, tahap implementasi pembelajaran (eksperimen), dan tahap pengolahan dan penulisan hasil penelitian.

Instrumen Penelitian

Untuk memperoleh data dalam penelitian ini digunakan empat macam instrumen, yaitu soal tes hasil belajar, format observasi selama proses pembelajaran, dan skala sikap siswa terhadap pembelajaran dengan menggunakan media balok garis bilangan dalam tatanan pembelajaran kooperatif.

Soal Tes Hasil Belajar

Soal tes hasil belajar digunakan untuk mengukur kemampuan pemahaman dan penalaran matematik siswa. Soal ini disusun dalam dua paket soal, yaitu soal untuk mengukur kemampuan pemahaman dan soal untuk mengukur kemampuan penalaran matematik siswa. Dalam penyusunan soal ini, terlebih dahulu disusun kisi-kisi soal, yang dilanjutkan dengan menyusun soal-soal, membuat kunci jawabannya dan pedoman penskoran tiap butir soal.

Format Observasi

Format observasi digunakan untuk mengukur aktifitas siswa selama proses pembelajaran dan pada waktu tes individu diberikan.

Analisis Data

Terdapat dua jenis data yang dianalisis, yaitu data kuantitatif berupa hasil tes kemampuan pemahaman dan penalaran matematik siswa dan data kualitatif berupa hasil observasi, skala sikap siswa.

Data kuantitatif

Analisis data hasil tes dimaksudkan untuk mengetahui besarnya peningkatan hasil belajar matematik siswa. Sehingga data primer hasil tes siswa sebelum dan setelah perlakuan penerapan pembelajaran dengan media balok garis bilangan dalam tatanan pembelajaran kooperatif, dianalisa dengan cara membandingkan skor pretes dan postes. Uji statistik yang digunakan dalam penelitian ini adalah uji perbedaan rata-rata, dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Menghitung rata-rata skor hasil pretes dan postes menggunakan rumus

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k x_i}{n}, \quad \text{Ruseffendi [8]}$$

2. Menghitung standar deviasi pretes dan postes menggunakan rumus:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2}{n}}, \quad \text{Ruseffendi [8]}$$

3. Menguji normalitas data skor pretes dan postes, dengan uji Chi Kuadrat

$$\chi^2 = \sum \frac{(f_e - f_o)^2}{f_e} \quad \text{Ruseffendi [8]}$$

f_0 = frekwensi observasi

f_e = frekwensi estimasi

4. Menguji homogenitas varians menggunakan rumus

$$F_{maks} = \frac{S_{besar}^2}{S_{kecil}^2}, \text{ Ruseffendi [8]}$$

5. Jika sebaran data normal dan homogen maka dilakukan uji signifikansi dengan statistik uji t berikut:

$$t = \frac{\bar{X}_e - \bar{X}_k}{\sqrt{s_{x-y}^2 \left(\frac{1}{n_x} + \frac{1}{n_y} \right)}} \text{ dengan } df = n_x + n_y - 2, \text{ dan}$$

$$\text{ragam } s_{x-y}^2 = \frac{s_x^2(n_x - 1) + s_y^2(n_y - 1)}{n_x + n_y - 2}, [8]$$

Apabila data yang diperoleh tidak berdistribusi normal dan tidak homogen, maka pengujiannya menggunakan uji non parametrik pengganti uji-t yaitu uji Mann-Whitney atau uji Wilcoxon dalam [8].

HASIL DAN PEMBAHASAN

Setelah dilakukan penerapan pemebelajaran model kooperatif untuk materi bilangan bulat dengan menggunakan media balok garis bilangan di Kelas IVA (ekperimen) SD Negeri 164 Pekanbaru Tahun Pelajaran 2013/2014. Pada materi operasi hitung penjumlahan dan pengurangan didapat hasil sebagai berikut:

a). Aktivitas Siswa

Keterampilan siswa dalam mengikuti Pembelajaran menggunakan media balok garis bilangan dan belajar dalam kelompok dapat dilihat pada tabel 1.

Tabel 1. Aktifitas dan Kreatifitas Siswa dalam Proses Belajar Mengajar

No	Aspek yang Diamati	Skor Setiap RPP				Skor Rata-rata	Kategori
		1	2	3	4		
1	Pemahaman siswa terhadap balok garis bilangan (LKS)	3	4	4	4	3,75	Sangat Baik
2	Aktivitas siswa	3	3	4	4	3,5	Sangat baik
3	Kreativitas siswa	4	4	4	4	4	Sangat Baik

Aktivitas siswa yang diamati adalah memperhatikan, mendengar, menggunakan media, menyatakan ide, menemukan strategi pemecahan soal dan kemampuan siswa dalam mengemukakan gagasan, serta interaksi antar siswa dalam kelompok. Hasil pengamatan menunjukan kualitas aktivitas siswa/kreatif siswa secara umum berada dalam kriteria antara baik dan sangat baik, berarti pembelajaran menggunakan media

balok garis bilangan dalam tatanan pembelajaran kooperatif dapat meningkatkan aktivitas siswa.

b) Tanggapan Siswa

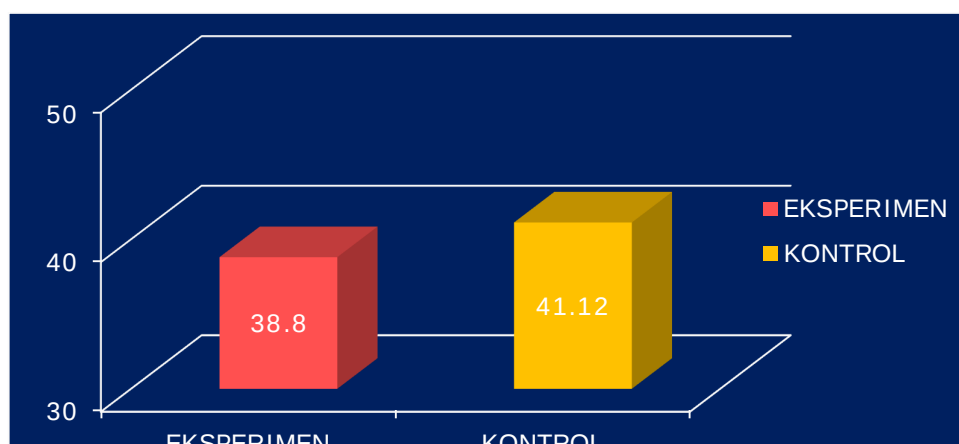
Lembar tanggapan siswa terhadap pembelajaran menggunakan balok garis bilangan dan belajar dalam kelompok dengan indikator Efektifitas Perangkat pembelajar adalah tanggapan siswa menunjukan 90% siswa menyatakan belajar dengan menggunakan media balok garis bilangan dan bekerja sama dalam kelompok menyenangkan dengan alasan menggunakan media dalam belajar matematika mengasikkan, membuat mereka aktif, percaya diri, lebih berani, media yang digunakan siswa membuat mereka kreatif dan dapat membantu menyelesaikan soal. Dengan kata lain hasil jawaban siswa pada lembar observasi siswa menjawab dengan memberi alasan yang logis.

c). Dari Hasil Analisis Data

Hasil penelitian menunjukan bahwa hasil belajar siswa pada materi Bilangan Bulat meningkat, hal ini ditandai dari nilai yang diperoleh siswa setelah diberi perlakuan dengan menggunakan Balok Garis bilangan, dapat juga di lihat dari membandingkan Nilai Rata rata yang diperoleh oleh kelas Ekrimen dan kontrol yaitu 71,58 dan kelas kontor hanya 46,03 dan lebih jelasnya dapat dilihat dari tabel 2 dan 3 Serta diagram Histogram batang untuk lebih meyakinkan dapat dilihat dari hasil uji t yaitu nilai t hitung lebih dari t table.

Tabel 2. Hasil Belajar Pretes Kelas Eksperimen Dan Kelas Kontrol

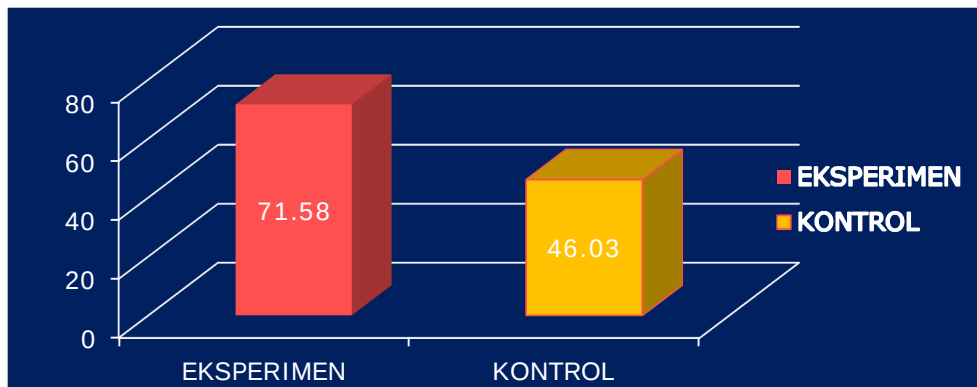
Rata-Rata Dan Deviasi Baku Nilai Pretest Kelas IV.A Dan IV.C Pada Materi Bilangan Bulat Di Sdn 164 Pekanbaru					
Kelas	N	Rata-Rata	Deviasi Baku	Minimum	Maksimum
EKSPERIMEN	39	38,8	20,05	0	80
KONTROL	41	41,12	21,51	0	87



Gambar 1. Nilai Pretes Siswa antara Kelas Esperimen dan Kelas Kontrol

Tabel 3. Hasil Belajar Postes Kelas Eksperimen Dan Kelas Kontrol

Rata-Rata Dan Deviasi Baku Nilai Postest Kelas IV.A Dan IV.C					
Pada Materi Bilangan Bulat Di SDN 164 Pekanbaru					
Kelas	N	Rata-Rata	Simpangan Baku	Minimum	Maksimum
EKSPERIMEN	38	71,58	23,18	20	100
KONTROL	42	46.03	19,3	13,33	100



Gambar 2. Peningkatan Nilai Postes Siswa antara Kelas Esperimen dan Kelas Kontrol

Dari daftar distribusi t dengan peluang 0,99 dan dk = 78, didapat $t_{0,99} = 2,66$

Dari penelitian didapat $t = 5,47$ dan ini lebih besar dari $t = 2,66$. Jadi $H_0: \mu_1 = \mu_2$ ditolak, dengan kata lain, kedua rata-rata skor/nilai postes adalah tidak sama (ada perbedaan yang signifikan). Jadi pada akhir penelitian ini skor/nilai siswa dalam pembelajaran bilangan bulat antara kelas eksperimen dan kelas kontrol adalah tidak sama.

SIMPULAN DAN SARAN

Simpulan dalam penelitian ini adalah Penggunaan Media Balok Garis Bilangan didalam pembelajar Bilangan Bulat efektif untuk meningkatkan kualitas pembelajaran dan hasil belajar siswa kelas IV SDN 164 Pekanbaru Riau. Efektifitas yang dicapai dalam penelitian ini adalah dapat meningkatkan aktivitas Pengajar dan siswa dalam pembelajaran dan dapat meningkatkan hasil belajar siswa khususnya pada materi Bilangan Bulat.

Dilihat dari kesimpulan maka saran dari penelitian ini adalah diharapkan Langkah-langkah pembelajaran menggunakan Balok Garis Bilangan dalam penelitian ini berdampak positif terhadap pemahaman/penguasaan siswa pada materi Bilangan Bulat . Untuk itu disarankan kepada peneliti/guru yang tertarik dengan menggunakan Media Balok Garis Bilangan agar dapat merancang atau memodifikasi pembelajaran untuk topik yang sama atau topik yang lain.

Ucapan Terimakasih

Ucapan terimakasih penulis sampaikan pada Bapak Dekan FKIP Prof. Dr. H. M. Nur Mustafa, M.Pd, yang telah memberikan kesempatan dan dana untuk melakukan penelitian ini.

PUSTAKA

- [1] Heruman. 2008. Model Pembelajaran Matematika Di Sekolah Dasar. Bandung: Remaja Rosdakarya
- [2] Al-Khailili, A. A. (2005). *Mengembangkan Kreativitas Anak*. Jakarta: Al-Kautsar.
- [3] Andriany, R. (2003). *Peningkatan Keterampilan Berpikir Kritis melalui Model Pembelajaran dengan Pendekatan Keterampilan Proses pada Konsep Struktur Tumbuhan*. Tesis pada PPS UPI. Bandung: Tidak Dipublikasikan.
- [4] Arikunto, S. (2005). *Dasar-Dasar Evaluasi Pendidikan*. Jakarta: Bumi Aksara.
- [5] Astuti, P. S. dan Iriawan, N. (2006). *Mengolah Data Statistik dengan Mudah Menggunakan Minitab 14*. Yogyakarta: Andi.
- [6] Budhi, S. W. (2006). *Matematika SMP 2A*. Bandung: Erlangga.
- [7] Departemen Pendidikan Nasional. (2003). *Kurikulum Standar Kompetensi Matematika Sekolah Menengah Pertama dan Madrasah Tsanawiyah*. Jakarta: Depdiknas.
- [8] Dinas Pendidikan Kota Bandung. (2005). *Kluster Sekolah Berdasarkan Passing Grade Tahun Pelajaran 2005*. Bandung: Dinas Pendidikan Kota Bandung.
- [9] Fraenkel, J.R. dan Wallen, N.E. (1993). *How to Design and Evaluate Research in Education*. Singapore: Mc Graw Hill
- [10] Hamalik, U. (2003). *Pendekatan Baru Strategi Belajar Mengajar Berdasarkan CBSA*. Bandung: Sinar Baru Algensindo.
- [11] Hamzah. (2003). *Meningkatkan Kemampuan Memecahkan Masalah Matematika Siswa Sekolah Lanjutan Tingkat Pertama Negeri di Bandung Melalui Pendekatan Pengajuan Masalah*. Disertasi pada PPS UPI. Bandung: Tidak Dipublikasikan.
- [12] Handayani, E. (2002). *Pengembangan Model Pembelajaran Hasil Kali Kelarutan untuk Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kritis Siswa SMU Kelas 3*. Tesis pada PPS UPI. Bandung: Tidak Dipublikasikan.
- [13] Harsanto, R. (2005). *Melatih Anak Berpikir Analitis, Kritis dan Kreatif*. Jakarta: Grasindo.
- [14] Hassoubah, I. J. (2004). *Cara Berpikir Kreatif dan Kritis*. Bandung: Nuansa.
- [15] Herman, T. (2006). *Pembelajaran Berbasis Masalah untuk Meningkatkan Kemampuan Berpikir Matematika Tingkat Tinggi Siswa Sekolah*

**PENERAPAN PEMBELAJARAN INKUIRI MODEL ALBERTA UNTUK
MENINGKATKAN KEMAMPUAN REPRESENTASI MATEMATIS MAHASISWA
PADA MATA KULIAH KALKULUS I**

**IMPLEMENTATION OF INQUIRY LEARNING OF ALBERTA'S MODEL TO ENHANCE
OF STUDENTS' MATHEMATICAL REPRESENTATION ABILITY AT CALCULUS I**

Kartini, Titi Solfitri

Pendidikan Matematika FKIP Universitas Riau, Pekanbaru

Email: tin_baa@yahoo.com

Jl. Swakarya Perum. Puri Giam Blok E No. 2. Panam – Pekanbaru. HP. 081371863787

ABSTRACT

Mathematical representation ability is important to understand of a mathematical problem. However, the ability of the mathematical representation of students is still low. This study aims to enhance of students' mathematical representation ability at Calculus I through application of inquiry learning of alberta's model. This research is classroom action research. Subjects were students at Calculus I in the first semester of 2012/2013, amounting to 40 people. Analysis of the data used is the t-test to the data enhancement (N-gain) the ability of mathematical representation. The results of this study showed that the average increase (N-gain) the ability of students' mathematical representation in the first cycle is 0.23 (low category) and the second cycle is 0.30 (medium category). These results indicate that the application of inquiry learning of alberta's model can enhance of students' mathematical representation ability at Calculus I.

Key words: Mathematical representation ability, inquiry learning of alberta's model, classroom action research, Calculus I.

ABSTRAK

Kemampuan representasi matematis penting untuk memahami suatu masalah matematis. Namun, kemampuan representasi matematis mahasiswa masih rendah. Penelitian ini bertujuan untuk meningkatkan kemampuan representasi matematis mahasiswa pada mata kuliah Kalkulus I melalui pembelajaran inkuiri model Alberta. Bentuk penelitian ini adalah penelitian tindakan kelas. Subjek penelitian adalah mahasiswa yang mengikuti mata kuliah Kalkulus I pada semester ganjil 2012/2013 yang berjumlah 40 orang. Analisis data yang digunakan adalah uji t terhadap data peningkatan (N-gain) kemampuan representasi matematis. Hasil penelitian ini diperoleh bahwa rata-rata peningkatan (N-gain) kemampuan representasi matematis mahasiswa pada siklus I sebesar 0,23 (kategori rendah) dan pada siklus II meningkat sebesar 0,30 (kategori sedang). Hasil ini menunjukkan bahwa penerapan pembelajaran inkuiri model Alberta dapat meningkatkan kemampuan representasi matematis mahasiswa pada mata kuliah Kalkulus I.

Kata kunci: Kemampuan representasi matematis, pembelajaran inkuiri model Alberta, penelitian tindakan kelas, Kalkulus I.

PENDAHULUAN

Pengajaran matematika tidak sekedar menyampaikan berbagai informasi seperti definisi, teorema, aksioma, dan prosedur untuk dihafal oleh mahasiswa tetapi dosen harus melibatkan mahasiswa secara aktif dalam proses belajar mengajar. Keikutsertaan mahasiswa secara aktif akan memperkuat pemahamannya terhadap konsep-konsep

matematika. Hal ini sesuai dengan prinsip-prinsip konstruktivisme yakni pengetahuan dibangun oleh mahasiswa sendiri, baik secara personal maupun sosial. Pengetahuan tidak dapat dipindahkan dari dosen ke mahasiswa, kecuali melalui keaktifan mahasiswa sendiri untuk menalar, untuk mengkonstruksi terus menerus, sehingga selalu terjadi perubahan konsep menuju kearah yang lebih kompleks. Dosen hanya membantu menyediakan sarana dan situasi agar proses konstruksi mahasiswa berjalan dengan lancar.

Setiap mahasiswa mempunyai cara yang berbeda untuk mengkonstruksikan pengetahuannya. Dalam hal ini, sangat memungkinkan bagi mahasiswa untuk mencoba berbagai macam representasi dalam memahami suatu konsep matematika. Konsep tentang representasi merupakan salah satu konsep psikologi yang digunakan dalam pendidikan matematika untuk menjelaskan beberapa fenomena penting tentang cara berpikir siswa (Janvier dalam [1]). Pengertian sederhana dinyatakan Kalathil dan Sherin [2] bahwa segala sesuatu yang dibuat siswa untuk mengekternalisasikan dan memperlihatkan hasil kerjanya disebut representasi. Dalam pengertian yang paling umum, representasi adalah suatu konfigurasi yang dapat menggambarkan sesuatu yang lain dalam beberapa cara [3].

Sejalan dengan itu representasi dipandang sebagai yang digunakan seseorang untuk memikirkan dan mengkomunikasikan ide-ide matematik dengan cara tertentu. Ostad [4] menyatakan untuk memikirkan dan mengkomunikasikan ide-ide matematika, maka kita perlu merepresentasikannya dengan cara tertentu. Komunikasi memerlukan representasi fisik, yaitu representasi eksternal, dalam bentuk bahasa lisan, simbol tertulis, gambar atau objek fisik.

Pengertian representasi dalam tulisan ini mengacu pada Kartini [5] bahwa representasi matematis adalah ungkapan-ungkapan dari ide-ide matematika (masalah, pernyataan, definisi, dan lain-lain) yang digunakan untuk memperlihatkan (mengkomunikasikan) hasil kerjanya dengan cara tertentu (cara konvensional atau tidak konvensional) sebagai hasil interpretasi dari pikirannya. Selanjutnya, kemampuan representasi matematis adalah kemampuan mengungkapkan ide-ide matematika (masalah, pernyataan, solusi, definisi, dan lain-lain) kedalam salah satu bentuk: (1) Gambar, diagram grafik, atau tabel; (2) Notasi matematik, numerik/symbol aljabar; dan (3) Teks tertulis/kata-kata, sebagai interpretasi dari pikirannya.

Selain itu untuk mengkomunikasikan ide-ide, representasi juga berperan dalam proses penyelesaian masalah matematis. Representasi matematis yang tepat akan memudahkan mahasiswa dalam melakukan pemecahan masalah. Suatu masalah yang rumit akan menjadi lebih sederhana jika menggunakan representasi yang sesuai dengan permasalahan tersebut, sebaliknya konstruksi representasi yang keliru membuat masalah menjadi sukar untuk dipecahkan. Hal ini didukung oleh hasil penelitian Gagne dan Mayer (dalam [6]) menyimpulkan bahwa kemampuan representasi yang baik merupakan kunci untuk memperoleh solusi yang tepat dalam memecahkan masalah. Oleh karena itu kemampuan representasi matematis juga penting dan perlu dikembangkan dalam pembelajaran matematika khususnya dalam mata kuliah Kalkulus I.

Namun demikian berdasarkan pengalaman peneliti sebagai dosen yang mengajar mata kuliah Kalkulus I, kemampuan representasi matematis mahasiswa masih lemah. Hal ini terlihat dari sulitnya mahasiswa menyatakan masalah/soal dengan bentuk yang berbeda dari yang diberikan dosen. Misalnya diberikan $U = \{x \in \mathbb{R} \mid |x - 3| < 1\}$ dan $V = \{x \in \mathbb{R} \mid |x - 5| < 1\}$. Mahasiswa diminta untuk menyatakan U dan V secara geometri

dan dengan kata-kata (verbal). Misalkan a dan b bilangan real, jika hasil kali a dan b adalah bilangan positif, maka (i) a dan b keduanya positif, atau (ii) a dan b keduanya negatif. Mahasiswa diminta menyatakan dengan menggunakan simbol yang sesuai. Rata-rata nilai mahasiswa dari dua soal tersebut hanya 20,08 (skor maksimal 100). Hal ini menyatakan bahwa kemampuan representasi mahasiswa sangat rendah. Kalau kemampuan representasi mahasiswa lemah maka kemampuan pemecahan masalahnya juga lemah, karena untuk menyelesaikan masalah harus terlebih dahulu memahami masalah dengan cara merepresentasikannya dalam bentuk yang mudah dipahami.

Rendahnya kemampuan representasi mahasiswa, menurut analisa peneliti karena mahasiswa sebelumnya jarang diberikan kesempatan untuk menghadirkan representasinya sendiri. Mahasiswa cenderung meniru cara dosen dalam menyelesaikan masalah. Akibatnya, kemampuan representasi matematis siswa tidak berkembang. Oleh karena itu diperlukan suatu upaya untuk meningkatkan kemampuan representasi matematis mahasiswa.

Kemampuan representasi matematis akan berkembang dalam situasi yang memaksa mahasiswa harus menghadirkan representasinya. Oleh karena itu diperlukan suatu pembelajaran yang tepat. Salah satu alternatif pembelajaran yang memungkinkan dapat meningkatkan kemampuan representasi matematis mahasiswa adalah pembelajaran inkuiri model Alberta.

Pembelajaran inkuiri model Alberta adalah pembelajaran yang berbasis inkuiri yakni pembelajaran yang melibatkan mahasiswa secara aktif menyelidiki, menemukan, dan menyelesaikan masalah. Pembelajaran inkuiri model Alberta (IMA) terdiri dari beberapa tahap menurut Donham (dalam [7]) yaitu *planning*, *retrieving*, *processing*, *creating*, *sharing*, dan *evaluating*.

Dalam pembelajaran IMA, setiap awal kegiatan pembelajaran diawali dengan sajian masalah yang menantang yang berfungsi sebagai stimulus awal untuk mendorong mahasiswa berpikir atau melakukan aktivitas mental sehingga akan menjadi titik awal terjadinya proses belajar. Menurut teori Gestalt (dalam [8]), permasalahan tersebut akan menuntut mahasiswa menggunakan pengetahuan yang sudah ada sebelumnya dalam memahami masalah tersebut sehingga mahasiswa akan mendapatkan insight (pemahaman) yang sangat berguna untuk menghadapi masalah-masalah dalam situasi yang lain.

Setelah diberikan masalah, mahasiswa dituntut harus terlibat aktif memahami masalah dengan cara menyatakan atau merepresentasikan masalah tersebut dengan caranya sendiri-sendiri, mengajukan pertanyaan, merencanakan penyelesaian masalah, membuat model matematis dan menyelesaikannya dengan berbagai cara yang mungkin. Kemudian mahasiswa membandingkan dan mengevaluasi jawabannya dengan jawaban temannya. Untuk dapat menyelesaikan masalah mahasiswa harus mengeksplorasi ide-ide matematis, mengumpulkan informasi dan memilih informasi mana yang sesuai dengan masalah tersebut. Dengan demikian, mahasiswa terlatih melakukan kebiasaan-kebiasaan matematis seperti di atas.

Kebiasaan mengeksplorasi ide-ide matematis tersebut akan sangat memungkinkan bagi mahasiswa untuk menyatakan ide-idenya dalam berbagai cara yang mungkin dan melakukan pemecahan masalah dengan menggunakan hubungan yang logis dari apa yang diketahui. Dengan kata lain, kebiasaan mengeksplorasi ide-ide akan dapat mengembangkan kemampuan representasi matematis.

Melalui aktivitas-aktivitas yang dialami mahasiswa dalam setiap tahap pembelajaran inkuiri model Alberta, akan memungkinkan muncul dan berkembangnya kemampuan representasi matematis mahasiswa khususnya dalam mata kuliah Kalkulus I.

Berdasarkan latar belakang di atas, maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah apakah penerapan pembelajaran inkuiri model Alberta dapat memperbaiki proses pembelajaran dan meningkatkan kemampuan representasi matematis mahasiswa pada mata kuliah Kalkulus I?

Adapun tujuan penelitian ini adalah (a) Memperbaiki proses pembelajaran dan meningkatkan kemampuan representasi matematis mahasiswa pada mata kuliah Kalkulus I melalui penerapan pembelajaran inkuiri model Alberta.

METODE PENELITIAN

1.1 Subjek Penelitian

Subjek penelitian ini adalah mahasiswa S1 Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Riau yang mengikuti perkuliahan Kalkulus I pada semester ganjil Tahun 2012/2013 sebanyak 40 orang.

2.2 Disain Penelitian

Penelitian ini adalah penelitian tindakan kelas. Penelitian ini dilakukan dalam dua siklus. Model siklus penelitian tindakan kelas pada penelitian ini berpandu pada [9] yaitu ada empat tahap diantaranya: perencanaan awal, pelaksanaan, pengamatan, dan refleksi. Sebelum memulai tahap tersebut peneliti mulai dengan refleksi awal yakni mengkaji hal-hal yang menjadi penyebab belum optimalnya pencapaian kemampuan pemecahan masalah matematis dalam matakuliah Kalkulus I. Setelah ditetapkan faktor penyebab munculnya masalah, maka solusi yang akan dilakukan adalah menerapkan pembelajaran inkuiri model Alberta. Sehubungan dengan hal ini maka pada tahap perencanaan akan disusun perangkat perkuliahan yang menunjang penerapan pembelajaran inkuiri model Alberta diantaranya adalah Silabus, Satuan Acara Perkuliahan (SAP), dan Lembar Kerja Mahasiswa (LKM). SAP dan LKM dirancang sedemikian rupa sehingga sesuai dengan langkah-langkah pembelajaran pembelajaran inkuiri model Alberta.

Setelah semua perencanaan disiapkan maka selanjutnya diterapkan dalam kegiatan perkuliahan. Selama kegiatan perkuliahan berlangsung, pelaksanaan pembelajaran akan diamati oleh tim peneliti. Hal-hal yang menjadi objek pengamatan adalah proses pembelajaran yang akan dimuat dalam lembar pengamatan. Berdasarkan data yang diperoleh dari pengamatan, kemudian didiskusikan dengan tim peneliti setelah setiap kegiatan perkuliahan selesai. Refleksi ini bertujuan untuk melakukan perbaikan-perbaikan proses pembelajaran yang dipandang belum tepat untuk tindakan berikutnya.

2.3 Instrumen Penelitian

Untuk memperoleh data dalam penelitian ini digunakan dua jenis instrumen yaitu tes dan non tes. Instrumen dalam bentuk tes terdiri dari tes untuk mengukur kemampuan representasi matematis. Instrumen dalam bentuk non tes terdiri dari lembar observasi aktivitas guru dan siswa.

2.4 Teknik Analisis Data

Data yang dianalisis dalam penelitian ini adalah data kuantitatif dan data kualitatif. Data kuantitatif adalah data hasil tes kemampuan representasi matematis. Sedangkan data kualitatif adalah hasil observasi, dan catatan lapangan.

Berdasarkan tujuan penelitian yaitu meningkatkan kemampuan representasi matematis mahasiswa maka untuk melihat keberhasilan tindakan berdasarkan parameter yang diukur digunakan uji statistik yakni uji t . Data yang akan dianalisis untuk membuat kesimpulan penelitian adalah data peningkatan atau *gain* ternormalisasi (*N-gain*) kemampuan representasi matematis. Menurut [10] *gain* ternormalisasi (*N-gain*) ini diperkenalkan oleh Hake dan secara sederhana merupakan *gain* absolut dibagi dengan *gain* maksimum yang mungkin (ideal).

Dalam penelitian ini skor *pretest* adalah skor dasar kemampuan representasi mahasiswa sebelum pelaksanaan tindakan dan skor *posttest* adalah skor kemampuan representasi mahasiswa yang diperoleh setelah dilakukan tindakan pada siklus I dan siklus II.

Hasil perhitungan rata-rata *N-gain* kemampuan representasi mahasiswa, kemudian diinterpretasi dengan menggunakan klasifikasi dari Hake (dalam [10]) berikut.

Tabel 1 Klasifikasi *N-gain* menurut Hake

Nilai <i>N-gain</i> (g)	Klasifikasi
$g > 0,7$	Tinggi
$0,3 < g \leq 0,7$	Sedang
$g \leq 0,3$	Rendah

Sejalan dengan tujuan penelitian yakni memperbaiki proses pembelajaran, maka selain analisis data tentang kemampuan representasi matematis mahasiswa, juga akan dideskripsikan tentang gambaran proses pembelajaran yang berlangsung.

HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Aktivitas Dosen dan Mahasiswa Selama Pelaksanaan Tindakan pada Siklus I

Pada kegiatan awal, aktivitas dosen dan mahasiswa sudah sesuai dengan perencanaan. Pada kegiatan inti, aktivitas mahasiswa pada awal pertemuan terlihat masih bingung. Setelah LKM diberikan, pada tahap *planning*, masing-masing mahasiswa mulai membaca masalah yang diberikan, beberapa diantara mereka sudah mulai menulis atau mencoret-coret sesuai dengan pemahaman masing-masing, tetapi masih banyak yang kelihatan bingung. Dosen membantu mahasiswa yang kesulitan memahami masalah yang ada di LKM dengan cara memberikan pertanyaan yang dapat mengarahkan mahasiswa untuk memahami masalah tersebut. Bantuan yang diberikan dosen tidak sama untuk setiap kelompok, tergantung kesulitan yang dihadapi oleh kelompok tersebut.

Pada tahap *retrieving*, mahasiswa sudah mulai mengisi LKM sesuai dengan perintah/pertanyaan yang ada di LKM. Sebagian besar mahasiswa pada tahap ini, kelihatan mulai bingung tapi hanya sedikit yang mau bertanya. Dosen mendekati kelompok-kelompok yang mulai agak gelisah karena mereka belum paham dan dosen membantu. Dosen menegaskan agar mereka harus bertanya jika ada yang tidak dipahami, bertanyalah terlebih dahulu dengan teman sekelompok. Jika tidak ada yang bisa

menjelaskan, maka boleh bertanya pada dosen. Beberapa kelompok, ada yang melewati pertanyaan-pertanyaan yang ada di LKM, mereka tidak sabar untuk mengerjakan/menyelesaikan masalah yang seharusnya diselesaikan pada tahap *processing*. Pada saat menyelesaikan permasalahan itu mereka belum mengerti padahal penjelasan itu sudah ada pada tahap *retrieving*. Hal ini karena mereka tidak membaca dan memahami betul konsep-konsep yang ada tetapi hanya mengerjakan/mengisi titik-titik saja. Pada pertemuan berikutnya dosen berusaha untuk memperhatikan dengan seksama pekerjaan mahasiswa pada tahap ini agar tidak ada yang melewati pertanyaan yang diberikan.

Hampir setiap pertemuan pada siklus I, tahap *processing* dan *creating* agak terlambat dilakukan karena banyak waktu yang digunakan pada tahap *retrieving*. Sehingga waktunya diperpanjang sekitar 15-30 menit agar tahap *sharing* dan *evaluating* bisa dilakukan. Pada tahap *processing*, masing-masing kelompok berdiskusi untuk memperoleh penyelesaian dari masalah yang diberikan di awal. Ada beberapa kelompok yang masih kesulitan dalam menyelesaikannya, tapi ada juga beberapa kelompok yang sudah memahami masalah tersebut diawal sehingga tidak terlalu sulit menyelesaikannya. Dosen berusaha untuk membantu kelompok yang masih kesulitan. Pada tahap *Creating*, masing-masing kelompok menyiapkan hasil kelompoknya untuk dipresentasikan di depan kelas. Kerjasama kelompok pada tahap ini cukup bagus, masing-masing kelompok ingin menampilkan hasil terbaik dari kelompok mereka. Namun, kreativitas masing-masing kelompok hanya terlihat pada kreasi pada kertas karton yang mau ditempelkan, belum pada kreativitas matematis untuk mendapatkan solusi yang berbeda atau dengan cara yang berbeda.

Pada tahap *sharing* dan *evaluating*, masing-masing kelompok menampilkan hasil dari kelompoknya dengan cara menempelkan karton yang sudah ditulis di papan tulis secara berurutan dari kelompok 1 sampai 10. Kelompok yang ditunjuk untuk menyajikan atau presentasi adalah kelompok yang jelas tulisannya dan hasilnya bagus. Setiap pertemuan, ada 2 sampai 3 kelompok yang tampil untuk presentasi tergantung dari jumlah masalah yang diberikan dalam LKM. Masing-masing kelompok yang presentasi menjelaskan masalah yang ditunjukkan oleh dosen. Kelompok yang lain menanggapi.

Pada kegiatan penutup, dosen membimbing mahasiswa untuk membuat kesimpulan. Pada kegiatan ini, diawal pertemuan belum sesuai dengan perencanaan karena keterbatasan waktu, dosen tak sempat untuk memberikan tugas rumah. Kemudian dosen selalu memperbaikinya pada pertemuan berikutnya.

Berdasarkan uraian mengenai aktivitas dosen dan mahasiswa pada siklus I, dapat dilihat bahwa terjadi peningkatan aktivitas dosen dan mahasiswa pada setiap pertemuannya.

3.2 Aktivitas Dosen dan Mahasiswa Selama Pelaksanaan Tindakan pada Siklus II

Pada siklus II, dosen berusaha untuk memperbaiki kekurangan-kekurangan yang ada pada siklus II berdasarkan refleksi pada siklus I. Pada kegiatan awal tidak ada masalah. Pada kegiatan inti, dosen berusaha memaksimalkan penggunaan waktu di tahap *retrieving*, yaitu dengan cara meminta mahasiswa mempelajari materi yang akan dipelajari di rumah terlebih dahulu. Namun, masih tetap juga kekurangan waktu. Untuk mengatasi hal itu, dosen membagikan LKM untuk pertemuan berikutnya supaya bisa

dipelajari di rumah terlebih dahulu. Hasilnya, memang bisa terlaksana dengan baik setiap tahap-tahap pembelajaran IMA.

Berdasarkan uraian tersebut, dapat disimpulkan bahwa terjadi peningkatan aktivitas dosen dan mahasiswa dalam proses pembelajaran selama siklus II daripada siklus I.

3.3 Kemampuan Representasi Matematis

Gambaran umum mengenai rata-rata Kemampuan Representasi Matematis Mahasiswa (KRM) sebelum dan setelah tindakan disajikan dalam Tabel 1.

Tabel 1 Rata-rata dan *N-gain* Kemampuan Representasi Matematis Mahasiswa sebelum dan setelah tindakan (Siklus I dan Siklus II)

Statistik	Skor Dasar	Siklus I		Siklus II	
		<i>Post-test</i>	<i>N-gain</i>	<i>Post-test</i>	<i>N-gain</i>
Rata-rata	25,42	43,25	0,23	46,95	0,30
Maksimum	70,00	93,33	0,78	86,00	0,77
Minimum	0	4,44	-0,70	0	-0,11
Standar Deviasi	17,62	22,18	0,30	25,37	0,26
Skor Ideal	100,00	100,00	1,00	100,00	1,00

Pada Tabel 1 dapat dilihat bahwa rata-rata KRM mahasiswa setelah mendapat pembelajaran IMA yaitu 43,25 pada siklus I dan 46,95 pada siklus II lebih baik daripada sebelum mendapat pembelajaran IMA yaitu 25,42. Walaupun rata-rata KRM mahasiswa setelah tindakan lebih baik daripada sebelum tindakan, namun rata-ratanya masih rendah. Pada Tabel 1 juga terlihat rata-rata peningkatan (*N-gain*) KRM mahasiswa berturut-turut sebesar 0,23 dan 0,30 pada siklus I dan siklus II. *N-gain* KRM mahasiswa pada siklus I masih kategori rendah, sedangkan pada siklus II meningkat menjadi kategori sedang. Walaupun secara diskriptif terdapat peningkatan KRM mahasiswa, namun perlu diuji apakah peningkatan tersebut signifikan.

Sebelum melakukan uji signifikansi peningkatan KRM mahasiswa setelah mendapat pembelajaran IMA, terlebih dahulu dilakukan uji normalitas distribusi data dengan uji *Kolmogorof-Smirnov* (uji Z). Setelah diperoleh data *N-gain* KRM pada siklus I dan siklus II berdistribusi normal. Selanjutnya, dilakukan uji signifikansi peningkatan KRM pada siklus I dan siklus II. Hasil uji signifikansi peningkatan KRM mahasiswa dengan menggunakan uji-t tunggal disajikan pada Tabel 2.

Tabel 2 Uji Signifikansi Peningkatan KRM Mahasiswa Pada Siklus I dan Siklus II

Siklus	N	Rata-rata	t	dk	Sig.	H ₀
Siklus I	40	0,2663	7,089	39	0,000	Ditolak
Siklus II	40	0,3103	7,907	39	0,000	Ditolak

Pada Tabel 2 terlihat bahwa nilai probabilitas (*sig.*) lebih kecil dari 0,05, artinya H_0 ditolak. Dengan demikian, ada peningkatan secara signifikan KRM mahasiswa setelah mendapat pembelajaran IMA pada siklus I dan siklus II.

Berdasarkan hasil pada Tabel 2 diperoleh bahwa terdapat peningkatan kemampuan representasi matematis mahasiswa setelah melalui pembelajaran inkuiri model Alberta. Hasil ini menunjukkan bahwa tindakan yang dilakukan pada siklus I dan siklus II telah berdampak pada peningkatan kemampuan representasi matematis mahasiswa. Selain itu, berdasarkan analisis aktivitas dosen dan mahasiswa dalam proses pembelajaran yang sudah dijelaskan sebelumnya, juga mengalami perbaikan dari sebelum tindakan. Sejalan dengan (Suyanto [11]) bahwa apabila keadaan setelah tindakan lebih baik daripada sebelum tindakan maka dapat dikatakan tindakan berhasil. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa penerapan pembelajaran inkuiri model Alberta dapat memperbaiki proses pembelajaran dan meningkatkan kemampuan representasi matematis mahasiswa pada mata kuliah Kalkulus I. Hasil yang diperoleh ini sejalan dengan hasil-hasil penelitian sebelumnya bahwa pembelajaran inkuiri model Alberta dapat meningkatkan kemampuan berpikir kritis dan kreatif matematis siswa SMA [12].

Meningkatnya kemampuan representasi matematis mahasiswa melalui pembelajaran IMA karena melalui pembelajaran IMA, mahasiswa dihadapi pada suatu masalah yang harus diselesaikan melalui tahap-tahap pembelajaran IMA. Mahasiswa dituntut harus terlibat aktif memahami masalah dengan cara menyatakan masalah sesuai dengan pemahamannya. Dari kegiatan ini mahasiswa terlatih untuk mengkomunikasikan gagasannya dengan cara merepresentasikan masalah dengan gambar, simbol, ataupun kata-kata. Selain itu, untuk menyelesaikan masalah, mahasiswa harus mengeksplorasi ide-ide matematisnya. Kebiasaan mengeksplorasi ide-ide matematis tersebut akan sangat memungkinkan bagi mahasiswa untuk menyatakan ide-idenya dalam berbagai cara yang mungkin dan melakukan pemecahan masalah dengan menggunakan hubungan yang logis dari apa yang diketahui. Dengan kata lain, kebiasaan mengeksplorasi ide-ide akan dapat mengembangkan kemampuan representasi matematis. Melalui aktivitas-aktivitas yang dialami mahasiswa dalam setiap tahap pembelajaran inkuiri model Alberta, akan memungkinkan muncul dan berkembangnya kemampuan representasi matematis mahasiswa khususnya dalam mata kuliah Kalkulus I.

KESIMPULAN DAN SARAN

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian ini, dapat disimpulkan bahwa penerapan pembelajaran inkuiri model Alberta dapat memperbaiki proses pembelajaran dan meningkatkan kemampuan representasi matematis mahasiswa pada mata kuliah Kalkulus I.

4.2 Saran

Berdasarkan hasil penelitian ini dikemukakan beberapa saran berikut: (a) Pembelajaran inkuiri model Alberta dapat digunakan untuk memperbaiki proses pembelajaran dan meningkatkan kemampuan representasi matematis; (b) Dalam membuat bahan ajar yang digunakan dalam penerapan pembelajaran inkuiri model Alberta, perlu diperhatikan: kesesuaian soal pemecahan masalah yang digunakan dengan kemampuan mahasiswa, dosen perlu mengetahui letak kesulitan mahasiswa

terhadap materi-materi yang agar dosen dapat menyiapkan bantuan yang akan diberikan kepada mahasiswa, sehingga waktu yang digunakan dapat lebih efektif dan efisien.

PUSTAKA

- [1] Radford, L. 2001. *Rethinking Representations*. [Online]. Tersedia: <http://www.matedu.cinvestav.mx/Radford.pdf>
- [2] Kalathil, R.R., & Sherin, M.G. 2000. Role of Students' Representations in the Mathematics Classroom. In B. Fishman & S. O'Connor-Divelbiss (Eds.), *Fourth International Conference of the Learning Sciences* (pp. 27-28). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- [3] Goldin, G. A. 2002. Representation in Mathematical Learning and Problem Solving. In L.D English (Ed). *International Research in Mathematical Education IRME*, 197-218. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- [4] Ostad, S.A. *Memahami dan Menangani Bilangan*. [Online]. Tersedia : http://www.idp-europe.org/indonesia/buku-inklusi/pdf/13-Memahami_dan_Menangan_Bilangan.pdf
- [5] Kartini. 2009. Peranan Representasi dalam Pembelajaran Matematika. *Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika* Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY, 361-371.
- [6] Hwang, et al., 2007. Multiple Representation Skills and Creativity Effects on Mathematical Problem Solving using a Multimedia Whiteboard System. *Educational Technology & Society*, Vol 10 No 2, 191-212.
- [7] Alberta Learning. 2004. *Focus On Inquiry: A Teacher's Guided to Implementing Inquiry-Based Learning*. [Online]. Tersedia: <http://www.learning.gov.ab.ca/k-12/curriculum/bySubject/focusoninquiry.pdf>. [20 Juni 2009].
- [8] Sanjaya, W. 2008. *Strategi Pembelajaran Berorientasi Standar Proses Pendidikan*. Jakarta: Kencana Prenada Media Group.
- [9] Arikunto, S., dkk. 2009. *Penelitian Tindakan Kelas*. Bumi Aksara: Jakarta.
- [10] Meltzer, D. E. 2002. *The Relationship between Mathematics Preparation and Conceptual Learning Gains in Physics: a Possible "Hidden Variable" in Diagnostic Pretest Scores*. Ames, Iowa: Department of Physics and Astronomy. [Online]. Tersedia: http://www.physics.iastate.edu/per/docs/Addendum_on_normalized_gain.pdf [19 Maret 2011].
- [11] Suyanto. 1997. *Pedoman Pelaksanaan Penelitian Tindakan Kelas*. Dikti Depdikbud, Yogyakarta.
- [12] Kartini. 2011. *Peningkatan Kemampuan Berpikir Kritis dan Kreatif Serta Belief Matematis siswa Sekolah Menengah Atas Melalui Pembelajaran Inkuiri Model Alberta*. Disertasi pada PPs UPI Bandung : tidak diterbitkan.

OPTIMALISASI PERKULIAHAN ALJABAR LINEAR I MENGGUNAKAN LEMBAR KERJA MAHASISWA (LKM) DAN PENILAIAN BERBASIS KOMPETENSI

THE COURSE OPTIMIZATON OF LINEAR ALGEBRA I USING STUDENT'S WORKSHEET (LKM) AND COMPETENCE-BASED EVALUATION

Mailizar

Program Studi Pendidikan Matematika FTMIPA Universitas INDRAPRASTA Jakarta
maylizar92@yahoo.co.id

ABSTRACT

The subject of Linear Algebra I is the compulsory subject at the study program of mathematics education. This subject studies about vector and scalar, matrix, system of linear equations and linear independence. Most students get failure for this subject because it is a difficult subject for them. The way how to increase the understanding of the students is by giving teaching material as one of learning source such as student worksheet (LKM). This research is suppose to produce the valid and practical worksheet of Linear Algebra I for students in Mathematics Education Program of Science Mathematics Technical Faculty at Indraprasta University Jakarta. This research applied 4-D Model (define, design, develop and disseminate). This evaluation technique after applying the student worksheet is evaluation based on competence deal with portfolio and written test in the form of quiz. Research data got through the grouping of level from student answer to worksheet (low, middle and high) and the test result of Linear Algebra I learning,. Next the data analyzed with the interaction of Two Ways Anova. The research result concluded that: 1) Worksheet has been valid (including content and construction) from the point of validator view and practical to be used in learning process, 2) Students with low response are more suitable with quiz evaluation and students with middle and high responses are suitable with portfolio.

Keywords: Student Worksheet, Competence-based Evaluation

ABSTRAK

Matakuliah Aljabar Linear I merupakan mata kuliah wajib di Program Studi Pendidikan Matematika. Matakuliah ini mempelajari tentang: vektor dan skalar, matriks, sistem persamaan linear dan kebebasan linear. Pada mata kuliah ini banyak mahasiswa yang mengalami kegagalan, mahasiswa menganggap sebagai mata kuliah yang sulit. Upaya yang dilakukan untuk meningkatkan pemahaman mahasiswa adalah memberikan bahan ajar sebagai salah satu sumber belajar yaitu lembar kerja mahasiswa (LKM). Penelitian ini bertujuan untuk menghasilkan LKM Aljabar Linear I yang valid dan praktikal bagi mahasiswa Program Studi Matematika FTMIPA Universitas INDRAPRASTA Jakarta. Penelitian menerapkan model 4-D (*define, design, develop, dan dissemination*). Teknik penilaian setelah diterapkannya LKM adalah penilaian berbasis kompetensi yang digunakan adalah penilaian portofolio dan tes tertulis yang berbentuk kuis. Data penelitian diperoleh melalui pengelompokan tingkat respon mahasiswa terhadap LKM (rendah, sedang, dan tinggi) dan tes hasil belajar Aljabar Linear I, kemudian data dianalisis dengan Anova Dua Arah dengan interaksi. Hasil penelitian menyimpulkan bahwa: 1) LKM sudah valid (meliputi isi dan konstruk) dari sudut pandang validator, dan praktikal untuk digunakan dalam perkuliahan, 2) mahasiswa dengan respon rendah lebih cocok dengan penilaian berupa kuis, dan mahasiswa dengan respon sedang dan tinggi cocok dengan penilaian berupa portofolio.

Kata Kunci: Lembar Kerja Mahasiswa (LKM), Penilaian Berbasis Kompetensi.

PENDAHULUAN

Tujuan pendidikan nasional yaitu mencerdaskan kehidupan bangsa, salah satu alat bantu mencapai tujuan tersebut adalah dilaksanakannya pembelajaran/perkuliahan matematika. Matematika berguna untuk mengembangkan daya pikir manusia dan membantu manusia dalam menyelesaikan berbagai permasalahan. Sehingga pelajaran matematika diberikan kepada semua peserta didik di sekolah mulai di tingkat sekolah dasar, menengah hingga perguruan tinggi.

Perkuliahan matematika diperlukan karena mempelajari tentang cara berfikir dan mengolah logika, baik secara kuantitatif maupun secara kualitatif [1]. Dalam perkuliahan matematika, dosen harus mengupayakan agar mahasiswa bisa mempunyai kemampuan berpikir dan mengolah logika. Dosen tidak sekedar mentransfer ilmu, tetapi menjadi fasilitator yaitu memfasilitasi mahasiswa untuk menggunakan olah logika dan fikiran dalam perkuliahan dan mengarahkan mahasiswa untuk memaknai perkuliahan. Proses pembelajaran yang baik akan memuat: peran guru/dosen, bahan ajar, dan lingkungan kondusif yang sengaja diciptakan [1]. Sehingga dalam sebuah perkuliahan, perlu usaha sadar dari seseorang dosen untuk membelajarkan mahasiswanya.

Pekerjaan dosen sudah merupakan suatu profesi, yang harus memiliki kompetensi: pedagogik, kepribadian, sosial dan professional. Dalam perkuliahan, mahasiswa bukanlah sebagai objek, tetapi sebagai subjek perkuliahan. Dosen harus mempertimbangkan proses perkuliahan yang akan berlangsung. Proses perkuliahan diharapkan: interaktif, inspiratif, menyenangkan, dan mengajak mahasiswa untuk berpartisipasi aktif.

Perkuliahan Aljabar Linear I merupakan mata kuliah wajib di Program Studi Pendidikan Matematika. Matakuliah ini mempelajari tentang: vektor dan skalar, matriks, sistem persamaan linear dan kebebasan linear. Kemampuan dalam Aljabar Linear I diperlukan oleh mahasiswa, karena mata kuliah ini menjadi prasyarat bagi beberapa mata kuliah lainnya. Pada kenyataannya dalam mengikuti mata kuliah ini banyak mahasiswa yang mengalami kegagalan, mahasiswa menganggap sebagai mata kuliah yang sulit. Mengingat pentingnya matakuliah ini, mahasiswa diharapkan bersungguh-sungguh dalam mengikuti perkuliahan.

Proses perkuliahan yang baik didukung oleh bahan ajar yang tepat. Bahan ajar yang dapat menunjang pelaksanaan perkuliahan salah satunya adalah lembar kerja mahasiswa (LKM). Lembar kerja merupakan panduan bagi peserta didik yang memuat sekumpulan kegiatan yang harus dilakukan untuk memaksimalkan pemahaman dalam upaya pembentukan kemampuan dasar sesuai indikator pencapaian hasil belajar yang harus ditempuh [2]. Sebuah LKM tidak hanya sekedar berisi materi dan soal saja akan tetapi juga memuat aktivitas yang harus dilakukan mahasiswa dan menuntunnya memahami suatu konsep.

Salah satu cara untuk mengatasi masalah dalam perkuliahan Aljabar Linear I adalah, dikembangkan suatu bahan ajar perkuliahan berupa Lembar Kegiatan Mahasiswa (LKM). LKM dikembangkan sesuai dengan materi yang harus dikuasai mahasiswa serta kondisi mahasiswa. LKM memuat konsep-konsep penting yang harus dikuasai mahasiswa, yang merupakan kompetensi yang harus dikuasai mahasiswa.

Suatu perkuliahan membutuhkan motivasi dan keterlibatan mahasiswa, mahasiswa harus tahu: tujuan dari perkuliahan, dan kemampuan yang harus dimilikinya. Penilaian yang dilakukan selama ini, dosen melakukan tes/ulangan baik tulis maupun

lisan, pada saat mid semester maupun ujian akhir semester. Hal ini tidak dapat menggambarkan bagaimana keberhasilan dari proses perkuliahan tersebut. Untuk mengetahui tingkat keberhasilan perkuliahan digunakan penilaian berbasis kompetensi.

Penilaian berbasis kompetensi merupakan prosedur dan cara menilai pencapaian kompetensi oleh peserta didik, atau suatu teknik evaluasi yang harus dilakukan pendidik, yang instrumen penilaiannya dikembangkan mengacu pada indikator-indikator pencapaian kompetensi yang ditetapkan [3]. Penilaian yang dilakukan adalah penilaian kuis dan portofolio.

Penilaian kuis dilakukan setelah melaksanakan satu pokok bahasan materi. Penilaian portofolio yang dimaksud adalah penilaian terhadap kumpulan hasil karya mahasiswa, berupa portofolio dokumen. Mahasiswa mencari literatur dari konsep yang sesuai pokok bahasan, dan menyelesaikan soal-soal pada literatur yang diperoleh. Penilaian portofolio merupakan dokumen hasil pekerjaan peserta didik, yang akan menjadi sumber informasi bagi pendidik dan peserta didik [4].

Tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui: (1) Validitas dan Praktikalitas dari Lembaran Kegiatan Mahasiswa, (2) Pengaruh penilaian berbasis kompetensi dalam Perkuliahan Aljabar Linear I.

METODE PENELITIAN

2.1 Jenis Penelitian

Penelitian ini merupakan gabungan penelitian pengembangan (*development research*) dan penelitian kuasi-eksperimen. Penelitian ini dilakukan untuk: mengembangkan bahan ajar perkuliahan berupa LKM Aljabar Linear I, dan melihat pengaruh penilaian berbasis kompetensi dalam perkuliahan Aljabar Linear I. Penelitian dilakukan pada semester genap tahun akademik 2012/2013.

2.2 Prosedur Penelitian

Model pengembangan LKM Aljabar Linear I dikembangkan dengan model 4-D (*four-D models*), empat tahap pengembangan: pendefinisian (*define*), perancangan (*design*), pengembangan (*develop*) dan penyebaran (*disseminate*) [2]. Langkah prosedur yang dilakukan adalah:

1. Pendefinisian

Pada tahap ini dilakukan analisis kebutuhan yang meliputi:

- a. Berdiskusi dengan teman sejawat, satu tim mata kuliah.
- b. Menganalisis silabus Aljabar Linear I
- c. Menganalisis buku teks Aljabar Linear I

2. Perancangan

Pada tahap ini dirancang format LKM, yang terdiri atas: petunjuk kegiatan, materi, contoh soal, latihan, dan latihan mandiri. LKM dibuat untuk materi satu bab, yaitu Matrik.

3. Pengembangan

Pada tahap ini, LKM yang telah dirancang dilakukan Uji Validitas dan Uji Praktikalitas

Tahap Validitas

Validitas dari LKM menggunakan validitas expert (2 orang teman sejawat), validasi yang digunakan pada LKM adalah:

- a. Validitas isi, yaitu melihat kesesuaian LKM yang telah dirancang dengan silabus mata kuliah Aljabar Linear I
- b. Validitas konstruk, yaitu melihat komponen-komponen LKM dengan indikator yang ditetapkan. Aspek yang divalidasi dapat dilihat pada Tabel 1,

Tabel 1. Aspek Validasi LKM

No	Aspek yang Divalidasi	Indikator
1	Materi	a. Penyajian secara sistematis b. Merupakan materi yang esensial c. Kesesuaian penyajian materi dengan tingkat kognisi mahasiswa d. Kebenaran substansi materi pembelajaran e. Manfaat untuk penambahan wawasan f. Kegiatan yang disajikan mempunyai tujuan yang jelas g. Kegiatan yang disajikan menumbuhkan rasa ingin tahu mahasiswa
2	Bahasa	a. Keterbacaan b. Kejelasan informasi c. Kesesuaian bahasa dengan tingkat kognisi mahasiswa d. Kesesuaian dengan kaidah ejaan yang disempurnakan (EYD) e. Penggunaan bahasa secara efektif dan efisien f. Kejelasan dan ketepatan kalimat yang digunakan g. Bahasa yang digunakan komunikatif
3	Penyajian	a. Kejelasan tujuan yang ingin dicapai b. Urutan sajian c. Pemberian motivasi dan daya tarik d. Interaksi (pemberian stimulasi dan respon) e. Kelengkapan informasi f. Kejelasan langkah-langkah kegiatan
4	Desain	a. Penggunaan font : jenis dan ukuran huruf b. <i>Lay out</i> atau tata letak c. Desain tampilan

Tahap Praktikalitas

Uji praktikalitas menggunakan responden penelitian: teman sejawat (dosen) dan mahasiswa. Aspek pada uji praktikalitas dapat dilihat pada Tabel 2,

Tabel 2 Aspek Praktikalitas LKM

Aspek Praktikalitas	Indikator
Kemudahan Penggunaan	a. Kejelasan petunjuk b. Penggunaan bahasa c. Penggunaan ukuran dan jenis huruf d. Kejelasan materi e. Kejelasan kegiatan pada LKM
Waktu	Kesesuaian waktu
Manfaat LKM	Kebermanfaatan LKM

Setelah diperoleh LKM yang valid dan praktis, LKM digunakan dalam perkuliahan Aljabar Linear I. Dalam hal ini dilakukan penelitian kuasi-eksperimen. Proses perkuliahan melakukan penilaian berbasis kompetensi.

2.3 Instrumen Penelitian

Instrumen yang digunakan adalah sebagai berikut:

1. Angket Validasi LKM

Angket validasi LKM digunakan untuk mengetahui apakah LKM yang sudah dirancang valid atau tidak. Kisi-kisi validasi terhadap LKM mencakup kelayakan materi, bahasa, penyajian dan disain. Pada angket, validator diberi kesempatan untuk menyampaikan saran bagi LKM.

2. Lembar Uji Kepraktisan LKM

Lembar uji kepraktisan meliputi: lembar observasi, angket kepraktisan dan pedoman wawancara. Lembar observasi digunakan untuk melihat keterlaksanaan perkuliahan dengan penggunaan LKM.

Tabel 3 Indikator Lembar Observasi

Aspek	Indikator
Keterlaksanaan pembelajaran dengan menggunakan LKM	a. Kejelasan petunjuk b. Kecukupan waktu c. Kejelasan isi d. Keterlaksanaan kegiatan yang ada dalam LKM e. Kendala-kendala yang dihadapi dalam menggunakan LKM dalam proses pembelajaran

Angket kepraktisan diberikan kepada mahasiswa dan dosen untuk mengetahui bagaimana tanggapannya terhadap LKM yang dikembangkan. Kisi-kisi dan contoh angket kepraktisan dapat dilihat pada Tabel 2. Wawancara dilakukan terhadap mahasiswa, setelah penggunaan LKM dalam perkuliahan. Indikator dan tujuan pada pedoman wawancara sebagai berikut:

Tabel 4 Indikator Pedoman Wawancara

Indikator	Tujuan
Penampilan	Untuk mendapat informasi tentang kemasan/penampilan dan bahasa
Isi	Untuk mengetahui tentang isi LKM
Keterlaksanaan	Untuk mengetahui apakah Kegiatan dalam LKM dapat terlaksana
Waktu	Untuk mengetahui apakah waktu yang digunakan untuk mengerjakan LKM sesuai dengan waktu yang tersedia

3. Tes Hasil Belajar

Efektifitas LKM dilihat dari hasil belajar mahasiswa setelah menggunakan LKM. Hasil belajar dinilai dengan menggunakan penilaian berbasis kompetensi, berupa kuis (menggunakan soal essay), dan penugasan berupa porto folio.

2.4 Teknik Analisis Data

Validitas LKM

Analisis data dilakukan menggunakan skala likert, dengan langkah sebagai berikut :

1. Memberi skor data yang diperoleh dari angket validitas dari expert, untuk masing-masing skala yaitu skor 0 = sangat tidak setuju, skor 1 = tidak setuju, skor 2 = kurang setuju, dan skor 3 = setuju dan skor 4 = sangat setuju.
2. Menentukan nilai rata-rata hasil penilaian dari para validator, tingkat validitas yang dihasilkan mengikuti kriteria sebagai berikut:

Tabel 5: Kriteria Validitas LKM [5]

Rata-rata Penilaian	Kriteria
$V > 3,20$	Sangat Valid
$2,40 < V \leq 3,20$	Valid
$1,60 < V \leq 2,40$	Cukup Valid
$0,80 < V \leq 1,60$	Kurang Valid
$V \leq 0,80$	Tidak Valid

Praktikalitas LKM

Data yang diperoleh dari angket respon dosen dan mahasiswa dikonversikan ke angka, dengan langkah sama dengan konversi data validitas. Selanjutnya data diolah menggunakan teknik persentase, selanjutnya tingkat dari nilai praktikalitas mempedomani tabel berikut:

Tabel 6 Kriteria Praktikalitas LKM [5]

Tingkat Pencapaian (%)	Kriteria
$85 \leq P \leq 100$	Sangat Praktis
$75 \leq P < 85$	Praktis
$60 \leq P < 75$	Cukup Praktis
$55 \leq P < 60$	Kurang Praktis
$P < 55$	Tidak Praktis

Data yang diperoleh dari hasil lembar observasi dan wawancara, dideskripsikan sehingga dapat memberikan informasi yang bermakna.

Pengaruh Penilaian Berbasis Kompetensi

Data yang diperoleh dari penilaian berbasis kompetensi dikelompokkan menjadi kelompok kuis dan porto folio. Sementara itu mahasiswa juga dikelompokkan atas responnya terhadap LKM (yaitu: rendah, sedang dan tinggi). Kemudian data diolah menggunakan Statistik uji Anova Dua Arah dengan Interaksi.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil yang diperoleh pada masing-masing tahapan sebagai berikut

Pendefinisian

Diskusi dengan teman sejawat, satu tim mata kuliah.

Hambatan yang ditemui dalam pelaksanaan perkuliahan Aljabar Linear I. Dari hasil diskusi diketahui bahwa perkuliahan hanya mengacu pada satu buku [6], dan mahasiswa hanya bergantung pada penjelasan dosen dalam memahami materi perkuliahan (mahasiswa belum mampu belajar mandiri).

Analisis silabus Aljabar Linear I

Analisis silabus dimaksudkan untuk mengetahui apakah materi yang diajarkan sudah sesuai dengan kompetensi yang diharapkan. Berdasarkan hasil analisis silabus diketahui bahwa Standar Kompetensi (SK) dari matakuliah ini adalah mahasiswa mempunyai pengetahuan dan pemahaman tentang vektor dan skalar, matriks, sistem persamaan linear dan kebebasan linear. Berdasarkan hasil silabus, bahan ajar LKM yang dikembangkan pada materi Matriks.

Analisis buku teks Aljabar Linear I

Analisis buku teks dilakukan untuk mengetahui kesesuaian antara materi yang ada dalam buku dengan kompetensi dalam silabus. Buku teks yang dianalisis adalah, buku Aljabar Linear karangan Howard Anton. Hasil analisis yang diperoleh adalah, materi pada buku teks sudah sesuai dengan silabus mata kuliah.

Pengembangan

Validitas LKM

Rata-rata hasil validasi dari validator untuk masing-masing indikator LKM berada pada rentang 3,00 s/d 3,67 dengan kriteria valid dan sangat valid. Hasil rata-rata kevalidan pada setiap aspek yang divalidasi adalah:

Tabel 7 Hasil Validasi LKM

Aspek	Rata-rata	Validitas
Materi	3,62	Valid
Bahasa	3,32	Valid
Penyajian	3,51	Valid
Desain	2,15	Cukup Valid
Total	3,15	Valid

Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa hasil validasi LKM adalah valid. Saran validator untuk LKM yang dihasilkan adalah: 1) penyajian konsep diperjelas, dan 2) perhatikan lagi pengetikan LKM.

Praktikalitas LKM

Angket praktikalitas ini diberikan kepada dua orang dosen matematika dan 30 orang mahasiswa yang mengikuti perkuliahan Aljabar Linear I.

Tabel 8 Hasil Uji Praktikalitas

Aspek	Dosen		Mahasiswa	
	Persentase	Praktikalitas	Persentase	Praktikalitas
Kemudahan Penggunaan	81,33	Praktis	77,66	Praktis
Waktu	77,66	Praktis	76,33	Praktis
Manfaat LKM	80,33	Praktis	86,66	Sangat Praktis
Total	79,77	Praktis	80,22	Praktis

Hasil observasi pelaksanaan perkuliahan menggunakan LKM adalah, keterlaksanaan perkuliahan berjalan dengan baik, tanpa kendala.

Hasil wawancara dengan mahasiswa setelah penerapan LKM dalam perkuliahan adalah, untuk masing-masing indikator (penampilan, isi, keterlaksanaan, dan waktu), mahasiswa menyatakan LKM praktis untuk digunakan.

Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa hasil uji praktikalitas LKM adalah praktis.

Pengaruh Penilaian Berbasis Kompetensi

Data yang diperoleh saat penerapan LKM dikelompokkan atas: respon mahasiswa terhadap LKM (rendah, sedang, dan tinggi), dan penilaian berbasis kompetensi (kuis, dan porto folio). Hasil pengolahan data dengan menggunakan statistik Anova Satu Arah dengan Interaksi adalah sebagai berikut,

Tabel 9 Hasil Pengujian dengan Anova

Sumber variasi	Jumlah Kuadrat	Derajat bebas	Rataan Kuadrat	F
Penilaian berbasis kompetensi	1,321	1	1,321	0,945
Respon mahasiswa terhadap LKM	4,742	2	2,371	1,953
Interaksi	12,802	2	6,401	4,578
Galat	243,252	174	1,398	-
Total	262,117	179		

Melihat kepada hasil F-hitung yang diperoleh, dan membandingkan hasil yang diperoleh dengan nilai kritis F-tabel yang diperoleh pada tabel distribusi F, maka disimpulkan:

1. terdapat interaksi antara penilaian berbasis kompetensi dengan respon mahasiswa terhadap LKM.
2. mahasiswa dengan respon rendah lebih cocok dengan penilaian berupa kuis, dan mahasiswa dengan respon sedang dan tinggi cocok dengan penilaian berupa portofolio.

KESIMPULAN DAN SARAN

Penelitian ini merupakan penelitian pengembangan LKM pada matakuliah Aljabar Linear I, dan juga merupakan penelitian kuasi-eksperimen saat diterapkannya LKM dalam perkuliahan. Hasil validasi dan uji Praktikalitas, LKM sudah valid dan praktis. Penggunaan LKM dalam perkuliahan mempunyai pengaruh positif, karena penilaian berbasis kompetensi dapat dilaksanakan, sehingga proses perkuliahan dapat di evaluasi.

Berdasarkan hasil penelitian, dikemukakan saran sebagai berikut:

1. LKM yang dihasilkan dapat dijadikan contoh dalam mengembangkan bahan ajar dalam perkuliahan, khususnya pada matakuliah Aljabar Linear I.
2. Uji coba LKM masih sangat terbatas, hanya pada satu pokok bahasan yaitu Matriks. Sebaiknya LKM dibuat untuk materi yang lebih banyak, sehingga LKM dapat dibuat lebih baik lagi.

PUSTAKA

- [1] Suherman E. 2003. Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer. *Bandung: JICA UPI.*
- [2] Trianto. 2010. *Model Pembelajaran Terpadu.* Jakarta: Bumi Aksara.
- [3] Suwandi S. 2011. *Model-model Asesmen dalam Pembelajaran.* Surakarta: Yuma Pustaka
- [4] Surapranata S, Hatta M. 2004. *Penilaian Portofolio, Implementasi Kurikulum 2004.* Bandung: Rosdakarya
- [5] Riduwan 2010. *Belajar Mudah Penelitian untuk Guru, Karyawan dan Peneliti Pemula.* Bandung: Alfabeta
- [6] Anton H, 2000. *Aljabar Linear Elementer.* Jakarta: Erlangga

**PENGEMBANGAN BAHAN AJAR BERORIENTASI PEMODELAN
MATEMATIKA BERBASIS RME DI SMAN KOTA PADANG**

**THE DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL MODELLING ORIENTED AND RME
BASED LEARNING MATERIAL FOR SENIOR HIGH SCHOOLS IN PADANG**

Media Rosha¹⁾, Yerizon²⁾

^{1), 2)} Departemen Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Padang
mediarosha@gmail.com

ABSTRACT

Students' ability in designing, solving, and interpreting a mathematical model of real problem was not satisfactory. That was because the students did not understand why and what for they learn mathematics. The aim of this research was to design a valid and practical Mathematical Modelling oriented- and RME-based learning material. In the learning material, mathematical concepts were introduced by presenting contextual problems, followed by applying the mathematical concepts, and presenting the findings. The research employed development research approach using 4-D model. The learning material was validated by some experts through discussions and giving a questionnaire. Then, it was tried out to a small group (10) of students in three schools that were different in quality. Data for practicality were collected by giving questionnaires to the experts, teachers, and students. Collected data were analyzed descriptively. The results of the research show that the Mathematical Modelling oriented and RME-based learning material meets the criteria of validity and practicality (according to the experts and users). This research was only conducted for define, design, and development phases, therefore it will be continued to the disseminate phase.

Keywords: Learning Material, Mathematical Modelling, RME

ABSTRAK

Kemampuan siswa cenderung rendah pada kompetensi dasar membangun, menyelesaikan, dan menafsirkan model matematika dari suatu permasalahan nyata. Kemampuan/penguasaan yang rendah, disebabkan karena siswa tidak memahami kegunaan dari matematika. Padahal, apabila siswa mengetahui model matematika suatu permasalahan, maka mereka akan merasakan manfaat dari belajar matematika. Tujuan dari penelitian adalah untuk memperoleh bahan ajar yang valid dan praktikal. Tujuan ini dicapai melalui penelitian pengembangan bahan ajar yang berorientasi pemodelan matematika berbasis *Realistic Mathematics Educations (RME)*. Bahan ajar dibuat menggunakan soal kontekstual dalam memperkenalkan konsep matematika, dilanjutkan dengan menerapkan matematika yang dibahas, dan mengkomunikasikan temuan. Metode penelitian ini menggunakan model pengembangan 4-D. Untuk memperoleh bahan ajar yang valid dan praktis, dilakukan uji coba pada kelompok kecil (10 orang siswa per sekolah) pada tiga sekolah. Masing-masing sekolah mempunyai mutu yang berbeda-beda. Uji validitas menggunakan validator *expert* melalui diskusi dan pemberian angket. Sedangkan uji praktikalitas dilakukan dengan memberikan angket pada: *expert*, guru dan siswa. Bahan ajar yang dihasilkan dinyatakan valid dan praktis, baik oleh validator maupun responden penelitian. Namun demikian, penelitian pengembangan ini baru sampai tahap *define*, *design*, dan *develop* sehingga memerlukan langkah lanjutan, yaitu *dissemination*.

Katakunci: Bahan Ajar, Pemodelan Matematika, RME

PENDAHULUAN

Matematika dipelajari karena penting sebagai bekal hidup. Matematika adalah ilmu yang universal, banyak ilmu lain yang tak bisa berkembang tanpa matematika. Matematika merupakan satu-satunya bidang studi yang dipelajari secara eksplisit mulai dari tingkat sekolah dasar hingga perguruan tinggi. Tujuan pembelajaran matematika salah satunya adalah untuk memperoleh kecakapan matematika tentang “memecahkan masalah yang meliputi kemampuan memahami masalah, merancang model matematika, menyelesaikan model dan menafsirkan solusi yang diperoleh” [1].

Pendekatan pemecahan masalah merupakan fokus dalam pembelajaran matematika. Masalah yang dibahas berupa masalah tertutup atau terbuka, masalah dengan solusi tunggal atau banyak solusi. Untuk meningkatkan kemampuan pemecahan masalah perlu ditumbuhkembangkan keterampilan dalam pemodelan matematika. Pemodelan matematika meliputi: memahami masalah; membangun model matematika dari masalah; mencari solusi dari model matematika; dan menafsirkan solusi yang diperoleh kedalam permasalahan awal.

Pemodelan matematika merupakan salah satu cabang ilmu matematika yang mampu memecahkan atau menjawab berbagai permasalahan dalam situasi nyata. Dengan menggunakan model matematika permasalahan yang rumit dapat disederhanakan kedalam bentuk simbol matematika, sehingga mempermudah kita menganalisis permasalahan.

Pada dasarnya matematika adalah abstrak, sehingga banyak siswa mengalami kesulitan dalam belajar matematika.¹ Sementara itu, matematika diajarkan di Indonesia sebagai suatu produk yang siap pakai. Pendekatan pembelajaran RME memperkenalkan matematika sebagai suatu proses, jadi bukan produk jadi. Pembelajaran RME menyajikan pembelajaran secara konkrit realistik sehingga mudah dipahami.

Menurut Freudenthal, agar matematika bernilai, matematika harus dihubungkan dengan realitas, dekat dengan dunia siswa, dan relevan dengan masyarakat. Dengan demikian siswa akan mempelajari matematika jika pembelajaran matematika dimulai dari lingkungan sehari-hari siswa sehingga matematika tidak abstrak bagi siswa [2]. Pendekatan pembelajaran yang dimaksud adalah Realistic Mathematics Education (RME).

De Lange mengemukakan bahwa, RME menerapkan proses pengembangan konsep-konsep dan ide-ide matematika dimulai dari dunia nyata, dan pada akhirnya kita juga perlu untuk merefleksikan hasil-hasil yang diperoleh dalam matematika kembali ke alam nyata. Jadi, proses pembelajaran matematika adalah: dimulai dari sesuatu di dunia nyata, “mematematisasinya”, kemudian membawanya kembali ke dunia nyata [3]. Penjelasan ini menyatakan, prinsip RME menyerupai prinsip pemodelan matematika.

Penjelasan di atas menyatakan bahwa siswa hendaknya mempunyai kompetensi membangun, mencari solusi, dan menafsirkan dari model matematika suatu permasalahan. Pada kenyataannya, siswa memiliki kompetensi yang rendah tentang membangun, mencari solusi, dan menafsirkan dari model matematika suatu permasalahan. Hal ini dapat dilihat pada hasil UN Matematika, selalu saja siswa mempunyai kompetensi rendah pada KD ini.

Buku ajar matematika yang tersedia sebagian besar belum membahas aplikasi materi yang disajikan. Juga terdapat keluhan dari guru tentang pembelajaran KD model matematika ini. Mengacu pada permasalahan, serta belum tersedianya bahan ajar yang berorientasi pemodelan matematika untuk pembelajaran matematika di SMA, maka

perlu dikembangkan dan diimplementasikan bahan ajar berorientasi pemodelan matematika berbasis RME untuk pembelajaran matematika di SMA.

Proses pembelajaran yang baik di dukung oleh bahan ajar yang tepat., bahan ajar yang dapat menunjang pelaksanaan pembelajaran. Diharapkan bahan ajar dapat membantu guru matematika SMA, untuk mengatasi kesulitan mereka dalam melaksanakan pemberian materi ajar yang berlanjut pada penggunaannya dalam pemecahan masalah.

Tujuan penelitian ini adalah untuk mengembangkan dan mengimplementasikan bahan ajar berorientasi pemodelan matematika berbasis RME yang *valid*, dan *praktikal*.

METODE PENELITIAN

Jenis Penelitian

Penelitian ini merupakan penelitian pengembangan (*development research*) Penelitian ini dilakukan untuk: mengembangkan bahan ajar berorientasi pemodelan matematika berbasis RME, yang dapat digunakan dalam pembelajaran matematika SMA. Penelitian dilakukan pada semester ganjil tahun akademik 2013/2014.

Prosedur Penelitian

Model pengembangan bahan ajar berorientasi pemodelan matematika berbasis RME untuk siswa SMA, dikembangkan dengan model 4-D (four-D models) [4]. Empat tahap pengembangan adalah: pendefinisian (*define*), perancangan (*design*), pengembangan (*develop*) dan penyebaran (*disseminate*). Langkah-langkah yang dilakukan adalah:

Pendefinisian

Pada tahap ini dilakukan analisis kebutuhan yang meliputi:

- a. Wawancara dengan guru dan siswa.
- b. Menganalisis kurikulum matematika
- c. Menganalisis buku ajar yang ada di pasaran

Perancangan

Pada tahap ini dirancang prototype dari bahan ajar. Format bahan ajar berorientasi pemodelan matematika berbasis RME, yang terdiri atas: Realistic Mathematics Education, uraian materi, dan pemodelan matematika. Bahan ajar dibuat untuk pokok bahasan: 1) Persamaan kuadrat dan fungsi kuadrat, dan 2) Barisan dan deret.

Pengembangan

Pada tahap ini , bahan ajar berorientasi pemodelan matematika berbasis RME yang telah dirancang dilakukan Uji Validitas dan Uji Praktikalitas

Tahap Validitas

Validitas dari bahan ajar menggunakan validitas expert (3 orang: pakar pemodelan matematika, pakar RME, dan pakar bahasa), validasi yang digunakan pada bahan ajar adalah:

- a. Validitas isi, yaitu melihat kesesuaian bahan ajar berorientasi pemodelan matematika berbasis RME yang telah dirancang dengan kurikulum matematika SMA.
- b. Validitas konstruk, yaitu melihat komponen-komponen bahan ajar dengan indikator yang ditetapkan. Aspek yang divalidasi dapat dilihat pada Tabel 1,

Tabel 1 Aspek Validitas Bahan Ajar

Aspek yang Divalidasi	Indikator
Didaktik	a. Kesesuaian bahan ajar dengan SK KD. b. Tujuan pembelajaran sesuai SK KD c. Masalah yang disajikan sesuai kehidupan sehari-hari d. Masalah memfasilitasi siswa untuk mengkonstruksi pengetahuan e. Penyajian materi melibatkan siswa f. Bahan ajar memotivasi siswa
Isi	a. Kesesuaian materi dan latihan b. Kesesuaian masalah dengan dunia nyata c. Mencakup nilai moral d. Gambar memudahkan siswa e. Gambar representative f. Ukuran gambar proporsional g. Memotivasi siswa
Bahasa	a. Kalimat sesuai kaidah bahasa Indonesia b. Bahasa mudah dipahami c. Kejelasan struktur kalimat
Tampilan	a. Format penulisan yang benar b. Bentuk dan Ukuran huruf c. Gambar yang digunakan terkait materi d. Penempatan ilustrasi dan gambar e. Disain tampilan

Tahap Praktikalitas

Uji coba bahan ajar pada kelompok kecil (10 orang siswa per sekolah) pada tiga sekolah, dimana masing-masing sekolah mempunyai mutu yang berbeda-beda. Uji praktikalitas menggunakan responden penelitian adalah: guru dan siswa. Aspek pada uji praktikalitas dapat dilihat pada Tabel 2,

Tabel 2 Aspek Praktikalitas Bahan Ajar

Aspek Praktikalitas	Indikator
Kemudahan Penggunaan	a. Kejelasan petunjuk b. Penggunaan bahasa c. Penggunaan ukuran dan jenis huruf d. Kejelasan materi e. Kebermanfaatan bahan ajar

Instrumen Penelitian

Instrumen yang digunakan adalah sebagai berikut:

Angket Validasi Bahan Ajar

Angket validasi bahan ajar digunakan untuk mengetahui apakah bahan ajar yang sudah dirancang valid atau tidak. Kisi-kisi validasi terhadap bahan ajar mencakup didaktik, isi, bahasa, dan tampilan. Pada angket, validator diberi kesempatan untuk menyampaikan saran bagi bahan ajar.

Angket Uji Praktikalitas Bahan Ajar

Angket uji praktikalitas diberikan kepada 1 guru dan 10 siswa untuk setiap sekolah (dalam hal ini terdapat 3 sekolah), untuk mengetahui bagaimana tanggapannya terhadap bahan ajar yang dikembangkan.

Pedoman wawancara

Wawancara dilakukan terhadap siswa, setelah membaca dan menggunakan bahan ajar. Indikator dan tujuan pada pedoman wawancara sebagai berikut:

Tabel 3 Indikator Pedoman Wawancara

Indikator	Tujuan
Penampilan	Untuk mendapat informasi tentang kemasan/penampilan dan bahasa
Isi	Untuk mengetahui tentang isi bahan ajar

Teknik Analisis Data

Validitas Bahan Ajar

Analisis data dilakukan menggunakan skala likert, dengan langkah sebagai berikut :

1. Memberi skor data yang diperoleh dari angket validitas dari expert,
 - 4 untuk pernyataan Sangat Setuju (SS)
 - 3 untuk pernyataan Setuju (S)
 - 2 untuk pernyataan Tidak Setuju (TS)
 - 1 untuk pernyataan Sangat Tidak Setuju (STS)
2. Menentukan nilai rata-rata hasil penilaian dari para validator, tingkat validitas yang dihasilkan mengikuti kriteria sebagai berikut:

Tabel 4 Kriteria Validitas Bahan Ajar

Rata-rata Penilaian	Kriteria
$V > 3,20$	Sangat Valid
$2,40 < V \leq 3,20$	Valid
$1,60 < V \leq 2,40$	Cukup Valid
$0,80 < V \leq 1,60$	Kurang Valid
$V \leq 0,80$	Tidak Valid

Praktikalitas Bahan Ajar

Data yang diperoleh dari angket respon dosen dan mahasiswa dikonversikan ke angka, dengan langkah sama dengan konversi data pada validitas. Data diolah menggunakan teknik persentase, selanjutnya nilai praktikalitas mempedomani tabel berikut:

Tabel 5 Kriteria Praktikalitas Bahan Ajar

Tingkat Pencapaian (%)	Kriteria
$85 \leq P \leq 100$	Sangat Praktis
$75 \leq P < 85$	Praktis
$60 \leq P < 75$	Cukup Praktis
$55 \leq P < 60$	Kurang Praktis
$P < 55$	Tidak Praktis

Data yang diperoleh dari hasil wawancara, dideskripsikan sehingga dapat memberikan informasi yang bermakna.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil Analisis kebutuhan

Hasil wawancara dengan guru dan siswa.

Berdasarkan hasil wawancara dengan beberapa guru matematika SMA, guru tidak mampu untuk membuat bahan ajar matematika yang berorientasi pada pemodelan matematika. Guru masih mempunyai keterbatasan dalam membuat model matematika dari suatu permasalahan. Secara umum, pembelajaran materi model matematika, guru-guru masih berpedoman pada buku teks yang disediakan oleh sekolah dan buku pegangan lainnya. Kenyataannya, pembahasan tentang model matematika sangat minim. Wawancara dengan siswa, menghasilkan bahwa siswa akan sangat senang apabila pembelajaran matematika dikaitkan penggunaannya pada permasalahan sehari-hari. Hasil analisis yang telah dilakukan, menunjukkan bahwa siswa dan guru membutuhkan suatu bahan ajar matematika yang berorientasi pemodelan matematika dan berbasis RME.

Hasil analisis kurikulum matematika

Analisis kurikulum dilakukan terhadap standar kompetensi (SK), kompetensi dasar (KD), indikator pencapaian kompetensi (IPK), tujuan pembelajaran dan materi kelas X SMA. Analisis ini menjadi pedoman dalam pengembangan bahan ajar berorientasi pemodelan matematika berbasis RME untuk siswa kelas X SMA. Analisis yang dilakukan terhadap kurikulum matematika untuk kelas X SMA adalah mengenai kesesuaian materi dengan pendekatan RME. Hasil analisis menyimpulkan bahwa materi (persamaan dan fungsi kuadrat, serta barisan dan deret) merupakan materi yang banyak model matematikanya.

Hasil analisis buku ajar yang ada di pasaran

Hasil pemantauan terhadap bahan ajar yang ada di pasaran adalah:

- 1) Bahan ajar yang memuat model matematika hanya materi program linear
- 2) Bahan ajar membuat model matematika yang ada dari suatu soal cerita bukan dari suatu permasalahan
- 3) Bahan ajar tidak menuntun siswa dalam membuat model matematika
- 4) Bahan ajar tidak dimulai dari menyelesaikan masalah kontekstual di sekitar siswa.

Validitas Bahan Ajar

Selama proses validasi terdapat beberapa revisi yang disarankan oleh validator. Rangkuman hasil diskusi dengan validator adalah,

Tabel 6 Rangkuman Saran Validator

Validator	Saran
I	a. Jelaskan tahapan dari RME b. Jelaskan penggunaan bahan ajar dalam proses pembelajaran
II	a. Perhatikan aspek intertwining antar toipik b. Prinsip RME belum tampak dalam bahan ajar
III	a. Contoh soal agar menunjukkan kearifan lokal b. Gambar dan bahasa agar mendukung materi

Dari setiap saran, bahan ajar yang dikembangkan diperbaiki sesuai saran. Empat aspek validasi pada bahan ajar, yaitu: didaktik, isi, bahasa, dan tampilan.

Tabel 7 Hasil Validasi Bahan Ajar

	Pernyataan	Rata-rata	Kategori	Kes.
D i d a k t i k	Bahan ajar dirancang sesuai dengan Standar Kompetensi (SK) dan Kompetensi Dasar (KD)	3,67	Sangat Valid	3,16 Valid
	Tujuan pembelajaran sesuai dengan SK dan KD	3,33	Sangat Valid	
	Masalah yang disajikan dalam bahan ajar terkait dengan pengetahuan umum yang terjadi dalam kehidupan sehari-hari	3,00	Valid	
	Masalah yang disajikan bahan ajar memfasilitasi siswa untuk mengkonstruksi pengetahuannya	3,00	Valid	
	Penyajian materi dapat melibatkan siswa secara aktif dalam menemukan konsep	3,00	Valid	
	Bahan ajar memotivasi siswa berdiskusi dalam pembelajaran	3,00	Valid	
I s i	Terdapat kesesuaian antara materi dan latihan pada bahan ajar	3,33	Sangat Valid	3,09 Valid
	Masalah yang disajikan sesuai dengan dunia nyata siswa	3,33	Sangat Valid	
	Isi bahan ajar mencakup nilai-nilai moralitas dan sosial	2,67	Valid	
	Gambar yang disajikan memudahkan siswa memahami materi	3,33	Sangat Valid	
	Gambar yang disajikan representatif dengan materi	3,33	Sangat Valid	
	Ukuran gambar proposional dengan ukuran kertas bahan ajar	2,67	Valid	
	Memotivasi siswa untuk bertanya dan berdiskusi dengan temannya	3,00	Valid	
B a h a s a	Kalimat yang digunakan sesuai dengan kaidah Bahasa Indonesia yang benar	3,00	Valid	2,78 Valid
	Bahasa yang digunakan pada bahan ajar mudah dipahami oleh siswa kelas X SMA	2,67	Valid	
	Menggunakan struktur kalimat yang jelas dan tidak menimbulkan kerancuan	2,67	Valid	
T a m p i l a n	Bahan ajar ini sudah memenuhi format penulisan yang benar	3,00	Valid	3,07 Valid
	Bentuk dan ukuran huruf yang digunakan dapat dibaca dengan jelas	3,33	Sangat Valid	
	Gambar-gambar yang disajikan pada bahan ajar menarik bagi siswa dan terkait dengan materi	3,00	Valid	
	Penempatan ilustrasi dan gambar pada bahan ajar rapi dan menarik	3,00	Valid	
	Desain tampilan bahan ajar menarik	3,00	Valid	
Rata-rata				3,02 Valid

Hasil validasi keseluruhan dari bahan ajar dapat disimpulkan **bahan ajar valid**.

Praktikalitas Bahan Ajar

Angket praktikalitas ini diberikan kepada tiga orang guru matematika dan 30 orang siswa yang sudah menggunakan bahan ajar.

Tabel 8 Hasil Uji Praktikalitas

Aspek	Guru		Siswa	
	Persentase	Praktikalitas	Persentase	Praktikalitas
Kejelasan petunjuk	81,33	Praktis	77,66	Praktis
Penggunaan bahasa	78,67	Praktis	82,33	Praktis
Ukuran dan jenis huruf	83,33	Praktis	76,67	Praktis
Kejelasan materi	77,66	Praktis	76,33	Praktis
Kebermanfaatan Bahan Ajar	80,33	Praktis	86,66	Sangat Praktis
Total	80,26	Praktis	79,93	Praktis

Hasil wawancara dengan siswa setelah penerapan bahan ajar dalam perkuliahan adalah, untuk masing-masing indikator (penampilan dan isi),

P: Bagaimana tampilan dari bahan ajar berorientasi pemodelan matematika berbasis RME, yang telah diberikan?

S: Tampilannya bagus, berwarna, tampilannya menarik perhatian, tampilannya praktis,

P: Bagaimana isi dari bahan ajar?

S: Isi materi bahan ajar sangat bermanfaat, kita menjadi tau dengan model matematika suatu permasalahan

Siswa menyatakan dari sisi penampilan dan isi, bahan ajar praktis untuk digunakan. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa hasil uji praktikalitas adalah: Bahan Ajar praktikal

KESIMPULAN DAN SARAN

Penelitian pengembangan menghasilkan Bahan Ajar Berorientasi Pemodelan Matematika Berbasis RME. Berdasarkan hasil pada setiap tahapan penelitian diperoleh:

1. Berdasarkan analisis pendahuluan guru dan siswa membutuhkan bahan ajar matematika berorientasi pemodelan matematika berbasis RME.
2. Berdasarkan uji validitas bahan ajar, dinyatakan bahwa bahan ajar yang dihasilkan sudah valid.
3. Berdasarkan uji praktikalitas dengan menggunakan angket dan wawancara dengan siswa, maka bahan ajar dinyatakan siswa praktis digunakan dalam pembelajaran matematika kelas X SMA.

Berdasarkan uji praktikalitas dengan menggunakan angket, maka bahan ajar dinyatakan guru praktis untuk digunakan dalam pembelajaran matematika kelas X SMA. Terdapat beberapa saran berdasarkan kesimpulan dan keterbatasan penelitian ini, yaitu:

1. Bagi guru matematika disarankan agar dapat menggunakan bahan ajar berorientasi pemodelan matematika berbasis RME dalam pembelajaran.
2. Bagi pemerintah khususnya dinas pendidikan kota padang agar dapat mengadakan pelatihan tentang pemodelan matematika bagi guru-guru matematika.

3. Peneliti lain hendaknya dapat melakukan uji coba dan penyebaran pada skala yang lebih luas.

PUSTAKA

- [1] Depdiknas. 2006. *Standar Isi untuk Satuan Pendidikan Dasar dan Menengah*. Jakarta: Departemen Pendidikan Nasional Direktorat Pendidikan Dasar dan Menengah
- [2] Freudenthal, 2002, *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*: Dordrecht: Reidel Company
- [3] De Lang 1999, *Assessment No Change Without Problems*, Netherlands, Freudenthal Institute
- [4] Trianto. 2010. *Mendesain Model Pembelajaran Inovatif-Progresif*. Jakarta: Kencana

PENERAPAN PENDEKATAN PEMBELAJARAN PENDIDIKAN MATEMATIKA REALISTIK TERHADAP KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH MATEMATIS SISWA

APPLICATION OF REALISTIC MATHEMATICS OF EDUCATION LEARNING APPROACH OF MATHEMATICAL PROBLEM-SOLVING STUDENTS ABILITY

Minora Longgom Nasution¹, Mukhni², Nidaul Khairi³

¹ Staf Pengajar Jurusan Matematika FMIPA UNP Padang
Email: minora_nst@yahoo.com
No HP 081374465644

² Staf Pengajar Jurusan Matematika FMIPA UNP Padang

³ Alumni Mahasiswa Jurusan Matematika FMIPA UNP Padang

ABSTRACT

Based on the result of the initial test know mathematical problem-solving ability of students XI IPA SMAN 1 Kecamatan Akabiluri still low. One of the approaches of learning that can be used to improve their ability is approach to learning realistic mathematical of education. The aims of the research are 1) to know the problem-solving of students ability about mathematics 2) to know that problem-solving of students ability about mathematics, approach the learning realistic mathematical of education better than conventional learning. Type of research is a quasi experiment research with *randomized control group only design* with students population class XI IPA SMAN 1 Kecamatan Akabiluri of year 2013/2014. The sample obtained by random sampling technique. Research instrument is analysis of quiz with rubric mathematical problem-solving ability and mathematical problem-solving test ability were analyzed by t-test. The result of mathematical problem-solving has been increase with approach to learning realistic mathematical of education and mathematical problem –solving students ability better than on the ability of students mathematical problems-solving by applying conventional learning .

Keywords: realistic mathematics of education, problem-solving

ABSTRAK

Berdasarkan hasil tes awal diketahui kemampuan pemecahan masalah matematis siswa kelas XI IPA SMAN 1 kecamatan Akabiluru masih rendah. Salah satu pendekatan pembelajaran yang dapat digunakan untuk meningkatkan kemampuan tersebut adalah pendekatan pembelajaran pendidikan matematika realistik. Penelitian ini bertujuan untuk 1).mengetahui perkembangan kemampuan pemecahan masalah matematis siswa 2) mengetahui apakah kemampuan pemecahan masalah matematis siswa dengan penerapan pendekatan pembelajaran pendidikan matematika realistik lebih baik dari pada pembelajaran konvensional. Jenis penelitian adalah penelitian kuasi eksperimen dengan rancangan *randomized control group only design* dengan populasi siswa kelas XI IPA SMAN I kecamatan Akabiluru tahun pelajaran 2013/2014. Sampel diperoleh dengan teknik random sampling. Instrumen penelitian adalah kuis yang dianalisis dengan rubric kemampuan pemecahan masalah matematis dan tes kemampuan pemecahan masalah matematis dianalisis dengan uji-t. Hasil penelitian menunjukkan telah terjadi peningkatan perkembangan kemampuan pemecahan masalah matematis siswa dengan penerapan pendekatan pembelajaran pendidikan matematika realistik dan kemampuan pemecahan masalah matematis siswa tersebut lebih baik dari pada kemampuan pemecahan masalah matematis siswa dengan penerapan pembelajaran konvensional.

Kata kunci: pendidikan matematika realistik, pemecahan masalah

PENDAHULUAN

Tujuan pembelajaran matematika yang dikembangkan oleh Badan Standar Nasional Pendidikan yang menjadi Peraturan Menteri pendidikan Nasional (Permendiknas) Republik Indonesia No. 22 tahun 2006 tentang standar isi salah satu diantaranya yaitu memecahkan masalah yang meliputi kemampuan memahami masalah, merancang model matematika, menyelesaikan model, dan menafsirkan solusi yang diperoleh. Pentingnya kemampuan pemecahan masalah dalam pembelajaran matematika yang harus dikuasai siswa karena sebagian besar komponen standar kompetensi (SK) dan kompetensi dasar (KD) matematika terdapat kemampuan pemecahan masalah. Hal ini mengindikasikan bahwa siswa tidak hanya diminta untuk belajar mengenai teori atau konsep yang ada pada mata pelajaran matematika tetapi juga mampu untuk memecahkan masalah matematika tersebut. Hal ini sejalan dengan pendapat Shadiq [1] yaitu Inti dari belajar memecahkan masalah oleh siswa ialah untuk membuat siswa terbiasa mengerjakan soal-soal yang tidak hanya ingatan saja. Tetapi siswa juga harus bisa menyelesaikan soal-soal yang menantang dan soal-soal yang tidak rutin

Kemampuan siswa dalam menyelesaikan soal-soal yang menantang dan tidak rutin tersebut merupakan salah satu dari ciri kemampuan pemecahan masalah matematika. Siswa yang memiliki kemampuan dalam memecahkan masalah matematika dengan soal-soal yang menantang dan tidak rutin tersebut sejatinya tidak hanya berasal dari kemampuan siswa saja, tetapi juga dilatih oleh guru dalam proses pembelajaran. Pemecahan masalah merupakan sarana untuk memungkinkan peserta didik untuk mengkonstruksikan ide-ide matematis. Disamping itu, suatu masalah dapat mengarahkan siswa untuk melakukan investigasi, mengeksplorasi pola-pola, dan berfikir secara kritis. Untuk memecahkan masalah siswa perlu melakukan pengamatan yang cerdas untuk menentukan permasalahan apa sebenarnya yang terjadi, kemudian membuat hubungan, bertanya dan menarik kesimpulan dari solusi permasalahan.

Hal tersebut termuat dalam langkah-langkah yang diperlukan dalam pemecahan masalah yaitu 1). Memahami permasalahan, hal ini dapat dilakukan dengan menulis ulang persoalan yang ada dengan menggunakan bahasa sendiri yang lebih mudah dimengerti oleh peserta didik. 2). Merencanakan cara penyelesaian, hal ini juga dapat dugaan-dugaan jawaban yang mungkin untuk suatu permasalahan. 3). Menjalankan/melakukan rencana yang telah dibuat untuk menyelesaikan masalah sesuai dengan rencana yang telah dibuat sebelumnya. 4). Memeriksa kembali jawaban yang telah dibuat [1].

Berdasarkan langkah-langkah pemecahan masalah tersebut kemampuan pemecahan masalah matematika dapat ditumbuhkan dalam proses pembelajaran jika guru mampu menyusun suatu strategi dan pendekatan pembelajaran yang menuntut peserta didik lebih aktif dalam memecahkan masalah matematika, untuk menumbuhkan kemampuan tersebut guru bisa memulai pelajaran dengan memberikan masalah yang terjadi dalam kehidupan sehari-hari karena pemecahan untuk masalah yang terjadi dalam kehidupan sehari-hari lebih menarik perhatian siswa dari pada masalah yang bersifat abstrak. Siswa dikatakan memiliki kemampuan pemecahan masalah apabila memenuhi indikator-indikator 1). menunjukkan pemahaman masalah, 2). mengorganisasi data dan memilih informasi yang relevan dalam pemecahan masalah, 3). menyajikan masalah secara matematik dalam berbagai bentuk, 4). memilih pendekatan dan metode pemecahan masalah secara tepat, 5). mengembangkan strategi pemecahan masalah, 6).

membuat dan menafsirkan model matematika dari suatu masalah dan 7). menyelesaikan masalah yang tidak rutin.

Kemampuan pemecahan masalah matematika yang baik akan membiasakan individu siswa untuk mampu memecahkan masalah yang ada dalam kehidupan sehari-hari karena kemampuan tersebut telah terlatih dalam proses pembelajaran. Pentingnya kemampuan pemecahan masalah untuk siswa juga memberikan motivasi kepada mereka untuk menjawab soal-soal yang lebih menantang yaitu soal-soal dengan tingkat kesulitan yang lebih tinggi.

Proses pembelajaran yang menuntun untuk mengembangkan kemampuan pemecahan masalah matematis siswa diperkirakan salah satu diantaranya adalah pembelajaran realistik. Hal ini disebabkan karena masalah yang rumit akan lebih mudah dimengerti dan diselesaikan jika masalah tersebut merupakan masalah yang berasal dari kehidupan sehari-hari. Pembelajaran yang bersifat realistik merupakan pembelajaran yang dimulai dengan masalah-masalah yang terjadi dalam kehidupan sehari-hari untuk membuat peserta didik tertarik untuk menyelesaikannya.

Tes awal yang dilakukan di kelas XI IPA SMAN 1 Kecamatan Akabiluru memuat soal non rutin dengan indikator pemecahan masalah, Berdasarkan hasil dari tes tersebut diperoleh informasi bahwa banyak siswa belum memahami permasalahan yang ada, sehingga untuk merencanakan cara penyelesaiannya tidak mengarah apa yang harus mereka jawab. Dalam menyelesaikan masalah tersebut langkah pertama yang dilakukan ialah siswa harus memahami permasalahan, lalu merencanakan penyelesaian yang akan dilakukan kemudian baru melakukan perhitungan dan terakhir membuat kesimpulan sesuai dengan penyelesaian yang diperoleh. Hal ini sejalan dengan pendapat [1].

Rendahnya kemampuan pemecahan masalah siswa salah satu diantaranya dipengaruhi oleh pendekatan pembelajaran yang digunakan guru. Seseorang akan berusaha untuk memecahkan masalah jika mereka diajarkan tahap-tahap untuk memecahkan masalah, mulai dari mengenali sebuah masalah, memodelkan kedalam matematika hingga mencari solusi untuk permasalahan yang mereka hadapi. Kurangnya kemampuan siswa dalam memecahkan masalah matematika akan berpengaruh kepada sulitnya siswa untuk menghadapi masalah-masalah dalam kehidupan sehari-hari.

Keterampilan serta kemampuan berfikir yang didapat ketika seseorang memecahkan masalah diyakini dapat ditransfer atau digunakan orang tersebut ketika menghadapi masalah di dalam kehidupan sehari-hari, karena setiap orang selalu dihadapkan dengan masalah [2]. Berdasarkan ungkapan tersebut maka pembelajaran pemecahan masalah ialah salah satu tindakan yang dilakukan oleh guru agar siswa termotivasi untuk menerima tantangan. Salah satu pendekatan pembelajaran yang dapat digunakan guru untuk meningkatkan kemampuan pemecahan masalah matematis siswa ialah pendekatan pembelajaran Pendidikan Matematika Realistik (PMR). Hal tersebut disebabkan karena pembelajaran dengan pendekatan PMR melibatkan siswa secara aktif untuk menemukan sendiri konsep matematika yang diawali oleh pemberian masalah-masalah realistik kepada siswa.

Suatu permasalahan realistik tidak harus berupa masalah yang ada di dunia nyata (*real world problem*) dan bisa ditemukan dalam kehidupan sehari-hari siswa. Suatu masalah disebut realistik jika masalah tersebut dapat dibayangkan (*imagineable*) atau nyata (*real*) dalam pikiran siswa. Suatu cerita rekaan dan permainan bisa digunakan sebagai masalah realistik [3]. Sejalan dengan pendapat tersebut seorang guru dapat

membangun imajinasi siswa dengan cerita yang dapat digambarkan siswa dalam pikiran mereka.

Pendekatan pembelajaran matematika realistik tidak dimulai dari definisi, teorema atau sifat-sifat yang selanjutnya diikuti oleh contoh soal. Namun pada PMR sifat-sifat, teorema-teorema itu diharapkan ditemukan kembali oleh peserta didik. Kegiatan pembelajaran PMR dalam pembelajaran di kelas, dimulai dari masalah yang nyata dan memberi kebebasan kepada siswa untuk dapat mendiskripsikan, menginterpretasikan dan menyelesaikan masalah tersebut dengan caranya sendiri sesuai dengan pengetahuan awal yang dimiliki siswa. Setelah itu siswa bisa mengembangkan lebih lanjut pengetahuan tersebut ke tingkat yang lebih tinggi [3]. Pembelajaran matematika realistik pada dasarnya adalah pemanfaatan realitas dan lingkungan yang dipahami siswa untuk mempermudah dan mempermudah proses pembelajaran matematika mencapai tujuan pendidikan matematika secara lebih baik. Realita dalam matematika yaitu hal-hal yang nyata atau kongret yang dapat diamati atau dipahami siswa lewat membayangkan. Sedangkan yang dimaksud dengan lingkungan adalah keadaan yang terjadi dalam kehidupan sehari-hari siswa ataupun lingkungan tempat siswa berada baik di lingkungan sekolah, keluarga maupun masyarakat yang dapat dipahami siswa.

PMR memiliki lima karakteristik yang dirumuskan oleh Treffer dalam [3] yaitu a) Penggunaan konteks: Konteks atau permasalahan realistik digunakan sebagai titik awal pembelajaran matematika, sehingga diharapkan siswa bisa terlibat secara aktif untuk melakukan kegiatan eksplorasi permasalahan b) Penggunaan model untuk mematematisasi progresif: Memodelkan suatu fenomena secara matematis atau membangun konsep matematika dari suatu fenomena c) Pemanfaatan hasil konstruksi siswa d) Interaktivitas e) Keterkaitan: Konsep dalam matematika tidak bersifat parsial namun banyak konsep matematika yang memiliki keterkaitan. Melalui keterkaitan ini suatu pembelajaran matematika diharapkan bisa mengenalkan dan membangun lebih dari suatu konsep matematika secara bersamaan.

Kelima karakteristik pembelajaran dengan pendekatan PMR tersebut digunakan sebagai aktivitas siswa dalam pembelajaran, sehingga diharapkan mampu meningkatkan pemahaman siswa terhadap matematika khususnya kemampuan pemecahan masalah dengan tujuan penelitian untuk 1).mengetahui perkembangan kemampuan pemecahan masalah matematis siswa kelas XI IPA SMAN I kecamatan Akabiluru selama belajar dengan penerapan pendekatan PMR 2) mengetahui apakah kemampuan pemecahan masalah matematis siswa dengan penerapan pendekatan PMR lebih baik dari pada pembelajaran konvensional di kelas XI IPA SMAN I kecamatan Akabiluru

METODE PENELITIAN

Jenis penelitian yang dilaksanakan adalah eksperimen semu dengan rancangan penelitian *Randomized Control Group Only Design*. Populasi penelitian adalah siswa kelas XI IPA SMAN 1 kecamatan Akabiluru. Teknik sampling yang digunakan untuk memperoleh kelas eksperimen dan kelas kontrol adalah teknik penarikan sampel secara acak setelah terlebih dahulu dilakukan uji asumsi. Kelas eksperimen terpilih kelas XI IPA 1 dan kelas kontrol adalah kelas XI IPA 3.

Pada kelas eksperimen diterapkan pembelajaran dengan pendekatan PMR menggunakan lima karakteristik pembelajaran sebagai aktivitas siswa sedangkan kelas kontrol diterapkan pembelajaran konvensional. Instrumen yang digunakan yaitu kuis dan

tes akhir kemampuan pemecahan masalah matematis siswa. Kuis diberikan pada akhir setiap pembelajaran sebanyak 2 butir soal essay yang bertujuan untuk melihat perkembangan kemampuan pemecahan masalah matematis siswa. Tes akhir diberikan bertujuan untuk melihat pengaruh penerapan pendekatan PMR. Teknik analisis data baik kuis maupun tes akhir digunakan rubrik penskoran pemecahan masalah yang dikonversikan dalam rentang 0 sampai 100. Untuk mencapai tujuan kedua digunakan uji statistik yaitu uji t setelah menguji semua asumsi-asumsi. Indikator yang digunakan yaitu 1) menunjukkan pemahaman masalah, 2) mengorganisasi data dan memilih informasi yang relevan dalam pemecahan masalah, 3) mengembangkan strategi pemecahan masalah dan 4) membuat dan menaksirkan model matematika suatu masalah.

HASIL dan PEMBAHASAN

HASIL KUIS SISWA

Kuis diberikan sebanyak tiga kali yang diikuti sebanyak masing-masingnya 21 orang siswa dengan penilaian hasil kuis digunakan empat indikator pemecahan masalah. Persentase hasil kuis siswa untuk masing-masing indikator tersaji pada tabel berikut

Tabel 1. Persentase Distribusi Hasil Kuis Siswa

Indikator	Skor	Kuis I (%)	Kuis II (%)	Kuis III (%)
1	0	9,52	4,76	0,000
	1	47,62	38,09	4,76
	2	42,86	57,14	95,24
2	0	9,52	0,00	0,00
	1	42,86	9,52	4,76
	2	47,62	71,43	4,76
	3	0,00	19,05	90,48
3	0	9,52	0,00	4,76
	1	57,14	38,09	4,76
	2	33,33	52,38	4,76
	3	0,00	9,52	85,72
4	0	23,81	28,57	9,52
	1	76,19	33,33	42,86
	2	0,00	38,09	42,86

Berdasarkan hasil kuis dapat diketahui bahwa kemampuan pemecahan masalah matematis siswa untuk keempat indikator umumnya telah terjadi peningkatan yang cukup signifikan walaupun ada beberapa hasil kuis terjadi penurunan. Berdasarkan hasil nilai kuis siswa dapat diperoleh rata-rata nilai kuis siswa untuk setiap pertemuan sebagai berikut:

Tabel 2. Rata-Rata Nilai Kuis Siswa

Kuis	I	II	III
Rata-rata	47,1	64,3	88,1

Berdasarkan nilai rata-rata kuis telah terjadi peningkatan hasil kemampuan pemecahan masalah matematis siswa untuk setiap pertemuan. Perkembangan

kemampuan pemecahan masalah matematis siswa berdasarkan KKM yang ditetapkan sekolah sebesar 75 disajikan sebagai berikut:

Tabel 3. Porsentase Jumlah Siswa yang Tuntas Berdasarkan Kuis

Kuis	I	II	III
Siswa yang Tuntas (%)	0	42,9	90,5
Siswa yang Tidak Tuntas (%)	100	57,1	9,5

Tes akhir diberikan pada kelas eksperimen yang diikuti 21 siswa dan kelas kontrol diikuti 23 siswa. Hasil kemampuan pemecahan masalah matematis siswa di dua kelas disajikan pada tabel berikut:

Tabel 4. Hasil Tes Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Siswa

Kelas	N	X maks	X min	$\bar{x}$	S	Siswa yang Tuntas (%)
Eksperimen	21	71,4	40	71,37	11,00	28,6
Kontrol	23	59,62	33,75	59,62	8,65	0

Berdasarkan hasil tes akhir yang dilakukan dapat diketahui bahwa siswa kelas eksperimen memperoleh hasil yang lebih baik dari kelas kontrol. Hal ini ditunjukkan dengan nilai maximum siswa, nilai minimum siswa dan nilai rata-rata di kelas eksperimen lebih tinggi dari pada di kelas control dan kemampuan pemecahan masalah matematis siswa kelas eksperimen lebih beragam dibandingkan kelas kontrol.

PEMBAHASAN

Soal kuis yang diberikan pada akhir setiap pertemuan berdasarkan indikator pemecahan masalah matematis siswa. Hasil kuis I siswa menunjukkan pencapaian yang belum maksimal. Hal ini ditunjukkan oleh hasil nilai kuis I siswa bahwa tak satupun siswa mendapat nilai di batas ketuntasan dan nilai rata-rata kuis siswa hanya 47,1. Soal yang terdapat pada kuis I, siswa terlebih dahulu harus mampu memahami dalam membaca diagram. Jika siswa mampu membaca masalah yang ditampilkan dalam diagram tersebut, siswa akan mampu menyelesaikan kuis dengan baik.

Pada hasil kuis II siswa juga belum mencapai hasil yang maksimal, tetapi telah lebih baik dari pada hasil kuis I. Pada kuis II ini masih ada siswa yang belum memahami apa maksud soal sehingga untuk menyelesaikan berdasarkan indikator pemecahan masalah matematis siswa tak terlaksanakan dengan baik. Hasil kuis II siswa telah terdapat siswa mencapai batas KKM dan 1 orang diantaranya memperoleh nilai terbaik (skor indikator 10). Hal ini ditunjukkan oleh besarnya persentase ketuntasan siswa sebesar 42,9 % dengan nilai rata-rata kuis sebesar 64,3.

Perkembangan kemampuan pemecahan masalah matematis siswa pada kuis III mengalami peningkatan yang cukup tinggi dibandingkan dengan kemampuan pemecahan masalah matematis siswa pada kuis I dan II. Hasil kuis III siswa telah terdapat 19 siswa dari 21 siswa yang telah mampu menyelesaikan masalah matematis siswa dengan baik dan 9 siswa diantaranya mendapat nilai sempurna yaitu semua tahap indikator pemecahan masalah matematis siswa dapat diselesaikan dengan baik. Hasil rata-rata kuis III siswa mencapai 88,1 dengan prosentase ketuntasan telah mencapai 90,5 %

Tes akhir yang diberikan pada akhir pembelajaran penerapan pendekatan pembelajaran Pendidikan Matematika Realistik (PMR) di kelas eksperimen dan

pembelajaran konvensional di kelas kontrol menunjukkan bahwa kemampuan pemecahan masalah matematis siswa di kelas eksperimen lebih baik dari pada di kelas kontrol. Berdasarkan hasil uji hipotesis yang dilakukan menunjukkan bahwa hasil tes kemampuan pemecahan masalah matematika siswa kelas eksperimen lebih baik daripada kelas kontrol. Hal ini terjadi karena pada kelas eksperimen diterapkan pendekatan pembelajaran PMR. Pendekatan pembelajaran PMR memulai pembelajaran dengan masalah riil yang di bawa ke situs dalam kehidupan sehari-hari kemudian permasalahan tersebut diarahkan sesuai dengan tujuan yang ingin dicapai dalam pembelajaran tersebut yaitu kemampuan pemecahan masalah matematis siswa. Siswa dituntun untuk menyelesaikan soal yang berkaitan dengan pemecahan masalah matematis. Tes kemampuan pemecahan masalah matematis siswa yang dilakukan merupakan tes akhir untuk peserta didik kelas eksperimen dan kelas kontrol, Soal tes tersebut memuat indikator-indikator pemecahan masalah matematis siswa yaitu; kemampuan menunjukkan pemahaman masalah; kemampuan mengorganisasi data dan memilih informasi yang relevan dalam memecahkan masalah; kemampuan mengembangkan strategi pemecahan masalah; serta kemampuan menafsirkan dan membuat model matematika dari suatu masalah.

KESIMPULAN

Berdasarkan pelaksanaan kuis pada setiap pertemuan dengan penerapan pendekatan pembelajaran PMR menunjukkan adanya perkembangan peningkatan kemampuan pemecahan masalah matematis siswa. Perkembangan tersebut berdasarkan indikator yang digunakan yaitu:

- a. Menunjukkan pemahaman masalah
- b. Mengorganisasi data dan memilih informasi yang relevan dalam pemecahan masalah
- c. Mengembangkan strategi pemecahan masalah
- d. Membuat dan menafsirkan model matematika dari suatu masalah

Kemampuan pemecahan masalah matematis siswa dengan pendekatan pembelajaran PMR lebih baik daripada kemampuan pemecahan masalah matematis siswa yang pembelajarannya menggunakan pembelajaran konvensional.

UCAPAN TERIMA KASIH

Ucapan terima kasih disampaikan pada semua yang telah membantu terlaksananya penelitian ini dan sekaligus kontribusi sarannya terutama pada Bapak Dr.Edwin Musdi, M.Pd, Ibu Nilawasti,ZA, Ibu Meira Parma Dewi, M.Kom, Ibu, Lismawati,S.Pd,dan Bapak Drs Afrizal

PUSTAKA

- [1] Shadiq, Fajar (2004). *Pemecahan Masalah, Penalaran, dan Komunikasi*: Yogyakarta, 17,11
- [2] Hadi,Sutarto (2005). *Pendidikan Matematika Realistik dan Implementasinya*. Banjarmasin. Tulip Banjarmasin : 23
- [3] Wijaya, Ariyadi (2012). *Pendidikan Matematika Realistik*: Yogyakarta, Graha Ilmu : 20, 21

**PENINGKATAN KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH MAHASISWA PADA
MATAKULIAH GEOMETRI BIDANG DAN RUANG DENGAN PENERAPAN
STRATEGI STATEMENT AND REASON**

**IMPROVING STUDENT PROBLEM SOLVING ABILITY IN GEOMETRI BIDANG DAN
RUANG LECTURER USING STATEMENT AND REASON STRATEGY**

Mirna

Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Padang
Email: mirna_ujang@yahoo.com / HP: 081363465173

ABSTRACT

Geometry is one topic that is difficult to understand and solve the problem by the student, especially students as a mathematics teacher candidates who followed the course of Geometri Bidang dan Ruang. In solving the problems they done according to their logic of thinking without knowing the steps to solve a problem. One alternative that is expected to solve this problem is to use the two-step problem solving strategies, namely the Statement-and-Reason. For that, the formulation of the problem in this study is "What problem solving ability of students in the Mathematics Education Study Program on course of Geometri Bidang dan Ruang can be improved through Statement-and-Reason learning strategy?". To answer these problems have been implemented classroom action research. The study was implemented in four cycles. Each cycle consist of three or four meetings. From the research, it was concluded that problem solving ability of students in the Mathematics Education Study Program in Geometri Bidang dan Ruang lecturer can be improved through Statement-and- Reason learning strategy.

Keywords: problem solving ability, statement and reason strategy, Geometri Bidang dan Ruang

ABSTRAK

Geometri merupakan materi yang sulit dipahami dan diselesaikan permasalahannya oleh mahasiswa, khususnya mahasiswa calon guru matematika yang mengikuti mata kuliah Geometri Bidang dan Ruang. Dalam menyelesaikan permasalahan mereka sering melakukannya sesuai dengan logika berpikir yang ada pada diri mereka tanpa mengetahui langkah-langkah yang harus dilalui dalam menyelesaikan suatu masalah. Salah satu alternatif yang diperkirakan mampu mengatasi persoalan ini adalah dengan menggunakan strategi pemecahan masalah dua langkah, yaitu *Statement and Reason*. Untuk itu, perumusan masalah pada penelitian ini adalah "Apakah kemampuan pemecahan masalah mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika pada Mata Kuliah Geometri Bidang dan Ruang dapat ditingkatkan dengan menerapkan strategi pembelajaran *Statement and Reason*?". Untuk menjawab permasalahan tersebut telah dilaksanakan penelitian tindakan kelas selama empat siklus. Masing-masing siklus terdiri dari tiga atau empat pertemuan. Dari hasil penelitian, disimpulkan bahwa kemampuan pemecahan masalah mahasiswa pada Mata Kuliah Geometri Bidang dan Ruang dapat ditingkatkan dengan menerapkan strategi pembelajaran *Statement and Reason*.

Kata Kunci: kemampuan pemecahan masalah, strategi pembelajaran statement and reason, Geometri Bidang dan Ruang

PENDAHULUAN

Berdasarkan pengalaman dan beberapa hasil penelitian di Sumatera Barat, masih banyak masalah dalam pembelajaran geometri, baik di sekolah maupun di perguruan

tinggi yang menghasilkan calon guru matematika. Penelitian Mirna [1] menunjukkan permasalahan tersebut tidak hanya pada siswa dan mahasiswa, tetapi juga pada guru-guru matematika. Dilihat dari cara siswa, mahasiswa maupun guru dalam menyelesaikan permasalahan geometri, terdapat beberapa kelemahan yang harus diperbaiki. Kelemahan tersebut antara lain siswa, mahasiswa, maupun guru dalam menyelesaikan permasalahan geometri sering melakukannya sesuai dengan logika berpikir yang ada pada diri mereka tanpa mengetahui langkah-langkah yang harus dilalui. Mereka sering bingung harus mulai dari mana untuk menyelesaikan permasalahan yang dihadapi.

Agar tujuan pembelajaran matematika tercapai maka permasalahan di atas harus segera diatasi. Salah satu upaya yang dipandang strategis adalah perbaikan proses pembelajaran geometri untuk mahasiswa calon guru matematika. Salah satu mata kuliah yang berkaitan dengan materi geometri pada Program Studi Pendidikan Matematika FMIPA Universitas Negeri Padang adalah Geometri Bidang dan Ruang. Pada mata kuliah ini terdapat materi pokok geometri yang wajib dikuasai oleh seorang guru matematika untuk mengajar di sekolah.

Pembelajaran yang dialami mahasiswa merupakan proses negosiasi makna dan proses asimilasi antara konsep yang baru ke dalam skema kognitif yang dimiliki. Proses pemberian makna terjadi jika mahasiswa mampu menggunakan pengetahuan yang ada dalam struktur kognitifnya untuk menyelesaikan permasalahan baru berdasarkan kesamaan karakteristik permasalahan yang dialaminya [2].

Kegiatan perkuliahan merupakan kegiatan pembelajaran kepada mahasiswa untuk mencapai kemandirian mereka dalam menyelesaikan suatu permasalahan. Dalam menyelesaikan suatu permasalahan dibutuhkan keaktifan mereka dalam berlatih menyelesaikan permasalahan-permasalahan. Untuk itu, diperlukan suatu strategi perkuliahan yang dapat membantu mahasiswa melakukan penyelidikan terhadap penyelesaian permasalahan tersebut. Strategi tersebut adalah strategi pemecahan masalah.

Pada strategi pemecahan masalah, penyelidikan lebih dikembangkan pada dua arah [3]. Pertama, penyelidikan proses informasi yang diperhatikan melalui tahap observasi dalam pemecahan masalah. Kedua, penyelidikan tentang mengkonstruksi solusi yang dipusatkan pada proses kognitif internal yang dihasilkan. Langkah pemecahan masalah terstruktur yang termasuk tahap observasi dalam pemecahan masalah adalah langkah pada: 1) Menuliskan apa yang diketahui, 2) Menuliskan apa yang ditanya, dan 3) Menggali informasi dari materi yang telah dipelajari yang dapat digunakan dan menuliskannya. Sedangkan langkah pemecahan masalah terstruktur yang termasuk tahap mengkonstruksi solusi yang dipusatkan pada proses kognitif internal adalah langkah pada: 1) Membuat suatu rancangan untuk menyelesaikan masalah tersebut, 2) Menyelesaikan permasalahan.

Jika dilihat dari kedua tahap dalam pemecahan masalah, maka tahap observasi merupakan tahap menyatakan permasalahan atau sering disebut dengan *statement*. Sedangkan tahap mengkonstruksi solusi merupakan tahap menyelesaikan permasalahan yang berisikan pernyataan-pernyataan yang disertai alasan (*reasons*) sehingga diperoleh solusi. Kedua proses yang dilakukan ini disebut dengan strategi *Statement and Reason*.

Wyzant [4] menamakan strategi *Statement and Reason* dengan strategi *Two-Column Proofs*. Menurutnya, ada dua manfaat menggunakan strategi ini. Pertama, membantu menyusun pemikiran dengan cara yang efisien. Kedua, menunjukkan bahwa terdapat alasan untuk setiap pernyataan yang dibuat.

Pada pembelajaran yang menerapkan strategi *Statement and Reason*, pemecahan masalah dilakukan dalam sebuah tabel yang terdiri dari dua kolom. Kolom di sebelah kiri merupakan kolom untuk *statements* dan kolom di sebelah kanan merupakan kolom untuk *reasons*. *Statements* yang dibuat, setiap langkahnya, mengarah kepada pemecahan masalah. Dengan demikian, setiap *statement* yang dibuat harus dapat diberikan *reason* kenapa *statement* tersebut benar. *Reasons* yang diberikan dapat berupa informasi yang terdapat pada masalah itu sendiri, definisi, postulat, ataupun teorema.

Berdasarkan uraian di atas, salah satu alternatif yang diperkirakan mampu mengatasi persoalan pemecahan masalah dalam materi geometri, terutama Geometri Bidang dan Ruang pada mahasiswa adalah strategi pemecahan masalah dengan dua langkah, yaitu *Statement and Reason*. Untuk ini dilakukan Penelitian Tindakan Kelas (PTK) pada Mata Kuliah Geometri Bidang dan Ruang. Rumusan masalah penelitian ini adalah apakah kemampuan pemecahan masalah mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika pada mata kuliah Geometri Bidang dan Ruang dapat ditingkatkan dengan penerapan strategi *Statement and Reason*? Di samping itu, pada penelitian ini juga ditemukan jawaban dari pertanyaan bagaimana penerapan strategi *Statement and Reason* yang dapat meningkatkan kemampuan pemecahan masalah mahasiswa. Kemampuan pemecahan masalah yang dimaksud adalah kemampuan mahasiswa dalam menyelesaikan soal-soal pada mata kuliah Geometri Bidang dan Ruang.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan Penelitian Tindakan Kelas (PTK) pada mata kuliah Geometri Bidang dan Ruang yang dilaksanakan dalam empat siklus. Setiap siklus terdiri dari perencanaan, tindakan, evaluasi, analisis data, dan refleksi. Subjek penelitian ini adalah 26 orang mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika, Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Padang yang terdaftar mengikuti perkuliahan Geometri Bidang dan Ruang pada semester Juli - Desember 2012. Prosedur kerja pada penelitian ini terdiri dari beberapa tahap, yaitu:

a. Perencanaan.

Kegiatan pada tahap ini antara lain: mengkaji konsep-konsep yang akan diberikan, memodifikasi dan menyusun langkah-langkah pembelajaran dengan strategi *Statement and Reason*, dan menyusun tes hasil belajar untuk mengetahui kemampuan pemecahan masalah mahasiswa dalam perkuliahan Geometri Bidang dan Ruang.

b. Tindakan

Tindakan yang diberikan adalah pembelajaran menggunakan strategi *Statement and Reason* dengan langkah-langkah pada **siklus I** adalah sebagai berikut.

- 1) Mengkonstruksi pengetahuan dengan kegiatan mereview pengetahuan awal mahasiswa dan menyajikan topik baru yang harus dipelajari oleh mahasiswa.
- 2) Memecahkan masalah dengan kegiatan: a) memberi latihan pemecahan masalah dengan menggunakan strategi dua kolom *Statement and Reason* untuk dikerjakan secara individual oleh mahasiswa, b) memberi kesempatan mahasiswa untuk membandingkan dan mendiskusikan jawabannya dengan teman di sebelahnya. c) sementara mahasiswa mengerjakan latihan, dosen berkeliling untuk menggali informasi tentang kesulitan-kesulitan yang dihadapi oleh mahasiswa untuk didiskusikan nantinya secara klasikal, d) meminta salah seorang mahasiswa untuk

mempresentasikan jawabannya di depan kelas, e) mendiskusikan jawaban dan mengoreksi konsep-konsep yang salah selama pengerjaan soal tersebut, dan f) mendiskusikan kesulitan-kesulitan yang dihadapi oleh mahasiswa ketika mengerjakan latihan.

3) Mengerjakan tugas rumah dengan menggunakan strategi *Statement and Reason*.

c. Evaluasi

Evaluasi bertujuan untuk mengetahui kemampuan pemecahan masalah mahasiswa. Hal ini dilakukan dengan memberikan tes hasil belajar pada akhir siklus.

d. Analisis Data dan Refleksi

Pada penelitian ini data hasil evaluasi dideskripsikan untuk mengetahui informasi lebih rinci tentang kemampuan pemecahan masalah mahasiswa, meliputi nilai rata-rata, variansi, dan lain-lain. Selanjutnya, ditentukan persentase jumlah mahasiswa yang memiliki kemampuan tertentu. Distribusi kemampuan mahasiswa tersebut antara lain nilai > 80 atau nilai A, $60 < \text{nilai} \leq 80$ atau nilai B, $55 < \text{nilai} \leq 60$ atau nilai C, $40 < \text{nilai} \leq 55$ atau nilai D, dan nilai ≤ 40 atau nilai E. Kriteria jumlah tersebut menurut [5], dapat dikelompokkan ke dalam empat range, yaitu 1% - 25% (sedikit sekali), 26% - 50% (sedikit), 51% - 75% (banyak), dan 76% - 99% (banyak sekali). Berdasarkan hal ini, ditetapkan indikator kemampuan pemecahan masalah yang telah memuaskan adalah mahasiswa yang mendapat nilai D dan E berada dalam daerah sedikit sekali, yaitu kurang dari 25%.

Hasil yang diperoleh dari analisis data ditelaah di akhir siklus. Kelemahan-kelemahan atau kendala yang ditemukan pada hasil tersebut didiskusikan untuk diperbaiki pada siklus berikutnya. Begitu seterusnya sampai pelaksanaan **siklus IV**.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Pembelajaran menggunakan strategi *Statement and Reason* merupakan hal baru bagi mahasiswa, sehingga dalam pelaksanaannya mereka mengalami banyak perubahan cara belajar. Di samping itu tujuan pembelajaran geometri juga baru baginya karena lebih menekankan kepada pemahaman dan analisis. Selama ini, di SMA pembelajaran geometri yang diikutinya masih konvensional, yang penekannya lebih kepada bagaimana dapat menyelesaikan soal. Umumnya mereka selama ini memandang geometri sebagai kumpulan rumus-rumus berkaitan dengan bangun-bangun datar dan ruang. Oleh karena itu pada penelitian ini indikator yang ditetapkan tidak mudah dicapai. Capaian kemampuan pemecahan masalah mahasiswa setiap siklus dapat dilihat pada Tabel 1.

Hasil yang diperoleh dari analisis data pada akhir siklus I, pembelajaran belum mencapai indikator yang ditetapkan. 72% mahasiswa bernilai D atau E. Hanya 12% mahasiswa yang bernilai di atas 60 (bernilai A atau B). Dari lembar jawaban mahasiswa pada siklus I, terlihat bahwa mahasiswa umumnya mengalami kegagalan mulai dari langkah mengingat dan menuliskan informasi dari pembelajaran lalu yang berguna dalam memecahkan masalah sehingga umumnya mereka gagal dalam menyelesaikan masalah. Ini menunjukkan bahwa mahasiswa belum memahami konsep yang dipelajari dengan baik. Kelemahan lain adalah mahasiswa kurang serius dalam pelaksanaan pembelajaran. Sebagian besar mereka tidak menyelesaikan masalah dengan menggunakan dua kolom *Statement and Reason*. Mereka juga kurang serius mengerjakan tugas rumah. Ini menyebabkan mereka tidak terampil dalam menyelesaikan masalah.

Tabel 1 Distribusi persentase, rata-rata, dan simpangan baku dari kemampuan pemecahan masalah mahasiswa pada siklus I, II, III, dan IV

Kriteria Kemampuan		Persentase			
Angka	Huruf	Siklus I	Siklus II	Siklus III	Siklus IV
Nilai > 80	A	4%	4%	32%	28%
60 < Nilai ≤ 80	B	8%	40%	12%	16%
55 < Nilai ≤ 60	C	16%	16%	16%	24%
40 < Nilai ≤ 55	D	8%	28%	16%	24%
Nilai ≤ 40	E	64%	12%	24%	8%
Rata-rata		33,75	61,00	65,20	68,20
Simpangan Baku		25,58	18,03	27,86	22,17

Berdasarkan permasalahan di atas, direncanakan dan dilakukan peningkatan pembelajaran di **siklus II**, yaitu 1) Mengkaji dan menyajikan konsep-konsep dengan menggunakan laptop dan LCD serta handout supaya pemahaman konsep mahasiswa lebih baik. 2) Memotivasi mahasiswa untuk mengerjakan tugas rumah dengan baik. 3) Menekankan pembelajaran pada penggunaan strategi dua kolom *Statement and Reason*.

Hasil yang diperoleh dari analisis data pada akhir **siklus II, pembelajaran masih belum mencapai indikator yang ditetapkan**. Masih banyak mahasiswa (40%) yang bernilai D atau E. Melihat lembar jawaban mahasiswa, diperoleh informasi bahwa mahasiswa umumnya masih mengalami kegagalan mulai dari langkah mengingat dan menuliskan informasi dari pembelajaran yang lalu yang berguna dalam memecahkan masalah sehingga umumnya mereka gagal dalam menyelesaikan masalah. Ini menunjukkan bahwa mahasiswa belum memahami konsep yang dipelajari dengan baik. Namun, **hasil ini sudah lebih baik jika dibandingkan dengan hasil pada siklus I**. Ini berarti tindakan yang sudah diterapkan pada siklus II dapat meningkatkan kemampuan pemecahan masalah mahasiswa.

Agar indikator yang ditetapkan tercapai, maka pembelajaran pada **siklus III** perlu ada peningkatan. Diskusi yang dilakukan mahasiswa dengan teman di sebelah tempat duduknya dipandang belum optimal. Untuk meningkatkan kualitas kegiatan diskusi mahasiswa, pada siklus III direncanakan untuk melakukan pembelajaran dalam kelompok-kelompok kecil yang terdiri dari tiga atau empat orang dengan kemampuan berbeda. Selanjutnya, agar mahasiswa lebih terampil dalam memecahkan masalah, keterlibatan mahasiswa dalam menemukan konsep atau prinsip juga ditingkatkan. Selama ini dosen menyajikan materi dengan menggunakan laptop dan LCD. Pada **siklus III** dosen tidak lagi menyajikan materi, melainkan materi ditemukan sendiri oleh mahasiswa melalui diskusi kelompok dan presentasi. Walau demikian, penyelesaian dan penyajian masalah tetap menggunakan strategi dua kolom *Statement and Reason*.

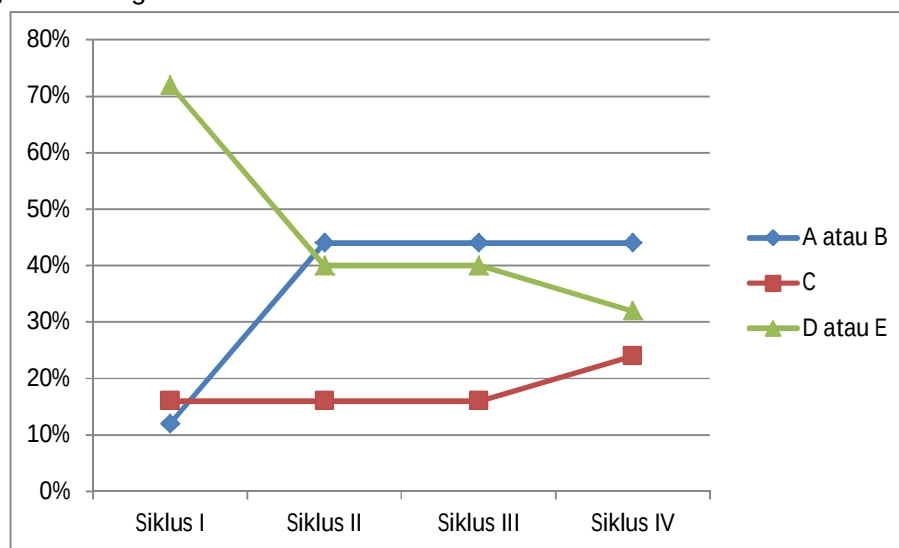
Hasil yang diperoleh dari analisis data pada akhir **siklus III menunjukkan bahwa pembelajaran masih belum mencapai indikator yang ditetapkan**. Masih ada sedikit (40%) mahasiswa yang bernilai D atau E. Bahkan mahasiswa yang mendapat nilai E lebih banyak (24%) dari pada siklus sebelumnya (12%). Dari refleksi yang dilakukan bersama mahasiswa, terungkap bahwa tidak semua permasalahan mahasiswa teratasi selama pembelajaran karena keterbatasan kesempatan bertanya dan alokasi waktu yang tersedia. Namun demikian, terdapat peningkatan pada nilai rata-rata karena mahasiswa yang bernilai A lebih banyak (32%) dibandingkan dengan siklus sebelumnya (hanya 4%).

Berarti tindakan yang diterapkan pada siklus III dapat meningkatkan kemampuan mahasiswa walaupun belum optimal.

Agar semua masalah yang dihadapi mahasiswa dapat diketahui dan dapat dipecahkan bersama dalam waktu yang ada maka kualitas pelaksanaan tugas pemecahan masalah perlu ditingkatkan. Pada **siklus IV**, mahasiswa diberi tugas rumah untuk menyelesaikan masalah yang sama. Dari tugas-tugas tersebut dipilih bagian-bagian yang berbeda untuk dipresentasikan masing-masing kelompok pada pertemuan berikutnya. Agar diskusi lebih optimal membahas semua masalah yang ada, presentasi dilakukan menggunakan media chart dan diskusi dengan strategi dua tinggal dan dua tamu. Jadi, di sini setiap kelompok mempresentasikan tugas yang berbeda melalui chart yang dipajang di dinding kelas. Semua mahasiswa berkesempatan berkunjung, membahas, dan memperoleh pengalaman tentang semua tugas yang dipresentasikan.

Pada Tabel 1 terlihat bahwa pada **siklus IV**, jumlah mahasiswa yang memperoleh nilai di atas 60 hanya 44% (sama dengan siklus II dan III). Tetapi yang bernilai A meningkat dari sebelumnya. Sedangkan jumlah mahasiswa yang memperoleh nilai D atau E sudah terjadi penurunan, yaitu menjadi 32%. Ini menunjukkan **indikator yang ditetapkan belum tercapai** juga.

Pada Gambar 1 terlihat bahwa persentase mahasiswa yang mendapat nilai D atau E dari siklus I sampai siklus IV mengalami penurunan yang tajam. Namun, hasil ini masih di atas 30%. Berarti pembelajaran belum mencapai indikator yang ditetapkan, yaitu sangat sedikit (25%) mahasiswa yang bernilai D atau E. Walaupun demikian, persentase mahasiswa yang memperoleh nilai A atau B dan juga C mengalami peningkatan. Secara umum disimpulkan bahwa penerapan strategi *Statement and Reason* dapat meningkatkan kemampuan pemecahan masalah mahasiswa pada mata kuliah Geometri Bidang dan Ruang.

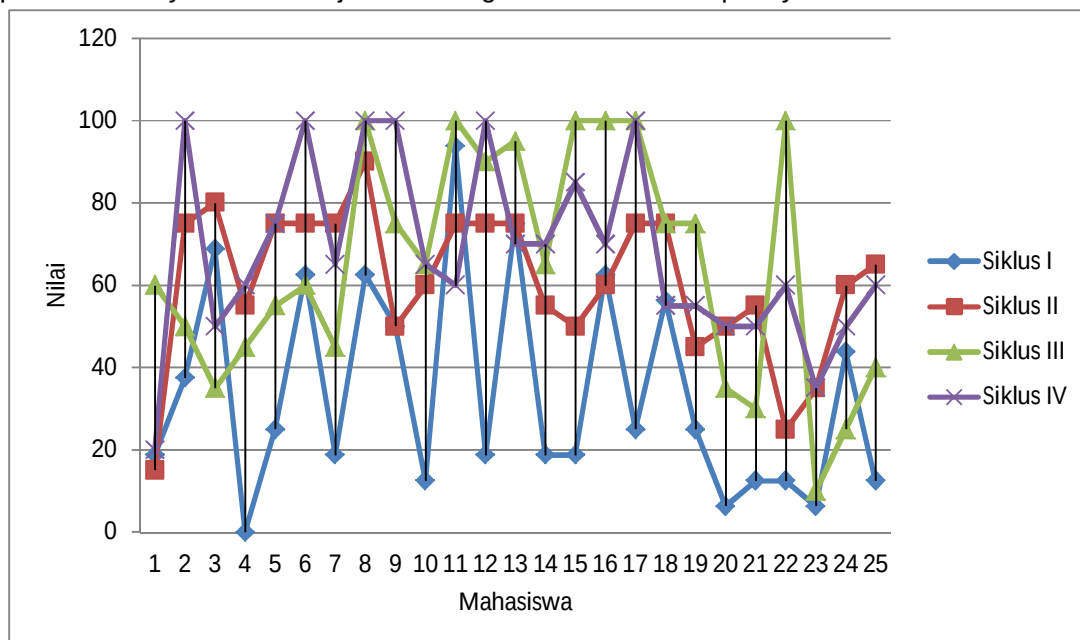


Gambar 1 Grafik persentase mahasiswa mendapat nilai A atau B, C, serta D atau E Pada Siklus I, II, III, dan IV

Lebih jelas perkembangan kemampuan pemecahan masalah semua mahasiswa dapat dilihat pada Gambar 2. Pada gambar tersebut terlihat ada beberapa mahasiswa yang tidak ada perubahan kemampuan pemecahan masalahnya. Mahasiswa ini memiliki kendala masing-masing. Misalnya mahasiswa nomor 1 mengalami sakit pada saat

pembelajaran di siklus IV. Mahasiswa nomor 23 juga tidak mengikuti perkuliahan dengan baik, sering bolos dan datang terlambat. Sedangkan mahasiswa lain yang mengikuti perkuliahan dengan baik mengalami peningkatan kemampuan pemecahan masalah. Peningkatan kemampuan pemecahan masalah mahasiswa mulai terlihat pada siklus II. Pada siklus I dan II hanya 1 orang mahasiswa yang memperoleh nilai A (di atas 80), sedangkan pada siklus III dan IV sudah ada 7 – 8 orang mahasiswa yang memperoleh nilai A (di atas 80).

Peningkatan kemampuan pemecahan masalah yang dicapai mahasiswa dari siklus ke siklus seperti diuraikan di atas adalah karena selama proses pembelajaran dilakukan beberapa peningkatan pelaksanaan pembelajaran. Di antara peningkatan yang dilakukan yang diperkirakan berpengaruh kuat terhadap peningkatan kemampuan pemecahan masalah mahasiswa adalah penerapan belajar dalam kelompok-kelompok kecil yang diterapkan mulai dari siklus III. Dengan belajar dan menyelesaikan masalah dalam kelompok-kelompok kecil mahasiswa terlihat lebih aktif dalam memperkuat pemahamannya melalui kerjasama dengan teman di kelompoknya.



Gambar 2 Grafik Kemampuan Memecahkan Masalah Mahasiswa Pada Siklus I, II, III, dan IV

Pada siklus IV dilakukan peningkatan kualitas presentasi tugas mahasiswa sehingga semua masalah mahasiswa terpecahkan dalam waktu yang terbatas. Pada siklus ini mahasiswa ditugaskan untuk mengerjakan tugas secara berkelompok. Pada awal pertemuan berikutnya masing-masing kelompok pada saat bersamaan mempresentasikan tugas mereka. Di sini setiap kelompok mempresentasikan tugas yang berbeda melalui chart yang dipajang di dinding kelas. Semua mahasiswa berkesempatan berkunjung, membahas, dan memperoleh pengalaman tentang semua tugas yang dipresentasikan. Pada siklus ini mahasiswa menjadi lebih aktif dan permasalahan yang mereka alami terungkap lebih jelas sehingga dapat diharapkan kemampuan pemecahan masalah dapat ditingkatkan dengan pembelajaran seperti ini.

KESIMPULAN

Berdasarkan uraian pada bagian sebelumnya ditemukan bahwa pelaksanaan pembelajaran menggunakan strategi *Statement and Reason* belum mencapai indikator memuaskan karena masih ada sedikit mahasiswa (32%) yang mendapat nilai di bawah 55 (kategori D atau E). Namun ini sudah menunjukkan penurunan yang tajam. Pada siklus I terdapat banyak mahasiswa (72%) yang bernilai di bawah 55, pada siklus II dan III turun menjadi 40%, dan selanjutnya pada siklus IV turun lagi menjadi 32%. Dapat disimpulkan adalah bahwa strategi *Statement and Reason* dapat diterapkan untuk meningkatkan kemampuan pemecahan masalah.

Untuk mencapai hasil yang optimal, strategi *Statement and Reason* sebaiknya diterapkan dalam kelompok-kelompok kecil yang terdiri dari para mahasiswa dengan kemampuan akademis berbeda. Presentasi kelas sebagai tindak lanjut diskusi kelompok hendaklah dipandang sangat penting untuk menjamin semua masalah yang dialami mahasiswa terpecahkan. Oleh karena itu, pada penerapan strategi ini mahasiswa hendaklah diberi kesempatan seluas-luasnya untuk mendiskusikan tugas perkuliahan yang dihadapinya. Mengingat banyaknya kelompok mahasiswa dalam satu kelas dan terbatasnya alokasi waktu pembelajaran, presentasi tugas dengan menggunakan chart dapat dijadikan alternatif. Di sini setiap kelompok mempresentasikan tugas yang berbeda melalui chart. Semua mahasiswa berkesempatan berkunjung, membahas, dan memperoleh pengalaman tentang semua tugas yang dipresentasikan. Dengan ini dapat diharapkan kemampuan pemecahan masalah mahasiswa akan lebih baik.

UCAPAN TERIMA KASIH

Penelitian ini terselenggara dengan adanya fasilitas hasil kerjasama Lembaga Penelitian Universitas Negeri Padang dengan Pimpinan Universitas Negeri Padang. Mudah-mudahan penelitian ini bermanfaat bagi pengembangan ilmu pada umumnya dan khususnya peningkatan mutu pembelajaran mata kuliah Geometri Bidang dan Ruang di Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA Universitas Negeri Padang.

Pada kesempatan ini, kami ingin mengucapkan terima kasih kepada berbagai pihak yang membantu terlaksananya penelitian ini, terutama kepada mahasiswa yang menjadi sampel penelitian, dan tim pereviu Lembaga Penelitian Universitas Negeri Padang. Secara khusus, kami menyampaikan terima kasih kepada Rektor Universitas Negeri Padang yang telah berkenan memberi bantuan pendanaan bagi penelitian ini. Semoga kerjasama yang baik ini akan menjadi lebih baik lagi di masa yang akan datang.

PUSTAKA

- [1] Mirna, 2012. *Studi Tentang Penguasaan Geometri oleh Guru Matematika SMA di Sumatera Barat*. Prosiding Semirata Tahun 2012: USU Medan.
- [2] Pannen, P, Dina M dan Mestika S, (2001). *Konstruktivisme Dalam Pembelajaran*. Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi Departemen Pendidikan Nasional, Jakarta.
- [3] Kinney, Kathleen Mc. (2007). *Active Learning*. Center For Teaching, Learning & Technology. Illinois State University : USA
- [4] http://www.wyzant.com/Help/Math/Geometry/Introduction/Two_Column_Proofs.aspx
- [5] Dimiyati & Mudjiono, (2002). *Belajar dan Pembelajaran*. Rineka Cipta : Bandung

STUDI KEMAMPUAN PENALARAN MATEMATIS SISWA KELAS XI IPA SMAN 2 PAINAN MELALUI PENERAPAN PEMBELAJARAN *THINK PAIR SQUARE*

STUDY OF STUDENTS' MATHEMATICAL REASONING ABILITY THROUGH THE USE OF THINK PAIR SQUARE LEARNING AT CLASS XI SCIENCE OF SMAN 2 PAINAN

Mukhni, Jazwinarti, dan Nita Putri Utami

Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Padang
email: mukhniajoo@yahoo.co.id

ABSTRACT

Mathematical reasoning ability is one of the abilities to master by students in learning mathematics in high school. Most students of class XI Science SMAN 2 Painan in academic year 2013/2014 still have low reasoning ability. One reason of this is the teaching and learning process still run conventionally (teacher-centred). One alternative to overcome this problem is to apply the learning Think Pair Square learning (student-centred). The method of this study is a quasi-experimental with randomized only control group design. The population of the study is students of class XI Science SMAN 2 Painan academic year 2013/2014. Samples were taken two groups of classes selected by random sampling technique (class XI Science 2 class as experimental group and class XI Science 1 control group). Research instruments were quizzes and final test. Quiz results were used to analyze students' reasoning ability for applied learning TPSq, and final tests were analyzed by t-test were used to compare groups of students reasoning ability between the experimental class and the control class groups. The results showed that the average ability of students in: (1) perform mathematical manipulation is 85.28, (2) presents a mathematical statement in writing and drawing is 81.78, (3) compile evidence, giving reasons/evidence to the truth of the solution is 78.35; (4) draw conclusions from the statement is 62.45. Mathematical reasoning ability of students to apply the learning TPSq better than students who apply conventional learning.

Keywords: Mathematical Reasoning Abilities, Think Pair Square Please,

ABSTRAK

Kemampuan penalaran matematis merupakan salah satu kemampuan yang harus dikuasai siswa dalam mempelajari matematika di SMA. Kemampuan penalaran matematis sebagian besar siswa kelas XI IPA SMAN 2 Painan tahun pelajaran 2013/2014 masih rendah. Salah satu penyebabnya adalah pola pembelajaran yang dilakukan pada umumnya berpusat pada guru (*teacher centered*). Salah satu alternatif untuk mengatasi masalah ini adalah menerapkan pembelajaran *Think Pair Square* (TPSq) yang berpusat pada siswa. Penelitian ini tergolong kuasi eksperimen, dengan rancangan *Randomized Control Group Only Design*. Populasi penelitian adalah siswa kelas XI IPA SMAN 2 Painan tahun pelajaran 2013/2014. Sampel diambil dua kelompok kelas yang dipilih dengan teknik *random sampling* (kelas XI IPA 2 sebagai kelompok kelas eksperimen dan XI IPA 1 kelompok kelas kontrol). Instrumen penelitian berupa kuis dan tes akhir. Hasil kuis digunakan untuk menganalisis kemampuan penalaran siswa selama diterapkan pembelajaran TPSq, dan tes akhir dianalisis dengan uji-t yang digunakan untuk membandingkan kemampuan penalaran antara siswa kelompok kelas eksperimen dan kelompok kelas kontrol. Hasil penelitian menunjukkan bahwa rata-rata kemampuan siswa dalam: (1) melakukan manipulasi matematika adalah 85,28; (2) menyajikan pernyataan matematika secara tertulis dan gambar adalah 81,78; (3) menyusun bukti, memberikan alasan/bukti terhadap kebenaran solusi adalah 78,35; (4) menarik kesimpulan dari pernyataan adalah 62,45. Kemampuan penalaran matematis

siswa yang menerapkan pembelajaran *TPSq* lebih baik daripada siswa yang menerapkan pembelajaran konvensional.

Keywords – Kemampuan penalaran matematis, *Think Pair Square*

PENDAHULUAN

Matematika merupakan salah satu mata pelajaran wajib pada setiap jenjang pendidikan. Dengan mempelajari matematika peserta didik dipersiapkan agar dapat bersaing dengan menggunakan pola pikir yang kreatif, inovatif dan imajinatif. Berdasarkan Permendiknas Nomor 22 Tahun 2006 tentang Standar Isi Mata Pelajaran Matematika, tujuan pembelajaran matematika adalah agar peserta didik mampu: (1) memahami konsep matematika, menjelaskan keterkaitan antar konsep dan mengaplikasikan konsep atau algoritma, secara luwes, akurat, efisien, dan tepat, dalam pemecahan masalah, (2) menggunakan penalaran pada pola dan sifat, melakukan manipulasi matematika dalam membuat generalisasi, menyusun bukti, atau menjelaskan gagasan dan pernyataan matematika, (3) memecahkan masalah yang meliputi kemampuan memahami masalah, merancang model matematika, menyelesaikan model dan menafsirkan solusi yang diperoleh, (4) mengomunikasikan gagasan dengan simbol, tabel, diagram, atau media lain untuk memperjelas keadaan atau masalah, dan (5) Memiliki sikap menghargai kegunaan matematika dalam kehidupan, yaitu memiliki rasa ingin tahu, perhatian, dan minat dalam mempelajari matematika, serta sikap ulet dan percaya diri dalam pemecahan masalah [1].

Bertitik tolak dari tujuan tersebut, maka setiap guru matematika dalam menyampaikan materi pelajaran hendaknya memperhatikan kelima aspek tujuan tersebut. Guru harus mampu menanamkan konsep matematika, menumbuhkembangkan pola pikir, memecahkan masalah, menggunakan gagasan atau ide, serta mengembangkan sikap menghargai kegunaan matematika dalam kehidupan dan melatih peserta didik agar tujuan tersebut dapat dicapai dengan dengan baik.

Berdasarkan wawancara dengan salah seorang guru matematika kelas XI IPA SMAN 2 Painan tahun pelajaran 2013/2014 pada tanggal 26 Agustus 2013, terungkap bahwa tujuan pembelajaran matematika tersebut belum tercapai secara optimal, termasuk dalam kemampuan penalaran. Ketika guru memberikan soal matematika yang berkaitan dengan penalaran (pada ulangan harian), maka sebagian siswa tidak mampu menyelesaikannya dengan baik. Siswa kurang mampu menggunakan penalaran pada pola dan sifat, melakukan manipulasi matematika dalam membuat generalisasi, menyusun bukti, atau menjelaskan gagasan dan pernyataan matematika. Hasil ulangan tengah semester siswa pun rendah (siswa yang mencapai nilai di atas KKM hanya 28,4%). Hal ini disebabkan banyak siswa yang tidak mampu menjawab dengan baik terutama pada soal penalaran. Dari kenyataan tersebut perlu dikaji kenapa siswa kurang memahami menyelesaikan soal-soal penalaran.

Dalam [2] dikatakan bahwa "penalaran merupakan suatu kegiatan, suatu proses, atau suatu aktivitas berpikir untuk menarik kesimpulan atau membuat suatu pernyataan baru yang benar berdasar pada beberapa pernyataan yang kebenarannya telah dibuktikan atau diasumsikan sebelumnya". Penalaran juga merupakan pola berpikir yang tinggi yang mencakup kemampuan berpikir secara logis dan sistematis. Sejalan dengan itu penalaran merupakan suatu cara berpikir untuk menarik kesimpulan, baik kesimpulan

yang bersifat umum yang ditarik dari hal-hal yang bersifat khusus maupun hal-hal yang bersifat khusus yang ditarik dari hal-hal yang bersifat umum.

Keraf (1982:5) dalam [2] juga menjelaskan bahwa “penalaran adalah proses berpikir yang berusaha menghubungkan fakta atau evidensi-evidensi yang diketahui menuju kesimpulan^[2]”. Jadi pada intinya penalaran dapat diartikan suatu proses pemikiran untuk memperoleh kesimpulan yang logis berdasarkan fakta yang relevan.

Wardhani (2008) dalam [3] mengungkapkan bahwa indikator-indikator penalaran yang harus dicapai siswa berdasarkan Peraturan Dirjen Dikdasmen No. 506/C/PP/2004 adalah siswa mempunyai: (1) kemampuan menyajikan pernyataan matematika secara lisan, tertulis, gambar dan/atau diagram, (2) kemampuan mengajukan dugaan, (3) kemampuan melakukan manipulasi matematika, (4) kemampuan menyusun bukti, memberikan alasan/bukti terhadap kebenaran solusi, (5) kemampuan menarik kesimpulan dari pernyataan, (6) memeriksa kesahihan suatu argument, (7) menemukan pola atau sifat dari gejala matematis untuk membuat generalisasi.

Guru matematika dalam melaksanakan pembelajaran hendaknya dapat membuat siswa tertarik dan merubah pola belajar siswa dari pasif menjadi aktif dan dari aktif menjadi kreatif, sehingga kemampuan penalaran siswa dapat berkembang secara baik. Salah satu model pembelajaran yang dapat digunakan guru adalah menerapkan model pembelajaran kooperatif tipe *Think Pair Square (TPSq)*. Menurut [4] *Think Pair Square* adalah Teknik belajar mengajar berpikir-berpasangan-berempat dikembangkan oleh Frank Lyman (*Think-Pair-Share*) dan Spencer Kagan (*Think-Pair-Square*) sebagai struktur kegiatan pembelajaran gotong royong. Teknik ini memberi kesempatan kepada siswa untuk bekerja sendiri serta bekerja sama dengan orang lain. Keunggulan lain dari teknik ini adalah optimalisasi partisipasi siswa. Dengan metode klasikal yang memungkinkan hanya satu siswa maju dan membagikan hasilnya untuk seluruh kelas, teknik berpikir-berpasangan-berempat ini memberi kesempatan sedikitnya delapan kali lebih banyak kepada setiap siswa untuk dikenali dan menunjukkan partisipasi mereka kepada orang lain.

Melalui *TPSq* siswa terlebih dahulu dilibatkan untuk berpikir (*think*) dan menelaah materi yang sedang dipelajari. Kemudian siswa mendiskusikannya secara berpasangan (*pair*). Kemudian hasil diskusi berpasangan tersebut dilanjutkan dengan diskusi berempat (*square*). Hal ini memungkinkan siswa untuk lebih banyak berpartisipasi aktif dalam suatu kelompok. Hal ini akan meningkatkan aktivitas siswa dalam pembelajaran dan memberikan kesempatan kepada siswa untuk menyelesaikan masalah, mengembangkan kemampuan penalarannya secara individu maupun kerjasama dengan siswa lainnya, sehingga partisipasi siswa dalam belajar lebih banyak [4]. Menurut [4] langkah-langkah teknik *TPSq* adalah: (1) Guru membagi siswa dalam kelompok berempat dan memberikan tugas kepada semua kelompok. (2) Setiap siswa memikirkan dan mengerjakan tugas tersebut sendiri. (3) Siswa berpasangan dengan salah satu rekan dalam kelompok dan berdiskusi dengan pasangannya. (4) Kedua pasangan bertemu kembali dalam kelompok berempat. Siswa mempunyai kesempatan untuk membagikan hasil kerjanya kepada kelompok berempat.

Penelitian tentang *TPSq* dengan kajian yang berbeda-beda telah banyak dilakukan. Diantaranya yang dilakukan oleh Devi Silvia Rahimi di kelas XI IS SMAN 3 Pariaman tahun pelajaran 2011/2012”, yang menunjukkan bahwa hasil belajar matematika dan aktivitas siswa dengan menggunakan model pembelajaran *TPSq* lebih baik dari pada menggunakan pembelajaran konvensional [5]. Nelly Meri Ichwani juga

melakukan pada siswa kelas X SMAN 2 Tarusan tahun pelajaran 2009/2010", yang menunjukkan bahwa hasil belajar matematika dan aktivitas siswa kelas X SMAN 2 Tarusan yang diajar dengan menerapkan model pembelajaran kooperatif *TPSq* lebih baik dan meningkat dari pada pembelajaran konvensional [6]. Kedua peneliti tersebut mengaitkan *TPSq* dengan hasil belajar matematika dan aktivitas belajar, dan tidak mengkaji terhadap peningkatan kemampuan penalaran matematika siswa.

Berdasarkan hal di atas, maka permasalahan penelitian ini adalah menganalisis kemampuan penalaran matematis siswa selama diterapkan pembelajaran *TPSq* dan membandingkan apakah kemampuan penalaran matematis siswa yang menggunakan pembelajaran *TPSq* lebih baik dari pembelajaran konvensional.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini tergolong penelitian kuasi-eksperimen, dengan rancangan "*Randomized Control Group Only Design*" [7]. Populasi penelitian ini adalah siswa kelas XI IPA SMAN 1 Painan dengan sampel adalah kelas XI IPA 2 sebagai kelas eksperimen dan kelas XI IPA 1 dijadikan kelas kontrol. Penelitian ini dilakukan pada semester Juli-Desember 2013 dengan materi persamaan lingkaran dan persamaan garis singgung lingkaran.

Instrumen penelitian terdiri dari kuis dan tes akhir. Hasil kuis digunakan untuk menganalisis tingkat kemampuan penalaran matematis siswa selama menerapkan pembelajaran *TPSq*. Tes akhir diberikan kepada kedua kelas sampel di akhir penelitian yang bertujuan untuk melihat perbandingan kemampuan penalaran matematis siswa antara siswa kelas eksperimen dan kelas kontrol. Hasil kuis dianalisis dengan menentukan nilai rata-rata, persentase ketuntasan dan menentukan kriteria ketercapaian indikator penalaran yang dicapai siswa. Tes akhir dianalisis menggunakan uji t [8]. Proses perhitungan dengan bantuan *software* MINITAB.

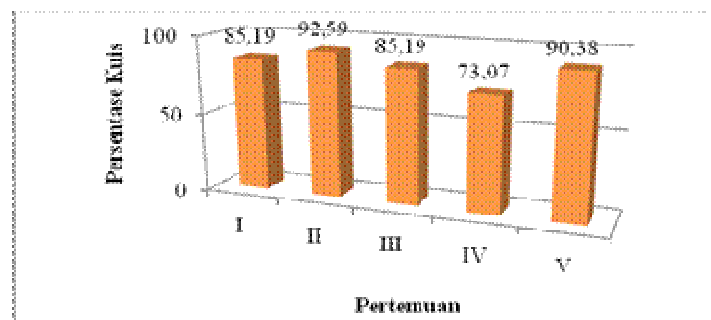
HASIL DAN PEMBAHASAN

Indikator penalaran matematis siswa yang termuat dalam kuis dan tes akhir digunakan sebagai alat pengukur kemampuan penalaran matematis siswa. Adapun indikator yang dilihat adalah: (1) Kemampuan menyajikan pernyataan matematika secara tertulis dan gambar, (2) Kemampuan melakukan manipulasi matematika, (3) Kemampuan menyusun bukti, memberikan alasan/bukti terhadap kebenaran solusi, (4) Kemampuan menarik kesimpulan dari pernyataan. Dari lima kali kuis diberikan diperoleh nilai rata-rata kemampuan penalaran siswa yang menerapkan pembelajaran dengan *TPSq* adalah 77,55 dan rata-rata persentase siswa yang tuntas (mempunyai skor ≥ 75) adalah 62,09%. Rata-rata kemampuan siswa dalam menyajikan pernyataan matematika secara tertulis dan gambar adalah 81,78; rata-rata kemampuan siswa dalam melakukan manipulasi matematika adalah 85,28; rata-rata kemampuan siswa dalam menyusun bukti, memberikan alasan/bukti terhadap kebenaran solusi adalah 78,35, dan rata-rata kemampuan siswa dalam menarik kesimpulan dari pernyataan adalah 62,45. Persentase siswa yang mampu dengan hampir sempurna dalam menyajikan pernyataan matematika secara tertulis dan gambar adalah 80,512%, dalam melakukan manipulasi matematika adalah 81,74%, dalam menyusun bukti, memberikan alasan/bukti terhadap kebenaran solusi adalah 73,67%, dan dalam menarik kesimpulan dari pernyataan adalah 56,03%.

Dari olahan hasil kuis tersebut terlihat bahwa dari empat indikator kemampuan penalaran matematis yang diujikan, ternyata persentase siswa yang paling rendah adalah dalam mengambil atau menarik kesimpulan dari pernyataan matematika yaitu 56,03%. Ini berarti bahwa siswa dalam menyelesaikan masalah matematika masih belum terbiasa untuk mengambil kesimpulan. Oleh sebab itu diharapkan dalam pembelajaran matematika, guru perlu lebih menekankan tentang penarikan kesimpulan dalam setiap menyelesaikan masalah matematika.

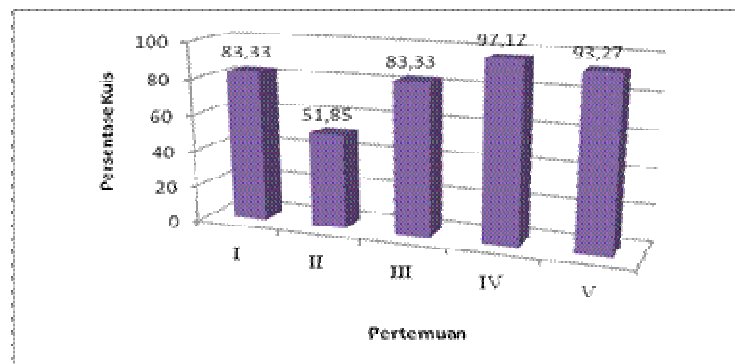
Gambaran kemampuan penalaran siswa pada setiap indikator kemampuan penalaran matematis siswa yang menerapkan pembelajaran *TPSq* dalam setiap pertemuan (kuis 1, 2, 3, 4, dan 5) disajikan melalui Grafik 1, 2, 3, dan 4 berikut.

1) Kemampuan siswa dalam melakukan manipulasi matematika



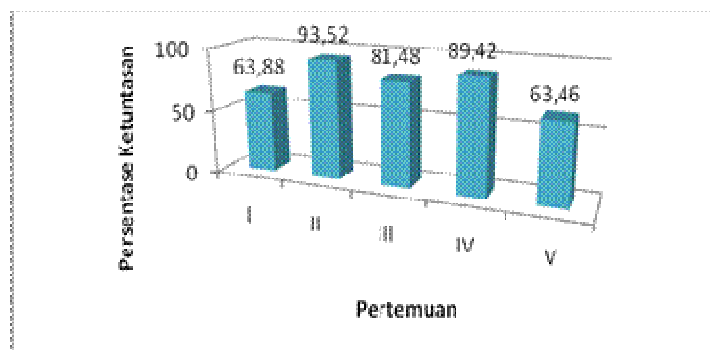
Gambar 1. Grafik Kemampuan Siswa Dalam Melakukan Manipulasi Matematika

2) Kemampuan siswa dalam menyajikan pernyataan matematika secara tertulis dan gambar



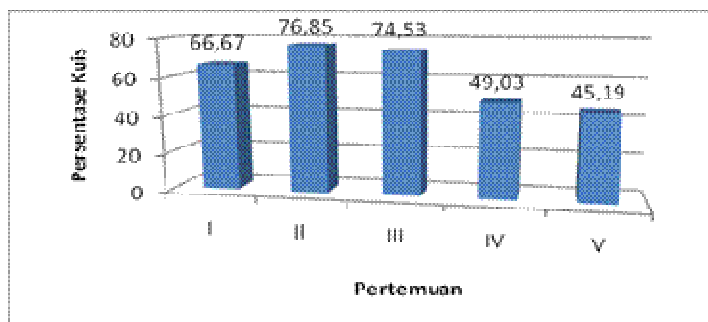
Gambar 2. Grafik Kemampuan Siswa Dalam Menyajikan Pernyataan Matematika Secara Tertulis dan Gambar

3) Kemampuan siswa dalam menyusun bukti, memberikan alasan/bukti terhadap kebenaran solusi.



Gambar 3. Grafik Kemampuan Siswa Dalam Menyusun Bukti, Memberikan Alasan/ Bukti Terhadap Kebenaran Solusi

4) Kemampuan siswa dalam menarik kesimpulan dari pernyataan matematika



Gambar 4. Grafik Kemampuan Siswa Dalam Menarik Kesimpulan dari Pernyataan

Tes akhir penelitian diikuti oleh siswa kelas eksperimen 26 orang, dan kelas kontrol 28 orang. Nilai tertinggi (X_{maks}), nilai terendah (X_{min}), rata-rata ($\bar{x}$), dan simpangan baku (S), dari hasil tes akhir ini disajikan pada Tabel berikut.

Tabel: Nilai Tertinggi (X_{maks}), Terendah (X_{min}), Rata-rata ($\bar{x}$), dan Simpangan Baku (S) dari Hasil Tes Akhir Penelitian

Kelas	N	X_{maks}	X_{min}	$\bar{x}$	S
Eksperimen	26	89	32	65.50	14.97
Kontrol	28	77	28	57.14	13.94

Dengan bantuan *software* MINITAB diperoleh $t_{hitung} = 2,12$, dengan $P\text{-value} = 0,020$ karena $P\text{-value} < \alpha = 0,05$, maka tolak H_0 atau terima H_1 . Jadi, dapat disimpulkan bahwa kemampuan penalaran matematis siswa yang menggunakan pembelajaran *TPSq* lebih baik dari pada kemampuan penalaran matematis siswa yang menggunakan pembelajaran konvensional pada siswa kelas XI IPA SMAN 2 Painan pada taraf $\alpha = 0,05$.

Adanya kemampuan penalaran matematis siswa kelas eksperimen lebih baik dari siswa kelas kontrol, antara lain disebabkan oleh pengaruh dari penerapan *TPSq* dalam pembelajaran. Selama penerapan *TPSq*, guru memberikan pembelajaran matematika dengan melibatkan siswa untuk mengembangkan kemampuan berpikirnya (tahap *Think*), membahas latihan yang ada pada LKS secara pribadi terlebih dahulu, mengarahkan

siswa agar mencoba untuk memikirkan latihan yang ada pada LKS, sehingga semua siswa berpartisipasi dalam pembelajaran. Setelah siswa mencoba memikirkan dan mengerjakan latihan pada LKS sesuai dengan alokasi waktu yang ditentukan, kemudian guru mengarahkan siswa untuk melanjutkan ke tahap *pair*. Ketika siswa mendiskusikan jawaban dengan pasangannya sesuai dengan alokasi waktu yang ditentukan, guru mengarahkan agar siswa saling memberikan pemahaman terhadap materi dan membantu pasangan jika menemui kesulitan, guru juga membimbing siswa jika menemui kesulitan. Kemudian guru mengarahkan agar siswa melanjutkan pada tahap berikutnya yaitu tahap *square*. Dalam tahap *square*, siswa diminta untuk menyelesaikan secara lengkap tugas yang diberikan pada LKS. Setiap tahap pada pembelajaran *TPSq*, guru selalu membimbing dan mengarahkan siswa untuk menyelesaikan tugas sesuai dengan tahap-tahap yang ditentukan. Dari 5 pertemuan, guru menggilirkan 2 pertemuan dimana siswa melakukan tahap *TPSq* dari awal pembelajaran, disini dituntut siswa untuk menemukan konsep materi dan menyelesaikan latihan menggunakan penalarannya melalui tahap *think* terlebih dahulu, kemudian *pair* dan terakhir *square*.

Pembelajaran dengan penerapan *TPSq* menuntut siswa untuk berpikir kreatif dan cerdas menggunakan pengetahuannya yang sudah ada untuk menyelesaikan masalah dalam LKS yang diberikan guru pada awal pembelajaran maupun latihan. Kemampuan penalaran matematis siswa dilatih ketika mereka mengerjakan masalah LKS yang diberikan secara mandiri lalu berbagi ide-ide matematika dan menuangkan pikiran matematika mereka secara logis dan jelas.

KESIMPULAN

Berdasarkan analisis data penelitian ini, maka dapat disimpulkan sebagai berikut. Dari lima kali kuis diberikan diperoleh nilai rata-rata kemampuan penalaran siswa yang menerapkan pembelajaran dengan *TPSq* adalah 77,55 dan rata-rata persentase siswa yang tuntas (mempunyai skor ≥ 75) adalah 62,09%. Rata-rata kemampuan siswa dalam menyajikan pernyataan matematika secara tertulis dan gambar adalah 81,78; rata-rata kemampuan siswa dalam melakukan manipulasi matematika adalah 85,28; rata-rata kemampuan siswa dalam menyusun bukti, memberikan alasan/bukti terhadap kebenaran solusi adalah 78,35, dan rata-rata kemampuan siswa dalam menarik kesimpulan dari pernyataan adalah 62,45. Persentase siswa yang mampu dengan hampir sempurna dalam menyajikan pernyataan matematika secara tertulis dan gambar adalah 80,512%, dalam melakukan manipulasi matematika adalah 81,74%, dalam menyusun bukti, memberikan alasan/bukti terhadap kebenaran solusi adalah 73,67%, dan dalam menarik kesimpulan dari pernyataan adalah 56,03%. Kemampuan penalaran matematis siswa yang menggunakan pembelajaran *TPSq* lebih baik dari pada kemampuan penalaran matematis siswa yang menggunakan pembelajaran konvensional pada siswa kelas XI IPA SMAN 2 Painan pada taraf $\alpha = 0,05$.

PUSTAKA

- [1] Peraturan Menteri Pendidikan Nasional No. 22 Tahun 2006 tanggal 23 Mei 2006 tentang Standar Isi.
- [2] Shadiq, Fadjar. 2009. *Kemahiran Matematika*. Yogyakarta: Departemen Pendidikan Nasional.

- [3] Depdiknas. (2004). *Penalaran, Pemecahan Masalah dan Komunikasi dalam Pembelajaran Matematika*. Yogyakarta: PPG Matematika.
- [4] Lie, Anita. 2002. *Cooperative Learning*. Jakarta : PT Gramedia Widiasarana Indonesia.
- [5] Rahimi, Devi Silvia. 2012. *Penerapan Model Pembelajaran Kooperatif Tipe Think Pair Square dalam pembelajaran matematika di kelas XI IS SMAN 3 Pairiaman*. Skripsi. Padang :Universitas Negeri Padang.
- [6] Ichwani, Nelly Meri. 2010. *Penerapan model pembelajaran kooperatif TPSq dalam pelajaran matematika pada siswa kelas X SMAN 2 Tarusan tahun pelajaran 2009/2010*.Skripsi. Padang: Universitas Negeri Padang.
- [7] Suryabrata, Sumadi. (2004). *Metodologi Penelitian*. Jakarta: PT. Raja Grafindo Persada.
- [8] Sudjana. 2002. *Metode Statistika*. Bandung: Tarsito Bandung.

PENGARUH PEMBELAJARAN PENDEKATAN REALISTIK MATEMATIKA (RME) TERHADAP PENGETAHUAN KONSEP DAN PROSEDURAL DALAM PEMECAHAN MASALAH MATEMATIKA PADA TOPIK ARITMETIKA SOSIAL.

EFFECTIVENESS OF REALISTICS MATHEMATICS EDUCATION (RME) ON MATHEMATICS CONCEPTUAL AND PROCEDURAL KNOWLEDGE IN PROBLEM SOLVING OF SOCIAL ARITHMETICS TOPIC

Putri Yuanita¹, Effandi Zakaria²

Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Riau, Pekanbaru1

put_yuanita@yahoo.co.id

Jl. Ali Asyiral I No. 2 Purwodadi – Pekanbaru. HP. 08137803542

Universiti Kebangsaan Malaysia2

ABSTRACT

Realistics Mathematics Education (RME) is one of mathematics learning approach which has been implemented in several secondary schools in Indonesia. In this study, the impression of learning will be known by using RME approach to problem solving capability in terms of student's conceptual and procedural knowledge. This study is carried out to students of grade 7 Junior High School in Pekanbaru. The number of sample is 232 students who consist of 112 students on experimental group and 120 students on control group. The analysis which is used involves descriptive analysis and inferential analysis. The descriptive analysis involves the frequency, percentage, mean and standard deviation while the inferential analysis involves the t-test and one-way ANOVA. The analysis of experimental study indicates that there is significant difference on conceptual and procedural knowledge of mathematics students on solving problem on social arithmetic topic between the experimental group and the control group and the level of student's ability. There was no significant interaction between group and the level of student's ability in terms of conceptual and procedural knowledge on solving math problem on social arithmetic topic.

Key Word : Realistics Mathematics Education (RME) Approach, Conceptual and Procedural Knowledge, Problem Solving Skill and Social Mathematics

ABSTRAK

Realistics Mathematics Education (RME) merupakan salah satu pendekatan pembelajaran Matematika yang sudah dilaksanakan di beberapa sekolah menengah di Indonesia. Dalam penelitian ini akan dilihat kesan pengajaran dengan pendekatan RME terhadap kemampuan penyelesaian masalah dari segi pengetahuan konsep dan pengetahuan prosedural siswa. Penelitian dijalankan terhadap siswa-siswa kelas VII Sekolah Menengah Pertama di Pekanbaru. Sampel sebanyak 232 siswa teridirl dari 112 siswa kelompok eksperimen dan 120 siswa kelompok kontrol. Analisis yang digunakan melibatkan analisis deskripsi dan analisis inferensial. Analisis deskripsi melibatkan kekerapan, persentase, rata-rata dan simpangan baku sedangkan analisis inferensial melibatkan t test dan anova satu arah. Analisis kajian eksperimen menunjukkan bahwa terdapat perbedaan yang signifikan pengetahuan konseptual dan pengetahuan prosedural matematika siswa dalam menyelesaikan masalah pada topik aritmatika sosial antara kelompok eksperimen dan kelompok kontrol dan tingkat kemampuan siswa. Tidak terdapat interaksi yang signifikan antara kelompok dan tingkat kemampuan siswa dari segi pengetahuan konsep dan pengetahuan prosedural dalam menyelesaikan masalah matematika pada topik aritmatika sosial.

Kata Kunci : Pendekatan Pendidikan Matematika Realistik, Pengetahuan Konseptual dan Prosedural, Kemampuan Pemecahan Masalah dan Matematika Sosial

PENDAHULUAN

Fokus pembelajaran matematika di abad ke 21 ini salah satunya adalah pada pemecahan masalah. Ini tidak saja di Indonesia, namun di beberapa negara lain juga berlaku. Seperti di Amerika Serikat yang sudah menerapkan sejak tahun 1980-an dan di Singapura [1],[2]. Pentingnya kemampuan pemecahan masalah matematik untuk dipelajari siswa juga dikemukakan oleh *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM). NCTM menetapkan lima kemampuan matematika yang meliputi penalaran matematik (*mathematical reasoning*), representasi matematik (*mathematical representation*), koneksi matematik (*mathematical connection*), komunikasi matematik (*mathematical communication*), dan pemecahan masalah matematik (*mathematical problem solving*) [3]. Seiring dengan ini, kemampuan pemecahan masalah matematik juga sebagai salah satu dari lima tujuan umum pembelajaran matematika yang tertuang di dalam kurikulum KTSP 2006.

Kemampuan pemecahan masalah matematika dapat diajarkan kepada siswa dengan berbagai pendekatan. Pendekatan merupakan suatu cara atau kebijaksanaan yang ditempuh oleh guru atau siswa dalam mencapai tujuan pembelajaran dilihat dari sudut bagaimana proses pembelajaran dikelola. Penyelesaian masalah merupakan bagian dari kurikulum matematika yang sangat penting, karena dalam proses penyelesaian masalah, pelajar yang melakukan penyelesaian masalah dimungkinkan dapat menerapkan keterampilan yang sudah dimiliki untuk diterapkan pada proses penyelesaian masalah tersebut. Siswa yang belajar dalam proses pembelajarannya menggunakan pemecahan masalah dapat memperoleh pengalaman dalam menggunakan dan menerapkan pengetahuan yaitu pengetahuan konseptual dan pengetahuan prosedural. Oleh karena itu, dalam proses penyelesaian masalah diperlukan peran guru dalam menerapkan pendekatan atau strategi pembelajaran konstruktivisme sesuai dengan yang dinyatakan dalam kurikulum KTSP 2006.

Pemecahan masalah didefinisikan oleh Polya sebagai proses yang dilakukan seseorang individu atau kelompok siswa dalam menghadapi situasi matematika yang tidak biasa dengan mengaplikasikan satu atau lebih strategi yang menghasilkan luaran atau solusi yang dapat dipertanggungjawabkan [4]. Oleh karena itu penyelesaian masalah merupakan suatu tingkat aktivitas intelektual yang tinggi. Kemampuan penyelesaian masalah akan menuntut pelajar untuk berpikir kritis, logis, dan kreatif yang merupakan tujuan pembelajaran matematika.

Pada pelaksanaannya di kelas sebagian besar guru dalam mengajar hanya mengandalkan soal-soal rutin yang terdapat pada teksbook saja, sehingga pelajar kurang terlatih dalam menggunakan rencana ataupun strategi untuk memecahkan masalah. Proses pembelajaran yang sering terjadi di kelas memberikan dampak lemahnya kemampuan penyelesaian masalah matematis pelajar. Siswa tidak terlatih menyelesaikan soal-soal non rutin, sehingga mereka tidak terbiasa menggunakan strategi menyelesaikan masalah. Pada pelaksanaan proses pembelajaran guru juga jarang menggunakan soal-soal non rutin yang menghendaki adanya strategi pemecahan masalah yang baik.

Beberapa penelitian telah banyak dilakukan dengan menerapkan model dan pendekatan pembelajaran yang inovatif. Salah satunya adalah pembelajaran dengan

pendekatan *Realistics Mathematics Education* (RME). Pendekatan RME untuk pelajaran matematik sekolah secara luas dikenal sebagai penyedia terbaik dan terinci mengenai perluasan dari pendekatan pendidikan matematik berdasarkan masalah [5]. Pendekatan pembelajaran RME ini dikembangkan oleh Institut *Freudenthal* Belanda bermula pada 1971 dan di Indonesia pembelajaran ini mulai diterapkan semenjak tahun 2001 dikelola oleh Pendidikan Matematik Realistik Indonesia (PMRI) iaitu merupakan inovasi dalam pendidikan matematik yang merupakan upaya untuk memperbaiki kualiti pendidikan matematik, ini juga merupakan suatu upaya kearah perubahan pendidikan matematik Indonesia [6].

Terdapat lima karakteristik utama dari pendekatan RME, iaitu: (1) menggunakan pengalaman siswa di dalam kehidupan sehari-hari, (2) mengubah realiti ke dalam model, kemudian merubah model melalui proses matematik vertikal sebelum sampai kepada bentuk formal, (3) menggunakan keaktifan siswa, (4) dalam mewujudkan matematik pada diri siswa diperlukan adanya diskusi, tanya jawab dan (5) adanya keterjalinan konsep dengan konsep, topik dengan topik sehingga pembelajaran matematik lebih holistik daripada parsial [1]. Dengan pendekatan ini diduga peningkatan kemampuan pemecahan masalah dan aktiviti siswa dapat dilakukan dengan menyajikan materi yang dekat dengan kehidupan sehari-hari. Dalam [7] dinyatakan bahwa matematik harus dikaitkan dengan realiti dan matematik merupakan aktiviti manusia. Ini berarti matematik mesti dekat dengan siswa dan relevan dengan kehidupannya sehari-hari. Matematik sebagai aktiviti manusia berarti manusia mesti diberi kesempatan untuk menemukan kembali ide dan konsep matematik dapat diinspirasi oleh prosedur-prosedur penyelesaian informal, sedangkan proses menemukan kembali ide dan konsep matematik menggunakan konsep secara matematik. Upaya tersebut dilakukan melalui penjelajahan berbagai situasi dan persoalan-persoalan “realistik”. Realistik dimaksudkan tidak hanya mengacu pada realiti tetapi juga pada sesuatu yang dapat dibayangkan oleh siswa [8]. Pembelajaran matematik realistik di kelas berorientasi kepada penggunaan masalah kontekstual, penggunaan model, penggunaan kontribusi siswa, proses pengajaran yang interaktif, dan terintegrasi dengan topik lainnya [9],[10], sehingga siswa mempunyai kesempatan untuk menemukan kembali konsep-konsep matematik atau pengetahuan matematik formal. Selanjutnya, siswa diberi kesempatan mengaplikasikan konsep-konsep matematik untuk menyelesaikan masalah sehari-hari atau masalah dalam bidang lainnya. Oleh itu, pendekatan RME sangat berbeda dengan pembelajaran matematik selama ini yang cenderung berorientasi pada pemberian informasi dan memanfaatkan matematik yang siap pakai untuk menyelesaikan masalah.

Mengikut kepada Departemen Pendidikan Oregon (Amerika Serikat) yang menilai kemampuan pemecahan masalah siswa dalam lima aspek, yakni pengetahuan konseptual, pengetahuan prosedural, keterampilan/strategi pemecahan masalah, komunikasi, dan akurasi dan Illinois (*Illinois State Board of Education*) mengukur kemampuan pemecahan masalah berdasarkan tiga aspek, yakni pengetahuan matematik, pengetahuan strategi, dan kemampuan menjelaskan. Pemecahan masalah yang dilihat disini adalah pemecahan masalah dari aspek pengetahuan konsep dan pengetahuan prosedural. Pengetahuan konsep dan pengetahuan prosedural dalam penelitian ini merujuk kepada pengetahuan konsep dan prosedural berdasarkan Hiebert dan Lavevre [11].

Pengetahuan konsep adalah pengetahuan yang kaya dengan hubungan dan pemahaman. Pengetahuan konsep siswa mendasari struktur matematika yaitu hubungan

keterkaitan antara ide-ide matematika yang dapat memberi penjelasan dan makna kepada prosedur matematika [11]. Hiebert juga menyatakan bahwa pengetahuan konseptual adalah rangkaian pengetahuan yang mempunyai jaringan yang banyak dimana rangkaian untuk membentuk hubungan yang penting dengan informasi yang diberikan.

Sedangkan pengetahuan perosedural ialah usaha untuk menggunakan prosedur tertentu untuk memecahkan masalah. Prosedur ini merupakan langkah penyelesaian yang khusus yang dilakukan oleh siswa satu per satu. Pengetahuan prosedural didefinisikan sebagai keterampilan menggunakan prosedur dengan tepat, efisien dan betul termasuk menggunakan bahan formal, sistem, simbol, hukum dan sebagainya. Pengetahuan prosedur terdiri dari peraturan, algoritma, atau prosedur yang digunakan untuk menyelesaikan tugas-tugas matematika. Dalam [11] dinyatakan ciri-ciri utama dari prosedur adalah bahwa mereka dipindahkan dalam prosedur linear yang telah ditetapkan.

Pendekatan RME dapat diharapkan meningkatkan kualitas pembelajaran, termasuk meningkatkan kemampuan pemecahan masalah dari aspek pengetahuan konsep dan prosedural. Penelitian ini dilakukan untuk melihat pengaruh pembelajaran matematika realistik pada pengetahuan konsep dan pengetahuan prosedural dalam kemampuan pemecahan masalah pada topik aritmetika sosial. Adapun tujuan dari penelitian ini adalah :

1. Untuk mengetahui apakah terdapat perbedaan pengetahuan konsep pada pemecahan masalah matematik siswa yang belajar dengan pendekatan RME dengan siswa yang mendapat pembelajaran biasa.
2. Untuk mengetahui apakah terdapat perbedaan pengetahuan prosedural pada pemecahan masalah matematik siswa yang belajar dengan pendekatan RME dengan siswa yang mendapat pembelajaran biasa.
3. Untuk mengetahui apakah terdapat interaksi yang signifikan antara kelompok dan tingkat kemampuan siswa dalam pengetahuan konsep dan prosedural.

METODOLOGI PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan bentuk penelitian *quasi-experimental pretest-posttest non equivalent control group design* [12]. Desain eksperimen digambarkan dengan diagram berikut

Kelompok Eksperimen	O	X1	O
Kelompok Kontrol	O	X2	O

Keterangan:

X1 = Pembelajaran matematika realistik (PMR)

X2 = Pembelajaran Tradisional

O = Pengukuran pengetahuan konsep dan pengetahuan prosedur pada waktu sebelum dan sesudah pembelajaran

Sampel Penelitian

Sampel penelitian terdiri dari 232 siswa Sekolah Menengah Pertama Pekanbaru yang diperoleh dari dua sekolah yaitu SMP Negeri 10 Pekanbaru, SMP Negeri 2 Pekanbaru dan SMP Negeri 6 Pekanbaru pada semester I tahun 2012/2013. Terdapat 112 siswa dalam kelompok eksperimen dan 120 siswa dalam kelompok kontrol.

Instrumen Penelitian

Instrumen Penelitian ini berupa soal-an yang terdiri dari 3 soal-an untuk mengukur pengetahuan konsep dan 3 soal untuk mengukur pengetahuan prosedural. Keenam soal-an diberikan untuk ujian pre test dan post tes. Soal yang dibuat menggunakan topik sosial aritmatika. Pengolahan data menggunakan program SPSS version 17.

HASIL PENELITIAN

Profil Subjek

Penelitian ini melibatkan 232 siswa dari siswa sekolah menengah pertama pada semester I tahun 2012/2013 (tabel 1).

Table 1: Profil Subjek Penelitian

Kelompok	Jumlah	Persen (%)
Eksperimen	112	48.28
Kontrol	120	51.72
Total	232	100

Terdapat 34 siswa kemampuan tinggi dan 52 siswa kemampuan sedang dan 26 siswa kemampuan rendah dalam kelompok eksperimen dan terdapat 25 siswa kemampuan tinggi, 64 siswa kemampuan sedang dan 31 siswa kemampuan rendah dalam kelompok kontrol. Perbedaan pengetahuan konsep dan pengetahuan prosedural antara kelompok eksperimen dan kelompok kontrol akan dibahas dibawah ini.

Analisis Dampak Pembelajaran RME terhadap Pengetahuan konsep pada Pemecahan Masalah Matematik

Hasil pretes dan postes digunakan untuk menghitung apakah terdapat perbedaan yang signifikan antara kelompok eksperimen dengan kelompok kontrol. Hasil pretest digunakan untuk melihat homogenitas dan normalitas dari kelompok data yang diteliti. Hasil berikut adalah hasil dari posttest yang telah dijalankan.

Table 2: Perbandingan rata – rata pengetahuan konsep dalam pemecahan masalah matematika

Kelompok	kemampuan	N	Rata-rata
Eksperimen	tinggi	34	97.16
	sedang	52	82.95
	rendah	26	61.62
Kontrol	tinggi	25	67.13
	sedang	64	59.15
	rendah	31	41.99

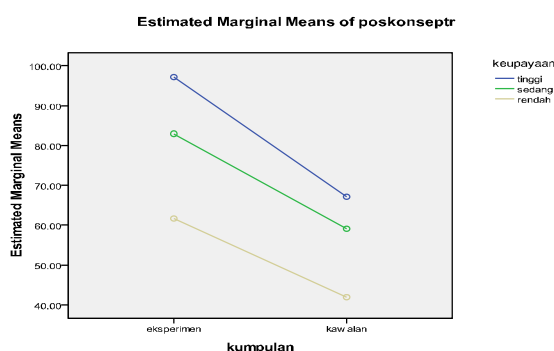
Terlihat dalam tabel 2, bahwa pengetahuan konsep siswa pada pemecahan masalah dari kelompok eksperimen lebih tinggi dari kelompok kontrol. Pada kelompok eksperimen, siswa berkemampuan tinggi dan sedang lebih mempunyai rata-rata yang lebih tinggi dibanding yang berkemampuan rendah. Demikian juga dengan kelompok kontrol. Untuk melihat perbedaan pengetahuan konsep siswa maka ujian anova dua arah dilakukan. Hasilnya seperti terlihat pada tabel berikut.

Table 3: Perbedaan pengetahuan konseptual antara kelompok dengan tingkat kemampuan siswa.

Variabel Bebas	Jumlah kuadrat Type II	df	Rata-rata kuadrat	F	Sig.
Kelompok	30901.748	1	30901.748	1616.704	.000
Kemampuan	27108.407	2	13554.204	3684.889	.000
Kelompok*kemampuan	780.087	2	390.044	46523	.000
Ralat baku	1894.738	226	8.384		
Jumlah	1170472.222	232			

Tabel diatas menunjukkan bahawa terdapat perbedaan yang signifikan pengetahuan konseptual antara kelompok eksperimen dengan kelompok kontrol dengan $F = 3684.889$ dan sig. 0.000 ($p < 0.05$). Seterusnya, terdapat perbedaan yang signifikan pengetahuan konseptual berdasarkan tingkat kemampuan siswa (tinggi, sedang dan rendah) dengan $F = 1616.704$ dan sig. 0.000 ($p < 0.05$).

Interaksi antara kelompok dan tingkat kemampuan siswa terhadap pengetahuan konsep dapat dilihat pada gambar berikut:



Gambar 1. Interaksi pengetahuan konsep antara kelompok dan tingkat kemampuan siswa

Interaksi yang terdapat antara kelompok eksperimen dan kontrol dengan kemampuan siswa dalam pengetahuan konsep memperlihatkan bahawa siswa pada kelompok eksperimen yang mempunyai kemampuan tinggi mempunyai pengetahuan konsep yang tinggi. Sedangkan pengetahuan konsep yang paling rendah dimiliki oleh siswa dalam kelompok kontrol yang berkemampuan rendah. Ini menunjukkan bahawa tidak terdapat interaksi pengetahuan konsep antara kelompok dan tingkat kemampuan siswa.

Analisis Dampak Pembelajaran RME terhadap Pengetahuan Prosedural pada Pemecahan Masalah Matematik

Hasil pretes dan postes digunakan untuk menghitung apakah terdapat perbedaan yang signifikan antara kelompok eksperimen dengan kelompok kontrol. Hasil pretest digunakan untuk melihat homogenitas dan normalitas dari kelompok data yang diteliti. Hasil berikut adalah hasil dari posttest yang telah dijalankan.

Table 4: Perbandingan rata – rata pengetahuan prosedural dalam pemecahan masalah matematika

Kelompok	kemampuan	N	Rata-rata
Eksperimen	tinggi	34	97.00
	sedang	52	82.40
	rendah	26	61.22
Kontrol	tinggi	25	66.07
	sedang	64	58.78
	rendah	31	42.04

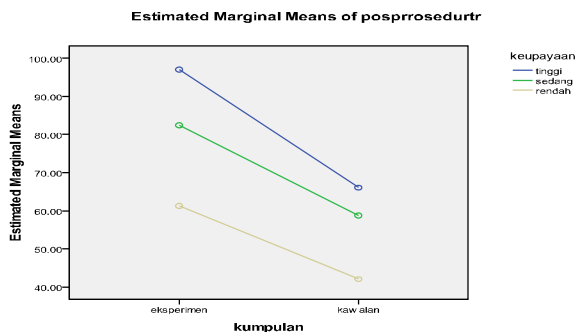
Terlihat dalam tabel 4, bahwa pengetahuan konsep siswa pada pemecahan masalah dari kelompok eksperimen lebih tinggi dari kelompok kontrol. Pada kelompok eksperimen, siswa berkemampuan tinggi dan sedang lebih mempunyai rata-rata yang lebih tinggi dibanding yang berkemampuan rendah. Demikian juga dengan kelompok kontrol. Untuk melihat perbedaan pengetahuan prosedural siswa maka ujian anova dua arah dilakukan. Hasilnya seperti terlihat pada tabel berikut.

Table 5: Perbedaan pengetahuan prosedural antara kelompok dengan tingkat kemampuan siswa.

Variabel Bebas	Jumlah kuadrat Type II	df	Rata-rata kuadrat	F	Sig.
kelompok	31097.169	1	31097.169	3981.016	.000
kemampuan	26387.901	2	13193.950	1690.049	.000
Kelompok*kemampuan	1019.894	2	509.947	65.321	.000
error	1764.347	226	7.807		
Jumlah	1157286.111	232			

Tabel diatas menunjukkan bahwa terdapat perbedaan yang signifikan pengetahuan prosedural antara kelompok eksperimen dengan kelompok kontrol dengan $F = 3981.016$ dan sig. 0.000 ($p < 0.05$). Seterusnya, terdapat perbedaan yang signifikan pengetahuan konseptual berdasarkan tingkat kemampuan siswa (tinggi, sedang dan rendah) dengan $F = 1690.049$ dan sig. 0.000 ($p < 0.05$).

Interaksi antara kelompok dan tingkat kemampuan siswa terhadap pengetahuan prosedural dapat dilihat pada gambar berikut:



Gambar 2. Interaksi pengetahuan prosedur antara kelompok dan tingkat kemampuan siswa.

Interaksi yang terdapat antara kelompok eksperimen dan kontrol dengan kemampuan siswa dalam pengetahuan prosedur memperlihatkan bahwa siswa pada kelompok eksperimen yang mempunyai kemampuan tinggi mempunyai pengetahuan prosedur yang tinggi, sedangkan pengetahuan prosedur yang paling rendah dimiliki oleh siswa dalam kelompok kontrol yang berkemampuan rendah. Ini menunjukkan bahwa tidak terdapat interaksi pengetahuan prosedur antara kelompok dan tingkat kemampuan siswa.

KESIMPULAN

Berdasarkan dari hasil penelitian di atas, hal itu menunjukkan bahwa kemampuan siswa yang mendapatkan pembelajaran matematika realistik lebih tinggi dibandingkan siswa yang mendapatkan pembelajaran biasa. Hasil ini didukung oleh Treffer and Streefland yang menyimpulkan bahwa siswa yang memperoleh pembelajaran matematika realistik lebih sukses dalam menyelesaikan permasalahan dari pada siswa yang mendapatkan pembelajaran biasa, hal ini ditunjukkan dalam pertanyaan tentang permasalahan real yang diberikan kepada siswa [13]. Lester (1980) menyatakan bahwa kemampuan siswa dalam pemecahan masalah lebih baik ketika mereka menyelesaikan permasalahan real dengan lebih sering. Ini sejalan dengan salah satu karakteristik pembelajaran matematika realistik yaitu menggunakan konteks real sebagai. Sejalan pula dengan apa yang dilakukan oleh Engelbrecht et al [14] yaitu dengan mengenalkan konsep secara lisan, algebra dan visual dalam proses pembelajaran dengan pendekatan RME diperoleh konsep-konsep terlebih dahulu.

1. Siswa yang mendapat pembelajaran matematika realistik mempunyai pengetahuan konseptual pada pemecahan masalah matematik yang lebih tinggi daripada siswa yang mendapat pembelajaran biasa.
2. Siswa yang mendapat pembelajaran matematika realistik memperoleh pengetahuan prosedural matematik yang lebih baik daripada siswa yang mendapat pembelajaran biasa.

SARAN

Agar siswa memperoleh kemampuan pemecahan masalah matematika lebih baik yang akan berdampak kepada pencapaian hasil belajar yang mencapai standard ketuntasan sesuai dengan KTSP, maka perlu adanya pelaksanaan pembelajaran yang inovatif. Salah satunya adalah dengan menerapkan pendekatan pembelajaran RME. Dalam setiap pengajaran guru perlu mempertimbangkan setiap konsep-konsep yang akan diajarkan sehingga mencakup semua dalam prosedur pelaksanaan pemecahan masalah.

PUSTAKA

- [1] Ruseffendi, E.T. (2006). *Pengantar Kepada Membantu Guru Mengembangkan Kompetensinya dalam Pengajaran Matematika untuk Meningkatkan CBSA*. Bandung: Tarsito.
- [2] Kaur, B. (2004). Teaching of Mathematics in Singapore Schools. [Online]. *Paper Presented at ICME – 10 Copenhagen*, Denmark. 2004. Tersedia: home.sandiego.edu. [12 November 2009].

- [3] NCTM. 2000. *Defining Problem Solving*. [on-line]. Available: [http://www. Learner.Org/channel/courses/ teachingmath/gradesk_2/session_03/ section_03_a.html](http://www.Learner.Org/channel/courses/teachingmath/gradesk_2/session_03/section_03_a.html). [4 November 2007]
- [4] Devens-Seligman, Judy. 2007. *Mathematical Problem Solving : Its Effect on Achievement and Attitudes of Elementary School Students*.
- [5] Hadi, Sutarto. 2002. *Effective Teacher Profesional development for The Implementation of realistic Mathematics education in Indonesia*. DisertasiDoktor. University of Twenty
- [6] Sembiring, R.K. 2002. *Reformasi pendidikan Matematika di Indonesia*. Kompas (16 September 2002).
- [7] Freudenthal, H. 1971. "Geometry between the Devil and the Deep Sea". *Educational Studies in Mathematics*, 3, 413-435.
- [8] Sleptenhaar. 2000. "Adapting Realistic Mathematics Education in the Indonesian Context". Dalam majalah ilmiah Himpunan Mahasiswa Indonesia (Proseding Konperensi Nasional Matematika X ITB, 17-20 Juli 2000 Streland L. 1991. *Realistic Mathematics Education in Primary School*. Freudenthal Institute. Utrecht.
- [9] Gravemeijer, K.P.E. 1994. *Developing Realistic Mathematics Education*. Freudenthal Institute Utrecht. Nederlands.
- [10] De Lange. J. 1996. *Using and applying Mathematics in Educationan*. In. A.J.Bishop et.al. (Eds.) International Handbook of Mathematics Education. Netherlands: Academic Publisher.
- [11] Hiebert, J & Lefevre, P. 1986. Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. In J. Hibert (Ed), conceptual and procedural knowledge. *The case of mathematics* (pp 1-23). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- [12] Creswell, John W. 2005. *Educational research*. Pearson educational Inc. New Jersey
- [13] Jones, G.A., Thornton, C.A., and Nisbet, S. (2002). "Elementary Students' Access to Powerful Mathematical Ideas". *Handbook of International Research in Mathematics Education*. Editor: English, L.D. London: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- [14] Engelbrecht, J., Harding , A & Potgieter, M. 2005. *Undergraduate students' performance and confidence in procedural and conceptual mathematics*. <http://ridcully.upac.za/multi/conceptualmath.pdf>. [20 Desember 2008].

**PENERAPAN STRATEGI *CREATIVE PROBLEM SOLVING* PADA
PELAKSANAAN PEMBELAJARAN *LESSON STUDY* UNTUK MENINGKATKAN
KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH DAN KOMUNIKASI MATEMATIKA
MAHASISWA PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA UNIVERSITAS
RIAU**

**THE APPLICATION OF CREATIVE PROBLEM SOLVING STRATEGY ON LESSON
STUDY LEARNING PROCESS TO IMPROVE PROBLEM SOLVING AND
MATHEMATICAL COMMUNICATION ABILITIES OF MATHEMATICS EDUCATION
STUDENTS OF RIAU UNIVERSITY**

Rini Dian Anggraini¹ , Putri Yuanita²

Pendidikan Matematika FKIP Universitas Riau, Pekanbaru
Telp (0761)563656/HP 0811751985
Email: dianrini62@yahoo.com
Jl. Anggrek No. 3 Samping Baterai P Pekanbaru, 28294

ABSTRACT

In mathematics learning process, students should be active in constructing knowledge, solving problem and doing task. In fact, problem solving skill and mathematics communication in Linear Programming is low. So the student understanding on this subject is low too. Many efforts already done to increase problem solving skill, mathematics communication and student mastery about this lesson, such as explaining the algorithm and concept, doing task, giving guidance exercises. Based on analysis that have done by teaching team, it's found that the sources of the problem is the lack of mathematics logical thinking of student. The purpose of this research is to develop the strategy of learning *creative problem solving* by using problem solving based modules to increase the quality of process, problem solving skill, mathematics communication, and the result of students in Mathematics Education Department. In this research, *creative problem solving* strategy is implemented in lesson study learning process by using Linear Programming modules. It is shown that the application of this strategy can increase the result, problem solving skill and mathematics communication of the student.

Keywords: Creative Problem Solving Strategy, Lesson Study Learning, Mathematics Skill, Mathematics communication

ABSTRAK

Pada proses pembelajaran matematika seharusnya mahasiswa terlibat aktif dalam mengkonstruksi pengetahuan, memecahkan persoalan dan mengerjakan tugas. Namun kenyataannya kemampuan pemecahan masalah dan komunikasi matematika pada mata kuliah Program Linier rendah sehingga berdampak kepada penguasaan mahasiswa terhadap pembelajaran juga rendah. Berbagai upaya telah dilakukan untuk meningkatkan kemampuan pemecahan masalah, komunikasi matematika dan penguasaan mahasiswa terhadap mata kuliah ini yaitu menjelaskan algoritma dan konsep, melaksanakan latihan terstruktur, memberikan latihan terbimbing. Berdasarkan analisis yang dilakukan dosen dan tim Aljabar ditemukan akar permasalahannya yaitu rendahnya logika berfikir matematika mahasiswa. Tujuan penelitian ini adalah untuk mengembangkan strategi pembelajaran *creative problem solving* dengan menggunakan bahan ajar berbasis pemecahan masalah pada mata kuliah Program Linier untuk meningkatkan kualitas proses, kemampuan pemecahan masalah dan komunikasi matematika dan hasil belajar Program Linier mahasiswa program studi pendidikan matematika FKIP UR. Melalui kegiatan penelitian ini dilaksanakan strategi pembelajaran *creative problem solving* dalam pelaksanaan pembelajaran *lesson study* yang berupa bahan ajar Program Linier. Hasil

penelitian menunjukkan bahwa penerapan strategi ini dapat meningkatkan hasil belajar, kemampuan pemecahan masalah dan komunikasi matematika mahasiswa.

Kata Kunci: Strategi Creative Problem Solving, pembelajaran Lesson Study, Kemampuan Matematika, Komunikasi Matematika

PENDAHULUAN

Lesson Study (LS) menyediakan suatu cara bagi guru (dosen) untuk dapat memperbaiki pembelajaran secara sistematis [1], dengan cara berkolaborasi dalam merancang *lesson* (pembelajaran) dan mengevaluasi kesuksesan strategi-strategi mengajar yang telah diterapkan sebagai upaya meningkatkan proses dan perolehan belajar mahasiswa [2],[3]. Sementara itu, seorang dosen (guru) mengimplementasikan pembelajaran dalam kelas, yang lain mengamati, dan mencatat pertanyaan dan pemahaman siswa (mahasiswa).

Kegiatan pembelajaran Program Linier masih didominasi oleh aktivitas dosen, yang terlihat pada saat dosen menjelaskan materi mahasiswa cenderung diam dan hanya mendengarkan penjelasan dari dosen, kurang berani memberikan pendapat pada saat dosen memberikan pertanyaan atau menanggapi jawaban teman lainnya bahkan takut bertanya walaupun sebenarnya belum paham tentang materi yang dipelajari, tidak merespon saat dosen menyajikan pekerjaan yang keliru, mahasiswa hanya mengerjakan atau mencatat apa yang diperintahkan dosen. Dalam [4] dinyatakan bahwa banyak persoalan ataupun informasi disampaikan dalam bahasa matematika, mengkomunikasikan gagasan dengan bahasa matematika justru lebih praktis, sistematis, dan efisien. Oleh karena itu proses komunikasi dapat membantu mahasiswa dalam menyampaikan gagasan sehingga gagasan tersebut dapat diketahui oleh orang lain.

Pemecahan masalah merupakan bagian yang tidak terpisahkan dari matematika, [5] mengungkapkan bahwa pemecahan masalah tidak hanya sekedar tujuan dari belajar matematika tetapi juga merupakan alat utama untuk bekerja dalam matematika. Berdasarkan analisis yang peneliti lakukan dengan dosen bidang Aljabar lainnya ditemukan akar permasalahannya yaitu rendahnya logika berfikir matematika mahasiswa, tidak terjalinnya komunikasi dua arah antara dosen dan mahasiswa dan dosen seolah-olah belum dapat membangkitkannya melalui langkah-langkah pembelajaran yang telah dilaksanakannya.

Salah satu alternatif yang diperkirakan mampu mengatasi persoalan tersebut menurut peneliti adalah melalui penerapan strategi pembelajaran *Creative Problem Solving* (CPS) dalam pelaksanaan pembelajaran *Lesson study* dengan menggunakan perangkat pembelajaran berupa bahan ajar berbasis pemecahan masalah. Hal ini dinilai mampu mengatasi masalah dengan dua alasan utama yaitu:

1. Pada pengembangan strategi *Creative Problem Solving* mahasiswa dilibatkan secara aktif menggunakan logika berfikir.
2. Adanya bahan ajar yang berbasis strategi *Creative Problem Solving* akan membantu mahasiswa dalam memahami materi matematika dan membantu mahasiswa dalam meningkatkan penguasaan matematika itu sendiri.

Berdasarkan permasalahan yang ada, maka untuk dapat meningkatkan kualitas pembelajaran mata kuliah Program Linier diperlukan bahan ajar berupa suatu perangkat pembelajaran yang disusun sesuai kondisi dan permasalahan yang dihadapi mahasiswa.

METODE PENELITIAN

Bentuk penelitian yang dilaksanakan adalah penelitian tindakan kelas yang desainnya didahului dengan pengembangan perangkat pembelajaran. Penelitian tindakan kelas ini mengacu kepada pelaksanaan pembelajaran *Lesson Study*. Untuk mengembangkan program agar pelaksanaan pembelajaran efektif, siklus *Lesson Study* dapat dilakukan melalui serangkaian kegiatan yaitu : *Planning-Doing-Seeing (Plan-Do-See)*. Menurut Saito dkk (2005) terdapat tiga langkah sederhana dalam siklus *Lesson Study* yaitu :

2.1 Perencanaan (Plan)

Tahap ini bertujuan untuk menghasilkan rancangan pembelajaran yang diyakini mampu membelajarkan mahasiswa secara efektif serta membangkitkan partisipasi mahasiswa dalam pembelajaran. Dalam perencanaan dosen secara kolaboratif berbagi ide menyusun rancangan pembelajaran untuk menghasilkan cara-cara pengorganisasian bahan ajar, proses pembelajaran maupun menyiapkan alat bantu pembelajaran.

2.2 Pelaksanaan (Do)

Tahap pelaksanaan LS bertujuan untuk mengimplementasikan rancangan pembelajaran. Dalam proses pelaksanaan tersebut salah seorang dosen berperan sebagai pelaksana LS dan dosen yang lain sebagai pengamat. Fokus pengamatan bukan pada penampilan dosen yang mengajar, tetapi lebih diarahkan pada kegiatan belajar mahasiswa dengan berpedoman pada prosedur dan instrumen yang telah disepakati pada tahap perencanaan. Pengamat tidak diperkenankan menggunakan proses pembelajaran.

2.3 Refleksi (See)

Tujuan refleksi adalah untuk menemukan kelebihan dan kekurangan pelaksanaan pembelajaran. Kegiatan diawali dengan penyampaian kesan dari mahasiswa dan selanjutnya diberikan kepada pengamat. Kritik dan saran diarahkan dalam rangka peningkatan kualitas pembelajaran dan disampaikan secara bijak tanpa merendahkan atau menyakiti hati dosen yang mengajar. Masukan yang positif dapat digunakan untuk merancang kembali pembelajaran yang lebih baik.

Pada tahap perencanaan dilakukan juga kegiatan berupa (i) analisis kebutuhan (*need assesment*), (ii) review literatur, (iii) merancang prototipe, (iv) validasi pakar, dan (v) revisi dan evaluasi prototipe

Berdasarkan hasil validasi dosen Aljabar sebagai pakar, prototipe direvisi dan dievaluasi. Selama revisi dan evaluasi peneliti akan melakukan diskusi dengan pakar (dosen-dosen bidang Aljabar lainnya). Dengan melakukan kelima langkah yang diuraikan di atas diperoleh perangkat pembelajaran Program Linier yang valid. Selanjutnya efektivitas penggunaan prototipe perangkat pembelajaran, akan dilihat melalui observasi kelas, wawancara dengan dosen dan mahasiswa, tes kemampuan pemecahan masalah dan komunikasi matematika serta tes hasil belajar. Perangkat pembelajaran dikatakan efektif jika dapat memberikan dampak positif terhadap sikap, kemampuan pemecahan masalah, komunikasi matematika dan hasil belajar mahasiswa serta membantu dosen dalam melaksanakan tugas pembelajaran matematika di kelas. Setelah perangkat pembelajaran selesai direvisi dan dievaluasi kemudian digunakan dalam proses pembelajaran dalam penelitian ini. Adapun penelitian yang dilakukan adalah penelitian

tindakan kelas kolaboratif, peneliti dan beberapa orang dosen Program Studi Pendidikan Matematika berkolaborasi dalam penelitian.

Dalam [6] dikemukakan bahwa penelitian tindakan kelas merupakan suatu pencerminan terhadap kegiatan belajar berupa sebuah tindakan, yang sengaja dimunculkan dan terjadi dalam sebuah kelas secara bersama. Wardani [7] mengemukakan bahwa penelitian tindakan kelas merupakan penelitian yang dilakukan oleh guru di dalam kelasnya sendiri melalui refleksi diri dengan tujuan memperbaiki kinerjanya sebagai guru sehingga hasil belajar siswa meningkat.

Instrumen yang digunakan dalam penelitian ini antara lain:

1. Perangkat Pembelajaran

Perangkat pembelajaran yang digunakan pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

a. Satuan Acara Perkuliahan (SAP)

SAP ini berfungsi sebagai acuan bagi peneliti dalam melaksanakan proses pembelajaran, serta bertujuan agar proses pembelajaran berjalan sebagai mana mestinya sesuai dengan silabus yang disusun.

b. Lembar Kerja Mahasiswa (LKM)

LKM merupakan langkah kerja dalam mengkonstruksi konsep dengan prosedur yang dibuat agar mahasiswa mampu menyelesaikan suatu persoalan. Setiap LKM memuat indikator, konsep-konsep materi ajar dan langkah-langkah kegiatan.

2. Instrumen Pengumpulan Data

Instrumen yang digunakan untuk memperoleh data dalam penelitian ini berupa: Lembar Pengamatan, Pedoman Wawancara, Angket Respon Mahasiswa, Tes Hasil Belajar dan Dokumentasi.

3. Teknik Pengumpulan Data

Teknik yang digunakan untuk mengumpulkan data dalam penelitian ini adalah teknik observasi, wawancara, catatan lapangan, angket, tes dan dokumentasi.

Untuk menjawab pertanyaan pada perumusan masalah, penelitian ini menggunakan analisis deskriptif. Data yang diperoleh dalam penelitian ini berupa data hasil observasi terhadap mahasiswa dan dosen, catatan lapangan, angket komunikasi dan penyelesaian masalah matematika mahasiswa dan angket respon mahasiswa tentang kemampuan komunikasi dan pemecahan masalah matematika mahasiswa, data hasil wawancara yang dilakukan pada akhir tindakan, hasil tes, juga dilengkapi dengan dokumentasi berupa foto.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Berdasarkan hasil pengamatan dan diskusi peneliti dengan pengamat selama melakukan tindakan sebanyak dua kali pertemuan pada siklus I masih banyak kekurangan-kekurangan yang dilakukan. Kekurangan-kekurangan tersebut diantaranya sebagai berikut:

- 1) Dosen kurang tegas dalam segi waktu, sehingga waktu yang digunakan untuk mengerjakan LKM tidak sesuai dengan perencanaan awal dan mengakibatkan pada pertemuan pertama persentasi kelompok kurang terlaksana dengan baik

- 2) Dosen belum seutuhnya dapat mengarahkan mahasiswa untuk aktif berdiskusi dalam kelompoknya untuk memecahkan masalah yang diberikan.
- 3) Pada saat mengerjakan LKM pada pertemuan pertama masih banyak mahasiswa yang bingung dalam mengerjakannya.
- 4) Tidak semua mahasiswa dalam kelompok berdiskusi dengan anggota kelompoknya, mahasiswa masih bekerja secara individu dan kurang aktif dalam kelompoknya ini terlihat dalam fase pembelajaran, yaitu merumuskan masalah, mengungkapkan gagasan, menyeleksi dan mengevaluasi gagasan, serta implementasi gagasan tidak semua mahasiswa dalam kelompok yang aktif mengeluarkan gagasannya, bahkan ada mahasiswa yang menunggu temannya mengeluarkan gagasan. Begitu juga dalam evaluasi dan seleksi gagasan, tidak semua mahasiswa melakukannya, hanya beberapa orang mahasiswa saja dalam tiap kelompok yang melakukannya. Terakhir dalam fase implementasi pun, tidak semua mahasiswa yang melakukannya, sebagian dari mereka menunggu arahan dosen terlebih dahulu.
- 5) Dosen kurang memotivasi mahasiswa untuk aktif dalam diskusi kelompok dan dalam pelaksanaan persentasi kelompok.

Berdasarkan refleksi siklus pertama peneliti menyusun rencana perbaikan sebagai berikut:

- 1) Mengatur waktu seefektif mungkin agar pelaksanaan pembelajaran berikutnya dapat berjalan dengan baik.
- 2) Memantau dan memberikan bimbingan yang lebih merata kesemua kelompok sehingga mahasiswa mengetahui apa yang harus dikerjakan dan lebih serius dalam belajar
- 3) Memberikan penjelasan tentang pentingnya kerjasama dalam kelompok sehingga permasalahan yang ada dapat diselesaikan secara bersama-sama
- 4) Dosen berusaha semaksimal mungkin meningkatkan pemantauan dalam proses pembelajaran

Untuk siklus kedua sudah lebih baik dari siklus pertama. Keterlaksanaan pembelajaran pada siklus kedua ini sudah sesuai dengan langkah-langkah pembelajaran yang sudah direncanakan. Mahasiswa sudah mengerti dengan langkah pembelajaran, sehingga tidak terlalu banyak kesalahan yang dilakukan. Untuk siklus kedua ini peneliti tidak melakukan perencanaan untuk siklus berikutnya. Hasil refleksi diserahkan kepada dosen sebagai bahan masukan untuk perbaikan kedepannya.

Kesesuaian antara langkah-langkah penerapan model pembelajaran *Creative Problem Solving (CPS)* yang direncanakan dengan pelaksanaan tindakan proses pembelajaran dapat dilihat dari hasil pengamatan pada lembar pengamatan setiap pertemuan.

Berdasarkan lembar pengamatan dapat ditentukan hasil lembar pengamatan aktivitas guru dan siswa pada setiap pertemuan berdasarkan rata-rata aktivitas dosen dan mahasiswa dalam kelompok yang disajikan pada tabel berikut.

Tabel 1. Kriteria Aktivitas Dosen pada Siklus I

No	Indikator	Pertemuan ke-		Rata-Rata	Kriteria
		1	2		
1	Menyampaikan tujuan pembelajaran dan memotivasi mahasiswa	3	4	3,5	Sangat baik
2	Mengarahkan mahasiswa merumuskan masalah	2	3,5	2,75	Baik
3	Mengarahkan mahasiswa mengungkapkan gagasan dalam kelompok	3	4	3,5	Sangat baik
4	Mengarahkan mahasiswa mengevaluasi dan menyeleksi gagasan	3	4	3,5	Sangat baik
5	Mengarahkan mahasiswa mengimplementasikan gagasan yang sudah diseleksi pada LKS	3	4	3,5	Sangat baik
6	Meminta perwakilan kelompok mempersentasikan hasil kerjanya	2	4	3	Sangat baik

Tabel 2. Kriteria Aktivitas Dosen pada Siklus II

No	Indikator	Pertemuan ke-		Rata-Rata	Kriteria
		4	5		
1	Menyampaikan tujuan pembelajaran dan memotivasi mahasiswa	4	4	4	Sangat Baik
2	Mengarahkan mahasiswa merumuskan masalah	4	4	4	Sangat Baik
3	Mengarahkan mahasiswa mengungkapkan gagasan dalam kelompok	4	4	4	Sangat Baik
4	Mengarahkan mahasiswa mengevaluasi dan menyeleksi gagasan	4	3	3,5	Sangat Baik
5	Mengarahkan mahasiswa mengimplementasikan gagasan yang sudah diseleksi pada LKS	4	4	4	Sangat Baik
6	Meminta perwakilan kelompok mempersentasikan hasil kerjanya	3	4	3,5	Sangat Baik

Tabel 3. Kriteria Aktivitas Siswa dalam Kelompok pada Siklus I

Indikator		Merumuskan masalah	Mengungkapkan gagasan	Mengevaluasi dan menyeleksi gagasan	Mengimplementasikan gagasan	Beberapa kelompok mempersentasikan hasil kerjanya
Pertemuan Ke-						
1	I	4	2	4	2	1
	II	3	1	1	2	1
	III	4	4	4	3	1
	IV	2	1	1	1	1
	Rata-rata	3,25	2,0	2,5	2,0	1
	Kriteria	Baik	Cukup Baik	Cukup Baik	Baik	Cukup Baik
2	I	4	3	4	4	2
	II	4	2	4	4	2
	III	4	4	4	4	3
	IV	3	2	4	4	2
	Rata-rata	3,7	2,8	4	4	2,25
	Kriteria	Sangat Baik	Baik	Sangat Baik	Sangat Baik	Baik
Rata-Rata		3,8	2,4	3,12	3,0	1,6
Kriteria		Sangat Baik	Baik	Sangat Baik	Sangat Baik	Cukup baik

Tabel 4. Kriteria Aktivitas Siswa dalam Kelompok pada Siklus II

Indikator Pertemuan Ke-		Merumuskan masalah	Mengungkapkan gagasan	Meng-evaluasi dan menyeleksi gagasan	Meng-implementasikan gagasan	Beberapa kelompok mempersen tasikan hasil kerjanya
3	I	4	4	3	4	3
	II	4	4	3	4	3
	III	4	4	3	4	3
	IV	4	4	3	4	3
	Rata-Rata	4	4	3	4	3
	Kriteria	Sangat Baik	Sangat Baik	Sangat Baik	Sangat Baik	Baik
4	I	4	4	3	4	2
	II	4	4	3	4	2
	III	4	4	3	4	2
	IV	4	4	3	4	2
	Rata-Rata	4	4	3	4	2
	Kriteria	Sangat Baik	Sangat Baik	Sangat Baik	Sangat Baik	Cukup Baik
Rata-Rata		4,0	4,0	3,0	4,0	2,5
Kriteria		Sangat Baik	Sangat Baik	Sangat Baik	Sangat Baik	Cukup Baik

Berdasarkan tabel di atas terlihat bahwa setiap kali pertemuan sebagian besar mendapatkan kriteria sangat baik. Sehingga dari uraian secara umum dari rata-rata nilai aktivitas dosen dan mahasiswa maka dapat disimpulkan bahwa model pembelajaran *CPS* sudah sesuai dengan perencanaan.

Untuk menjawab rumusan masalah pertama, diperlukan data hasil belajar Program Linier, yang dilaksanakan 3 kali tes hasil belajar yang dapat dilihat pada table berikut:

Tabel 5 : Skor Hasil Belajar Quis (X₁), Tes I (X₂) dan Tes II (X₃)

No.	X ₁	X ₂	X ₃	D ₁	D ₂	No.	X ₁	X ₂	X ₃	D ₁	D ₂
1.	85	90	92	+	+	9.	50	80	75	+	-
2.	65	50	70	-	+	10.	65	90	80	+	-
3.	77	85	88	+	+	11.	40	45	52	+	+
4.	55	80	75	+	-	12.	35	80	80	+	0
5.	45	70	73	+	+	13.	75	50	74	-	+
6.	40	65	62	+	-	14.	50	70	66	+	-
7.	60	64	71	+	+	15.	57	60	63	+	+
8.	35	70	75	+	+	16.	45	64	65	+	+
						17.	85	100	100	+	0

Catatan: D_1 adalah $X_2 - X_1$ dan D_2 adalah $X_3 - X_2$

Berdasarkan sebaran skor yang diperoleh mahasiswa pada table di atas dapat disimpulkan yaitu 15 orang mahasiswa yang mengalami kenaikan skor dan 2 orang mengalami penurunan skor pada siklus I dan pada siklus II, 10 orang mengalami kenaikan skor dan 5 orang yang mengalami penurunan skor dan ada 2 orang dengan skor yang sama.

Berikut ini adalah statistik dasar skor hasil belajar Program Linier berdasarkan Tabel 3 diperoleh Tabel 4 berikut:

Tabel 6. Statistik Dasar Skor Quis (X1), Tes I (X2) dan Tes II (X3)

No.	Statistik	X ₁	X ₂	X ₃
1.	Skor Tertinggi	85	100	100
2.	Skor terendah	35	45	51.5
3.	Rata-rata	56,70	71,35	74,71

Dari table 6 di atas terlihat perubahan kearah yang lebih baik dari skor Quis ke skor Tes I dan skor Tes II, baik dari skor rata-rata, skor terendah maupun skor tertinggi

Berdasarkan uraian di atas dapat disimpulkan bahwa terjadi peningkatan hasil belajar mahasiswa juga peningkatan kemampuan pemecahan masalah dan kemampuan komunikasi matematika mahasiswa setelah diterapkan strategi *Creative Problem Solving* dalam pelaksanaan pembelajaran dengan *Lesson Study* pada mata kuliah Program Linier.

Refleksi pembelajaran oleh mahasiswa dilakukan pada akhir siklus II. Hasil refleksi dapat dipaparkan sebagai berikut: Dari lembar observasi mahasiswa hampir semua mahasiswa menyatakan setuju dan sangat setuju dengan proses pembelajaran yang dilakukan. Hampir semuanya juga menyatakan bahwa proses pembelajaran pada siklus ke II lebih baik dari siklus I. Alasan yang diberikan pada umumnya menyatakan bahwa mereka menyadari bahwa dengan mempelajari materi terlebih dahulu sangat banyak membantu mereka dalam perkuliahan. Kemudian dengan memahami materi dengan tuntas pada saat proses pembelajaran jauh lebih baik dari pada ketidak mengertian itu dibawa pulang kerumah. Melatih diri untuk tampil menjelaskan hasil diskusi dan menjawab pertanyaan yang ditanyakan teman akan sangat bermanfaat untuk bekal menjadi guru dan mengikuti Program Pengalaman Lapangan (PPL) yang akan mereka laksanakan pada semester berikutnya.

KESIMPULAN

Berdasarkan analisis data dan pembahasan diperoleh kesimpulan bahwa penerapan strategi *Creative Problem Solving* dalam pelaksanaan pembelajaran dengan *Lesson Study* pada mata kuliah Program Linier dapat meningkatkan hasil belajar, kemampuan pemecahan masalah dan komunikasi matematika mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika FKIP UR pada mata kuliah Program Linier pada semester ganjil 2013/2014.

SARAN

Melalui penelitian yang telah dilakukan, peneliti mengemukakan saran-saran yang berhubungan dengan Strategi *Creative problem Solving (CPS)* dalam pembelajaran matematika sebagai berikut:

1. Pada tahap pembelajaran *CPS* yaitu pada tahap pengungkapan gagasan, evaluasi dan seleksi, dan implementasi dosen lebih mengarahkan mahasiswa untuk lebih aktif berdiskusi dalam kelompoknya untuk memecahkan masalah yang diberikan.
2. Pada saat mahasiswa berdiskusi dalam kelompok tidak semua mahasiswa aktif berdiskusi, diharapkan dosen lebih memantau dan memberikan bimbingan yang lebih merata kesemua kelompok sehingga mahasiswa mengetahui apa yang harus dikerjakan.

PUSTAKA

- [1] Podhorsky C, Moore V. 2006. Issue in curriculum: Improving instructional practice through lesson study. Tersedia pada <http://www.lessonstudy.net>. Diakses pada tanggal 20 desember 2007.
- [2] Lewis C. 2002. Lesson study: A handbook of teacher-led instructional change. Philadelphia: Research for Better Schools.
- [3] Lewis C., Perry R., Hurd J, O'Connel MP. 2006. Teacher collaboration: Lesson study comes of age in North America. Tersedia pada http://www.Lessonresearch.net/LS_06Kappan.pdf. Diakses pada tanggal 20 desember 2007.
- [4] Shadiq F. 2004. *Penyelesaian masalah, Penalaran, dan Komunikasi*, Widyaiswara PPPG Matematika, Yogyakarta
- [5] NCTM. 2000. Defining problem Solving. [on-line] Available: http://www.Learner.org/channel/courses/teachingmath/gradesk_2/session_03/section_a.html. Diakses pada tanggal 4 November 2008.
- [6] Arikunto, Suharsimi. 2008. *Penelitian Tindakan Kelas*. Bumi Aksara. Jakarta
- [7] Wardani IGAK. 2003. *Penelitian tindakan kelas*, Pusat Penerbitan Universitas Terbuka, Jakarta

**UPAYA MENINGKATKAN KEMAMPUAN BERPIKIR KRITIS PESERTA DIDIK
KELAS VIIIF SMPN 18 PEKANBARU PADA PELAJARAN MATEMATIKA
TAHUN 2013/2014 MELALUI PENERAPAN MODEL PEMBELAJARAN
KOOPERATIF PENDEKATAN STRUKTURAL TPS**

**EFFORT TO IMPROVE THE ABILITY OF CRITICAL THINKS OF STUDENT OF CLASS
VIIIF SMPN 18 PEKANBARU ON MATHEMATICS LESSON AT YEAR 2013 / 2014
THROUGH IMPLIMENTATION COOPERATIVE LEARNING MODEL OF STRUCTURAL
APPROACH TPS**

Sakur; Suhermi,

dosen Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Riau
sakurmusdar@gmail.com; suhermi-mpd@gmail.com

ABSTRACT

This research aims to improve the Ability of Critical Thinking (ACT) and mathematics achievement of VIII_F grade students at SMPN 18 Pekanbaru. Form of research is Classroom Action Research (CAR) collaborative by researchers, students and teachers of mathematics, to apply the action of Cooperative Learning Approach Structural TPS. The data collected is data about the activity of learners and teachers, and data about mathematics achievement students, that using instruments sheet observation and daily tests. Analysis of data on the activities of teachers and students to assess the impact of the implementation of the action. Data on the mathematics achievement analyzed by ACT Rubric and the average value. The analysis showed that there is an increase in ACT learners. Although it was found that learners ACT still low on aspects of implementing problem-solving ability. Thus concluded that the implementation of the Model of Cooperative Learning Structural Approach TPS has been execute properly, and can improve the ACT learners, and improve achievement of students.

Keyword; Ability of Critical Thinking, Structural Approach TPS, mathematics achievement

ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan untuk meningkatkan Kemampuan Berpikir Kritis (KBK) dan Hasil Belajar Matematika peserta didik di kelas VIII_F SMPN 18 Pekanbaru. Bentuk penelitian adalah Penelitian Tindakan Kelas (PTK) kolaboratif oleh peneliti, mahasiswa dan guru bidang studi matematika. Tindakan yang dilakukan adalah penerapan Model Pembelajaran Kooperatif Pendekatan Struktural *TPS*. Data yang dikumpulkan adalah data tentang aktivitas peserta didik dan guru, dan data tentang hasil belajar matematika peserta didik, menggunakan instrumen lembar pengamatan dan ulangan harian. Analisis data tentang aktivitas guru dan peserta didik dengan mengkaji dampak pelaksanaan tindakan. Data tentang hasil belajar matematika dianalisis berdasarkan Rubrik KBK dan nilai rata-rata. Hasil analisis menunjukkan bahwa terdapat peningkatan KBK peserta didik. Meskipun masih ditemukan bahwa KBK peserta didik rendah pada aspek Kemampuan melaksanakan penyelesaian masalah. Dengan demikian disimpulkan bahwa penerapan Model Pembelajaran Kooperatif Pendekatan Struktural *TPS* sudah dilaksanakan dengan baik, dan dapat meningkatkan KBK peserta didik, dan meningkatkan hasil belajar matematika peserta didik.

Kata Kunci; Kemampuan Berpikir Kritis, Pendekatan Struktural *TPS*, Hasil Belajar Matematika

PENDAHULUAN

Pembelajaran Kooperatif Pendekatan Struktural *TPS* dapat mengaktifkan peserta didik dalam pembelajaran karena aktivitas peserta didik dalam mencari, mengolah dan melaporkan informasi dari berbagai sumber dikehendaki terjadi dalam proses pembelajaran. Pembelajaran Kooperatif Pendekatan Struktural *TPS* juga mendorong peserta didik untuk meningkatkan semangat kerjasama mereka. Dalam penerapannya masing-masing peserta didik dalam tiap kelompok menentukan siapa yang menjadi perwakilan kelompok untuk mempersentasikan hasil kerja kelompoknya dan juga memastikan keterlibatan semua peserta didik.

Dengan diterapkan model pembelajaran tersebut diharapkan dapat mengoptimalkan partisipasi peserta didik dalam proses pembelajaran, memberikan waktu lebih banyak untuk peserta didik berpikir, merespon dan saling membantu sehingga dominasi peserta didik berkemampuan tinggi tidak terjadi. Tahapan dalam Pembelajaran Kooperatif Pendekatan Struktural *TPS* memberikan kesempatan kepada peserta didik untuk berpikir aktif dalam menemukan konsep materi yang dipelajari (*think*), selanjutnya peserta didik bisa berbagi hasil pemikiran dengan pasangan dalam satu kelompoknya (*pair*) dan pada akhirnya dapat menyatukan ide antar pasangan dalam satu kelompok (*square*).

Penelitian ini bertujuan untuk meningkatkan Kemampuan Berpikir Kritis (KBK) peserta didik kelas VIII_F SMPN 18 Pekanbaru pada pelajaran matematika tahun pelajaran 2013/2014 melalui penerapan Pembelajaran Kooperatif Pendekatan Struktural *TPS* dengan perbaikan pada Kompetensi Dasar menyelesaikan sistem persamaan linear dua variabel dan membuat model matematika dari masalah yang berkaitan dengan sistem persamaan linear dua variabel.

TINJAUAN PUSTAKA

Ennis [1], menyatakan bahwa Kemampuan Berpikir Kritis (KBK) dalam matematika adalah kemampuan untuk melibatkan pengetahuan, penalaran matematis, dan menggunakan strategi kognitif dalam menggeneralisasi, membuktikan, atau mengevaluasi situasi matematis yang kurang dikenal dengan cara reflektif. KBK dalam matematika pada penelitian ini difokus pada kemampuan untuk bereaksi terhadap masalah matematika yang meliputi kemampuan pemecahan masalah. Di dalam pembelajaran, kegiatan yang menekankan kemampuan interaksi sosial melatih peserta didik untuk berpikir divergen dan konvergen. Berpikir divergen adalah suatu kemampuan untuk menghasilkan banyak tanggapan, gagasan, pilihan atau alternatif jawaban atas suatu pertanyaan terbuka atau tantangan, sedangkan berpikir konvergen adalah suatu kemampuan untuk menghasilkan tanggapan melalui petunjuk tertentu [2].

Kusumah [3], menyatakan bahwa belajar pemecahan masalah matematis merupakan belajar berpikir dan bernalar dalam mengaplikasikan pengetahuan yang telah diperoleh untuk menyelesaikan masalah baru yang sebelumnya tidak pernah dijumpai. Dengan demikian diharapkan melalui pemecahan masalah matematis, peserta didik akan mampu mempertajam kekuatan daya analisis secara lebih kritis dan kreatif.

Pepkin [4], menyatakan bahwa sasaran pembelajaran pemecahan masalah adalah: 1) Peserta didik mampu menyatakan urutan langkah-langkah pemecahan masalah. 2) Peserta didik mampu menemukan kemungkinan-kemungkinan strategi

pemecahan masalah. 3) Peserta didik mampu mengevaluasi dan menyeleksi kemungkinan-kemungkinan tersebut kaitannya dengan kriteria-kriteria yang ada. 4) Peserta didik mampu memilih suatu pilihan solusi yang optimal. 5) Peserta didik mampu mengembangkan suatu rencana dalam mengimplementasikan strategi pemecahan masalah. 6) Peserta didik mampu mengartikulasikan penyelesaian permasalahan dalam berbagai bidang situasi.

Pembelajaran kooperatif adalah model pembelajaran dimana peserta didik belajar dan bekerjasama dalam kelompok kecil heterogen yang beranggotakan 4-6 orang peserta didik dalam mencapai tujuan pembelajaran [5]. Pembelajaran kooperatif menekankan pada kehadiran teman sebaya yang berinteraksi antar sesamanya sebagai sebuah tim dalam menyelesaikan atau membahas sebuah masalah atau tugas. Lie [6], mengemukakan ada empat ciri-ciri pembelajaran kooperatif yaitu: a) Peserta didik bekerja dalam kelompok secara kooperatif untuk menuntaskan materi belajarnya. b) Kelompok dibentuk dari peserta didik yang memiliki kemampuan tinggi, sedang, dan rendah. c) Bilamana mungkin, anggota kelompok berasal dari ras, budaya, suku, jenis kelamin berbeda-beda. d) Penghargaan lebih berorientasi kelompok ketimbang individu.

Adapun tahap-tahap yang harus dilakukan dalam Pembelajaran Kooperatif Dengan Pendekatan Struktural *TPS* [7] adalah (a) *Think* (berpikir). Guru mengajukan pertanyaan atau isu yang berhubungan dengan pelajaran, kemudian peserta didik diminta untuk memikirkan pertanyaan atau isu tersebut secara mandiri untuk beberapa saat. (b) *Pairing* (berpasangan). Guru meminta peserta didik berpasangan dengan peserta didik yang lain untuk mendiskusikan apa yang telah dipikirkannya pada tahap pertama. Interaksi pada tahap ini diharapkan dapat berbagi jawaban jika telah diajukan suatu pertanyaan atau berbagi ide jika suatu persoalan khusus telah diidentifikasi. (c) *Square* (berempat). Guru memberikan kesempatan kepada pasangan untuk kembali ke kelompoknya sehingga jumlah anggota dalam kelompok adalah empat orang. Mereka saling bertukar pikiran atas hasil kerja pasangan masing-masing sehingga nanti akan menjadi hasil bersama.

METODE PENELITIAN

Bentuk penelitian yang dilakukan adalah Penelitian Tindakan Kelas (PTK) kolaboratif. Yakni, kolaboratif peneliti, mahasiswa dan guru bidang studi matematika. Wardani [8], menyatakan bahwa PTK adalah penelitian yang dilakukan oleh guru di dalam kelasnya sendiri melalui refleksi diri, dengan tujuan untuk memperbaiki kinerja sebagai guru, sehingga hasil belajar peserta didik menjadi meningkat. Penelitian ini adalah penelitian yang bersifat reflektif, yaitu penelitian yang diawali dari proses refleksi (perenungan) atas dampak tindakan yang selama ini dilakukan guru terkait dengan tugas-tugas pembelajaran di kelas.

Arikunto [9] menyatakan bahwa PTK merupakan suatu pencermatan terhadap kegiatan belajar merupakan sebuah tindakan yang sengaja dimunculkan dan terjadi dalam sebuah kelas secara bersama. Tindakan tersebut diberikan oleh guru atau arahan dari guru yang dilakukan oleh Mahasiswa. Tindakan (*action*) dilakukan pada situasi alami dan ditujukan untuk memecahkan masalah.

Subjek dalam penelitian ini adalah peserta didik kelas VIII_F SMPN 18 Pekanbaru semester ganjil T.A 2013/2014 yang berjumlah 38 orang terdiri dari 19 orang peserta didik laki-laki dan 19 orang peserta didik perempuan.

Arikunto [9] menyatakan bahwa secara garis besar PTK dilaksanakan melalui 4 tahap yaitu: 1) perencanaan; 2) pelaksanaan; 3) pengamatan; dan 4) refleksi. Pada siklus pertama dilakukan tindakan yang sesuai dengan Model Pembelajaran Kooperatif Pendekatan Struktural *TPS*. Masing-masing komponen pada setiap siklus dalam penelitian adalah:

1. Perencanaan (*Planning*)

Perencanaan pada siklus 1, peneliti mempersiapkan instrumen penelitian yang terdiri dari perangkat pembelajaran dan instrumen pengumpulan data. Data yang dikumpulkan pada penelitian ini adalah data tentang aktivitas peserta didik dan guru selama proses pembelajaran, data tentang hasil belajar matematika peserta didik setelah proses pembelajaran. Instrumen pengumpulan data adalah lembar pengamatan untuk setiap kali pertemuan dan tes hasil belajar matematika untuk ulangan harian I (UH 1) dan ulangan harian II (UH 2).

Lembar pengamatan dibuat mengacu pada langkah-langkah pembelajaran kooperatif pendekatan struktural *TPS*, serta aktivitas peserta didik berpikir kritis dalam proses pembelajaran. Langkah-langkah kegiatan pengamatan sebagai berikut; 1) pengamat mengamati aktivitas guru dan peserta didik selama proses pembelajaran. 2) pengamat menuliskan kualitas keterlaksanaan aspek yang diamati pada kolom hasil pengamatan sesuai dengan aspek pengamatan yang telah disediakan. 3) kualitas keterlaksanaan aspek yang diamati dapat dilengkapi oleh pengamat dengan membubuhkan komentar.

2. Pelaksanaan tindakan (*acting*)

Pelaksanaan tindakan siklus 1 berdasarkan tiga eksemplar Rencana Pelaksanaan Pembelajaran (RPP) dan Lembar Kerja Peserta didik (LKPD) yang pertama, dan ulangan harian I. Pelaksanaan tindakan siklus 2 berdasarkan tiga eksemplar RPP/LKPD yang diperbaiki berdasarkan hasil refleksi 1, dan ulangan harian II.

3. Pengamatan (*observing*)

Pelaksanaan pembelajaran diamati, Objek pengamatan adalah guru dan peserta didik dalam proses pembelajaran. Pengamatan yang dilakukan bertujuan untuk merekam data aktivitas dan interaksi guru dan peserta didik dalam proses pembelajaran. Hasil pengamatan adalah data yang diperlukan untuk refleksi.

4. Refleksi (*reflecting*)

Refleksi dilakukan setiap siklus yang merupakan perenungan bagi guru atau peneliti atas dampak dari proses pembelajaran yang dilakukan. Tujuan refleksi adalah menentukan langkah untuk merencanakan tindakan baru pada pelaksanaan pembelajaran selanjutnya.

Analisis data tentang aktivitas guru dan peserta didik didasarkan kepada lembar pengamatan selama proses pembelajaran dengan mengkaji dampak pelaksanaan tindakan serta kendala-kendala yang terdapat selama proses pembelajaran. Data tentang hasil belajar matematika yang diperoleh dari ulangan harian dianalisis berdasarkan Rubrik KBK.

Rubrik Kemampuan Berpikir Kritis Hasil Ulangan Harian

- a) *Pemahaman Masalah*. Skor 1= mengungkapkan apa yang diketahui atau ditanya dengan jelas
- b) *Pengungkapan gagasan penyelesaian masalah*. Skor 2= mengungkapkan beberapa ide/gagasan dasar penyelesaian problem; Skor 1= hanya satu gagasan
- c) *Evaluasi dan pemilihan rencana penyelesaian masalah*. Skor 2= menentukan/ memilih gagasan yang menjadi rencana penyelesaian problem;
- d) *Melaksanakan penyelesaian masalah, dan menyimpulkan*. Skor 4= melaksanakan penyelesaian dengan langkah benar, hasil benar, runtut dan logis disertai pengecekan dan memberikan simpulan penyelesaian problem yang disertai argumen

Dengan Rubrik tersebut, peneliti mengetahui KBK peserta didik mengikuti langkah-langkah; (1) mengelompokkan jawaban peserta didik berdasarkan langkah-langkah pemecahan masalah, (2) menganalisis kesalahan peserta didik setiap langkah pemecahan masalah, (3) menghitung skor perolehan setiap langkah pemecahan masalah, dan (4) menghitung skor akhir perolehan peserta didik untuk keseluruhan soal.

Analisis pencapaian belajar dilakukan dengan membandingkan nilai hasil belajar di setiap siklusnya. Nilai hasil belajar ditentukan dengan menggunakan rumus ketercapaian Individu untuk setiap item dengan rumus sebagai berikut:

$$\text{Ketercapaian individu} = a) + b) + 2 \times c) + 4 \times d)$$

Keterangan :

- a) = Skor Pemahaman Masalah*
- b) = Skor Pengungkapan gagasan penyelesaian masalah*
- c) = Skor Evaluasi dan pemilihan rencana penyelesaian masalah*
- d) = Skor Melaksanakan penyelesaian masalah, dan menyimpulkan*

HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Rekap hasil pengamatan pelaksanaan pembelajaran Siklus I pada tabel 1.

Tabel 1. Hasil Pengamatan Aktivitas Guru dan Peserta Didik Siklus I

Aspek yang Diamati	Pertemuan Pertama	Pertemuan Kedua	Pertemuan Ketiga
Kegiatan Pendahuluan	➢ Guru telah melaksanakan aktivitas berdasarkan rencana pelaksanaan pembelajaran. ➢ Peserta didik belum memperhatikan penjelasan guru.	➢ Guru tidak menyampaikan tujuan pembelajaran. ➢ Terdapat beberapa peserta didik yang tidak memperhatikan dan menanggapi penjelasan guru	➢ Guru dan peserta didik telah melaksanakan aktivitas sesuai rencana pelaksanaan pembelajaran
Kegiatan Inti	➢ Guru belum optimal dalam mengarahkan peserta didik untuk ikut berpartisipasi dalam presentasi kelas. ➢ Peserta didik belum melaksanakan kegiatan <i>think, pair</i> dan <i>square</i> dengan baik, selain itu hanya satu kelompok yang menyelesaikan laporan kelompok sehingga banyak peserta didik yang tidak berpartisipasi dalam presentasi kelompok	➢ Guru belum optimal dalam membimbing peserta didik. ➢ Terdapat beberapa peserta didik yang belum melaksanakan kegiatan <i>think, pair</i> dan <i>square</i>. Selain itu beberapa peserta didik tidak serius dalam berpartisipasi pada presentasi kelompok	➢ Guru membimbing dan memotivasi setiap peserta didik dan kelompok ➢ Terdapat peserta didik yang tidak memiliki pasangan pada tahap <i>pair</i>
Kegiatan Penutup	Guru tidak memberikan tes tertulis dan menginformasikan rencana pembelajaran pada pertemuan berikutnya.	Peserta didik belum berpartisipasi dalam membuat kesimpulan serta tidak mengerjakan tes tertulis secara individu.	Terlaksana dengan baik

Berdasarkan analisis hasil pengamatan dan diskusi peneliti dengan pengamat, pada siklus 1 terdapat kekurangan yang dilakukan guru dan peserta didik, sebagai berikut:

- 1) Pada tahap *think*, sebagian peserta didik tidak serius dalam mengerjakan LKPD, terdapat peserta didik yang berkeliaran keluar kelas dan menghampiri kelompok lain.
- 2) Pada tahap *pair*, terdapat peserta didik yang menunggu jawaban dari teman serta langsung berdiskusi berkelompok.
- 3) Pada tahap *square*, terdapat beberapa kelompok yang tidak mengerjakan laporan hasil diskusi dan bergurau dalam diskusi. Masih ada anggota kelompok yang mengerjakan secara individu, menghampiri kelompok lain untuk menyalin jawaban.

Berdasarkan refleksi siklus 1 (dapat dilihat tabel 1) rencana yang dilakukan peneliti untuk memperbaiki tindakan adalah:

- 1) Untuk lebih memperjelas tahap *think, pair* dan *square*, guru mengubah cara berkelompok. Peserta didik pada tahap *think* tidak langsung duduk berhadapan dengan kelompok melainkan duduk pada posisi masing-masing menghadap ke papan tulis. Pada tahap *pair*, peserta didik berdekatan dengan pasangannya dan setelah tahap *square* baru peserta didik duduk berhadapan dengan kelompoknya.

- 2) Pada tahap *think*, peneliti berusaha memberikan arahan kepada peserta didik tentang pentingnya mengerjakan LKPD secara individu. Guru menginformasikan bahwa dengan mengerjakan LKPD secara sendiri dalam meningkatkan pemahaman terhadap materi.
- 3) Pada tahap *pair*, guru mengarahkan peserta didik untuk berdiskusi secara berpasangan. Guru menginformasikan kepada peserta didik bahwa dengan berdiskusi secara berpasangan, peserta didik dapat mencocokkan jawaban mereka dan bertanya atau berbagi pengetahuan kepada pasangan dalam mengerjakan LKPD. Guru mengingatkan agar setiap peserta didik tidak menunggu jawaban dari teman. Jika peserta didik berusaha bekerja dan memahami dengan baik maka materi dapat mudah dipahami.
- 4) Pada tahap *square*, guru mengarahkan setiap pasangan untuk berbagi jawaban dalam berkelompok. Guru menginformasikan bahwa dengan berdiskusi dalam kelompok dapat menambah pemahaman peserta didik terhadap materi, menambah pengetahuan dan nilai-nilai kerjasama anggota kelompok dapat mempengaruhi penghargaan kelompok.

Berdasarkan tabel 2 dan diskusi dengan pengamat, diperoleh masih terdapat kekurangan atau kelemahan aktivitas peserta didik, yakni; Peserta didik belum optimal dalam melaksanakan kegiatan *think*, *pair* dan *square*. Pada tahap *think*, terdapat beberapa peserta didik yang memperlihatkan hasil jawaban mereka agar dikoreksi guru.

Rekap hasil pengamatan pelaksanaan pembelajaran Siklus II pada tabel 2.

Tabel 2. Hasil Pengamatan Aktivitas Guru dan Peserta Didik Siklus II

Aspek yang Diamati	Pertemuan Keempat	Pertemuan Kelima	Pertemuan Keenam
Kegiatan Pendahuluan	➤ Guru dan peserta didik telah melaksanakan aktivitas dengan baik	➤ Guru dan peserta didik telah melaksanakan aktivitas dengan baik	➤ Guru dan peserta didik telah melaksanakan aktivitas dengan baik
Kegiatan Inti	➤ Guru melaksanakan aktivitas dengan baik ➤ Peserta didik belum melaksanakan kegiatan <i>think</i> dan <i>pair</i> . Terdapat peserta didik yang tidak mau berdiskusi dengan pasangannya.	➤ Guru telah melaksanakan aktivitas dengan baik ➤ Peserta didik melaksanakan kegiatan <i>think</i> , <i>pair</i> dan <i>square</i> . Keaktifan peserta didik terlihat	➤ Guru telah melaksanakan aktivitas dengan baik ➤ Peserta didik melaksanakan kegiatan <i>think</i> , <i>pair</i> dan <i>square</i> . Keaktifan peserta didik meningkat.
Kegiatan Penutup	➤ Guru tidak memberikan tes tertulis ➤ Peserta didik menyimak, menyimpulkan pelajaran hari ini	➤ Guru dan peserta didik telah melaksanakan aktivitas dengan baik	➤ Guru dan peserta didik telah melaksanakan aktivitas dengan baik

Rencana untuk memperbaiki tindakan adalah: Guru perlu mengatur strategi dalam tahap *think*, yaitu; Guru memberikan penguatan verbal bahwa kebenaran penyelesaian masalah harus dipikirkan secara logis dan merupakan bahan untuk dibawa berdiskusi kepada pasangan. Guru memberikan arahan dalam pengisian LKPD adalah kreativitas individu untuk bahan diskusi berpasangan.

Rekapitulasi KBK siklus 1 dan siklus 2 disajikan pada tabel 3;

Tabel 3. Persentase pencapaian aspek KBK

No.	Aspek Pemecahan Masalah	Siklus 1		Siklus 2	
		skor	%	skor	%
1	<i>Pemahaman Masalah</i>	4.7	94%	4.6	92%
2	<i>Pengungkapan Gagasan</i>	7.9	79%	8.6	86%
3	<i>Alternatif Penyelesaian Masalah</i>	6.4	64%	7.9	79%
4	<i>Pelaksanaan Penyelesaian Masalah</i>	7.9	39.5%	8.9	44.5%

Data tes hasil belajar yang diperoleh melalui ulangan harian dideskripsikan untuk mengetahui KBK peserta didik. Dengan Rubrik KBK diperoleh deskripsi data yang disajikan pada tabel 3. Data tersebut dapat ditafsirkan bahwa pencapaian aspek KBK peserta didik pada siklus 1 masih rendah yakni;

- a) *Pemahaman Masalah*, skor yang dicapai 4.7 atau 94%.
- b) *Pengungkapan gagasan penyelesaian masalah*, skor yang dicapai 7.9 atau 79%.
- c) *Evaluasi dan pemilihan rencana penyelesaian masalah*, skor yang dicapai 6.4 atau 64%, artinya 64% peserta didik memiliki kemampuan merencanakan penyelesaian dengan memilih/menduga penyelesaian yang efektif.
- d) *Melaksanakan penyelesaian masalah, dan menyimpulkan*, skor yang dicapai 7.9 atau 39.5%, artinya hanya 39.5% peserta didik yang memiliki kemampuan melaksanakan penyelesaian masalah. Ditemukan bahwa rendahnya KBK peserta didik pada aspek kemampuan merencanakan penyelesaian dengan memilih/menduga penyelesaian yang efektif dan aspek kemampuan melaksanakan penyelesaian masalah.

Rata-rata pencapaian setiap aspek KBK peserta didik pada siklus 2 adalah baik. Pencapaian KBK untuk setiap Kriteria dari lima item adalah;

- a) *Pemahaman Masalah*, skor yang dicapai 4.6 atau 92%.
- b) *Pengungkapan gagasan penyelesaian masalah*, skor yang dicapai 8.6 atau 86%.
- c) *Evaluasi dan pemilihan rencana penyelesaian masalah*, skor yang dicapai 7.9 atau 79%, artinya 79% peserta didik yang memiliki Kemampuan merencanakan penyelesaian dengan memilih/menduga penyelesaian yang efektif.
- d) *Melaksanakan penyelesaian masalah, dan menyimpulkan*, skor yang dicapai 8.9 atau 44.5%, artinya hanya 44.5% peserta didik yang memiliki Kemampuan melaksanakan penyelesaian masalah. Dengan demikian ditemukan bahwa rendahnya KBK peserta didik adalah pada aspek Kemampuan melaksanakan penyelesaian masalah.

Berdasarkan data pada tabel 3 dapat ditafsirkan bahwa persentase KBK peserta didik pada siklus 2 lebih tinggi dari persentase KBK peserta didik di siklus 1. Hal ini menunjukkan terdapat peningkatan KBK peserta didik. Meskipun masih ditemukan bahwa KBK peserta didik rendah pada aspek Kemampuan melaksanakan penyelesaian masalah, yakni 44.5% peserta didik yang mampu melaksanakan penyelesaian masalah.

Berdasarkan refleksi siklus kedua terhadap aktivitas guru dan peserta didik dapat dikatakan bahwa penerapan Model Pembelajaran Kooperatif Pendekatan Struktural *TPS* telah dilaksanakan dengan baik dan proses pembelajaran. Berdasarkan pengamatan peneliti selama proses pembelajaran di kelas VIII_F SMP Negeri 18 Pekanbaru, terlihat peserta didik bersemangat dan partisipasi aktif, seperti dalam menanggapi apersepsi yang diberikan oleh guru, mempresentasikan hasil diskusi peresolan dalam LKPD ataupun soal latihan, menanggapi presentasi temannya, dan menyimpulkan pembelajaran.

Peserta didik juga berusaha menyelesaikan soal dengan baik, meskipun masih terdapat kelemahan aktivitas peserta didik pada tahap *think*.

Pada tahap *think*, terdapat beberapa peserta didik yang memperlihatkan hasil jawaban mereka agar dikoreksi oleh guru. Rencana peneliti untuk memperbaiki tindakan adalah: Guru perlu mengatur strategi dalam tahap *think*, yaitu; Guru memberikan penguatan verbal bahwa kebenaran penyelesaian masalah harus dipikirkan secara logis dan merupakan bahan untuk dibawa berdiskusi berpasangan.

Berdasarkan hasil analisis, persentase KBK peserta didik pada siklus 2 lebih tinggi dari persentase KBK peserta didik di siklus 1. Hal ini menunjukkan terdapat peningkatan KBK peserta didik. Meskipun masih ditemukan bahwa KBK peserta didik rendah pada aspek Kemampuan melaksanakan penyelesaian masalah, yakni lebih dari 55.5% peserta didik belum mampu melaksanakan penyelesaian masalah dengan baik. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa penerapan Model Pembelajaran Kooperatif Pendekatan Struktural *TPS* sudah dilaksanakan dengan baik, dapat meningkatkan KBK peserta didik.

KESIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan analisis data hasil penelitian dan pembahasan yang telah peneliti lakukan diperoleh kesimpulan bahwa penerapan Model Pembelajaran Kooperatif Pendekatan Struktural *Think Pair Square (TPS)* yang dilaksanakan dengan baik dapat meningkatkan Kemampuan Berpikir Kritis peserta didik kelas VIII_E SMP Negeri 18 Pekanbaru semester ganjil tahun pelajaran 2013/2014.

Memperhatikan kesimpulan dan pembahasan hasil penelitian, peneliti mengungkapkan saran yang berhubungan dengan penerapan Model Pembelajaran Kooperatif Pendekatan Struktural *Think Pair Square* pada pembelajaran matematika, sebagai berikut :

1. Kepada guru matematika, dikehendaki menggunakan Model Pembelajaran Kooperatif Pendekatan Struktural *TPS* pada pembelajaran matematika di kelas sebagai alternatif pelaksanaan pembelajaran untuk meningkatkan KBK peserta didik.
2. Kepada peneliti dan guru yang menggunakan Model Pembelajaran Kooperatif Pendekatan Struktural *Think Pair Square* dikehendaki mempertegas urutan pelaksanaan tahap *think*, *pair* dan *square*. Pada tahap *think*, peserta didik diarahkan supaya yakin dan percaya diri dengan jawaban yang dipikirkan secara logis sebagai bahan diskusi berpasangan. Pada tahap *pair* Guru memberikan memotivati peserta didik agar memiliki sikap saling menghargai, saling bekerjasama dan saling percaya sehingga siapapun temannya, peserta didik dapat berdiskusi memahami materi.

PUSTAKA

- [1] Ennis, R. H. 1996. *Critical Thinking*. United States of America:Precentice_ Hall Inc.
- [2] Lenchner, George., 1983, *Creative Problem Solving in School Mathematics*, Glenwood Publication Inc, New York.
- [3] Kusumah, Y.S. (2008). *Konsep Pengembangan dan Implementasi Computer Based Learning dalam Meningkatkan Kemampuan High Order Mathematical Thinking*. Pidato pada Pengukuhan Jabatan Guru Besar Tetap dalam Bidang Pendidikan Matematika pada FPMIPA UPI, Bandung.

- [4] Pepkin, K. L. (2004). *Creative Problem Solving in Mathematic*. Tersedia: <http://hti.math.uh.edu/curriculum/units/2000/0200.02.04.pdf>.
- [5] Sanjaya, W., 2010, *Strategi Pembelajaran Berorientasi Standar Proses Pendidikan*, Kencana Prenada Media Group, Jakarta.
- [6] Lie, A., 2008, *Cooperative Learning, Mempraktikkan Cooperative Learning di Ruang-Ruang Kelas*, Grasindo, Jakarta.
- [7] Jacobs, George M., 1995, *Kagan Cooperative Learning*, Seameo Regional Language Centre, Singapore.
- [8] Wardani., 2002, *Penelitian Tindakan Kelas*, Universitas Terbuka, Jakarta.
- [9] Arikunto, S., Suhardjono., dan Supardi. 2009. *Penelitian Tindakan Kelas*. Bumi Aksara. Jakarta.

PENGEMBANGAN RPP DAN HANDOUT BERBASIS METODE SQ3R PADA MATERI SISTEM PERSAMAAN LINIER DUA VARIABEL

(RPP DEVELOPMENT AND HANDOUTS BASED ON MATERIAL SQ3R SYSTEM OF LINEAR EQUATIONS OF TWO VARIABLES)

Sefna Rismen^{1*}, Zulvikianis^{2*}

Program Studi Pendidikan Matematika STKIP PGRI Sumbar, Padang
syefna@gmail.com

ABSTRACT

Background of this study derived from the lesson plan and the materials for teaching math which are seened not involving the student yet, as well as in developing student's metacognitive during teaching learning process. The purpose of developing lesson plan and handout based on SQ3R method is to make students activity involved in teaching learning process and to develop their metacognitive about the lesson. The design of the study is developmental research using 4D model. The research is done for material system persamaan linier dua variable, at class eight, first semester. Some junior high school teachers are involved as the validators for this research. The outcomes of this research will be the valid lesson plan RPP and handout SQ3R based for system persamaan linier dua variable

Keywords: RPP, Handout, SQ3R, development

ABSTRAK

Penelitian ini dilatar belakangi oleh Rencana Pelaksanaan Pembelajaran serta bahan ajar yang ada belum melibatkan siswa secara aktif serta belum mengembangkan kemampuan metakognitif siswa dalam proses pembelajaran sebagaimana tuntutan kurikulum 2013. Tujuan pengembangan RPP dan handout berbasis SQ3R adalah untuk membuat siswa terlibat secara aktif dan mengembangkan kemampuan metakognitif siswa. Jenis penelitian adalah pengembangan dengan menggunakan model 4 D. Penelitian dilakukan pada materi sistem persamaan linier dua variabel kelas VIII semester 1. Validasi dilakukan dengan melibatkan beberapa orang validator yang terdiri dari dosen dan guru inti matematika tingkat SMP di Kota Padang. Hasil penelitian berupa RPP dan Handout berbasis SQ3R yang valid pada materi Sistem persamaan linier dua variabel.

Katakunci: RPP, Handout, Metode SQ3R, pengembangan

PENDAHULUAN

Matematika merupakan salah satu ilmu pengetahuan yang memegang peran penting dalam dunia pendidikan. Pentingnya peranan matematika terlihat dalam pelaksanaan pendidikan, dimana pelajaran matematika dipelajari mulai dari jenjang pendidikan sekolah dasar, sekolah menengah sampai perguruan tinggi. Salah satu materi pembelajaran matematika yang dipelajari pada sekolah menengah pertama (SMP) pada semester satu adalah sistem persamaan linier dua variabel. Materi ini mempelajari dua persamaan atau lebih yang memuat dua variabel, misalnya $2x+3y$ dan $5x+10y$ dimana (x dan y merupakan variabel).

Hasil wawancara dengan guru bidang studi matematika yang menyatakan bahwa siswa kurang mengerti dalam pembelajaran matematika pada materi Sistem Persamaan Linear Dua Variabel. Hal ini terlihat dalam proses pembelajaran dimana siswa kurang bisa

menyelesaikan sistem persamaan linear dua variabel dan memisalkan suatu benda kedalam variabel (dalam pemecahan masalah). Siswa juga tidak mau membaca buku pelajaran sebelum di suruh oleh guru tersebut karena mereka terbiasa menerima materi dari guru.

Rencana Pelaksanaan Pembelajaran (RPP) berfungsi untuk memandu jalannya proses pembelajaran sehingga tujuan dan sasaran yang di harapkan dapat tercapai. Kegiatan pembelajaran dalam RPP disusun dengan mengutamakan proses pembelajaran secara interaktif, inspiratif, menyenangkan dan memotivasi siswa untuk berpartisipasi aktif selama pembelajaran. Tetapi pada kenyataan yang ditemukan di sekolah RPP belum menggunakan srategi/metode pembelajaran yang bisa melibatkan siswa secara aktif. Langkah pembelajaran yang dibuat merupakan langkah-langkah kegiatan yang rutin, yaitu: siswa diberikan konsep, pemberian contoh soal, dan mengerjakan latihan yang ada pada buku paket.

Bahan ajar yang digunakan masih terbatas pada buku paket. Guru hanya menggunakan buku paket yang disediakan sekolah. Teknik penyajian materi pada buku paket kurang dipahami oleh siswa sehingga siswa kurang aktif dalam penemuan-penemuan guna membangun konsep terhadap materi yang dipelajari. Jika hal ini dilakukan terus menerus maka siswa akan merasa jenuh dan kurang termotivasi pada saat pembelajaran.

Mengatasi permasalahan dalam pembelajaran matematika tersebut dibutuhkan suatu rencana pelaksanaan pembelajaran dan bahan ajar yang dapat mendukung proses pembelajaran sehingga dapat meningkatkan motivasi, aktivitas, dan pemahaman siswa. Salah satu solusi yang dapat mengatasi permasalahan diatas adalah dengan mengembangkan RPP dan bahan ajar yang sesuai dengan tuntutan kurikulum 2013.

Salah satu cara yang bisa dipakai dalam merancang dan mengembangkan RPP dan bahan ajar adalah dengan metode SQ3R. Metode SQ3R adalah strategi membaca yang dapat mengembangkan meta kognitif siswa, yaitu dengan menugaskan siswa untuk membaca bahan belajar secara seksama dan cermat. Syah [1] “ mengemukakan bahwa metode belajar SQ3R secara spesifik dirancang untuk memahami isi teks/bacaan”. Dimana metode SQ3R tesebut bersifat praktis dan dapat diaplikasikan dalam berbagai pedekatan belajar. Siswa dalam pembelajaran SQ3R ini menggunakan teks panduan belajar berupa *Handout*, kemudian siswa dituntut untuk membaca /mempelajari teks tersebut secara langsung seperti menyelidiki (*Survey*), membuat pertanyaan (*question*), membaca dan memahami kembali (*read*), menyimpulkan apa yang telah dibuat (*recite*), mengulang kembali apa yang telah dibuatnya (*review*) dengan demikian siswa akan lebih mengerti materi yang sedang dipelajarinya.

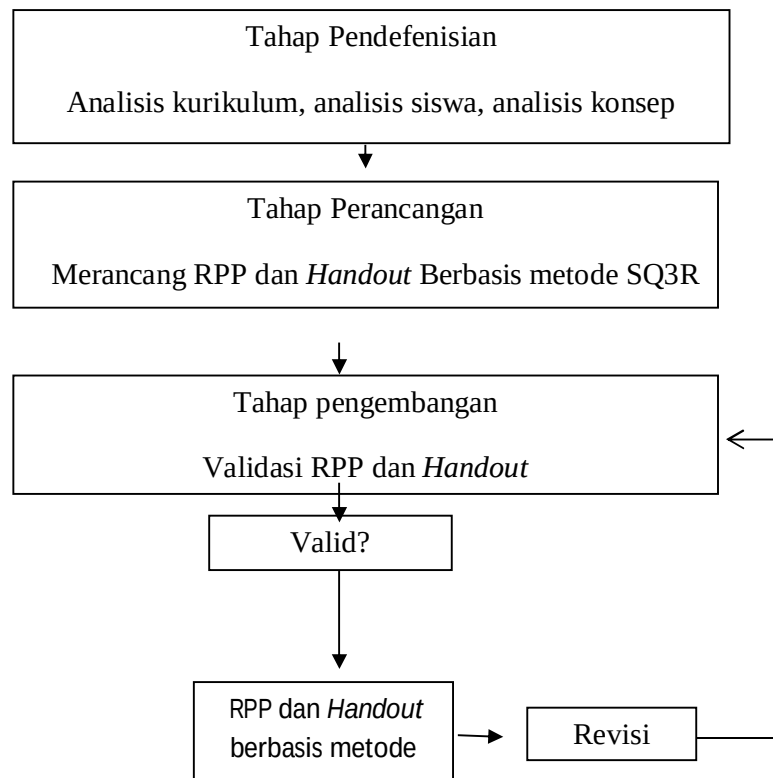
Berdasarkan uraian tersebut, dikembangkan rencana pelaksanaan pembelajaran dan bahan ajar berupa *handout* berbasis metode SQ3R pada pembelajaran matematika yang sesuai dengan kondisi dan kebutuhan siswa. Pengembagan RPP dan *Handout* berbasis metode SQ3R diharapkan dapat menjadikan siswa lebih aktif, kreatif, dan termotivasi sehingga siswa dapat memahami konsep dengan baik.

Penelitian ini bertujuan untuk mengembangkan Rencana Pelaksanaan Pembelajaran (RPP) dan *Handout* berbasis metode SQ3R yang valid pada materi Sistem Persamaan Linier Dua Variabel.

METODE PENELITIAN

Jenis penelitian adalah penelitian dan pengembangan (*Research and development/R&D*). Menurut Sugiyono [2], “R&D adalah metode penelitian yang digunakan untuk menghasilkan produk tertentu, dan menguji keefektifan produk tersebut”. Produk yang dikembangkan dalam penelitian ini adalah RPP dan *Handout* berbasis metode SQ3R yang valid dan dapat digunakan guru dan siswa SMP kelas VIII pada pelajaran matematika.

Penelitian ini menggunakan rancangan penelitian pengembangan dengan model pengembangan 4-D rancangan Thiagarajan, (Trianto [3]). Model pengembangannya terdiri atas 4 tahap yang meliputi: Pendefenisian (*define*), Perancangan (*design*), Pengembangan (*develop*), dan penyebaran (*desseminate*). Rancangan penelitian dapat dilihat pada bagan berikut:



Gambar 2: Diagram Alir Prosedur Penelitian

Pada penelitian ini hanya melakukan sampai pada tahap pengembangan terhadap RPP dan *Handout*. RPP dan *Handout* yang dikembangkan terlebih dahulu divalidasi oleh para pakar. Validasi yang dilakukan meliputi validasi isi dan konstruksi. Validitas isi berkaitan dengan isi dari RPP dan *Handout*, dan validitas konstruksi berkaitan dengan struktur dan karakteristik dari RPP dan *Handout* yang dikembangkan. Validator terdiri dari dosen dan guru inti matematika SMP di Kota Padang, dengan cara pemberian lembar validasi yang berisikan penilaian terhadap RPP dan *Handout*.

Instrumen yang digunakan untuk mengumpulkan data dalam penelitian ini adalah: instrumen Lembar Validasi. Lembar ini terdiri dari lembar validasi RPP yang terdiri dari ; kelengkapan komponen RPP, isi RPP dan karakteristik RPP dengan metode SQ3R. Validasi Handout terdiri dari; aspek rasional, Aspek Isi Handout/ kelayakan isi handout, Aspek Karakteristik Handout, aspek kesesuaian, aspek bahasa dan aspek bentuk fisik.

Data yang diperoleh dari hasil validasi dianalisis mencari rerata skor dan selanjutnya rerata yang didapatkan dikonfirmasi dengan kriteria yang ditetapkan.

- 1 Apabila rerata $\geq 3,20$ maka dikategorikan sangat valid
- 2 Apabila $2,40 < \text{rerata} \leq 3,20$ maka dikategorikan valid
- 3 Apabila $1,60 < \text{rerata} \leq 2,40$ maka dikategorikan cukup valid
- 4 Apabila $0,80 < \text{rerata} \leq 1,60$ maka dikategorikan kurang valid
- 5 Apabila rerata $\leq 0,80$ maka dikategorikan tidak valid

(Mulyardi, [4])

HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

3.1 Hasil Tahap Pendefenisian

Ada tiga kegiatan yang akan dilakukan yaitu analisis kurikulum, analisis siswa dan analisis konsep.

1) Analisis kurikulum

Analisis kurikulum bertujuan untuk melihat cakupan materi, tujuan pembelajaran dan memilih strategi/metode yang sesuai untuk mengembangkan RPP dan *Handout*. Analisis kurikulum mengkaji kompetensi inti dan kompetensi dasar mata pelajaran sebagaimana tercantum pada silabus dengan memperhatikan keterkaitan antara kompetensi inti dengan kompetensi dasar dalam mata pelajaran, serta urutan / tingkatan kesulitan materi pada pelajaran

Berdasarkan identifikasi yang telah dilakukan terhadap Kompetensi Inti dan Kompetensi Dasar yang terdapat dalam silabus, maka disusun indikator-indikator untuk pencapaian Kompetensi Inti dan Kompetensi Dasar sesuai dengan tuntutan kurikulum 2013. Materi Sistem Persamaan Linear Dua Variabel terdiri dari 4 Kompetensi Inti dan 3 Kompetensi Dasar yang akan dijabarkan beberapa indikator. Dalam pencapaian indikator tersebut dirancang RPP yang dapat membimbing siswa dengan mencari dan menentukan secara mandiri dalam memahami konsep matematika yaitu dengan proses memeriksa atau meneliti isi teks, membuat pertanyaan, membaca kembali untuk menemukan jawaban, menyebutkan lagi jawaban atas pertanyaan yang telah tersusun tanpa melihat buku, langkah selanjutnya siswa meninjau ulang seluruh jawaban atas pertanyaan.

Hasil analisis diperoleh bahwa materi tersebut telah sesuai dengan Kompetensi yang harus dicapai oleh siswa. Urutan materi juga sudah tepat karena materi Persamaan Linear Satu Variabel adalah materi pertama yang merupakan materi dasar yang harus dipelajari sebelum mempelajari materi selanjutnya. Materi persamaan linier dua variabel adalah menyelesaikan system persamaan dua variable, membuat matematika dari masalah yang berkaitan dengan system persamaan linier dua variable, menyelesaikan matematika dari system persamaan linier dua variable dan penafsirannya.

2) Analisis siswa

Kegiatan kedua adalah menganalisis siswa. Analisis siswa dilakukan dengan tujuan untuk melihat karakteristik siswa, yang meliputi usia, latar belakang, dan kemampuan akademik. Hasil analisis kemampuan akademik siswa dalam pembelajaran matematika masih sangat rendah terhadap konsep matematika. Dalam pembelajaran matematika guru masih menggunakan buku paket, sehingga kegiatan belajar menjadi membosankan bagi siswa dan kompetensi dari pembelajaran jarang tercapai.

Salah satu cara untuk mengoptimalkan kemampuan akademik siswa adalah mengembangkan RPP dan bahan ajar berupa *Handout* berbasis metode SQ3R. Pembelajaran dengan metode SQ3R adalah strategi membaca yang dapat mengembangkan meta kognitif siswa, yaitu dengan menugaskan siswa untuk membaca bahan belajar secara seksama dan cermat. Pembelajaran dengan metode SQ3R ini diharapkan siswa menjadi lebih aktif dalam belajar, karena dapat memberikan pengalaman belajar dan mengajak siswa dalam melakukan kegiatan.

3) Analisis Konsep

Pada langkah ini dilakukan kegiatan mengidentifikasi, merinci, dan menyusun secara sistematis materi-materi utama yang akan dipelajari oleh siswa, selanjutnya materi tersebut disusun secara hirarkis. Berdasarkan analisis-analisis tersebut, maka dirancanglah RPP dan *Handout* berbasis metode SQ3R untuk materi pembelajaran Sistem Persamaan Linear Dua Variabel. RPP dan *Handout* yang dirancang terdiri dari tiga macam. RPP dan *Handout* 1 untuk pokok bahasan persamaan linear dua variabel dan sistem persamaan linear dua variabel, RPP dan *Handout* 2 untuk pokok bahasan menentukan akar sistem persamaan linear dua variabel, RPP dan *Handout* 3 untuk pokok bahasan membuat model matematika dari masalah sehari-hari yang berkaitan dengan Sistem Persamaan Linear Dua Variabel dan cara penyelesaiannya.

3.2 Hasil Tahap Perancangan

Berdasarkan hasil analisis pendefinisian, dirancang RPP dan *Handout* berbasis metode SQ3R yang dapat digunakan oleh guru di kelas. Berikut diuraikan karakteristik RPP dan *Handout* yang telah dirancang.

(1) Rencana Pelaksanaan Pembelajaran (RPP)

Rencana pelaksanaan pembelajaran (RPP) merupakan pedoman bagi guru dalam melaksanakan pembelajaran di kelas. RPP yang dikembangkan mengacu pada metode SQ3R yang terdapat pada kegiatan pembelajaran. Komponen RPP dirancang berdasarkan kurikulum 2013 yang terdiri dari; Identitas mata pelajaran, kompetensi inti (KI) dan kompetensi dasar (KD), Indikator, Tujuan Pembelajaran, Materi ajar, metode, teknik dan media pembelajaran, kegiatan pembelajaran SQ3R, sumber belajar dan penilaian.

Tabel 1. Langkah-langkah kegiatan pembelajaran dengan metode SQ3R:

Kegiatan	Deskripsi Kegiatan	Waktu
Pendahuluan Motivasi Apersepsi	Guru mengucapkan salam dan mengajak siswa berdoa Guru menanyakan kabar dan mengecek kehadiran siswa Guru menjelaskan tujuan dan manfaat pelajaran Guru menjelaskan langkah –langkah pembelajaran SQ3R Guru mengingatkan siswa tentang materi pelajaran yang sebelumnya yang berhubungan dengan materi yang akan dibahas.	10 menit
Kegiatan inti Survey	Siswa membaca panduan belajar berupa handout, dan menandai bagian-bagian yang dianggap penting atau tidak dimengerti.	10 menit
Question	Siswa mengerjakan latihan yang ada dalam handout dan membuat pertanyaan pada lembar question.	10 menit
Read	Siswa membaca kembali materi untuk mencari jawaban pertanyaan yang dibuat dan mendiskusikan dengan teman sebangkunya	10 menit
Resite	Siswa mengerjakan latihan sendiri-sendiri tanpa melihat buku catatan	20 menit
Review	Siswa mempersentasikan jawaban dan siswa yang lain menanggapi	10 menit

(2) *Handout*

Handout yang dirancang dan dikembangkan mengacu pada karakteristik pembelajaran dengan metode SQ3R. Berikut uraian karakteristik *Handout*

a. *Cover Handout*

Judul pada cover *Handout* disusun dengan warna dan huruf yang menarik dengan tujuan menarik minat dan kemauan siswa untuk mempelajari materi yang disajikan pada *Handout*.

b. Tahap SQ3R pada handout

1. Tahap *survey*

Pada tahapan ini siswa memeriksa atau meneliti secara singkat seluruh isi handout.

2. Tahap *Question*

Pada tahap ini siswa membuat pertanyaan yang relevan dengan bagian teks yang ditandai pada kegiatan tahap *survey*.

3. Tahap *Read* dan tahap *Recite*

Pada tahap *read* siswa membaca kembali isi handout untuk menemukan jawaban atas tahap *question*. Sedangkan pada tahap *recite* siswa menjawab pertanyaan yang ada pada tahap *recite* tanpa melihat buku.

4. Tahap *Review*

Pada tahap ini siswa mempresentasikan jawaban pada tahap *recite* kedepan kelas tanpa membawa buku sedangkan siswa yang lain memberikan tanggapan hasil presentasi melalui tanya jawab.

3.3 Hasil pengembangan

a. Hasil Pengembangan RPP yang valid

Hasil penilaian lembar validasi RPP yang telah dilakukan validator terdiri atas aspek kelengkapan komponen RPP, aspek kelengkapan isi RPP dan karakteristik RPP dengan metode SQ3R. Berdasarkan hasil penilaian validator aspek sangat valid. Hal ini menunjukkan bahwa komponen pengembangan RPP yang telah dilakukan sesuai dengan KI dan KD yang telah ditetapkan. Validator melakukan analisis terhadap masing-masing komponen yang ada di dalam aspek isi RPP.

Tabel 3. Hasil Validasi RPP

No	Indikator	Skor	Ket
1	Kelengkapan komponen RPP	3,66	Sangat valid
2	Kelengkapi isi RPP	3,66	Sangat valid
3	Karakteristik RPP	3,36	Sangat valid

Berdasarkan hasil penilaian validator tersebut di atas ketiga kriteria sangat valid. Hal ini menunjukkan bahwa komponen pengembangan RPP yang telah dilakukan sesuai dengan KI dan KD yang telah ditetapkan.

b. Hasil validasi *Handout*

Handout berisi tentang materi SPLDV untuk siswa kelas VIII semester I. Berdasarkan hasil validasi didapatkan total skor rata-rata 3,34 berada pada kriteria sangat valid. Hal ini menunjukkan bahwa komponen-komponen pengembangan yang ada pada *handout* dapat digunakan dalam proses pembelajaran. Hasil validasi *handout* sebagai berikut:

Tabel 3. Hasil Validasi *Handout*

No	Indikator	Skor	Ket
1	Aspek rasional	3,58	Sangat valid
2	Aspek isi	3,47	Sangat valid
3	Aspek karakteristi	3,33	Sangat valid
4	Aspek kesuaian	3,37	Sangat valid
5	Aspek bahasa	3,33	Sangat valid
6	Aspek fifik	3,75	Sangat valid
	Rata-rata skor	3,47	Sangat valid

Berdasarkan tabel 4 didapatkan total skor rata-rata 3,47 berada pada kriteria sangat valid. Hal ini menunjukkan bahwa komponen-komponen pengembangan yang ada pada *handout* sangat valid.

3.4 Revisi produk tentang cover

Judul pada cover *Handout* disusun dengan warna dan huruf yang menarik dengan tujuan menarik minat dan kemauan siswa untuk mempelajari materi yang disajikan pada *Handout*.

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian diperoleh kesimpulan bahwa RPP dan *Handout* berbasis metode SQ3R yang dikembangkan pada materi Sistem Persamaan Linear Dua Variabel sudah sangat valid, baik dari segi isi dan konstruk. RPP dan *Handout* berbasis metode SQ3R sesuai dengan Kompetensi Dasar dan Silabus pembelajaran, serta terdapat kesesuaian antara komponen-komponen pada RPP dan *Handout* dengan indikator-indikator yang telah ditetapkan, dengan demikian RPP dan *Handout* berbasis SQ3R untuk materi system persamaan linier dua variable .

PUSTAKA

- [1] Syah, Muhibbin, 2011. *Psikologi Pendidikan dengan Pendekatan Baru*. Bandung: Remaja Rosdakarya
- [2] Sugiyono. 2008. *Metode Penelitian Pendekatan Kuantitatif, Kualitatif, R dan D*. Bandung: Alfabeta
- [3] Trianto.2009. Mendasaian Model Pembelajaran Inovatif Progresif: Konsep, Landasan, dan Implementasinya Pada Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan (KTSP). jakarta: Kencana.
- [4] Muliyardi. 2002. *Strategi Belajar Mengajar Matematika*. Padang: FMIPA.

EFEKTIFITAS PENERAPAN MODEL KOOPERATIF DENGAN MENGUNAKAN ALAT PERAGA DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA DI SEKOLAH DASAR

THE EFFECTIVENESS OF COOPERATIVE LEARNING MODEL USING VISUAL TOOLS IN LEARNING PROCESS AT ELEMENTARY SCHOOL

Sofnidar¹ dan Sri Winarni²

Pendidikan Matematika FKIP Universitas Jambi, Jambi¹
e-mail: sofnidar21@yahoo.com¹, Hp: 085266961163
Pendidikan Matematika FKIP Universitas Jambi, Jambi²

ABSTRACT

This research aims to study the effectiveness of cooperative method using visual tools in learning math to increase the student activities and achievement at elementary school in Batanghari Jambi District. This is an action research which was carried out at three different elementary schools. The first school applied TGT model with visual tool, positive and negative card, for learning topic Whole Number. The second school applied NHT model with Cuisenaire for learning subject Fraction Number. The third school applied MAM model using Number Card for learning subject Romans Number. The result shows that cooperative learning using visual tools increase student activities and achievement at elementary school. The student activities increase from 55,67% in the first cycle to 67,83% in the second cycle, and 83% in the third cycle. In addition, the average of student achievements are 37,21% in the first cycle, 63,89% in the second cycle, and 88,56% in the third cycle. The effectiveness of cooperative learning model using visual tools is obtained due to the following reasons. Students can focus on teacher explanation because they have to work and each student must get responsible to understand it. In addition, students become active in giving questions because of the manipulated visual tools. Students have to express their understanding and explain their work. Finally, students have to answer every question related to the learned concepts.

Keywords: cooperative, model, visual, tool, math

ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan efektifitas penerapan model kooperatif menggunakan alat peraga pada pembelajaran matematika yang dapat meningkatkan aktivitas dan hasil belajar siswa SD di Kabupaten Batanghari Jambi. Penelitian tindakan kelas ini dilaksanakan di 3 SD. Di sekolah pertama diterapkan model TGT dengan alat peraga kartu positif negative materi bilangan bulat, di sekolah kedua model NHT dengan batang Cuisenaire materi pecahan, dan di sekolah ketiga model MAM dengan kartu bilangan materi bilangan romawi. Hasil penelitian menunjukkan bahwa penerapan model pembelajaran kooperatif dengan menggunakan alat peraga efektif untuk meningkatkan aktivitas dan hasil belajar siswa sekolah dasar di Kabupaten Batanghari dengan peningkatan aktivitas siswa dari kategori kurang 54,67% pada siklus I menjadi cukup 67,83% pada siklus II dan sangat baik 83% pada siklus III, serta rata-rata ketuntasan belajar siswa 37,21% pada siklus I menjadi 63,89% pada siklus II dan 88,56% pada siklus III. Keefektifan model kooperatif menggunakan alat peraga diperoleh karena siswa lebih memusatkan perhatiannya pada penjelasan guru sebab ada tugas yang akan dikerjakan secara bersama dan setiap siswa harus mempertanggungjawabkannya, siswa aktif bertanya karena ada alat peraga yang dimanipulasinya terkait tugas yang diberikan, siswa dapat mengungkapkan pendapatnya dan menjelaskan apa yang dikerjakannya

baik sesama teman maupun terhadap teman lain, siswa juga dapat menjawab pertanyaan-pertanyaan guru terkait konsep-konsep yang dipelajarinya.

Kata-kata Kunci: Model kooperatif, alat peraga, matematika.

PENDAHULUAN

Pembelajaran matematika di sekolah dasar khususnya di Kabupaten Batanghari Jambi masih berpusat pada guru, menggunakan metode ceramah, serta sering tanpa alat peraga. Aktifitas siswa dalam proses pembelajaran masih kurang, siswa mudah lupa dengan konsep-konsep yang telah dipelajari serta dalam menyelesaikan soal-soal hanya melihat contoh yang diberikan guru tanpa memahami dengan baik konsepnya, sehingga hasil belajar siswa rata-rata 53% tidak mencapai ketuntasan minimal.

Pembelajaran kooperatif merupakan salah satu model pembelajaran yang menganut paham konstruktivis. Dimana menurut Slavin [1] pendekatan konstruktivis dalam pembelajaran secara khusus membuat belajar kooperatif ekstensif, secara teori siswa akan lebih mudah menemukan dan memahami konsep-konsep yang sulit apabila mereka dapat saling mendiskusikannya dengan temannya dan guru(pendidik) bertugas memfasilitasi agar proses pembentukan (konstruksi) pengetahuan pada diri tiap-tiap siswa terjadi secara optimal.

Menurut teori belajar Jean Piaget dalam Suherman dan Winataputra [2], siswa-siswa SD masih berada pada tahap operasi kongkrit. Pada tahap ini siswa sudah mulai berfikir logis. Berfikir logis ini terjadi sebagai akibat adanya kegiatan siswa memanipulasi benda-benda kongkrit. Disamping itu, menurut J.S. Bruner dalam Suherman dan Winataputra [2] bahwa dalam proses belajar, siswa sebaiknya diberi kesempatan untuk memanipulasi benda-benda (alat peraga). Dengan alat peraga tersebut siswa dapat melihat langsung bagaimana keteraturan serta pola yang terdapat dalam benda yang sedang diperhatikannya. Keteraturan tersebut kemudian oleh siswa dihubungkan dengan keteraturan intuitif yang telah melekat pada dirinya, sehingga menurut Suherman dan Winataputra [2] dapat diharapkan akan tumbuh minat belajar pada diri siswa dan siswa akan menyenangi konsep yang disajikan. Selanjutnya menurut Darhim [3] dengan bantuan alat peraga, siswa akan semakin mudah memahami hubungan antara matematika dan lingkungan alam sekitar. Sehingga siswa akan semakin mudah memahami kegunaan matematika dalam kehidupan sehari-hari dan terdorong mempelajari matematika lebih lanjut.

Tujuan penelitian ini adalah untuk mendeskripsikan efektifitas penerapan model-model kooperatif dengan menggunakan alat peraga pada pembelajaran matematika yang dapat meningkatkan aktivitas dan hasil belajar siswa sekolah dasar.

METODE PENELITIAN

2.1 Subjek Penelitian

Penelitian ini dilaksanakan terhadap siswa-siswa yang ada di tiga sekolah dasar, yaitu (1) siswa kelas IV SD Negeri 47/I Muara Tembesi yang terdiri dari 18 orang siswa, 9 orang siswa perempuan dan 9 orang siswa laki-laki. Umur mereka rerata berkisar 10 tahun sampai 11 tahun, mayoritas mereka berasal dari keluarga petani dan latar belakang pendidikan orang tua mayoritas tamatan sekolah dasar serta kurangnya peran serta orang tua anak di rumah. (2) Siswa kelas IV SD Negeri 92/I Tanjung Marwo yang

berjumlah 24 orang siswa, yang terdiri dari 12 orang siswa laki-laki dan 12 orang siswa perempuan. Siswanya kurang bersemangat dan sering bermain-main pada waktu belajar, bahkan pekerjaan rumah yang diberikan oleh gurunya jarang mereka kerjakan di rumah. Latar belakang ekonomi orang tuanya berasal dari golongan menengah, mereka juga mempunyai latar belakang sosial budaya yang berbeda karena berasal dari Jawa, Minang, Batak yang sudah menyatu dalam kehidupan sosial masyarakat setempat. (3) Siswa kelas IV SD Negeri 171/I Bajubang Laut Kecamatan Muara Bulian dengan jumlah siswa 15 orang yang terdiri dari 7 (tujuh) siswa laki-laki dan 8 (delapan) siswa perempuan, dengan karakteristik siswa yang berbeda-beda, ada yang bersemangat, kurang berani, pendiam, kurang interaktif, malas, suka bermain, ribut, ada yang kreatif dan sebagainya. Ketiga SD ini terletak di kabupaten Batanghari Jambi.

2.2 Rancangan Penelitian

Penelitian ini merupakan penelitian tindakan kelas yang dilaksanakan di 3 Sekolah Dasar yang berbeda dengan tindakan dan materi pembelajaran yang berbeda. Implementasi tindakan pada masing-masing sekolah adalah sebagai berikut:

a. Tahap perencanaan

Kegiatan yang dilakukan pada tahap ini untuk ketiga sekolah adalah: (a) Menyusun skenario pembelajaran yang sesuai dengan model kooperatif yang akan diterapkan dalam pembelajaran matematika, (b) Menyusun RPP yang sesuai dengan skenario pembelajaran yang sudah dirancang untuk mata pelajaran matematika, (c) Menyiapkan alat peraga yang akan digunakan sesuai dengan RPP, (d) Menyusun lembar observasi untuk aktivitas siswa, (e) Menyusun lembar observasi untuk aktivitas guru, (f) Menyusun angket persepsi siswa, (g) Menyusun angket persepsi guru, (h) Menyusun soal tes untuk evaluasi akhir siklus.

b. Tahap Pelaksanaan

Pelaksanaan pembelajaran disesuaikan dengan skenario dan RPP yang telah disusun untuk masing-masing sekolah. Di sekolah pertama, penelitian tindakan kelas dilaksanakan pada materi bilangan bulat di kelas IV dengan menerapkan model pembelajaran kooperatif tipe *Time Game Turnamen* (TGT) [4] menggunakan alat peraga kartu positif-negatif, di sekolah kedua, penelitian tindakan kelas dilaksanakan pada materi pecahan di kelas IV dengan menerapkan model pembelajaran kooperatif tipe *Number Head Together* (NHT) [4] menggunakan alat peraga batang kuisenaire, dan di sekolah ketiga, penelitian tindakan kelas dilaksanakan pada materi bilangan Romawi di kelas IV dengan menerapkan model pembelajaran kooperatif tipe *Make A Match* (MAM) [4] menggunakan alat peraga kartu bilangan.

c. Tahap observasi dan evaluasi

Observasi dilakukan terhadap kegiatan guru dalam melaksanakan pembelajaran dengan menerapkan model kooperatif sesuai tipe dan alat peraga yang dipilih, serta aktivitas siswa dalam mengikuti proses pembelajaran dengan model kooperatif sesuai tipe dan alat peraga yang digunakan. Di akhir setiap siklus pelaksanaan tindakan diberikan tes sesuai materi yang dipelajari.

d. Tahap Refleksi

Berdasarkan hasil observasi dan evaluasi yang dilaksanakan pada setiap siklus, dilakukan refleksi terhadap pelaksanaan tindakan untuk menyusun rencana tindakan siklus berikutnya dengan mempertahankan tindakan yang sudah baik dan memperbaiki

kelemahan dari pelaksanaan tindakan pada siklus sebelumnya, hal ini dilakukan untuk mencapai target keberhasilan penelitian sesuai dengan indikator keberhasilan yang sudah ditetapkan.

Luaran dari penelitian ini adalah: penerapan model-model kooperatif dengan menggunakan alat peraga untuk pembelajaran matematika yang sesuai dengan kekhasan, kondisi, dan potensi siswa SD yang telah teruji efektifitasnya.

2.3 Data dan Analisis Data

Data yang diperoleh dalam penelitian ini adalah data kuantitatif dan data kualitatif yang dianalisis sesuai dengan data yang diperoleh, yaitu sebagai berikut:

- a. Data aktivitas siswa dan guru dalam proses pembelajaran, yang dikelompokkan berdasarkan indikator aktivitas, dianalisis dengan menghitung persentasenya.
- b. Data hasil belajar, yang dikelompokkan berdasarkan KKM masing-masing sekolah dan masing-masing materi pelajaran.
- c. Menyusun langkah-langkah pembelajaran untuk model-model kooperatif dengan menggunakan alat peraga yang dapat meningkatkan aktivitas dan hasil belajar matematika siswa SD yang diperoleh dari hasil penelitian.
- b. Menyusun efektifitas setiap model-model kooperatif dengan menggunakan alat peraga melalui kajian tentang kelebihan dan kelemahan dari masing-masing model kooperatif dengan menggunakan alat peraga yang dapat meningkatkan aktivitas dan hasil belajar matematika, yang diperoleh dari hasil penelitian.

2.4 Indikator Keberhasilan

Yang menjadi indikator keberhasilan tindakan dalam penelitian ini adalah:

- a. Aktivitas siswa dalam proses pembelajaran minimal berada pada kategori tinggi untuk setiap indikator. Adapun kriteria keberhasilan keaktifan siswa minimal 70%. Sedangkan kriteria yang digunakan untuk penilaian dengan mempersentase tingkat keaktifan siswa dengan ketentuan sebagai berikut:
0% - 39% : Sangat kurang (E), 40% - 54% : Kurang (D), 55% - 69% : Cukup baik (C), 70% - 84% : Baik (B), 85% - 100% : Sangat Baik (A).
- b. Hasil belajar siswa yang sudah mencapai KKM yang ditetapkan masing-masing sekolah minimal 85%.

HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

3.1 Hasil Penelitian

a. Hasil Penelitian di Sekolah Pertama

Hasil penelitian di sekolah pertama adalah penelitian yang dilaksanakan dalam rangka meningkatkan aktivitas dan hasil belajar siswa pada materi bilangan bulat menggunakan media kartu positif negatif dengan model pembelajaran kooperatif tipe teams game tournament di kelas IV SD Negeri 47/I Muara Tembesi. Penelitian ini dilaksanakan dalam tiga siklus, masing-masing siklus tiga kali pertemuan dengan skenario seperti yang telah diuraikan pada bab III maka hasil aktivitas guru dalam melaksanakan pembelajaran telah meningkat dari cukup baik (67%) pada siklus I menjadi sangat baik (85%) pada siklus II dan sangat baik (94%) pada siklus III. Sedangkan aktivitas siswa yang ditimbulkan akibat kegiatan atau tindakan guru dalam menerapkan model kooperatif tipe TGT seperti terlihat pada Tabel 1 serta ketuntasan hasil belajar siswa seperti terlihat pada Tabel 2.

Tabel 1. Rekapitulasi Hasil Aktivitas Siswa pada Siklus I–III di Sekolah Pertama

No	Aspek yang Diamati	Rata-rata % Hasil Siklus I	Rata-rata % Hasil Siklus II	Rata-rata % Hasil Siklus III
1.	Siswa yang memperhatikan atau mendengarkan penjelasan guru	67	70	83
2.	Siswa yang aktif berdiskusi dalam kelompok	60	69	83
3.	Siswa yang bekerjasama dalam kelompok	56	65	85
4.	Siswa yang aktif dalam menjawab pertanyaan	52	63	83
5.	Siswa yang aktif memberikan pertanyaan atau tanggapan	56	56	85
6.	Siswa yang berani dalam game turnamen	56	54	81
Jumlah		339	377	500
Rata – rata		57 %	66,5 %	82 %
Kategori		Kurang	Cukup Baik	Sangat baik

Tabel 2 Rekapitulasi Ketuntasan Hasil Belajar Siswa pada Siklus I-III Di Sekolah Pertama

No	Siklus	Nilai Ketuntasan	Jumlah Siswa yang Tuntas	Persentase Ketuntasan (%) Klasikal
1.	Siklus I	70 -100	6	33,3
2.	Siklus II	70 -100	12	67
3.	Siklus III	70 -100	18	100

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dilaksanakan maka terlihat bahwa untuk meningkatkan aktivitas dan hasil belajar siswa dengan model pembelajaran *team game tournament* perlu persiapan yang matang yaitu guru perlu mempersiapkan tanda-tanda meja kelompok, guru harus mempersiapkan strategi pelaksanaan game yang akan dilaksanakan serta dilanjuti pada turnamen, serta pembagian kelompok yang heterogen serta mempersiapkan soal-soal game yang akan dijawab siswa dalam pelaksanaan game yang bervariasi dan bertingkat kesulitannya, dan format penskoran individu dan kelompok yang dilakukan secara teliti yang tidak akan merugikan siswa lain, dan guru juga harus mempersiapkan hadiah untuk pemenang baik individu atau pun kelompok.

b. Hasil Penelitian di Sekolah Kedua

Hasil penelitian di sekolah kedua adalah penelitian yang dilaksanakan dalam rangka meningkatkan aktivitas dan hasil belajar siswa pada materi pecahan menggunakan alat peraga batang kuisenaire dengan model kooperatif tipe *Number Head Together* (NHT) di kelas IV SD Negeri 92/1 Tanjung Marwo. Penelitian ini dilaksanakan dalam tiga siklus, masing-masing siklus dua kali pertemuan dengan skenario seperti yang telah diuraikan pada bab III maka hasil aktivitas guru dalam melaksanakan pembelajaran telah meningkat dari baik (73%) pada siklus I menjadi sangat baik (81%) pada siklus II dan sangat baik (94%) pada siklus III. Sedangkan aktivitas siswa yang ditimbulkan akibat kegiatan atau tindakan guru dalam menerapkan model kooperatif tipe NHT seperti terlihat pada Tabel 3 serta ketuntasan hasil belajar siswa seperti terlihat pada Tabel 4.

Tabel 3 Rekapitulasi Hasil Aktivitas Siswa pada Siklus I–III di Sekolah Kedua

No	Aspek yang diamati	Rata-rata % Hasil Siklus I	Rata-rata % Hasil Siklus II	Rata-rata % Hasil Siklus III
1.	Siswa menjawab pertanyaan	48	75	85
2.	Siswa mengajukan pertanyaan	15	49	84
3.	Siswa memperhatikan cara penggunaan alat peraga	60	71	78
4.	Siswa mengerjakan LKS	74	59	83
5.	Siswa berdiskusi dengan teman kelompok	42	80	77
6.	Siswa menggunakan alat peraga saat mengerjakan LKS	52	63	73
7.	Siswa membuat kesimpulan	59	64	70
Jumlah		350	461	550
Rata – rata		50	66	79
Kategori		Kurang	Cukup Baik	Baik

Tabel 4 Rekapitulasi Ketuntasan Hasil Belajar Siswa pada Siklus I-III di Sekolah Kedua

No	Siklus	Nilai Ketuntasan	Jumlah Siswa yang Tuntas	Persentase Ketuntasan (%)
1.	Siklus I	66-100	6	25
2.	Siklus II	66-100	14	58
3.	Siklus III	66-100	19	79

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dilaksanakan dalam 3 siklus diperoleh bahwa pelaksanaan pembelajaran materi operasi hitung pecahan menggunakan model pembelajaran *numbered head together* dan alat peraga batang *cuissenaire* dapat meningkatkan aktivitas dan hasil belajar siswa kelas IV SDN 92/I Tanjung Marwo. Hal tersebut disebabkan karena berdasarkan hasil observasi yang dilakukan terhadap aktivitas siswa ternyata siswa senang jika pembelajaran diberikan dengan menggunakan alat peraga. Siswa lebih aktif dalam mengerjakan tugas yang diberikan, siswa lebih berani bertanya kepada guru, mau menjawab pertanyaan-pertanyaan yang diberikan guru, lebih terfokus dalam belajar karena ada alat peraga yang dimanipulasinya, dan bila diminta untuk memperagakan ke depan kelas, siswa berebut menunjuk tangan, serta siswa dapat menyimpulkan konsep dari materi tugas yang diberikan. Selain itu penggunaan model *numbered head together* dapat meningkatkan kerjasama antar sesama siswa dan juga melatih kedisiplinan diri pada siswa dalam belajar dan melatih keberanian siswa dalam berbicara di dalam kelas sehingga meningkatkan hasil belajar siswa.

c. Hasil Penelitian Di Sekolah Ketiga

Hasil penelitian di sekolah ketiga adalah penelitian yang dilaksanakan dalam rangka meningkatkan aktivitas dan hasil belajar siswa pada materi bilangan romawi menggunakan kartu bilangan dengan model pembelajaran kooperatif tipe *Make a Match* di kelas IV SD Negeri 171/I Bajubang Laut Kecamatan Muara Bulian. Penelitian ini dilaksanakan dalam tiga siklus, masing-masing siklus dua kali pertemuan dengan skenario seperti yang telah diuraikan pada bab III maka hasil aktivitas guru dalam

melaksanakan pembelajaran telah meningkat dari cukup baik (66%) pada siklus I menjadi sangat baik (82%) pada siklus II dan sangat baik (91%) pada siklus III. Sedangkan aktivitas siswa yang ditimbulkan akibat kegiatan atau tindakan guru dalam menerapkan model kooperatif tipe *Make a Match* seperti terlihat pada Tabel 5 berikut serta ketuntasan hasil belajar siswa seperti terlihat pada Tabel 6.

Tabel 5 Rekapitulasi Hasil Aktivitas Siswa dari Siklus I–III di Sekolah Ketiga

No	Aspek yang diamati	Rata-rata % Hasil Siklus I	Rata-rata % Hasil Siklus II	Rata-rata % Hasil Siklus III
1.	Siswa memperhatikan penjelasan guru	58	70	94
2.	Siswa aktif dalam mengikuti pembelajaran.	55	68	93
3.	Siswa aktif memikirkan jawaban atau soal dari kartu yang dipegang.	57	67	86
4.	Siswa aktif mencari pasangan.	57	76	79
5.	Siswa aktif berkompetisi untuk memperoleh skor.	58	75	90
6.	Siswa memanfaatkan waktu dengan baik.	55	70	87
Jumlah		340	426	529
Rata – rata		57 %	71 %	88 %
Kategori		Cukup Baik	Baik	Sangat baik

Tabel 6 Rekapitulasi Ketuntasan Hasil Belajar Siswa pada Siklus I-III di Sekolah Ketiga

No	Siklus	Nilai Ketuntasan	Jumlah Siswa yang Tuntas	Persentase Ketuntasan (%) Klasikal
1.	Siklus I	70 -100	8	53,33
2.	Siklus II	70 -100	10	66,67
3.	Siklus III	70 -100	13	86,67

3.2 Pembahasan

Berdasarkan hasil penelitian yang dilaksanakan di tiga sekolah tentang penerapan model pembelajaran kooperatif tipe TGT dengan menggunakan alat peraga kartu positif-negatif di sekolah pertama, penerapan model pembelajaran kooperatif tipe NHT dengan menggunakan alat peraga batang cuisenaire di sekolah kedua, dan penerapan model pembelajaran kooperatif tipe MAM (*Make a Match*) dengan menggunakan alat peraga kartu bilangan di sekolah ketiga yang dilaksanakan dengan tiga siklus menunjukkan hasil bahwa dengan peningkatan kualitas aktivitas guru dalam proses pembelajaran dapat meningkatkan aktivitas dan hasil belajar siswa seperti terlihat pada Tabel 7 dan Tabel 8.

Tabel 7 Rekapitulasi Rata-rata Aktivitas Siswa dalam Proses Pembelajaran

No	Tempat Penelitian	Siklus I/ Kategori	Siklus II/ Kategori	Siklus III/ Kategori	Keterangan
1	Sekolah Pertama	57 %/ Kurang	66,5 %/ Cukup	82 %/ Sangat Baik	Meningkat
2	Sekolah Kedua	50%/ Kurang	66%/ Cukup	79 %/ Baik	Meningkat
3	Sekolah Ketiga	57 %/ Kurang	71 %/ Baik	88 %/ Sangat Baik	Meningkat
Rata-rata		54,67%	67,83%	83%	Meningkat
Kategori		Kurang	Cukup	Sangat baik	Meningkat

Tabel 8 Rekapitulasi Persentase Ketuntasan Belajar Siswa pada Proses Pembelajaran

No	Tempat Penelitian	Siklus I	Siklus II	Siklus III	Keterangan
1	Sekolah Pertama	33,3%	67%	100%	Meningkat
2	Sekolah Kedua	25%	58%	79%	Meningkat
3	Sekolah Ketiga	53,33%	66,67%	86,67%	Meningkat
Rata-rata Ketuntasan		37,21%	63,89%	88,56%	Meningkat

Berdasarkan data yang ditunjukkan pada Tabel 7 dan Tabel 8 dapat disimpulkan bahwa penerapan model pembelajaran kooperatif dengan menggunakan alat peraga efektif untuk meningkatkan aktivitas dan hasil belajar siswa dalam pembelajaran matematika sekolah dasar, walaupun itu di teliti pada penerapan tipe TGT, NHT, dan MAM dengan menggunakan alat peraga kartu positif negatif pada materi operasi bilangan bulat, batang cuisenaire pada materi operasi pecahan dan kartu bilangan pada materi bilangan Romawi. Hal tersebut disebabkan karena model pembelajaran kooperatif mempunyai keunggulan dalam proses pembelajarannya, antara lain adalah: siswa lebih terpusat perhatiannya pada penjelasan guru karena ada tugas yang akan dikerjakan secara bersama dan setiap siswa harus dapat mempertanggungjawabkannya, siswa aktif bertanya karena ada alat peraga yang harus dimanipulasinya terkait tugas yang diberikan, siswa juga harus dapat mengungkapkan pendapatnya dan menjelaskan apa yang dikerjakannya dalam kelompok, siswa juga harus dapat menjawab pertanyaan-pertanyaan guru terkait konsep-konsep yang dipelajari.

Hal tersebut juga sesuai dengan pendapat Sanjaya [5] yang mengatakan bahwa keunggulan model-model kooperatif tersebut adalah: siswa tidak terlalu menggantungkan diri pada guru, dapat mengembangkan kemampuan siswa mengungkapkan ide atau gagasan secara verbal dan membandingkannya dengan ide-ide orang lain, dapat membantu siswa untuk respek pada orang lain dan menyadari akan keterbatasannya serta menerima segala perbedaan, dapat membantu memberdayakan setiap siswa untuk lebih bertanggung jawab dalam belajar, dapat mengembangkan kemampuan siswa untuk menguji ide dan pemahamannya sendiri, pembelajarannya cukup ampuh untuk meningkatkan prestasi akademik sekaligus kemampuan sosial, termasuk mengembangkan rasa harga diri, hubungan inter personal yang positif dengan yang lain, mengembangkan keterampilan mengelola waktu dan sikap positif terhadap sekolah.

Di samping itu, dengan bantuan alat peraga yang sesuai, siswa dapat memahami ide-ide dasar yang melandasi sebuah konsep, mengetahui cara membuktikan suatu rumus atau teorema, dan dapat menarik suatu kesimpulan dari hasil pengamatannya. Selain menumbuhkan minat siswa, penggunaan alat peraga juga dapat membangkitkan motivasi siswa untuk selalu belajar, karena melalui demonstrasi penggunaan alat peraga, guru dapat merangsang munculnya motivasi dalam diri siswa untuk mempelajari materi lebih lanjut. Siswa yang merasa penasaran dan ingin tahu lebih jauh tentang konsep yang dipelajarinya akan terus berusaha mempelajari konsep itu lebih mendalam.

Alat peraga dapat pula membantu siswa untuk berfikir logis dan sistematis, sehingga mereka pada akhirnya memiliki pola pikir yang diperlukan dalam mempelajari matematika. Selain itu, menurut Darhim [3] dengan bantuan alat peraga, siswa akan semakin mudah memahami hubungan antara matematika dan lingkungan alam sekitar. Sehingga siswa akan semakin mudah memahami kegunaan matematika dalam kehidupan sehari-hari dan terdorong untuk mempelajari matematika lebih lanjut.

KESIMPULAN

Berdasarkan uraian hasil penelitian dan pembahasan dapat disimpulkan bahwa penerapan model pembelajaran kooperatif khususnya tipe TGT, NHT, dan MAM dengan menggunakan alat peraga kartu positif negatif pada materi operasi bilangan bulat, batang cuisenaire pada materi operasi pecahan dan kartu bilangan pada materi bilangan Romawi efektif dapat meningkatkan aktivitas dan hasil belajar siswa sekolah dasar di Kabupaten Batanghari. Efektifitas penerapan model pembelajaran kooperatif dengan menggunakan alat peraga tersebut terlihat dari peningkatan dari aktivitas siswa dalam proses pembelajaran yaitu dari rata-rata aktivitas siswa dengan kategori kurang 54,67% pada siklus I menjadi cukup 67,83% pada siklus II dan sangat baik 83% pada siklus III, serta rata-rata ketuntasan belajar siswa 37,21% pada siklus I menjadi 63,89% pada siklus II dan 88,56% pada siklus III. Semua itu dicapai siswa dengan: siswa lebih memusatkan perhatiannya pada penjelasan guru karena ada tugas yang akan dikerjakan secara bersama dalam kelompok dan setiap siswa dalam kelompok harus dapat mempertanggungjawabkannya, siswa aktif bertanya karena ada alat peraga yang harus dimanipulasinya terkait tugas yang diberikan, siswa juga harus dapat mengungkapkan pendapatnya dan menjelaskan apa yang dikerjakannya dalam kelompok baik sesama teman dalam kelompok maupun terhadap teman pada kelompok lain, siswa juga harus dapat menjawab pertanyaan-pertanyaan guru terkait konsep-konsep yang dipelajarinya.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Slavin RE. 2006. *Cooperatif Learning Research and Practice*. Boston: Allyn and Bacon.
- [2] Suherman E. dan Winataputra US. 1993. *Strategi belajar mengajar matematika*. Jakarta. Depdikbud Dirjen Dikdasmen Proyek Penataran Guru SLTP.
- [3] Darhim. (1992). *Workshop Matematika*. Jakarta: Depdikbud Dirjen Dikdasmen Proyek Penataran Guru SLTP.
- [4] Isjoni. 2007. *Cooperative Learning (Efektivitas Pembelajaran Kelompok)*. Bandung: Alfabeta.
- [5] Sanjaya W. 2008. *Strategi Pembelajaran Berorientasi Standar Proses Pendidikan*. Jakarta: Kencana.

**PENGEMBANGAN PERANGKAT PEMBELAJARAN MATEMATIKA SMP
YANG BERBASIS GAYA BELAJAR *MASTERY, INTERPERSONAL,
UNDERSTANDING, DAN SELF-EXPRESSIVE* PADA KELAS KECERDASAN
MAJEMUK LOGIKA MATEMATIKA**

**DEVELOPMENT OF MATH LEARNING DEVICE FOR SMP STUDENTS ON THE BASIS
OF MASTERY, INTERPERSONAL, UNDERSTANDING, AND SELF-EXPRESSIVE
LEARNING STYLES IN THE MULTIPLE INTELLIGENCES OF MATHEMATICAL
LOGIC**

Suherman¹, Atus Amadi Putra², Muhammad Subhan³

Jurusan Matematika FMIPA UNP Padang¹

Suhermanspd_msi@yahoo.co.id, Jalan Hajag I No 7 Air Tawar Padang

Jurusan Matematika FMIPA UNP Padang²

Jurusan Matematika FMIPA UNP Padang³

ABSTRACT

Currently, learning Mathematics in the classrooms was found to be suboptimal. Since many teachers or researchers develop learning models or devices with less consideration of students learning styles. Especially for schools in which students have been clustered into groups dependent on students' multiple intelligences. This development research of math learning device was based on learning styles: Mastery, Interpersonal, Understanding, Self - expressive (PPM-MIUS) for students of multiple intelligences in the subject of mathematical logic. These include the development of teacher books, student books, lesson plans and students working sheets as well as the research instruments. A product of this research is a valid and practical prototype math learning device on the basis of the PPM-MIUS abovementioned. Hopefully, this would harmonize students and teachers activity, the learning environment on the basis of students' MIUS, and make learning mathematics a lot of fun.

Keywords: Development, Learning Devide, Multiple Intelligences, Mathematical Logic

ABSTRAK

Pembelajaran matematika di kelas belum optimal. Selama ini banyak guru ataupun peneliti cenderung untuk mengembangkan model ataupun perangkat pembelajaran tanpa memperhatikan gaya belajar siswa khususnya di sekolah dengan pengelompokan kecerdasan majemuk. Penelitian ini merupakan pengembangan perangkat pembelajaran matematika berbasis gaya belajar *Mastery, Interpersonal, Understanding, Self-expressive* (PPM-MIUS) pada kelas kecerdasan majemuk dalam logika matematika. Pengembangan ini meliputi buku guru, buku siswa, RPP dan LKS serta instrumen penelitian. Hasil penelitian ini berupa prototipe perangkat pembelajaran matematika yang valid dan praktis. PPM-MIUS diharapkan dapat membuat aktivitas siswa dan guru harmonis, suasana belajar sesuai dengan gaya belajar siswa, sehingga membuat pembelajaran menyenangkan.

Kata Kunci : Pengembangan, Perangkat Pembelajaran, Kecerdasan Majemuk, Logika Matematika

PENDAHULAN

Meskipun prestasi siswa Indonesia pada berbagai ajang kompetisi internasional di bidang Matematika cukup bagus, secara umum kemampuan bermatematika siswa Indonesia masih sangat rendah. Hal ini terlihat dari hasil studi *Trends in International*

Mathematics and Science Study (TIMSS) 2011 yang menunjukkan skor rata-rata siswa Indonesia pada kelas VIII hanya 386 dari skala internasional 500 dan berada di peringkat ke-39 di antara 43 negara. Hal ini merupakan penurunan dibandingkan dengan hasil TIMSS 2007, yaitu skor rata-rata 397 (peringkat ke-36 dari 48 negara). Sedangkan dari hasil *Programme for International Student Assessment (PISA)* 2009, 76,6% siswa berada di bawah level kedua dan tidak ada yang mencapai level 5 dan 6. Siswa di bawah level kedua, menurut pendefinisian *Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD)*, dianggap tidak akan mampu berfungsi efektif di kehidupan abad ke-21. Dari segi peringkat, kualitas pembelajaran matematika Indonesia berada pada peringkat ke-61 dari 65 negara dengan skor 371.

Hal ini menunjukkan pembelajaran matematika di kelas belum optimal. Selama ini banyak guru ataupun peneliti cenderung untuk mengembangkan model ataupun perangkat pembelajaran tanpa memperhatikan gaya belajar siswa secara khusus termasuk di sekolah yang telah mengelompokkan siswa berdasarkan kecerdasan majemuk yang dimiliki. Tetapi, tim peneliti sudah mulai mengembangkan model pembelajaran berbasis kecerdasan majemuk di SMPN 7 Padang yang telah mengelompokkan siswa berdasarkan pada kecerdasan majemuk yang dimilikinya. Dari hasil penelitian dan pengamatan yang dilakukan, guru masih mengalami kesulitan dalam menjelaskan materi kepada siswa karena terlihat siswa memiliki gaya belajar yang berbeda. Contohnya, siswa yang memiliki kecerdasan musikal gaya belajar *Mastery* melakukan kegiatan melalui benda-benda konkrit, sementara pada gaya belajar *Understanding* melakukan kegiatan melalui proses inkuiri dan tidak bermasalah dengan konsep yang abstrak. Untuk itu perlu dirancang perangkat pembelajaran yang mengintegrasikan gaya belajar siswa dengan kecerdasan majemuk yang dimilikinya. Hal ini didukung oleh hasil penelitian [1] yang menyatakan bahwa gaya belajar memiliki dampak yang signifikan bagi mahasiswa matematika, arsitektur dan seni.

METODOLOGI PENELITIAN

2.1. Jenis Penelitian

Penelitian ini merupakan penelitian pengembangan (*development research*) dengan tujuan menciptakan perangkat pembelajaran yang valid, praktis dan efektif. Perangkat pembelajaran yang dimaksud adalah Perangkat Pembelajaran Matematika SMP berbasis gaya belajar *Mastery*, *Interpersonal*, *Understanding* dan *Self-Expressive* (PPM-MIUS) untuk kelas kecerdasan Logika Matematikauk.

Penelitian diharapkan lahir PPM-MIUS yang valid dan praktis yang telah teruji, dengan sekolah ujicoba adalah SMPN 3 Solok dan SMP Negeri 7 Padang pada kelas kecerdasan logika matematika,

2.2. Tahap-tahap Pengembangan Perangkat dan Instrumen

Pengembangan PPM-MIUS untuk kelas kecerdasan majemuk mengacu pada [2] yang telah dimodifikasi [3] dengan memperhatikan aspek kevalidan, aspek kepraktisan dan aspek keefektifan. Adapun langkah kerja yang dilakukan terdiri dari empat tahap, yaitu 1) tahap pengkajian awal, 2) tahap perancangan, 3) tahap realisasi/ konstruksi dan 4) tahap evaluasi dan revisi.

a. Tahap Pengkajian Awal

Pada tahap ini dilakukan analisis pembelajaran matematika, analisis teori-teori pembelajaran dan kecerdasan majemuk, analisis kurikulum dan analisis siswa.

- 1) Analisis pembelajaran matematika
- 2) Analisis teori-teori pembelajaran dan kecerdasan majemuk logika matematika
- 3) Analisis kurikulum
- 4) Analisis siswa

b. Tahap Perancangan

Pada tahap ini dilakukan perancangan PPM-MIUS untuk kecerdasan majemuk diantaranya kecerdasan logika matematika, kecerdasan kinestetik, dan kecerdasan *Interpersonal* serta perancangan instrumen penelitian.

- 1) Perancangan PPM-MIUS
- 2) Perancangan Instrumen Penelitian

c. Tahap Realisasi/Konstruksi

PPM-MIUS yang telah dirancang, diteliti kembali apakah sudah sesuai secara konten dengan apa yang diharapkan pada tujuan. Jika hal ini telah dipenuhi, maka PPM-MIUS yang telah jadi, dapat divalidasi kepada validator yang telah ditentukan.

d. Tahap Evaluasi dan Revisi

Dilakukan evaluasi terhadap PPM-MIUS yang telah divalidasi. Jika PPM-MIUS belum valid, maka dilakukan revisi berdasarkan saran dan komentar yang diberikan validator. PPM-MIUS yang telah direvisi tersebut kemudian divalidasi kembali. Jika PPM-MIUS masih belum valid, dilakukan kembali revisi berdasarkan saran dan komentar validator, lalu divalidasi kembali, dan demikian seterusnya hingga diperoleh PPM-MIUS yang valid, praktis dan efisien.

2.3. Data Dan Sumber Data

Data dan sumber data yang diperlukan untuk menghasilkan PPM-MIUS yang valid, efektif dan efisien dijelaskan sebagai berikut.

- a. Data dan sumber data untuk validasi PPM-MIUS
Data kevalidan PPM-MIUS diperoleh berdasarkan penilaian, komentar dan masukan dari sumber data, yaitu para ahli dan praktisi Matematika SMP. Ahli terdiri dari dosen pembelajaran Matematika, sedangkan praktisi yang dimaksud adalah guru Matematika SMP.
- b. Data dan sumber data untuk kepraktisan dan keefisienan PPM-MIUS
Data kepraktisan dan keefisienan PPM-MIUS diperoleh dari data aktivitas siswa, data aktivitas guru, angket, dan data hasil belajar siswa. Sumber data terdiri dari siswa SMPN 7 Padang dan siswa SMPN 3 Solok beserta guru Matematika yang telah memahami dan menerapkan model pembelajaran kecerdasan majemuk, serta angket.

HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Kegiatan penelitian dilakukan berdasarkan pengembangan yang dilakukan Plomp [2] dan telah dimodifikasi [3], seperti yang dikemukakan sebelumnya, Adapun tahap-tahap tersebut adalah :

3.1. Tahap Pengkajian Awal

Pada tahap ini telah dilakukan pengkajian terhadap permasalahan pembelajaran Matematika yang ditemui, analisis teori-teori pembelajaran dan kecerdasan majemuk logika matematika, analisis kurikulum dan analisis siswa. Dalam upaya memperoleh informasi yang tepat dan akurat untuk keperluan pengembangan perangkat, dilakukan pengkajian melalui kegiatan observasi, wawancara terhadap beberapa orang guru dan siswa kelas VII SMP Negeri 3 Kota Solok dan SMP Negeri 7 Padang pada kelas kecerdasan logika matematika,

Berdasarkan observasi dan wawancara yang dilakukan peneliti pada survei terhadap guru dan siswa di SMPN 7 Padang dan SMPN 3 Solok, diketahui bahwa pada sekolah yang bersangkutan telah memiliki kelas kecerdasan majemuk logika matematika. Setiap guru Matematika yang mengajar di kelas tersebut telah memahami dengan baik mengenai pembelajaran untuk kelas kecerdasan majemuk logika matematika dan siap untuk menerapkannya di kelas.

Berdasarkan analisis kurikulum, diketahui bahwa SMPN 7 Padang dan SMPN 3 Solok masih menggunakan Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan (KTSP) dan belum diinstruksikan Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan untuk menggunakan Kurikulum 2013.

Masing-masing sekolah, SMPN 7 Padang dan SMPN 3 Solok memiliki kelas kecerdasan majemuk, logika matematika. Pembagian siswa menurut kecerdasannya dilakukan sekolah bersama tim peneliti. Akan tetapi, pembelajaran di kelas kecerdasan majemuk logika matematika ini belum mengakomodasi gaya belajar siswa, khususnya gaya belajar *Mastery*, *Interpersonal*, *Understanding* dan *Self-Expressive* (MIUS).

Pada setiap kelas kecerdasan majemuk logika matematika ini, dilakukan observasi terhadap proses dan perangkat pembelajaran matematika yang tepat untuk dijadikan pertimbangan pembuatan perangkat PPM-MIUS. Observasi dibagi atas dua tahap yaitu sebelum perangkat PPM-MIUS dan saat rancangan perangkat PPM-MIUS diperkenalkan.

Untuk observasi sebelum perangkat PPM-MIUS diperkenalkan diperoleh beberapa informasi yang dibutuhkan dalam merancang perangkat diantaranya. Perangkat pembelajaran yang ada yaitu buku siswa, buku guru, RPP dan LKS belum mengakomodasi gaya belajar MIUS.

Perangkat PPM-MIUS dirancang untuk dapat menghasilkan pembelajaran matematika yang mengutamakan keaktifan siswa dan mengoptimalkan peran guru sebagai motivator dan fasilitator. Perangkat PPM-MIUS ini diharapkan dapat memotivasi siswa sehingga pembelajaran dengan menggunakan perangkat PPM-MIUS menjadi pembelajaran yang asik dan menyenangkan.

3.2. Tahap Perancangan

Pada tahap rancangan, PPM-MIUS dirancang dengan mempertimbangkan hasil dari pengkajian awal yang telah direvisi. Untuk mendapatkan pembelajaran yang optimal, diperlukan perangkat pembelajaran yang sesuai dalam hal ini PPM-MIUS. Kegiatan dilakukan pada perancangan buku guru, buku siswa, RPP dan LKS yang mengakomodasi gaya belajar MIUS. Rancangan yang dihasilkan merupakan hasil revisi dari rancangan

sebelumnya yang telah diperkenalkan pada guru dan siswa pada saat obeservasi. Adapun rancangan yang diperoleh sebagai berikut.

a. Buku guru

Buku guru yang dirancang memuat:

- 1) Petunjuk penggunaan buku guru beserta bahasan singkat mengenai kecerdasan majemuk logika matematika dan gaya belajar MIUS.
- 2) Petunjuk khusus yang berisi struktur kurikulum berupa standar kompetensi, kompetensi dasar, indikator, tujuan pembelajaran dan kegiatan pembelajaran yang mengakomodasi kecerdasan majemuk logika matematika yang dimiliki siswa beserta gaya belajar MIUS.
- 3) Uraian materi dalam bentuk kutipan lengkap buku siswa.

b. Buku siswa

Buku siswa yang dirancang memuat:

- 1) Petunjuk khusus yang berisi struktur kurikulum berupa standar kompetensi, kompetensi dasar, indikator, tujuan pembelajaran dan kegiatan pembelajaran yang mengakomodasi kecerdasan majemuk yang dimiliki siswa beserta gaya belajar MIUS.
- 2) Ilustrasi pembelajaran berdasarkan contoh yang ditemui dalam kehidupan sehari-hari.
- 3) Contoh soal
- 4) Latihan

c. RPP

RPP yang dirancang mengikuti standar yang telah ditetapkan pada KTSP yang menampilkan identitas mata pelajaran, standar kompetensi, kompetensi dasar, indikator, tujuan pembelajaran, materi ajar alokasi waktu, model pembelajaran kecerdasan majemuk, kegiatan pembelajaran yang menunjukkan secara jelas perbedaan kegiatan guru dan kegiatan siswa berdasarkan sintaks pembelajaran dengan model kecerdasan majemuk serta mengakomodasi gaya belajar MIUS, evaluasi serta sumber belajar.

d. LKS

LKS dikembangkan dengan mengikuti karakter gaya belajar MIUS untuk kecerdasan majemuk logika matematika. LKS dirancang agar siswa mampu menemukan konsep, diikuti dengan beberapa latihan soal. LKS dirancang agar siswa mampu menemukan konsep sesuai dengan gaya belajar MIUS, yang mana gaya belajar *Understanding* lebih dominan dibandingkan gaya belajar lainnya.

3.3. Tahap Realisasi/ Konstruksi

Pada tahap ini dilakukan kegiatan penetapan komponen-komponen PPM-MIUS hingga diperoleh prototipe yang diharapkan. Selanjutnya dibentuk PPM-MIUS yang masih dalam bentuk prototipe yang terdiri dari buku guru, buku siswa, RPP dan LKS.

3.4. Tahap Evaluasi dan Revisi

Pada tahap evaluasi dan revisi, dilakukan validasi dan kepraktisan PPM-MIUS.

a. **Validasi PPM-MIUS**

Validasi PPM-MIUS meliputi buku guru, buku siswa, RPP dan LKS. Validasi dilakukan oleh dua orang ahli dalam pengembangan perangkat pembelajaran dari Jurusan Matematika FMIPA UNP yaitu Dr.Yerizon, M.Si dan Drs. Hendra Syarifuddin, M.Si, Ph.D.

Berdasarkan hasil validasi PPM-MIUS oleh kedua pakar, diperoleh rata-rata pada setiap komponen (lihat tabel 3).

Tabel 1. Rata-Rata Hasil Validasi PPM-MIUS

	Buku Guru	Buku Siswa	LKS	RPP
Format	4.4	4.3	4.26	4.33
Isi	4.05	4.45	4.44	
Bahasa	4.2	4.4	4.25	4.6
Pertanyaan		4.5	4.38	
Kompetensi				4.25

Berdasarkan hasil validasi pada Tabel 1 di atas yang dilakukan terhadap PPM-MIUS, diperoleh informasi bahwa rata-rata hasil validasi PPM-MIUS untuk semua perangkat (buku guru, buku siswa, RPP, LKS) yang ditinjau dari beberapa komponen (format, isi, bahasa, pertanyaan, kompetensi) disimpulkan bahwa PPM-MIUS dinyatakan valid dengan IP berkisar antara 4 sampai 5 dan tergolong tinggi.

Namun dari saran yang diberikan oleh kedua pakar, diperlukan revisi berikut:

- 1) Diperlukan kajian untuk mengaitkan karakteristik materi dengan gaya belajar MIUS pada kelas kecerdasan majemuk logika matematika
- 2) Kegiatan pembelajaran yang dilakukan saat mengkontruksi pengetahuan baru siswa, harus dicocokkan dengan gaya belajar MIUS dengan mengakomodasi kecerdasan majemuk logika matematika.

b. **Praktikalitas PPM-MIUS**

Kepraktisan PPM-MIUS diperoleh melalui hasil observasi kelas dan angket terhadap respon siswa yang dilaksanakan pada tanggal 18 November 2013 untuk materi perbandingan pada kelas logika matematika

Dari hasil observasi yang dilakukan, diperoleh gambaran bahwa hampir setiap aktivitas guru pada kelas uji coba perangkat dapat dikategorikan cukup baik kecuali pada aktivitas mengarahkan siswa sewaktu mengerjakan LKS dan memberi penguatan terhadap hasil kerja siswa dalam menyimpulkan konsep. Hal ini disebabkan guru kurang memiliki waktu yang cukup dalam membantu siswa, baik dalam mengarahkan siswa ataupun dalam memberi penguatan terhadap semua aktifitas siswa.

Sedangkan aktivitas siswa logika-matematika, Siswa pada kelas ini lebih senang bekerja sendiri dan antusias dalam mengerjakan LKS. Pada saat LKS diberikan, hampir semua siswa pada kelas logika matematika langsung mengerjakan LKS. Pada saat siswa mengalami kesulitan dalam memecahkan permasalahan dalam LKS, sebagian besar siswa bertanya kepada teman di sekitarnya tanpa meninggalkan tempat duduknya. Untuk suatu hal yang belum mereka pahami, mereka terlihat berusaha memahaminya melalui buku siswa. Akibatnya, soal latihan yang diberikan dalam LKS dapat mereka kerjakan dengan baik.

Berdasarkan angket yang diberikan pada 30 orang siswa SMP Negeri 3 Solok di mana diperoleh respon secara umum baik yang rata-ratanya dapat dilihat pada tabel 2.

Tabel 2. Data Angket Respon Siswa

	Rata-rata
Proses Pembelajaran	3.95
Buku Siswa	3.87
LKS	3.87

Dengan demikian, PPM-MIUS cukup praktis untuk digunakan dalam pembelajaran matematika di kelas VII pada kelas kecerdasan majemuk logika matematika. Dalam hal prototipe, untuk PPM-MIUS secara keseluruhan sudah direvisi sesuai dengan hasil analisis data.

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil observasi dan analisis data, dapat disimpulkan sebagai berikut.

- 4.1. Prosedur pengembangan perangkat pembelajaran matematika berbasis gaya belajar Mastery, Interpersonal, Understanding dan Self-expressive (PPM-MIUS) mengacu kepada pengembangan model yang dikemukakan oleh Plomp [2] dan direvisi Subhan, Atus, Suherman [3] menghasilkan prototipe PPM-MIUS.
- 4.2. Berdasarkan hasil validasi para ahli dan pengamat serta angket yang disebar, diperoleh prototipe PPM-MIUS yang terdiri dari buku guru, buku siswa, RPP, dan LKS adalah valid dan praktis penggunaannya.

PUSTAKA

- [1] Zanolosh, Rabia dan Irum Naqvi. (2011). *Personality Traits and Learning Styles among Students of Mathematics, Architecture, and Fine Arts*. Journal of Behavioural Sciences, Vol. 21, Number 1.
- [2] Plomp, Tjeerd., (1997). *Educational and training system design*. Enschede, The Netherlands: Univercity of Twente.
- [3] Putra, Atus Amadi dkk. (2008). *Pengembangan Model Pembelajaran Matematika Berbasis Kecerdasan Majemuk pada Siswa Kelas VII Kota Padang*. Laporan Penelitian Hibah Bersaing.

PENERAPAN MODEL PEMBELAJARAN KOOPERATIF TIPE *ROTATING TRIO EXCHANGE* (RTE) UNTUK MENINGKATKAN HASIL BELAJAR MATEMATIKA PADA SISWA KELAS XI IPA 2 SMA NEGERI 2 TAMBANG

(APPLICATION OF COOPERATIVE LEARNING MODEL TYPE OF *ROTATING TRIO EXCHANGE* TO IMPROVE THE STUDENTS ACHIEVEMENT OF MATH IN CLASS XI IPA 2 SMAN TAMBANG)

Susda Heleni, Japet Ginting, Miftakhul Jannah

Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Riau
E-mail: dewisusda@yahoo.com
Jl. Flamboyan IV RT003 RW 010Kel. Delima – Pekanbaru. HP. 081268898436

ABSTRACT

The research was classroom action research that aims to improve mathematics learning outcomes with applied the cooperative learning type Rotating Trio Exchange. The subject of the research is students of class XI IPA 2 of SMA N 2 Tambang in the first semester academic years 2013/2014. There are 33 students in the class, consist of 11 boys and 22 girls who have heterogeneous academic ability. The research are two cycles. Each cycle has four stages, the stages are planning, implementation, observation, and reflection. Each end of the cycle of daily tests carried out. Data collected through observation and tests in the form of daily tests. Data analysis was performed with analysis of descriptive narrative and descriptive statistical analysis. Criteria for success of the action is successful if the number of students who achieve a score basis increase in daily tests daily tests I and II. The number of students who achieve a score of minimum mastery criterion basic, daily tests I (first cycle), daily test II (second cycle) are respectively 9.09%, 27.27%, and 60.61%. Minimum mastery criteria attainment percentage indicates that the cooperative learning type RTE can improvestudents' mathematics learning outcomes math class XI IPA 2 SMA N 2 Tambang.

Key words: Mathematics learning outcome, Cooperative learning, Rotating Trio Exchange

ABSTRAK

Penelitian ini adalah penelitian tindakan kelas yang bertujuan untuk meningkatkan hasil belajar matematika dengan menerapkan model pembelajaran kooperatif tipe *Rotating Trio Exchange*. Subjek penelitian ini adalah siswa kelas XI IPA 2 SMAN 2 Tambang pada semester ganjil tahun ajaran 2013/2014. Jumlah siswa di kelas XI IPA 2 adalah 33 orang yang terdiri dari 11 laki-laki dan 22 perempuan dengan tingkat kemampuan akademik heterogen. Penelitian ini terdiri dari dua siklus. Setiap siklus memiliki empat tahap, tahap-tahap itu adalah perencanaan, pelaksanaan, observasi dan refleksi. Setiap akhir siklus dilaksanakan ulangan harian. Pengumpulan data dilakukan melalui pengamatan dan tes berupa ulangan harian. Analisis data dilakukan dengan analisis deskriptif naratif dan analisis statistik deskriptif. Kriteria keberhasilan tindakan dikatakan berhasil jika jumlah siswa yang mencapai skor dasar meningkat pada ulangan harian I dan ulangan harian II. Jumlah siswa yang mencapai KKM pada skor dasar, ulangan harian I (siklus pertama), ulangan harian II (siklus kedua) berturut-turut adalah 9,09%, 27,27%, dan 60,61%. Persentase ketercapaian KKM tersebut menunjukkan bahwa pembelajaran kooperatif tipe RTE dapat meningkatkan hasil belajar matematika siswa kelas XI IPA 2 SMA Negeri 2 Tambang.

Kata Kunci: Hasil belajar matematika, Pembelajaran Kooperatif, *Rotating Trio Exchange*

PENDAHULUAN

Matematika sebagai salah satu mata pelajaran di sekolah dinilai cukup memegang peranan penting dalam membentuk siswa menjadi berkualitas, karena matematika merupakan suatu sarana berpikir untuk mengkaji sesuatu secara logis, kritis, rasional dan sistematis serta melatih kemampuan peserta didik agar terbiasa dalam memecahkan suatu masalah yang ada di sekitarnya sehingga dapat mengembangkan potensi diri dan sumber daya yang dimiliki peserta didik. Hal ini sejalan dengan tujuan pembelajaran matematika agar peserta didik memiliki kemampuan, yaitu (1) Memahami konsep matematika, menjelaskan keterkaitan konsep dan mengaplikasikan konsep atau algoritma, secara luwes, akurat, efisien, dan tepat, dalam pemecahan masalah; (2) Menggunakan penalaran pada pola dan sifat, melakukan manipulasi matematika dan membuat generalisasi, menyusun bukti, atau menjelaskan gagasan dan pernyataan matematika; (3) Memecahkan masalah yang meliputi kemampuan memahami masalah, merancang model matematika, menyelesaikan model dan menafsirkan solusi yang diperoleh; (4) Mengkomunikasikan gagasan dengan simbol, tabel, diagram, atau model lain untuk menjelaskan keadaan atau masalah; (5) Memiliki sikap menghargai kegunaan matematika dalam kehidupan, yaitu memiliki rasa ingin tahu, perhatian, dan minat dalam mempelajari matematika, serta sikap ulet dan percaya diri dalam pemecahan masalah [1]

Hasil belajar yang diharapkan adalah hasil belajar matematika yang mencapai ketuntasan belajar matematika. Siswa dikatakan tuntas belajar matematika apabila nilai hasil belajar matematika siswa telah mencapai Kriteria Ketuntasan Minimum (KKM) yang ditetapkan sekolah [1]. Namun kenyataannya, masih terdapat kesenjangan antara KKM dengan hasil belajar yang telah dicapai siswa dalam proses pembelajaran matematika. KKM yang ditetapkan sekolah untuk mata pelajaran matematika adalah 80. Data yang peneliti peroleh dari guru matematika kelas XI IPA 2 SMA Negeri 2 Tambang, menginformasikan bahwa hanya 3 dari 33 siswa atau 9,09% siswa kelas XI IPA 2 yang mencapai KKM pada kompetensi dasar :

- 1.1 Membaca data dalam bentuk tabel dan diagram batang, garis, lingkaran, *ogive*.
- 1.2 Menyajikan data dalam bentuk tabel dan diagram batang, garis, lingkaran, dan *ogive* serta penafsirannya.
- 1.3 Menghitung ukuran pemusatan, ukuran letak, dan ukuran penyebaran data, serta penafsirannya.

Peneliti menyadari bahwa rendahnya hasil belajar siswa disebabkan oleh proses pembelajaran yang dilakukan guru belum optimal. Proses pembelajaran yang dilakukan masih sifatnya konvensional, belum mencapai sistem pembelajaran yang aktif, inovatif, kreatif, efektif dan menyenangkan (**PAIKEM- joyful learning**). Salah satu kelemahan proses pembelajaran yang dilaksanakan guru selama ini terlihat dari proses pembelajaran di kelas didominasi oleh guru. Guru lebih aktif sebagai pemberi pengetahuan bagi siswa. Dengan kata lain pembelajaran berpusat pada guru.

Untuk meningkatkan hasil belajar, guru matematika kelas XI IPA 2 SMA Negeri 2 Tambang telah berupaya membentuk kelompok belajar untuk mendiskusikan materi yang ada dalam buku cetak kemudian siswa disuruh mengerjakan soal latihan tanpa ada presentasi sebagai evaluasi. Usaha ini belum menunjukkan peningkatan hasil belajar matematika di kelas XI IPA 2 SMA Negeri 2 Tambang.

Peran guru dalam proses pembelajaran adalah sebagai fasilitator dan motivator untuk mengoptimalkan belajar siswa. Guru seharusnya tidak hanya memberikan

pengetahuan jadi, tetapi siswa hendaknya secara aktif membangun pengetahuan dalam pikiran mereka sendiri. Oleh karena itu, diperlukan model pembelajaran yang dapat mengaktifkan dan mengembangkan daya saing antar siswa di kelas. Salah satu pembelajaran yang dapat meningkatkan partisipasi aktif siswa adalah model pembelajaran kooperatif. Salah satunya yaitu dengan penerapan model pembelajaran kooperatif tipe *Rotating Trio Exchange* (RTE).

Model pembelajaran kooperatif tipe RTE merupakan tipe dimana siswa dapat bekerja sama, saling membantu belajar informasi atau keterampilan. RTE merupakan salah satu strategi bagi siswa untuk berdiskusi tentang berbagai masalah dengan beberapa teman kelasnya. Pada strategi RTE, siswa saling bertukar pendapat dalam memecahkan suatu permasalahan. Kegiatan diskusi kelas menciptakan suasana pembelajaran yang menantang peran siswa karena pada kegiatan diskusi akan terdapat beragam pandangan. Strategi RTE dapat membantu ingatan (*memory*) mereka sehingga siswa dapat dihindarkan kepada tujuan pembelajaran dengan sukses.

Rumusan masalah dalam penelitian ini adalah: "Apakah penerapan model pembelajaran kooperatif tipe *Rotating Trio Exchange* (RTE) dapat meningkatkan hasil belajar matematika siswa kelas XI IPA 2 SMA Negeri 2 Tambang pada semester ganjil tahun pelajaran 2013/2014 pada Kompetensi Dasar menggunakan aturan perkalian, permutasi dan kombinasi dalam pemecahan masalah, menentukan ruang sampel suatu percobaan serta menentukan peluang suatu kejadian dan penafsirannya?". Penelitian ini bertujuan untuk meningkatkan hasil belajar matematika siswa XI IPA 2 SMA Negeri 2 Tambang pada semester ganjil tahun pelajaran 2013/2014.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini adalah penelitian tindakan kelas (PTK). Penelitian tindakan kelas sebagai bentuk penelitian yang bersifat reflektif dengan melakukan tindakan-tindakan tertentu agar dapat memperbaiki dan atau meningkatkan praktek-praktek pembelajaran di kelas secara lebih profesional [2]. Tujuan melakukan PTK adalah untuk perbaikan dan peningkatan layanan profesional guru dalam menangani proses pembelajaran [2]. Dalam hal ini yang melakukan tindakan adalah peneliti yang selanjutnya disebut guru dan yang mengamati adalah rekan mahasiswa. Tindakan dalam penelitian ini adalah penerapan pembelajaran kooperatif dengan menggunakan tipe *Rotating Trio Exchange* (RTE) pada Kompetensi Dasar menggunakan aturan perkalian, permutasi dan kombinasi dalam pemecahan masalah, menentukan ruang sampel suatu percobaan serta menentukan peluang suatu kejadian dan penafsirannya.

Subjek penelitian dalam penelitian ini adalah siswa kelas XI IPA 2 yang berjumlah 33 orang dengan 11 siswa laki-laki dan 22 siswa perempuan.

Instrumen penelitian adalah perangkat pembelajaran dan instrumen pengumpulan data. Perangkat pembelajaran terdiri dari silabus, 6 buah Rencana Pelaksanaan Pembelajaran (RPP), dan 6 buah Lembar Kerja Siswa (LKS). Instrumen pengumpulan data terdiri dari lembar pengamatan dan tes hasil belajar matematika. Lembar pengamatan berbentuk format pengamatan yang merupakan kegiatan guru dan kegiatan siswa pada saat kegiatan pembelajaran dengan menerapkan model pembelajaran kooperatif tipe RTE dan diisi pada setiap pertemuan. Tes hasil belajar berupa ulangan harian I dan ulangan harian II.

Teknik pengumpulan data pada penelitian ini yaitu teknik observasi dan teknik tes. Teknik analisis data pada penelitian ini adalah teknik analisis deskriptif naratif dan analisis statistik deskriptif. Data yang diperoleh dari lembar pengamatan merupakan data kualitatif dan dianalisis dengan teknik analisis deskriptif naratif. Teknik analisis deskriptif naratif bertujuan menggambarkan data tentang aktivitas siswa dan guru selama proses pembelajaran dan memaparkannya dalam bentuk narasi [3]. Data yang diperoleh dari tes hasil belajar dianalisis dengan teknik analisis statistik deskriptif. Statistik deskriptif adalah statistik yang digunakan untuk menganalisis data dengan cara mendeskripsikan atau menggambarkan data yang telah terkumpul sebagaimana adanya tanpa bermaksud membuat kesimpulan yang berlaku umum atau generalisasi [4]. Analisis data pada penelitian ini adalah:

1) Analisis data nilai perkembangan individu dan kelompok

Analisis data tentang nilai perkembangan individu dilaksanakan untuk menentukan penghargaan kelompok. Nilai perkembangan individu pada siklus I diperoleh siswa dari selisih nilai pada skor dasar dan nilai ulangan harian I. Nilai perkembangan individu pada siklus II diperoleh siswa dari selisih nilai pada skor dasar dan ulangan harian II. Penghargaan kelompok diperoleh dari nilai perkembangan kelompok yaitu rata-rata nilai perkembangan yang diperoleh anggota kelompok.

2) Analisis Ketercapaian KKM indikator

Analisis Ketercapaian KKM Indikator diperoleh dengan cara mencari persentase ketuntasan setiap indikator pada soal ulangan harian I dan ulangan harian II. Siswa dikatakan tuntas pada setiap indikator jika nilainya pada setiap indikator tersebut mencapai 80.

3) Analisis Ketercapaian KKM

Peningkatan hasil belajar dapat dilihat dari nilai matematika siswa sebelum tindakan dan setelah tindakan yaitu Ulangan Harian I dan Ulangan Harian II. Jika jumlah siswa yang mencapai KKM pada UH-I dan UH-II lebih banyak daripada skor dasar maka terjadi peningkatan hasil belajar. Analisis ini dilakukan dengan membandingkan persentase jumlah siswa yang mencapai KKM pada skor dasar dengan persentase jumlah siswa yang mencapai KKM pada tes hasil belajar matematika yang menerapkan pembelajaran kooperatif tipe *Rotating Trio Exchange* (RTE), yaitu ulangan harian I dan ulangan harian II. Siswa dikatakan mencapai KKM yang telah ditetapkan sekolah apabila memperoleh nilai 80. Persentase jumlah siswa yang mencapai KKM dapat dihitung dengan menggunakan rumus sebagai berikut:

$$\text{Persentase Siswa yang mencapai KKM} = \frac{\text{JumlahsiswayangmencapaiKKM}}{\text{jumlahsiswakeseluruhan}} \times 100\%.$$

Tindakan dikatakan berhasil apabila keadaan setelah tindakan lebih baik daripada sebelumnya [5]. Keadaan dikatakan lebih baik jika terjadi perbaikan proses pembelajaran sebelum dan sesudah dilakukan tindakan pada kelas XI IPA 2 SMA Negeri 2 Tambang. Maka pada penelitian ini tindakan dikatakan berhasil jika:

- a. Aktivitas guru dan siswa dalam proses pembelajaran selama tindakan lebih baik jika dibandingkan sebelumnya.
- b. Persentase jumlah siswa yang mencapai KKM sebelum tindakan dengan setelah tindakan meningkat.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Penelitian di kelas XI IPA 2 SMA Negeri 2 Tambang ini terdiri dari dua siklus. Masing-masing Siklus dilakukan sebanyak tiga kali pertemuan dan satu kali ulangan harian. Siklus pertama dimulai dari tanggal 17 September 2013 sampai 25 September 2013. Siklus kedua dilaksanakan pada tanggal 01 Oktober 2013 sampai 23 Oktober 2013. Pada pertemuan pertama pelaksanaan tindakan yang dilakukan oleh guru belum sesuai dengan rencana pelaksanaan pembelajaran. Masih terdapat kelemahan-kelemahan yang ditemukan dalam proses pembelajaran. Guru belum maksimal dalam menyampaikan informasi tentang kegiatan yang akan dilaksanakan. Ini terlihat pada saat guru meminta siswa untuk berpindah ke kelompok lain, siswa tampak bingung tentang perpindahan kelompoknya. Pengaturan waktu pembelajaran belum efisien, sehingga ada beberapa kegiatan yang tidak dilakukan seperti presentasi, meminta siswa untuk menyimpulkan pelajaran dan memberikan soal latihan sebagai evaluasi atas pembelajaran hari itu pada saat diskusi kelompok. Masih banyak siswa yang tidak mau bekerjasama dengan teman sekelompoknya karena mereka belum terbiasa dengan pembelajaran yang dilakukan.

Pada pertemuan kedua, secara keseluruhan pelaksanaan pembelajaran sudah lebih baik dibandingkan dengan pertemuan pertama. Ini terlihat pada saat kegiatan pendahuluan, inti dan penutup. Sebagian besar siswa sudah mau berpartisipasi aktif dan berdiskusi dengan teman kelompoknya. Siswa juga sudah berani mempresentasikan hasil diskusi dan memberikan kesimpulan. Pada saat guru meminta siswa menanggapi presentasi temannya, guru kurang mengoptimalkan siswa untuk memberikan tanggapan sehingga siswa tidak ada yang memberikan tanggapan. Pada saat pengerjaan LKS ada siswa yang berjalan menuju kelompok lain untuk menanyakan LKS. Guru sudah menegur dan menasehati siswa agar berdiskusi mengerjakan LKS dengan teman kelompoknya masing-masing terlebih dahulu karena nantinya guru akan memberikan kesempatan untuk berdiskusi dengan kelompok lain.

Pada pertemuan ketiga, pelaksanaan pembelajaran belum terlaksana sesuai dengan yang direncanakan. Pada saat mengerjakan LKS, masih ada beberapa kelompok yang bekerja hanya berdua saja, sedangkan siswa lainnya hanya menyalin pekerjaan temannya. Guru dalam hal ini, sudah menasehati siswa agar mau bekerjasama dengan teman kelompoknya. Selain itu, saat presentasi kelompok siswa juga belum aktif memberikan tanggapan atas presentasi temannya. Pada kegiatan akhir, guru tidak sempat memberikan soal latihan dan hanya memberikan PR sebagai tindak lanjut pembelajaran karena keterbatasan waktu.

Berdasarkan analisis lembar pengamatan aktivitas guru dan siswa pada siklus I, masih terdapat kekurangan-kekurangan yaitu:

- 1) Masih kurangnya keaktifan siswa dalam menanggapi presentasi kelompok temannya dan pada saat memberikan kesimpulan pembelajaran.
- 2) Guru belum sepenuhnya dapat mengarahkan seluruh siswa untuk aktif berdiskusi dengan anggota kelompoknya dalam mengerjakan LKS, sehingga masih banyak siswa yang menyalin hasil pekerjaan temannya tanpa mau bertanya yang ditulis tersebut diperoleh darimana.
- 3) Pada kegiatan akhir, guru tidak sempat memberikan latihan kepada siswa untuk mengetahui pemahaman siswa atas materi yang dipelajari karena waktu telah

habis. Sehingga guru tidak dapat mengetahui tingkat pemahaman setiap siswa terhadap materi yang telah dipelajari.

Kekurangan pada siklus I ini menjadi bahan refleksi untuk perbaikan pada siklus II. Berdasarkan refleksi siklus pertama ini peneliti menyusun rencana perbaikan sebagai berikut.

- 1) Guru akan menekankan kepada siswa bahwa aktivitas yang mereka lakukan sangat berpengaruh terhadap nilai kelompok yang akan diterimanya pada setiap akhir siklus sehingga diharapkan siswa aktif dalam proses pembelajaran.
- 2) Guru akan lebih teliti lagi dalam mengawasi pengerjaan LKS atau soal oleh masing-masing siswa di dalam kelompok.
- 3) Guru mengorganisir waktu dengan lebih baik lagi agar siswa mempunyai cukup waktu untuk mengerjakan soal latihan yang diberikan

Pada siklus II, peneliti memperbaiki kekurangan-kekurangan siklus I berdasarkan refleksi pada siklus tersebut. Pada pertemuan kelima, pelaksanaan pembelajaran sudah terlaksana sesuai dengan yang direncanakan. Keaktifan siswa dalam pembelajaran sudah mulai meningkat, baik dalam mempelajari LKS, mengerjakan soal, berdiskusi dengan kelompok lain, menjawab pertanyaan ketika guru menyampaikan apersepsi dan memberikan tanggapan atas presentasi temannya. Selain itu, siswa juga sudah aktif memberikan kesimpulan tentang materi pelajaran yang dipelajari. Guru terus berupaya meningkatkan keaktifan siswa dalam proses pembelajaran dan mengoptimalkan waktu agar pada pembelajaran dapat berjalan dengan baik. Pada pertemuan keenam dan ketujuh, proses pembelajaran juga sudah sesuai dengan yang direncanakan. Pengelolaan waktu sudah mulai baik dan keaktifan siswa dalam pembelajaran juga sudah semakin meningkat dari pertemuan sebelumnya.

Ditinjau dari hasil belajar, peningkatan hasil belajar siswa dapat dilihat dari analisis data nilai perkembangan individu dan kelompok, analisis ketercapaian KKM indikator, dan analisis ketercapaian KKM. Nilai perkembangan siswa pada siklus I dan II disajikan pada Tabel 1.

Tabel 1. Nilai Perkembangan Individu Siswa pada Siklus I dan Siklus II

Nilai Perkembangan Siswa	Siklus I		Siklus II	
	Jumlah	Persentase (%)	Jumlah	Persentase (%)
5	2	6,06	0	0
10	5	15,15	3	9,09
20	15	45,46	7	21,21
30	11	33,33	23	69,70

Sumber : Olahan Data Hasil Penelitian

Berdasarkan data yang termuat pada Tabel 1, jumlah siswa yang mendapatkan nilai perkembangan 5 dan 10 menurun dari siklus I ke siklus II, sedangkan nilai perkembangan 30 meningkat dari siklus I ke siklus II. Hal ini menunjukkan hasil belajar siswa meningkat dari siklus I ke siklus II.

Nilai perkembangan individu siswa disumbangkan untuk nilai perkembangan kelompok, kemudian dicari rata-rata nilai perkembangan tersebut dan disesuaikan dengan kriteria penghargaan kelompok yang digunakan sehingga diperoleh penghargaan masing-

masing kelompok. Penghargaan yang diperoleh oleh masing-masing kelompok pada siklus I dan II dapat dilihat pada Tabel 2 berikut.

Tabel 2. Penghargaan Kelompok Pada Siklus I dan II

Kelompok	Siklus I		Siklus II	
	Nilai Perkembangan Kelompok	Kriteria Penghargaan	Nilai Perkembangan Kelompok	Kriteria Penghargaan
Aristoteles	30	Super	30	Super
Bernoulli	15	Baik	23,33	Hebat
Chauci	26,67	Super	30	Super
Euclid	23,33	Hebat	20	Hebat
Euler	20	Hebat	20	Hebat
Einstein	23,33	Hebat	30	Super
Gauss	20	Hebat	26,67	Super
Newton	18,33	Hebat	26,67	Super
Pascal	20	Hebat	23,33	Hebat
Pythagoras	16,67	Hebat	26,67	Super
Riemann	20	Hebat	30	Super

Sumber : Olahan Data Hasil Penelitian

Dari Tabel 2 terlihat bahwa terdapat 8 kelompok yang mengalami peningkatan nilai perkembangan kelompok dari siklus I ke siklus II, 1 kelompok yang mengalami penurunan nilai perkembangan kelompok namun tetap berada dalam rentang kelompok hebat, dan 2 kelompok tidak mengalami peningkatan dan penurunan nilai perkembangan kelompok. Selama siklus pertama, terdapat 8 kelompok mendapat penghargaan hebat, 2 kelompok mendapat penghargaan super dan 1 kelompok mendapat penghargaan baik. Pada siklus kedua terdapat 4 kelompok yang mendapatkan penghargaan hebat, 7 kelompok mendapat penghargaan super dan tidak ada lagi kelompok yang mendapat penghargaan sebagai kelompok baik, hal ini menunjukkan bahwa masing-masing siswa menyumbangkan nilai perkembangan yang cukup tinggi untuk kelompoknya masing-masing, sehingga kriteria penghargaan kelompok yang diperoleh adalah hebat dan super.

Selanjutnya, akan diperlihatkan jumlah siswa yang mencapai KKM indikator pada ulangan harian I dan ulangan harian II yang disajikan pada Tabel 3 dan Tabel 4 berikut.

Tabel 3. Persentase Ketercapaian KKM Indikator pada Ulangan Harian I

No	Indikator	Jumlah Siswa yang Mencapai KKM	Persentase Siswa yang Mencapai KKM
1	Menentukan berbagai kemungkinan pengisian tempat (kaidah perkalian) dalam permainan tertentu atau masalah-masalah lainnya	12	36,36
2	Menghitung faktorial dari bilangan asli	17	51,51
3	Menghitung permutasi r unsur dari n unsur yang berbeda, $r \leq n$	16	48,48
4	Menghitung nilai permutasi dengan beberapa unsur sama	19	57,58
5	Menghitung nilai permutasi siklus	27	81,81
6	Menghitung nilai kombinasi r unsur dari n unsur yang berbeda, $r \leq n$	10	30,30

Sumber : Olahan Data Hasil Penelitian

Tabel 4. Persentase Ketercapaian KKM Indikator pada Ulangan Harian II

No	Indikator	Jumlah Siswa yang Mencapai KKM	Persentase Siswa yang Mencapai KKM
1	Menentukan ruang sampel dari suatu percobaan	32	96,97
2	Menentukan peluang suatu kejadian	17	51,52
3	Menentukan komplemen peluang suatu kejadian	30	90,91
4	Menentukan frekuensi harapan suatu kejadian	29	87,88
5	Menentukan peluang gabungan dua kejadian yang saling lepas	22	66,67
6	Menentukan peluang dua kejadian yang saling bebas	17	51,52
7	Menentukan peluang kejadian bersyarat	17	51,52

Sumber : Olahan Data Hasil Penelitian

Dari Tabel 3 dan Tabel 4 di atas, masih banyak siswa yang belum mencapai KKM perindikator. Hal ini disebabkan masih terdapat kesalahan yang dilakukan siswa dalam menyelesaikan soal. Kesalahan yang dilakukan siswa antara lain adalah kesalahan dalam menuliskan rumus dan konsep yang digunakan untuk menyelesaikan permasalahan yang diberikan, kesalahan dalam mengoperasikan bilangan, salah dalam mensubstitusi, dan kurang teliti dalam membaca soal yang diberikan. Selanjutnya akan disajikan analisis ketercapaian KKM.

Tabel 5. Ketercapaian KKM Sebelum dan Sesudah Tindakan.

Hasil Belajar	Sebelum Tindakan	Sesudah Tindakan	
	Skor Dasar	UH I	UH II
Jumlah siswa yang mencapai KKM (≥ 80)	3	9	20
Persentase Siswa yang Mencapai KKM	9,09 %	27,27 %	60,61%

Sumber : Olahan Data Hasil Penelitian

Berdasarkan Tabel 5, terlihat bahwa terjadi peningkatan hasil belajar siswa dari skor dasar, ulangan harian I, dan ulangan harian II. Hal ini ditandai dengan meningkatnya jumlah siswa yang mencapai KKM dari skor dasar ke UH-I dan UH II.

KESIMPULAN DAN PROSPEK

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan yang telah peneliti lakukan dapat disimpulkan bahwa penerapan model pembelajaran tipe *Rotating Trio Exchange* (RTE) dapat meningkatkan hasil belajar matematika siswa kelas XI IPA 2 SMA Negeri 2 Tambang semester ganjil tahun pelajaran 2013/2014 pada kompetensi dasar menggunakan aturan perkalian, permutasi dan kombinasi dalam pemecahan masalah, menentukan ruang sampel suatu percobaan serta menentukan peluang suatu kejadian dan penafsirannya.

4.2. Prospek

Peneliti mengemukakan saran-saran yang berhubungan dengan prospek model pembelajaran RTE dapat diterapkan dalam pembelajaran matematika: (1) Pembelajaran

kooperatif tipe RTE dapat dijadikan oleh guru sebagai salah satu alternatif model pembelajaran yang dapat dipilih untuk meningkatkan kemampuan pemahaman dan kemampuan komunikasi matematik siswa, (2) kepada guru yang akan menerapkan pembelajaran kooperatif tipe RTE hendaknya dapat mengorganisir pembelajaran secara matang baik penyusunan perangkat pembelajaran dan waktu pembelajaran seefektif mungkin, sehingga semua fase pembelajaran dapat terlaksana dengan baik sesuai dengan yang direncanakan.

PUSTAKA

- [1] BSNP. 2006. Panduan Penyusunan Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan Jenjang Pendidikan Dasar dan Menengah. Jakarta: Depdiknas
- [2] Suyanto. 1997. Pedoman Pelaksanaan Penelitian Tindakan Kelas.(PTK). Yogyakarta: IKIP Yogyakarta
- [3] Sukmadinata N.S. 2005. Metode Penelitian Pendidikan. Bandung: PT Remaja Rosda Karya
- [4] Sugiyono. 2007. Metode Penelitian KuantitatifKualitatif dan R & D. Bandung: Alfabeta.
- [5] Sumarmo. 1997. Pedoman Pelaksanaan Penelitian Tindakan Kelas. Yogyakarta: Dikti

KETERAMPILAN SOSIAL SISWA KELAS VIII-9 SMPN 8 PEKANBARU DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA MELALUI PENERAPAN MODEL KOOPERATIF PENDEKATAN STRUKTURAL *PAIR CHECK*

SOCIAL SKILLS OF STUDENT CLASS VIII-9 SMPN 8 PEKANBARU IN MATHEMATICAL LEARNING BY APPLYING COOPERATIVE LEARNING WITH *PAIR CHECK* STRUCTURAL APPROACH

Syarifah Nur Siregar^{1*}, Kartini²

Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Univesitas Riau, Pekanbaru^{1*}
Kampus Binawidya Km. 12,5 Simpang Baru
nur_hafirays@yahoo.co.id

Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Univesitas Riau, Pekanbaru²

ABSTRACT

This study aims to determine the social skills of students class VIII-9 SMPN 8 Pekanbaru through the implementation of cooperative learning on structural approach pair check. Subject of this study was 32 students who consist of 14 boys and 18 girls. The data was collected through questionnaire and observation. The data analysis was performed by using descriptive technique. The result of study showed that the student's social skills were on the medium category (65.6%). If it was in terms of five aspects of social skills, then the social skills of highest to lowest successively were the skill of self-management (3.21), the skill of expression opinion (3.15), the skill of dealing with the others (3.08), the skill of obeying the rules (3.06), and the skill of academic (2.73). Thus, the implementation of cooperative learning on structural approach pair check can train the social skills of students class VIII-9 SMPN 8 Pekanbaru on mathematics learning.

Keywords: Social skills, Cooperative learning, Pair check

ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui keterampilan sosial siswa kelas VIII-9 SMPN 8 Pekanbaru melalui penerapan pembelajaran kooperatif pendekatan struktural *pair check*. Subjek penelitian berjumlah 32 orang yang terdiri dari 14 siswa laki-laki dan 18 siswa perempuan. Pengumpulan data dilakukan melalui pemberian angket dan pengamatan. Analisis data dilakukan dengan menggunakan teknik deskriptif. Hasil penelitian menunjukkan bahwa keterampilan sosial siswa berada dalam kategori sedang (65.6%). Jika ditinjau dari lima aspek keterampilan sosial, maka berturut-turut keterampilan sosial tertinggi sampai terendah adalah keterampilan manajemen diri (3,21), keterampilan menyatakan pendapat (3,15), keterampilan berhubungan dengan orang lain (3,08), keterampilan mematuhi aturan (3,06), dan keterampilan akademik (2,73). Dengan demikian penerapan model kooperatif pendekatan struktural *pair check* dapat melatih keterampilan sosial siswa kelas VIII-9 SMPN 8 Pekanbaru pada pembelajaran matematika.

Katakunci: Keterampilan sosial, Pembelajaran kooperatif, Pair check.

PENDAHULUAN

Kemajuan teknologi pada zaman globalisasi saat ini menjadikan manusia kurang bersosialisasi dengan sesamanya. Kebutuhan manusia akan lingkungannya mulai tergantikan dengan mesin berteknologi tinggi seperti komputer dan robot. Hal ini mengakibatkan manusia lebih sering berkomunikasi dengan mesin dibandingkan dengan

manusia. Jika hal ini dibiarkan terus menerus, maka komunikasi manusia dengan sesamanya akan hilang sehingga keterampilan sosial manusia pun akan musnah. Keterampilan sosial adalah kemampuan berinteraksi dengan orang lain dalam suatu konteks sosial dengan cara yang spesifik sehingga dapat diterima atau dinilai menguntungkan bagi dirinya, mutu kehidupannya, dan orang lain [1]. Dalam pengertian sempit, keterampilan sosial adalah tingkat kemampuan siswa untuk membangun dan memelihara hubungan interpersonal yang tepat, dapat diterima oleh orang lain, membangun dan memelihara pertemanan, dan mengakhiri hubungan interpersonal yang negatif atau jahat [2].

Sebagai makhluk sosial, manusia memerlukan keterampilan sosial untuk keberlangsungan hidupnya. Keterampilan sosial tidak datang dengan sendirinya, namun perlu latihan dalam jangka waktu yang tidak sebentar. Oleh karena itu keterampilan sosial perlu dilatihkan kepada anak, khususnya siswa Sekolah Menengah Pertama (SMP). Pada masa transisi, siswa SMP mengalami gejala masalah pribadi dan sosial seperti individualistis, egoistis, acuh tak acuh, kurangnya rasa tanggung jawab, malas berkomunikasi dan berinteraksi, atau rendahnya empati, yang merupakan fenomena yang menunjukkan adanya kehampaan nilai sosial dalam kehidupan sehari-hari [3]. Keterampilan sosial ini sangat penting dikembangkan pada siswa SMP agar mereka dapat membina hubungan yang menyenangkan dengan orang lain, tidak menyakiti atau mengecewakan orang lain dalam setiap pembicaraan, dan berprestasi akademik yang tinggi. Kurangnya keterampilan sosial siswa akan berdampak pada rendahnya prestasi akademik, siswa cenderung kesepian dan menampakkan *self-esteem* yang rendah, dan ada kemungkinan akan *drop-out* dari sekolah [4].

Keterampilan sosial dipandang penting karena berbagai hasil penelitian menyebutkan bahwa ada hubungan yang cukup erat antara keterampilan sosial siswa dengan berbagai kemampuan lainnya seperti menjalin kerjasama dalam kelompok, berinteraksi dengan sebayanya, bergabung dalam kelompok, menjalin pertemanan baru, menangani konflik, dan belajar bekerja sama. Pengembangan keterampilan sosial menjadikan siswa dapat memiliki kemampuan mengambil peran, bersosialisasi, dan berprestasi akademik yang baik. Kemampuan mengambil peran merupakan tahapan yang dilalui siswa remaja dalam hidupnya. Pada usia 12–15 tahun, siswa sudah masuk pada tahap kelima dari model Selman, yaitu *social and conventional system role-taking* (pengambilan peran sistem sosial dan konvensional). Pada tahap ini, siswa secara umum telah memiliki pertimbangan sosial, aturan dan norma yang diperhitungkan dan diwujudkan dalam peran yang dilakukannya [5].

Dalam menjalani masa remajanya, berbagai pengaruh dari luar diri siswa dapat merubah sikapnya, salah satunya adalah pembelajaran matematika di sekolah. Namun, pembelajaran matematika yang dilaksanakan di sekolah belum maksimal mengupayakan terbentuknya keterampilan sosial dan potensi berpikir siswa. Penekanan pembelajaran di Indonesia lebih banyak pada penguasaan keterampilan dasar (*basic skills*), namun sedikit atau sama sekali tidak ada penekanan untuk penerapan matematika dalam upaya melatih keterampilan sosial dan bernalar. Pembelajaran matematika lebih mengacu pada tujuan jangka pendek (lulus ujian), lebih fokus pada kemampuan prosedural, komunikasi satu arah, pengaturan ruang kelas monoton, *low-order thinking skills*, bergantung kepada buku paket, lebih dominan soal rutin, dan pertanyaan tingkat rendah [6]. Proses pembelajaran seperti ini terlalu mekanistik sehingga berdampak kurang aktifnya siswa dalam proses

pembelajaran, retensi tidak tersimpan lama dalam benak siswa, potensi berpikir siswa tidak berkembang dan keterampilan sosial siswa tidak terbina.

Salah satu cara untuk melatih keterampilan sosial siswa adalah dengan cara menerapkan pembelajaran kooperatif pendekatan struktural *pair check* dalam pembelajaran matematika. Pada pembelajaran kooperatif pendekatan struktural *pair check*, siswa dibagi dalam kelompok besar, tiap kelompok besar dibagi lagi menjadi berpasang-pasangan (kelompok kecil) dan diberi tugas akademik. Pasangan dalam kelompok kecil mengerjakan tugasnya dan secara bergantian mengecek hasil kerja pasangannya [7]. Aktivitas ini akan membuat siswa harus berkomunikasi dengan pasangannya. Siswa dituntut untuk dapat mengungkapkan hasil pemikirannya dalam mengecek hasil pekerjaan pasangannya. Kegiatan ini tentunya melatih siswa untuk menggunakan bahasa yang baik dan santun kepada pasangannya supaya pasangannya mengerti apa yang disampaikan.

Penerapan pembelajaran kooperatif pendekatan struktural *pair check* juga dapat mendorong partisipasi aktif siswa untuk mengikuti proses pembelajaran dan dapat berinteraksi secara maksimal dengan guru, dengan siswa lainnya, dan dengan materi matematika yang dipelajari. Proses interaksi antar berbagai komponen tersebut dapat dimaksimalkan melalui diskusi. Kegiatan diskusi dapat melatih siswa untuk saling berkomunikasi, berbagi, dan memberikan solusi atau sanggahan terhadap konsep matematika yang sedang dipelajari. Kegiatan ini dapat meningkatkan kemampuan siswa untuk berinteraksi dan beradaptasi secara harmonis dengan orang lain di sekitarnya.

Untuk memaksimalkan proses interaksi ini, siswa dalam kelompok perlu saling mengenal. Sebelum siswa dapat bekerja secara efektif dalam kelompok-kelompok kooperatif, siswa harus belajar saling mengenal dan menghormati perbedaan satu sama lain [8]. Guru juga harus memberikan penghargaan dan menghormati kondisi siswa. Pengorganisasian yang baik terhadap berbagai kondisi siswa dalam pembelajaran kooperatif pendekatan struktural *pair check* dapat mengantarkan siswa mencapai prestasi akademik yang diharapkan.

METODE PENELITIAN

Penelitian yang dilakukan adalah penelitian deskriptif yang menggunakan observasi, wawancara, atau angket mengenai keadaan sekarang tentang subjek yang sedang diteliti [9]. Subjek dalam penelitian ini adalah siswa kelas VIII-9 SMP Negeri 8 Pekanbaru yang berjumlah 32 orang yang terdiri dari 14 siswa laki-laki dan 18 siswa perempuan. Penelitian dilakukan pada semester ganjil 2013/2014.

Pengumpulan data dilakukan dengan mengamati keterampilan sosial siswa selama mengikuti pembelajaran kooperatif pendekatan struktural *pair check*. Selanjutnya siswa diberi angket yang berisi pernyataan tentang pendapat dan aktivitas siswa dalam belajar matematika yang berkaitan dengan keterampilan sosial. Keterampilan sosial yang diteliti meliputi aspek keterampilan berhubungan dengan orang lain (*peer relational skills*), keterampilan manajemen diri (*self-management skills*), keterampilan akademik (*academic skills*), keterampilan mematuhi aturan (*compliance skills*), dan keterampilan menyatakan pendapat (*assertion skills*) [2].

Data dalam penelitian ini ada dua jenis, yaitu data kuantitatif dan data kualitatif. Data kuantitatif diperoleh melalui analisis angket keterampilan sosial siswa dalam pembelajaran kooperatif pendekatan struktural *pair check*. Data kualitatif diperoleh dari

hasil pengamatan terhadap aktifitas belajar siswa selama pembelajaran kooperatif pendekatan struktural *pair check*. Data kualitatif dianalisis secara deskriptif untuk mendukung kelengkapan data kuantitatif dan untuk menjawab pertanyaan penelitian.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Data tentang keterampilan sosial siswa diperoleh dari lembar pengamatan dan angket yang diberikan kepada siswa di akhir pembelajaran kooperatif pendekatan struktural *pair check*. Pengukuran keterampilan sosial siswa dalam penelitian ini didasarkan pada kelima aspek keterampilan sosial yang disajikan pada Tabel 1.

Tabel 1. Keterampilan Sosial Siswa Kelas VIII-9 SMPN 8 Pekanbaru

Aspek Keterampilan Sosial	Rata-rata
Keterampilan berhubungan dengan orang lain	3,08
Keterampilan manajemen diri	3,21
Keterampilan akademik	2,73
Keterampilan mematuhi aturan	3,06
Keterampilan menyatakan pendapat	3,15

Dari Tabel 1 dapat dilihat bahwa keterampilan sosial siswa kelas VIII-9 SMPN 8 Pekanbaru sudah baik. Hal ini ditunjukkan dengan rata-rata skor keterampilan sosial siswa untuk masing-masing aspek lebih tinggi dari rata-rata skor netral (2,5). Keterampilan sosial siswa tertinggi adalah untuk aspek keterampilan manajemen diri, sedangkan keterampilan sosial siswa yang masih rendah adalah untuk aspek keterampilan akademik. Rendahnya keterampilan akademik siswa dikarenakan siswa masih belum bisa belajar matematika secara mandiri. Siswa masih membutuhkan bantuan dari orang lain dalam menyelesaikan tugas yang diberikan guru (pernyataan nomor 16). Siswa juga belum mau memulai belajar matematika sebelum mendengar langsung penjelasan dari guru (pernyataan nomor 20).

Walaupun siswa belum bisa belajar matematika secara mandiri, namun siswa sudah mempunyai manajemen diri yang tinggi dalam belajar matematika. Siswa tidak mau meninggalkan pelajaran matematika jika ada teman yang mengajak bolos (pernyataan nomor 12) dan siswa senang menerima kritikan dari teman dan guru sebagai masukan untuk memperbaiki kesalahan yang mereka lakukan (pernyataan nomor 13).

Dalam penelitian ini, keterampilan sosial siswa dibagi ke dalam tiga kategori, yaitu tinggi (terampil bersosial), sedang (kurang terampil bersosial), dan rendah (tidak terampil bersosial) [10]. Jika dimisalkan rata-rata skor keterampilan sosial siswa adalah $\bar{x}$, maka kategori yang digunakan adalah:

Siswa terampil bersosial : jika $\bar{x} \geq 93,6$

Siswa kurang terampil bersosial : jika $70,2 \leq \bar{x} < 93,6$

Siswa tidak terampil bersosial : jika $\bar{x} < 70,2$

Nilai 93,6 diperoleh dari 80% skor ideal skala keterampilan sosial ($80\% \times 117 = 93,6$), dan nilai 70,2 diperoleh dari 60% skor ideal skala keterampilan sosial ($60\% \times 117 = 70,2$). Jumlah siswa kelas VIII-9 SMPN 8 Pekanbaru untuk setiap kategori keterampilan sosial disajikan pada Tabel 2.

Tabel 2. Kategori Keterampilan Sosial Siswa Kelas VIII-9 SMPN 8 Pekanbaru

Kategori Keterampilan Sosial	Jumlah Siswa
Tinggi	11
Sedang	21
Rendah	0
Total	32

Pada Tabel 2 dapat dilihat bahwa keterampilan sosial siswa kelas kelas VIII-9 SMPN 8 Pekanbaru sudah cukup baik. Walaupun sebagian besar siswa (65,6%) masih berada pada kategori keterampilan sosial sedang, namun tidak ada siswa yang tidak terampil bersosial (keterampilan sosial rendah). Hal ini dikuatkan dari data yang diperoleh dari lembar pengamatan yang menunjukkan bahwa selama pembelajaran kooperatif pendekatan struktural *pair check*, siswa sudah bisa berdiskusi dan bekerja sama dengan teman kelompoknya serta saling bertukar peran dengan pasangannya. Siswa yang berperan sebagai pelatih sudah mampu membantu partner dalam mengerjakan LKS serta mengecek hasil kerja partnernya. Demikian juga siswa yang berperan sebagai partner dengan senang hati menerima informasi dan masukan yang diberikan pelatih. Dari hasil wawancara dengan guru matematika kelas VIII-9 SMPN 8 Pekanbaru, selama ini siswa memang sudah terbiasa belajar bersama dengan teman-temannya, khususnya dalam mengerjakan tugas. Kebiasaan ini membuat siswa tidak lagi malu untuk bertanya kepada guru maupun kepada teman yang lebih pandai. Hal ini bernilai positif, karena dapat melatih keterampilan siswa dalam menyatakan pendapat.

Dari lima aspek keterampilan sosial yang diteliti, maka keterampilan yang perlu ditingkatkan adalah keterampilan akademik siswa. Rendahnya keterampilan akademik siswa dikarenakan ketergantungan siswa kepada guru dan teman dalam belajar matematika. Kenyataan ini menunjukkan bahwa kurangnya kemandirian siswa dalam belajar dikarenakan selama ini pembelajaran lebih cenderung konvensional, dimana materi langsung dijelaskan oleh guru, kemudian siswa diberikan soal latihan yang mirip dengan contoh soal. Dalam mengerjakan soal latihan, sebagian siswa ada yang mengerjakan secara bersama-sama, namun masih ada yang hanya menyalin hasil pekerjaan temannya. Untuk meningkatkan keterampilan akademik siswa, guru perlu menerapkan model-model pembelajaran inovatif yang dapat melatih siswa untuk membangun pengetahuannya sendiri dengan memberikan tugas-tugas akademik yang harus diselesaikan siswa secara mandiri maupun berkelompok.

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan, dapat disimpulkan bahwa sebagian besar siswa kelas VIII-9 SMPN 8 Pekanbaru masih kurang terampil bersosial (kategori sedang). Keterampilan sosial siswa tertinggi sampai terendah secara berurutan adalah keterampilan manajemen diri, keterampilan menyatakan pendapat, keterampilan berhubungan dengan orang lain, keterampilan mematuhi aturan, dan keterampilan akademik. Dengan demikian, keterampilan sosial dapat dilatihkan melalui pembelajaran matematika karena matematika memiliki berbagai karakteristik yang relevan dengan lima aspek keterampilan sosial, seperti konsisten, taat asas, universal, logis, dan sistematis. Pembelajaran matematika yang dapat mewujudkan hal tersebut adalah pembelajaran yang senantiasa mengarahkan siswa untuk berinteraksi dengan orang lain melalui strategi

diskusi dalam kelompok untuk memecahkan masalah dengan menggunakan pengetahuan matematika yang dimilikinya.

PUSTAKA

- [1] Combs, M.L. dan Slaby, D.A. 1997. *Social Skill Training with Children*. New York: Plennun Press.
- [2] Bremer, C.D. dan Smith, J. 2004. Teaching Social Skills. *Information Brief, Addressing Trends and Developments in Secondary Education and Transition*. October 2004. Vol. 3. Issue 5.
- [3] Syaodih, E. 2007. *Pengembangan Model Pembelajaran Kooperatif untuk Meningkatkan Keterampilan Sosial Siswa. (Studi pada Mata Pelajaran Ilmu Pengetahuan Sosial di Sekolah Dasar)*. Disertasi Doktor pada SPs UPI. Bandung: Tidak Diterbitkan.
- [4] Muijs, D. dan Reynolds, D. 2008. *Effective Teaching Teori dan Aplikasi, Edisi Kedua*. Terjemah oleh: Drs. Helly Prajitno Soetjipto, M.A. dan Dra. Sri Mulyantini Soetjipto. Yogyakarta: Pustaka Pelajar.
- [5] Edwards, J.A. 2004. *The Language of Friendship: Developing Sociomathematical Norms in the Secondary School Classroom*. [Online] Tersedia: http://eprints.soton.ac.uk/43843/01/Edwards_J_Final_CERMES_07.pdf. [28 Agustus 2012].
- [6] Shadiq, F. 2007. *Laporan Hasil Seminar dan Lokakarya Pembelajaran Matematika dengan tema "Inovasi Pembelajaran Matematika dalam Rangka Menyongsong Sertifikasi Guru dan Persaingan Global"*, yang dilaksanakan pada tanggal 15–16 Maret 2007 di P4TK (PPPG) Matematika Yogyakarta.
- [7] Ibrahim, dkk. 2000. *Pembelajaran Kooperatif*. Surabaya: Unesa-University Press.
- [8] Arends, R.I. 2008. *Learning to Teach, Belajar untuk Mengajar. Edisi Ketujuh Buku Dua*. Penerjemah: Helly Prajitno Soetjipto dan Sri Mulyantini Soetjipto. Yogyakarta: Pustaka Pelajar.
- [9] Ruseffendi. H.E.T. 2005. *Dasar-dasar Penelitian Pendidikan dan Bidang Non Eksakta Lainnya*. Bandung: Tarsito.
- [10] Sasongko, R.N. 2001. *Model Pembelajaran Aksi Sosial untuk Pengembangan Nilai-nilai dan Keterampilan Sosial*. Disertasi Doktor pada PPs UPI Bandung: Tidak Diterbitkan.

PENGEMBANGAN MEDIA PEMBELAJARAN BERBASIS KOMPUTER MODEL TUTORIAL INTERAKTIF PADA POKOK BAHASAN BANGUN RUANG SISI LENGKUNG

COMPUTER BASED LEARNING MEDIA DEVELOPMENT MODEL OF INTERAKTIVE TUTORIAL ON THE SUBJECT OF THE SPACE CURVED SIDE UP

Titi Solfitri, Yenita Roza, Haninda Rachmawati

Program Studi Pendidikan Matematika FKIP UR, Pekanbaru
Kampus Bina Widya Km. 12,5 Simpang Baru Pekanbaru 28293
tisolfitri@yahoo.co.id

ABSTRACT

The purpose of this research is to develop a practical computer-based learning media model of an interactive tutorial on the topic of the space curved side up. This study use research and development (R & D) method. Development model used in this study is a model of educational Plomp consists of four stages (phases), namely: (1) the initial research, (2) design, (3) the realization phase, (4) the testing evaluation and review phase. The data analysis technique that is used is the quantitative descriptive analysis. Based on the results of the data analysis and discussion, it can be concluded that the model of computer-based instructional interactive tutorial has practical. Because these media is very valid, considered to be experts with an average value of 3.72 and this media have a very good assessment result from the achievement and response quetioner with the average rating score 93.16%.

Keywords: Computer-Based Learning Media, Interactive Tutorial, Research And Development (R&D), Practical.

ABSTRAK

Tujuan dari penelitian ini untuk mengembangkan media pembelajaran berbasis komputer model tutorial interaktif pada pokok bahasan bangun ruang sisi lengkung yang praktikal. Penelitian ini menggunakan metode penelitian pengembangan. Model pengembangan yang digunakan dalam penelitian ini adalah model instruksional Plomp yang terdiri atas empat tahap (fase) yaitu : (1) fase investigasi awal, (2) fase disain, (3) fase realisasi, (4) fase tes, evaluasi, dan revisi . Teknik analisis data yang digunakan adalah analisis deskriptif kuantitatif. Berdasarkan hasil analisa data dan pembahasan dapat disimpulkan bahwa media pembelajaran berbasis komputer model tutorial interaktif ini sudah praktikal. Karena media ini dinilai sudah sangat valid oleh para ahli dengan nilai rata-rata penilaian 3,72 dan dapat terlaksana dengan baik dilihat dari rata-rata penilaian hasil angket yang mencapai rata-rata 93,16 %.

Katakunci: Media Pembelajaran Berbasis Komputer, Tutorial Interaktif, Penelitian Pengembangan, Praktikal.

PENDAHULUAN

Kehadiran Teknologi Informasi dan Komunikasi (TIK) dalam pembelajaran merupakan tantangan tersendiri dalam dunia pendidikan. Desakan untuk menghadapi globalisasi pendidikan sudah semakin nyata. Untuk itu, tentu dibutuhkan sumber daya manusia yang cakap terhadap perkembangan TIK yang ada saat ini. TIK dalam pembelajaran dapat mendorong timbulnya komunikasi, kreativitas, dan mampu memecahkan masalah-masalah yang dihadapi oleh peserta belajar [1]. Di samping itu,

matematika merupakan ilmu pasti dan dalam penerapan cara kerja matematika bisa diharapkan dapat membentuk sikap kritis, kreatif, jujur dan komunikatif pada siswa. Sehingga salah satu alternatif untuk dapat menghadapi desakan globalisasi pendidikan adalah membekali diri dengan matematika.

Meskipun banyak manfaat dari memahami matematika, tetapi terdapat hal fenomenal yang selalu terjadi dan cukup sulit untuk diselesaikan yaitu paradigma para siswa terhadap pelajaran matematika. Terdapat pemikiran seperti kesukaran untuk memahami sampai tidak semangat masuk kelas ketika pelajaran matematika. Hal ini cukup berbahaya bila tidak difikirkan secara serius penyelesaiannya.

Guru sebagai pihak yang sangat berperan karena bersentuhan langsung dengan kegiatan pembelajaran bersama siswa sudah melakukan upaya dalam menjelaskan pelajaran matematika. Namun pada kenyataannya, masih terdapat berbagai kendala yang terjadi. Belum tersedianya media pembelajaran matematika yang lengkap di sekolah, juga merupakan kendala yang cukup besar, mengingat karakteristik dari materi pelajaran matematika yang begitu kompleks dan butuh nalar yang kuat. Hal ini memungkinkan siswa tidak dapat mencapai hasil yang diharapkan, jika tidak menggunakan media pembelajaran matematika yang sesuai dan efektif untuk setiap materi. Dampak dari ini semua adalah materi pelajaran matematika sering tidak tuntas dikuasai oleh siswa.

Materi yang menjadi kendala siswa salah satunya adalah materi Bangun Ruang Sisi Lengkung (BRSL). Hal ini tampak dari ketidaktuntasan hasil belajar siswa. Materi bangun ruang sisi lengkung berisi perhitungan volume dan luas permukaan tabung, kerucut, dan bola. Berdasarkan pengalaman peneliti, alasan ketidaktuntasan materi ini adalah siswa kurang mampu menguasai konsep abstrak materi bangun ruang ini. Ketika peneliti menyampaikan materi ini, peneliti merasa sulit untuk menanamkan konsep yang ada. Hal ini tampak ketika menggambarkan bangun ruang, peneliti hanya dapat menggambarkan dalam dimensi dua atau bangun datar yang dibantu dengan garis putus-putus untuk menunjukkan bahwa merupakan bangun ruang. Ketika siswa melihat gambar itu, siswa kurang mampu untuk membayangkan bangun ruang yang sebenarnya.

Selain itu, kesulitan pada materi ini biasanya pada perhitungan luas permukaan dari gabungan bangun ruang sisi lengkung. Jika terdapat persoalan untuk menghitung luas permukaan dari gabungan belahan bola dan tabung, banyak ditemukan kesalahan siswa dalam perhitungannya. Mereka akan langsung menjumlahkan luas permukaan tabung dan belahan bola. Padahal untuk luas permukaan yang dihitung yaitu daerah permukaan yang dapat disentuh saja berarti luas permukaan belahan bola tanpa alas dan tabung tanpa tutup.

Hal yang biasanya dilakukan guru untuk membantu siswa adalah penggunaan media pembelajaran seperti benda-benda berbentuk tabung, kerucut dan bola. Akan tetapi ketika siswa diberikan persoalan mengenai materi ini, mereka terkadang akan merasa sulit untuk membayangkan bangun yang ada. Berarti penggunaan media dari guru ini masih belum cukup untuk memberi pemahaman yang baik bagi siswa.

Hal yang disampaikan di atas merupakan kendala yang dialami oleh guru dan siswa ketika mempelajari materi bangun ruang sisi lengkung. Berdasarkan hasil wawancara peneliti dengan salah satu guru matematika di SMP Negeri 8 Pekanbaru, siswa masih sering ragu untuk menjawab persoalan yang diberikan. Dalam proses pembelajaran guru masih sulit untuk membuat para siswa paham dengan konsep-konsep yang ada. Guru harus mengulang konsep yang sama secara berulang-ulang sampai siswa bisa memahaminya. Jika hal tersebut terjadi terus-menerus, dikhawatirkan alokasi

waktu yang direncanakan menjadi tidak tepat yang mengakibatkan kurangnya waktu untuk membahas konsep berikutnya.

Berdasarkan permasalahan dalam proses pembelajaran seperti yang dipaparkan di atas, penulis memiliki keinginan untuk memberi solusi dalam kondisi tersebut. Penggunaan media yang tepat akan membantu para siswa untuk memahami konsep yang dianggap sulit menjadi lebih mudah. Melalui penelitian pengembangan media berbasis komputer model tutorial interaktif diharapkan dapat membantu siswa. Karena penggunaan media dengan model tutorial interaktif ini dapat memotivasi siswa belajar mandiri. Ketika siswa menggunakan media ini, siswa mampu belajar tanpa harus selalu meminta bimbingan guru. Media ini dirancang dengan berisikan kata-kata yang membuat siswa dapat berinteraksi dengan media yang disajikan, sehingga siswa bisa mengeksplor materi dengan mandiri. Seperti yang kita ketahui, jika seseorang membangun pemahamannya sendiri mengenai suatu permasalahan, maka ia akan mampu mengingatnya lebih lama dan mendalam.

Program komputer yang telah tersedia seperti *microsoft office power point* menyediakan segala sesuatu yang dibutuhkan guru untuk membuat aplikasi media pembelajaran ini. Membuat sketsa (gambar) dari persoalan bangun ruang sisi lengkung yang baik dan benar merupakan bahasa yang komunikatif (dimengerti oleh siswa) untuk mengajarkan konsep bangun ruang sisi lengkung kepada siswa.

Berdasarkan analisis kebutuhan akan media pembelajaran berbasis komputer yang bertujuan untuk mengatasi kelemahan dalam pemahaman konsep, mendorong peneliti untuk mengembangkan media pembelajaran berbasis komputer pada materi bangun ruang sisi lengkung. Dalam hal ini media pembelajaran berbasis komputer yang dimaksud adalah berbentuk tutorial interaktif yang dikemas dalam *Compact Disk* (CD). Terlebih lagi beberapa sekolah di Pekanbaru sudah memiliki sarana pendukungnya yaitu laboratorium komputer yang memadai maupun tersedianya *in focus* untuk membantu kegiatan pembelajaran di kelas. Dengan sarana yang tersedia ini, memungkinkan siswa untuk menggunakan media pembelajaran berbasis komputer di sekolah dan siswa tetap dapat menggunakannya di rumah untuk belajar mandiri.

Berdasarkan uraian di atas maka rumusan masalah pada penelitian ini adalah sebagai berikut: "Apakah pengembangan media pembelajaran berbasis komputer model tutorial interaktif ini sudah memenuhi unsur praktikalitas.". Adapun tujuan penelitian ini adalah untuk menghasilkan media pembelajaran berbasis komputer model tutorial interaktif yang memenuhi unsur praktikalitas.

METODE PENELITIAN

Berdasarkan maksud dan tujuannya, penelitian ini digolongkan sebagai penelitian pengembangan (*research and development*) yaitu penelitian yang dilakukan untuk mengembangkan media pembelajaran berbasis komputer sehingga dapat membantu memudahkan siswa dalam memahami materi pembelajaran matematika di SMP. Penelitian dan pengembangan atau *Research and Development* adalah sebuah strategi atau penelitian yang cukup ampuh untuk memperbaiki praktik [2]. Penelitian dan pengembangan merupakan suatu proses untuk mengembangkan suatu produk baru ataupun menyempurnakan suatu produk yang telah ada sebelumnya. Dalam dunia pendidikan produk-produk tersebut tidak hanya berupa perangkat keras (*hardware*)

seperti buku, modul ataupun alat peraga, tetapi juga berupa perangkat lunak (*software*), seperti program komputer untuk pengolahan dan penyimpanan data di perpustakaan dan laboratorium.

Dalam dunia pendidikan, strategi penelitian dan pengembangan ini banyak digunakan untuk mengembangkan model-model desain atau perencanaan pembelajaran, proses atau pelaksanaan pembelajaran, evaluasi pembelajaran dan model-model program pembelajaran [2]. Dalam penelitian kali ini peneliti akan mengembangkan bahan ajar berupa media pembelajaran berbasis komputer model tutorial interaktif untuk membantu siswa memahami materi bangun ruang sisi lengkung. Produk dari penelitian ini nantinya akan dikemas dalam bentuk *Compact Disc* (CD) menggunakan program *Microsoft Office Power Point*.

Penelitian pengembangan perangkat pembelajaran ini mengacu pada model pengembangan pendidikan secara umum model Plomp, meliputi pengembangan model pendidikan yang terdiri atas lima tahap (fase) yaitu : (1) fase investigasi awal, (2) fase disain, (3) fase realisasi, (4) fase tes, evaluasi, dan revisi, (5) fase implementasi [3]. Dalam penelitian ini, proses pengembangan yang digunakan belum termasuk fase implementasi.

Penelitian ini dilaksanakan di SMP Negeri 8 Pekanbaru. Dengan subjek uji coba adalah suatu kelompok belajar yang peneliti bentuk secara heterogen dimana terdiri dari 5 orang siswa pada kelas IX₁₁ SMP Negeri 8 Pekanbaru dan seluruh siswa pada kelas IX₁₁ SMP Negeri 8 Pekanbaru yang berjumlah 32 orang. Instrumen pengumpulan data terdiri dari lembar validasi media pembelajaran berbasis komputer model tutorial interaktif pada materi bangun ruang sisi lengkung dan angket respon dan keterlaksanaan media.

Teknik pengumpulan data pada penelitian ini yaitu uji validitas media, uji coba media pada kelompok kecil dan kelompok besar serta wawancara. Instrumen yang digunakan dalam penelitian ini adalah:

1. Instrumen Uji Validitas

Instrumen uji validitas pada penelitian ini berupa lembar validasi media yang digunakan untuk mengumpulkan data validitas dari media pembelajaran berbasis komputer model tutorial interaktif.

2. Instrumen Uji Respon dan Keterlaksanaan

Instrumen uji respon dan keterlaksanaan pada penelitian ini berupa angket respon dan keterlaksanaan penggunaan media pembelajaran berbasis komputer model tutorial interaktif yang diisi oleh siswa setelah pembelajaran berakhir. Angket ini bertujuan untuk mengetahui sejauh mana keterlaksanaan media dalam pembelajaran dan bagaimana respon siswa terhadap media tersebut.

Adapun teknik analisis data yang digunakan pada penelitian ini adalah :

1. Analisis data hasil penilaian validator terhadap media pembelajaran berbasis komputer model tutorial interaktif dan instrumen pengumpulan data. Hasil validasi terhadap seluruh aspek disajikan dalam bentuk tabel. Selanjutnya dicari rata-rata nilai yang diberikan dengan menggunakan rumus [3]:

$$R = \frac{\sum V_{ij}}{Nm}$$

Dengan R = rata-rata hasil penilaian dari validator

V_{ij} = skor penilaian para ahli/ praktisi ke-i terhadap kriteria ke-j

N = banyaknya para ahli yang menilai

m = banyaknya kriteria.

Rata-rata yang didapatkan dikonfirmasi dengan kriteria yang ditetapkan. Cara mendapatkan kriteria tersebut dengan menggunakan *mean hypothetic* dengan langkah berikut:

- Rentang skor mulai dari 0 (SR = skor rendah) dan 4 (ST = skor tinggi)
- Kriteria dibagi atas lima tingkatan yaitu sangat valid, valid, cukup valid, kurang valid, dan tidak valid.
- Rentang skor dibagi menjadi lima kelas interval.

Dengan mengikuti prosedur di atas didapatkan kriteria sebagai berikut:

Tabel 1. Kriteria Validitas Media [3]

Nilai R	Interpretasi
$3,2 < R \leq 4$	Sangat valid
$2,4 < R \leq 3,2$	Valid
$1,6 < R \leq 2,4$	Cukup Valid
$0,8 < R \leq 1,6$	Kurang Valid
$R \leq 0,8$	Tidak Valid

- Analisis data angket respon siswa dan angket keterlaksanaan media pembelajaran berbasis komputer model tutorial interaktif. Data respon dan keterlaksanaan penggunaan media pembelajaran berbasis komputer model tutorial interaktif disajikan dalam bentuk tabel dengan menggunakan kriteria kuantitatif tanpa pertimbangan. Analisis data dilakukan dengan menggunakan rumus berikut:

$$P = \frac{f}{N} \times 100\%$$

Keterangan:

P = persentase yang diinginkan

f = frekuensi siswa yang memberi penilaian

N = jumlah siswa yang memberi penilaian

Data persentase yang diperoleh dikelompokkan sesuai kategori berikut:

Tabel 2. Kriteria Persentase Respon dan Keterlaksanaan Media [3]

No.	Tingkat Pencapaian	Kategori
1	90% – 100%	Sangat Baik
2	80% – 89%	Baik
3	65% – 79%	Cukup
4	55% – 64%	Kurang Baik
5	0% – 54%	Tidak Baik

HASIL DAN PEMBAHASAN

- Validitas Media Pembelajaran Berbasis Komputer Model Tutorial Interaktif pada Pokok Bahasan Bangun Ruang Sisi Lengkung.

Proses validasi terhadap media dilakukan pada tiga aspek yaitu aspek materi, aspek konstruksi media (IT) dan aspek bahasa. Yang bertindak selaku validator disini adalah para pakar yang memahami tentang pembelajaran matematika.

Berdasarkan analisis data hasil validasi oleh validator terhadap media pembelajaran berbasis komputer model tutorial interaktif pada pokok bahasan bangun ruang sisi lengkung, diperoleh bahwa media pembelajaran berbasis komputer model tutorial interaktif pada pokok bahasan bangun ruang sisi lengkung sudah berada pada tingkat sangat valid untuk keseluruhan aspek, baik aspek materi, aspek konstruksi media (IT) maupun aspek bahasa berada pada tingkat sangat valid dengan rata-rata nilai validasi 3,72.

Secara keseluruhan dari hasil validasi ketiga aspek yaitu aspek materi, konstruksi (IT) dan aspek bahasa, dapat disimpulkan bahwa media pembelajaran berbasis komputer sudah sangat valid. Media ini sudah dapat digunakan sebagai media pembelajaran berbasis komputer model tutorial interaktif pada pokok bahasan bangun ruang sisi lengkung.

2. Praktikalitas Media Pembelajaran Berbasis Komputer Model Tutorial Interaktif pada Pokok Bahasan Bangun Ruang Sisi Lengkung

Tingkat praktikalitas media pembelajaran berbasis komputer model tutorial interaktif pada pokok bahasan bangun ruang sisi lengkung ini diperoleh dari hasil angket respon dan keterlaksanaan. Dari hasil angket respon dan keterlaksanaan tersebut dapat disimpulkan bahwa media pembelajaran yang digunakan dalam pembelajaran mempunyai tingkat paraktikalitas yang baik dengan rata-rata persentase hasil angket mencapai > 85 %.

Para responden menyatakan bahwa mereka dapat mengoperasikan media pembelajaran dengan baik. Uraian materi bangun ruang sisi lengkung pada media pembelajaran mudah dipelajari, tampilan dan keterangan menu jelas, tampilan media pembelajaran menarik dan bahasa yang digunakan mudah dimengerti. Responden juga menyatakan media pembelajaran dapat meningkatkan motivasi mereka dalam belajar. Responden juga menambahkan bahwa penjelasan pada media pembelajaran mudah dimengerti, animasi dalam media pembelajaran memudahkan siswa memahami konsep-konsep bangun ruang sisi lengkung, animasi tulisan dan gambar yang terdapat pada media jelas dan menarik sehingga belajar menggunakan media pembelajaran menjadi menyenangkan. Dengan adanya media ini, materi bangun ruang sisi lengkung semakin mudah dan cepat dipahami. Dari hasil angket respon dan keterlaksanaan terhadap media pembelajaran, dapat disimpulkan bahwa media pembelajaran berbasis komputer model tutorial interaktif pada pokok bahasan bangun ruang sisi lengkung sudah memenuhi unsur praktikalitas dan dapat digunakan sebagai media pembelajaran pada pokok bahasan bangun ruang sisi lengkung.

KESIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan hasil penelitian yang telah peneliti lakukan dapat disimpulkan bahwa melalui penelitian pengembangan ini telah dihasilkan produk berupa media pembelajaran berbasis komputer model tutorial interaktif pada pokok bahasan bangun ruang sisi lengkung yang memenuhi unsur praktikalitas. Media ini sudah melalui proses validasi oleh para ahli dan dua kali tahapan uji coba untuk melihat tingkat praktikalitas media.

Memperhatikan pembahasan hasil penelitian dan kesimpulan, maka peneliti mengajukan beberapa saran yang berhubungan dengan penelitian pengembangan ini. Saran ini ditujukan kepada siapa saja yang berkeinginan untuk melakukan penelitian yang sama. Saran-saran tersebut adalah sebagai berikut:

1. Pada penelitian pengembangan ini, peneliti membatasi media yang dibuat hanya pada pokok bahasan bangun ruang sisi lengkung. Sementara masih banyak pokok bahasan lain yang dapat dikembangkan media pembelajarannya untuk lebih memudahkan dalam memahami konsep materi.
2. Pembuatan media pembelajaran berbasis komputer model tutorial interaktif ini dapat dikembangkan menggunakan program lainnya seperti memanipulasi video pada program *adobe premier*. Sehingga tampilan media ini akan jauh lebih interaktif dan lebih mudah dipahami.
3. Pada media pembelajaran ini dilakukan dua kali tahap uji coba. Pada penelitian pengembangan semakin banyak ujicoba akan semakin baik hasil yang diperoleh. Sehingga peneliti menyarankan kepada siapapun yang ingin melakukan pengembangan sebaiknya tahapan uji coba media dilakukan lebih dari dua kali supaya media menjadi lebih sempurna.

PUSTAKA

- [1] Sutrisno. 2011. *Pengantar Pembelajaran Inovatif*. Jakarta: Gaung Persada Press.
- [2] Syaodih, Nana. 2005. *Metode Penelitian Pendidikan*. Bandung: PT. Remaja Rosdakarya.
- [3] Ravikoh. 2012. *Pengembangan Media Pembelajaran Berbasis Komputer Model Tutorial Interktif pada Pokok Bahasan Dimensi Tiga Kelas X SMA: tesis tidak diterbitkan*. Pekanbaru: Pasca Sarjana UR.

PEMAHAMAN MAHASISWA PENDIDIKAN MATEMATIKA TENTANG KONSEP FUNGSI DITINJAU BERDASARKAN DEKOMPOSISI GENETIKNYA

STUDENTS' UNDERSTANDING: THE CONCEPT OF FUNCTION BASED ON DECOMPOSITION GENETIC

Wahyu Widada

Pendidikan Matematika FKIP Universitas Bengkulu
wahyu.unib@gmail.com

ABSTRACT

The purpose of this study was to describe the genetic decomposition of mathematics education student capable of semi - level and inter - level trans extended in understanding the concept of function. This study iThis study is part of a research development theory's part of a research development theory. The results of this study is that students who are on extended- trans, can establish a link between mental and physical activity on the region of origin, regional results, domain, range, set pair sequence, and relationships so as to form a mature concept of function in terms of its morphology. Students can develop an understanding of these levels as a function of the set of sequence pairs between the regions of origin (A) and area results (B) ie $A \times B$ with special distinction if (a, b) and (a, b') element of the function $b = b'$. In addition, students are at Level - trans extended to build a new structure based schemes mature he already has. Students at the level of semi - inter- linking between concepts can not pick the intention and function of the different extensions. As a result, students at this level can only be understood in the narrow concept of function, which is the mapping and mapping function is a function. The conclusions of this study is that students capable of extended-trans levels in understanding the concept of function can build a flexible scheme both intention and extension, while the level of semi - capable students in understanding the concept of inter able to build a function only narrowly.

Keywords : Genetic Decomposition, Extended-Trans, Function Concepts, Semi - Inter

ABSTRAK

Tujuan penelitian ini adalah untuk mendeskripsikan dekomposisi genetik mahasiswa pendidikan matematika berkemampuan level semi-inter dan level *extended-trans* dalam memahami konsep fungsi. Penelitian ini merupakan penelitian pengembangan teori dengan pendekatan-perbandingan-tetap. Hasil penelitian ini adalah bahwa mahasiswa yang berada pada *extended-trans*, dapat membangun keterkaitan antara aktivitas mental dan fisik tentang daerah asal, daerah hasil, domain, range, himpunan pasangan berurutan, dan relasi sehingga terbentuk suatu konsep fungsi yang matang ditinjau dari morfologinya. Mahasiswa level ini dapat membangun pengertian fungsi sebagai himpunan pasangan berurutan antara daerah asal (A) dan daerah hasil (B) yaitu $A \times B$ dengan pembeda khusus jika (a,b) dan (a,b') elemen dari fungsi maka $b = b'$. Selain itu, mahasiswa berada pada Level *extended-trans* dapat membangun struktur baru berdasarkan skema, - skema, matang yang telah dimilikinya. Mahasiswa berada pada level semi-inter tidak dapat mengaitkan antar konsep fungsi yang memiliki intensi dan ekstensi berbeda. Akibatnya mahasiswa pada level ini hanya dapat memahami konsep fungsi secara sempit, yaitu fungsi adalah pemetaan dan pemetaan adalah fungsi. Simpulan penelitian ini adalah bahwa mahasiswa berkemampuan level *extended-trans* dalam memahami konsep fungsi dapat membangun skema, fleksibel baik secara intensi maupun ekstensi, sedangkan mahasiswa berkemampuan level semi-inter dalam memahami konsep fungsi hanya mampu membangunnya secara sempit.

Kata Kunci: Dekomposisi Genetik, *Extended-Trans*, Konsep Fungsi, Semi-Inter

PENDAHULUAN

Dalam pembelajaran analisis real, peneliti (sebagai pengampu mata kuliah tersebut) pernah memberikan stimulus kepada mahasiswa sebagai berikut “Mengapa $1 > 0$?” Sebagian mahasiswa mengalami bias konfirmasi dalam sistem pemrosesan informasinya. Mahasiswa cenderung memperhatikan informasi yang mendukung keyakinan dirinya bahwa 1 terletak di sebelah kanan dari 0. Bila mahasiswa dibiarkan terjadi bias konfirmasi yang berkepanjangan, akibatnya mahasiswa tersebut akan mengabaikan makna dari $1 > 0$ yang sesungguhnya. Mahasiswa hanya merespon bahwa $1 > 0$ sebagai lambang tanpa makna, dan sekedar menghafal garis bilangan saja.

Untuk mengatasi masalah mahasiswa di atas, peneliti memilih salah seorang mahasiswa berada pada Level Trans (pelevelan *Extended-Triad++*, lih. Wahyu Widada [1]). Mahasiswa tersebut menjelaskan dengan membangun struktur sederhana himpunan bilangan real positif sebagai berikut. Misalkan R adalah himpunan bilangan real, P himpunan bagian dari R yang anggotanya adalah semua bilangan real positif. Kemudian mahasiswa diajak untuk menyepakati pernyataan-pernyataan berikut benar tanpa pembuktian. Pernyataan-pernyataan tersebut adalah: (i) jika a, b anggota P maka $a+b$ juga anggota P ; (ii) jika a, b anggota P maka ab juga anggota P ; (iii) jika a bilangan real, maka hanya tepat satu kemungkinan berikut ini yang benar yaitu a anggota P , $a = 0$, dan $-a$ anggota P . Kemudian mahasiswa diajak berpikir untuk membuat pengertian dari $a > 0$, $a < 0$, $a \geq 0$, dan $a \leq 0$. mahasiswa diminta mendefinisikan pengertian tersebut yaitu: Jika a anggota P maka a disebut bilangan real positif dan ditulis $a > 0$; Jika a anggota P atau 0 maka a disebut bilangan real bukan negatif dan ditulis $a \geq 0$; Jika $-a$ anggota P maka a disebut bilangan real negatif dan ditulis $a < 0$; Jika $-a$ anggota P atau 0 maka a disebut bilangan real bukan positif dan ditulis $a \leq 0$. Selanjutnya mahasiswa diajak untuk membuat pengertian suatu lambang berikut ini. Misalkan a, b bilangan real. Jika $a - b$ anggota P , maka ditulis $a > b$ atau ditulis $a < b$. Jika $a - b$ anggota P atau 0 , maka ditulis $a \geq b$ atau ditulis $a \leq b$. Berdasarkan pernyataan dan pengertian-pengertian di atas, kita ajak mahasiswa untuk berpikir tentang konsekuensi logis dari struktur sederhana di atas. Berikan kepada mahasiswa lembar aktivitas berpikir untuk membuat pernyataan sebagai akibat dari kumpulan pernyataan dan pengertian di atas. Salah satu kemungkinan konsekuensi logisnya adalah sebagai berikut: Jika a bilangan real tidak sama dengan 0 maka berdasarkan pernyataan (iii) di atas maka a hanya ada satu kemungkinan yaitu a anggota P , atau $-a$ anggota P . Jika a anggota P , dan berdasarkan pernyataan (ii) di atas, maka $a \cdot a = a^2$ anggota P . Kemudian jika $-a$ anggota P , maka berdasarkan (ii) $(-a)(-a)$ anggota P . Sedangkan $(-a)(-a) = ((-1)a)(-1)a = (-1)(-1)a^2 = a^2$, berarti a^2 anggota P . Jadi a^2 anggota P , dan ditulis $a^2 > 0$. Dengan menggunakan pernyataan terakhir, karena 1 adalah bilangan real dan $1 \neq 0$, maka $1^2 = 1 > 0$.

Selain bias konfirmasi terjadi pada mahasiswa, problema lain juga terjadi sebagai berikut. Misal a bilangan rasional dan t bilangan irrasional, mahasiswa diminta menunjukkan bahwa at adalah bilangan irasional. Ada lebih dari 75% mahasiswa membuktikan dengan bukti langsung. Salah satu pembuktian dari 75% mahasiswa yang membuktikan langsung adalah sebagai berikut. Misal a bilangan rasional dan $\sqrt{2}$ bilangan irasional, maka $a\sqrt{2}$ adalah bilangan irasional, dan mahasiswa menyatakan terbukti. Hanya ada satu orang mahasiswa yang membuktikan dengan benar, yaitu dengan pembuktian kontradiksi. Mahasiswa tersebut mengandaikan at bilangan rasional, berarti $at = x/y$ dengan x, y bilangan bulat dan $y \neq 0$. Kemudian karena bilangan rasional a berarti

$a = p/q$, di mana p, q bilangan bulat dan $q \neq 0$. Sedemikian hingga mahasiswa tersebut menemukan bahwa t adalah bilangan rasional yang kontradiksi dengan anteseden bahwa t adalah irrasional.

Masih dalam perkuliahan analisis real, peneliti juga menemukan miskonsepsi mahasiswa tentang konsep fungsi. Mahasiswa cenderung menggunakan aturan berdasarkan pemahaman yang ada dalam memori jangka panjangnya yang telah diperoleh ketika di sekolah. Fungsi adalah suatu pemetaan sekaligus pemetaan adalah suatu fungsi. Misal f suatu fungsi dengan daerah asal A dan daerah hasil B , maka mahasiswa memiliki keyakinan bahwa himpunan A adalah domain f sekaligus daerah asal f . Dengan demikian, maka mahasiswa menyimpulkan bahwa A sebagai daerah asal selalu habis dikaitkan dengan anggota-anggota himpunan B . Bias konfirmasi mahasiswayang demikian dapat berakibat kesalahan pemahaman mahasiswa tentang konsep fungsi. Hal ini sebagai suatu bentuk lemahnyakemampuan mahasiswa dalam menangkap makna dari konsep fungsi yang sebenarnya.

Kemampuan mahasiswa dalam menangkap makna dari suatu objek matematika merupakan suatu aktivitas mahasiswa dalam memahami objek tersebut. Kata memahami merupakan salah satu subdomain dari proses kognitif Taksonomi Bloom yaitu Pemahaman. Menurut Anderson, et al. [2] pemahaman adalah suatu konstruksi yang bermakna dari pesan-pesan pembelajaran, termasuk lisan, tulisan, dan komunikasi grafis. Menurutnya pemahaman meliputi, pertama menginterpretasi yaitu mengubah dari satu bentuk representasi (misal: numerik) ke bentuk lain (misal: verbal). Kedua memberi contoh, adalah menemukan contoh khusus atau ilustrasi dari konsep atau prinsip. Ketiga *mengklasifikasikan* artinya menentukan bahwa sesuatu merupakan anggota dari suatu kategori (seperti konsep atau prinsip). Keempat melakukan abstraksi dan atau generalisasi adalah melakukan kegiatan abstraksi suatu tema umum atau point utama. Kelima menyimpulkan sebagai gambaran suatu kesimpulan secara logis dari informasi yang disajikan. Keenam membandingkan adalah mendeteksi korespondensi antara dua ide, objek dan kesamaan. Terakhir menjelaskan bermakna sebagai menjelaskan suatu model sebab-akibat dari suatu sistem. Berdasarkan uraian ini, pemahaman melibatkan suatu proses mental sebagai bagian dari proses kognitif dalam suatu sistem pemrosesan informasi seseorang.

Proses bermakna sebagai suatu urutan aktivitas, pelaksanaan atau kejadian yang terjadi secara alami atau didesain, mungkin menggunakan waktu, ruang, keahlian atau sumber daya lainnya yang menghasilkan suatu hasil tertentu (id.m.wikipedia.org/wiki/proses). Dalam web tersebut juga disajikan pengertian proses sebagai suatu rangkaian kegiatan saling terkait atau berinteraksi yang mengubah input menjadi output, kegiatan ini memerlukan alokasi sumber daya seperti orang dan materi. Kognitif adalah sesuatu yang melibatkan kognisi. Kognisi adalah kepercayaan seseorang tentang sesuatu yang diperoleh dari proses berpikir tentang hal tertentu (id.m.wikipedia.org/wiki/kognisi). Dengan demikian kognitif dapat diartikan sebagai sesuatu yang melibatkan kepercayaan atau keyakinan seseorang yang diperoleh melalui proses berpikir tentang sesuatu.

Berdasarkan uraian di atas, proses kognitif adalah suatu rangkaian aktivitas yang dilakukan seseorang dengan melibatkan kepercayaan melalui proses berpikir dalam sistem pemrosesan informasinya tentang sesuatu. Namun dalam suatu aktivitas berpikir, seseorang terkadang memiliki kecenderungan keyakinan dalam dirinya. Hal ini akan mengakibatkan terjadinya bias konfirmasi (Wade & Tavis [3]) yaitu suatu kecenderungan

mencari atau memperhatikan informasi yang mendukung keyakinan dirinya sendiri. Menurut Edward & Smith; Kunda; dan Nickerson (Wade & Tavis [3]), hal ini terjadi jika seseorang berpikir tentang suatu permasalahan yang emosional, sehingga seseorang tersebut hanya memperhatikan fakta-fakta yang mendukung keyakinan dirinya sendiri dan mengabaikan fakta-fakta atau argumentasi yang berlawanan dengan keyakinan yang ada dalam dirinya.

Selain bias konfirmasi, *mental sets* juga sangat berpengaruh terhadap proses kognitif seseorang. Menurut Wade & Tavis [3] *mental sets* merupakan suatu hambatan seseorang dalam berpikir rasional, yakni suatu kecenderungan memecahkan suatu masalah dengan menggunakan prosedur yang telah terbukti berhasil memecahkan masalah serupa pada masa lalu. Menurutnya *mental sets* sebagai suatu tendensi memecahkan suatu masalah dengan menggunakan heuristik, strategi dan peraturan yang terbukti berhasil pada kesempatan sebelumnya.

Menurut Wade & Tavis [3], salah satu jenis representasi mental adalah konsep (*concept*), kategori mental yang mengelompokkan objek, hubungan, aktivitas, abstraksi, atau kualitas berdasarkan karakteristik tertentu. Selanjutnya Wade & Tavis [3] mendefinisikan bahwa prototipe adalah contoh yang merepresentasikan suatu konsep. Menurut Wahyu Widada [4] konsep dalam matematika adalah ide abstrak yang dapat digunakan untuk mengelompokkan objek-objek ke dalam kelompok masing-masing dan menentukan apakah suatu objek merupakan contoh atau bukan contoh dari ide abstrak tersebut. Sedangkan ungkapan yang membatasi suatu konsep adalah definisi. Menurut Soedjadi [5], definisi dibedakan atas tiga jenis, yaitu: Definisi Analitik, Definisi Genetik, Definisi dengan Rumus. Selanjutnya Soedjadi [5] menjelaskan tiga jenis definisi sebagai berikut. **Suatu definisi dikatakan bersifat analitik bila** definisi tersebut menyebut genus proksimal (keluarga terdekat) dan diferensia spesifik (pembeda khusus). Sebagai contoh, definisi kerucut, sebagai berikut “Kerucut adalah Limas Segi tak hingga beraturan”. Definisi Kerucut adalah analitik sebab, menyebut genus proksimal yaitu limas dan diferensia spesifik yaitu tak hingga beraturan. **Suatu definisi dikatakan bersifat genetik bila** definisi tu definisi dikatakan bersifat genetik bila definisi tersebut menunjukkan atau mengungkapkan cara terjadinya konsep yang didefinisikan. Contoh, definisi fungsi polinomial berikut, “Fungsi Polinomial adalah suatu fungsi yang terjadi bila fungsi konstan dan fungsi identitas dioperasikan dengan penambahan, pengurangan dan perkalian.” **Suatu definisi tidak selalu dinyatakan dengan ungkapan kalimat biasa,** tetapi dapat juga di ungkapkan dengan kalimat matematika, yakni berbentuk rumus. Contoh, definisi irisan duahimpunan. Misal A dan B duahimpunan. $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ dan } x \in B\}$.

Definisi merupakan pengertian yang membatasi suatu konsep. Menurut Soedjadi, komponen definisi terdiri dari latar belakang, genus, istilah yang didefinisikan, dan atribut. Latar belakang definisi adalah bagian yang menjadi dasar untuk membicarakan subjek dari definisi tersebut. Genus adalah keluarga dari subjek definisi. Genus dapat dipandang sebagai konsep terdekat yang berhubungan dengan definisi yang dibicarakan. Istilah yang didefinisikan adalah ungkapan yang diberikan pada subjek pembicaraan dari definisi. Atribut adalah ciri atau sifat yang dimiliki oleh suatu konsep, sehingga dengan ciri tersebut suatu subjek dapat dikategorikan sebagai contoh atau bukan contoh dari definisi. [5]

Dalam analisis real, definisi sebagai batasan dari suatu konsep merupakan salah satu unsur pembangun utamanya. Namun dalam pembelajaran matematika sekolah, simplifikasi menjadi strategi yang tidak dapat dihindari. Seperti dikatakan Soedjadi bahwa

konsep tertentu yang diajarkan kepada siswa tidak selalu, atau belum menjangkau semua sifat atau aspek yang dimiliki oleh konsep tersebut.[6] Hal itu dilakukan, antara lain karena pertimbangan perkembangan intelektual siswa. Untuk itu dalam pembelajaran matematika, guru harus memahami benar agar siswa mengalami miskonsepsi ketika belajar di jenjang pendidikan yang lebih tinggi.

Simplifikasi suatu konsep yang dilakukan oleh guru matematika terjadi bila konsep itu dilepaskan keterkaitannya dengan konsep yang lain; atau bila ekstensi konsep merupakan himpunan bagian dari ekstensi konsep yang disajikan dengan istilah yang sama; atau bila konsep yang satu hanya mengutamakan karakteristik tertentu dari konsep yang disajikan dengan istilah yang sama (Soedjadi [5]). Dengan simplifikasi yang dilakukan dalam pembelajaran matematika sekolah, siswa tidak mendapatkan gambaran konsep secara utuh, akibatnya siswa memiliki pemahaman tentang definisi dari suatu konsep yang tidak sebenarnya.

Dalam kaitan ini Soedjadi, menyatakan bahwa definisi tentang suatu konsep/istilah dalam matematika sekolah mungkin sekali berbeda intensi atau ekstensinya dengan definisi tentang konsep/istilah yang sama dalam matematika di pendidikan tinggi.[6] Jadi definisi tentang konsep/istilah A dalam matematika sekolah tidak mustahil akan tidak ekuivalen dengan definisi tentang konsep/istilah A dalam matematika pendidikan tinggi atau dalam matematika sekolah yang lain, karena ekstensinya tidak sama.

Berdasarkan uraian di atas, batasan konsep fungsi yang dimiliki mahasiswa yang dibawanya dari sekolahan akan mengakibatkan bias konfirmasi bagi dirinya. Bahkan mahasiswa akan menolak atau mengabaikan batasan konsep fungsi yang sebenarnya dalam analisis real. Dalam matematika sekolah, batasan fungsi disimplifikasi menjadi suatu pemetaan, dan pemetaan kemudian dipandang ekuivalen dengan konsep fungsi yang sebenarnya. Sehingga mahasiswa selalu menyatakan bahwa daerah asal dari suatu fungsi adalah sama dengan domain dari fungsi tersebut. Mahasiswa yang demikian tidak sepenuhnya salah, sebab dalam kalkulus definisi fungsi juga dibatasi dengan hal tersebut. Menurut Purcell & Varberg, fungsi f adalah suatu aturan padanan yang menghubungkan tiap objek x dalam satu himpunan yang disebut daerah asal dengan sebuah nilai unik $f(x)$ dari himpunan kedua. Himpunan nilai yang diperoleh secara demikian disebut daerah hasil (jajalan) fungsi tersebut [7]. Dengan definisi ini, bila mahasiswa tidak menyadari akan simplifikasi yang dilakukan, maka definisi fungsi dalam analisis real akan menjadi konflik kognitif yang tidak baik bagi mahasiswa. Namun bagi mahasiswa yang memiliki kemampuan berpikir kritis dan kreatif, maka konflik kognitif yang demikian justru akan meningkatkan level berpikirnya melalui proses akomodasi.

Untuk mengetahui level berpikir mahasiswa, harus diketahui kumpulan aktivitas mental dan fisik serta karya *paper and pencil* yang dilakukan mahasiswa. Menurut Wahyu Widada, suatu kumpulan terstruktur dari aktivitas mental yang dilakukan seseorang untuk mendeskripsikan bagaimana konsep/prinsip matematika dapat dikembangkan dalam pikirannya disebut dengan dekomposisi genetik [8]. Untuk melakukan analisis dekomposisi genetik merupakan suatu analisis terhadap pemahaman mahasiswa dalam merespon suatu masalah/stimulus lain dengan mendasarkan pada kerangka APOS (aksi-proses-objek- skema,) (Dubinsky, & Yiparaki [9]).

Lebih lanjut analisis dekomposisi genetik (atau model kognisi) (menurut Dubinsky & Yiparaki), adalah suatu analisis tentang kumpulan terstruktur dari aktivitas mental yang membangun blok (kategori-kategori) untuk mendeskripsikan bagaimana konsep/prinsip dapat dikembangkan dalam pikiran seorang individu. Konstruksi mental tersebut adalah

aksi, proses, objek, dan skema, yang merupakan *kerangka kerja* teoretis dari teori APOS [9]. Teori APOS dapat digunakan secara langsung dalam menganalisis data tentang tingkah laku *skema*, seseorang (Dubinsky & McDonald [10]).

Dubinsky [11], mengadaptasi suatu teori perkembangan *skema*, seseorang yang berpusat pada berpikir secara matematis, berupa kerangka APOS (*aksi-proses-objek-skema*,). Dalam penelitian tersebut, Dubinsky melakukan *treatment* dengan menggunakan pengalaman komputer tertentu sebagai upaya membantu mahasiswa melakukan aksi-proses-objek, untuk dikembangkan melalui abstraksi reflektif, sehingga terbangun suatu *skema*, yang koheren [11].

Teori APOS dapat digunakan secara langsung dalam menganalisis data oleh seorang peneliti (Dubinsky & McDonald [10]). Peneliti dapat membandingkan keberhasilan atau kegagalan subjek untuk suatu tugas matematika melalui konstruksi mental tertentu yang mungkin atau tidak mungkin mereka lakukan.

Sejalan dengan uraian di atas, Dubinsky menyatakan bahwa pengetahuan matematika seorang individu merupakan suatu kecenderungan individu tersebut untuk merespon dan memahami situasi permasalahan matematika dengan merefleksinya dalam konteks sosial dan mengonstruksi atau mengonstruksi-kembali *aksi, proses, dan objek* matematika serta mengorganisasikannya dalam *skema*, yang digunakan dalam situasi permasalahan [13].

Berdasarkan uraian di atas, Teori APOS bila dikaitkan dengan pemahaman konsep fungsi merupakan suatu elaborasi tentang konstruksi mental yang dilakukan olehberupaaksi, proses, objek dan skema, dalam bentuk dekomposisi genetik tentang bagaimana mahasiswa memahami konsep fungsi sebagai suatu unsur esensial yang dapat dijadikan sebagai dasar dalam melakukan analisis pemahaman mahasiswa dalam membangunkonsep fungsi tersebut.

Piaget dan Garcia [14], menyatakan bahwa pengetahuan tumbuh dan berkembang berdasarkan mekanisme tertentu yang meliputi tiga level yang disebut *triad*. *Triad* terjadi dalam suatu urutan tetap yang bersifat *hierarkis* dan *fungsional*. Urutan tersebut adalah *level intra, level inter dan level trans*. Berdasarkan level-level triad, Baker, Cooley, dan Trigueros [12], meneliti tentang model interaksi *skema*, yaitu suatu model yang digunakan untuk mendeskripsikan data perkembangan *skema*, dengan level berpasangan dari *triad (double triad)*. *Double triad* adalah *triad* berpasangan yang mendasarkan dua *skema* yang berbeda, tetapi keduanya dimanfaatkan dalam *skema* mensketsa grafik fungsi.

Dalam tulisan ini diuraikan sebagian kecil dari hasil pengembangan teori dan model pembelajaran matematika berbasis teori *ExtendedTriad Level++*, yakni membahas tentang dekomposisi genetik mahasiswa pendidikan matematika berkemampuan level semi-inter dan level *extended-trans* dalam memahami konsep fungsi (Wahyu Widada [1]).

METODE PENELITIAN

Penelitian ini adalah penelitian pengembangan (Hibah Kompetensi Dikti. Wahyu Widada, [6]; [1]) yang dimulai dengan penelitian pustaka dan dilanjutkan penelitian empirik berupa penelitian kualitatif. Dalam penelitian kualitatif, dilakukan *interview* berbasis tugas (*the task-based interview*) (Goldin [15]; Thomas, Mulligan & Goldin [16]; Tsamir & Dreyfus [17]; Wahyu Widada [18]; [8]; [19]; [20]). Instrumen utama dalam

penelitian ini pewawancara (dalam hal ini peneliti sendiri) dan dipandu oleh instrumen lain berupa lembar tugas tentang pemahaman konsep fungsi, serta pedoman *interview*.

Subjek penelitian ini adalah Mahasiswa S-1 Pendidikan Matematika FKIP Universitas Bengkulu yang sedang menempuh mata kuliah Analisis Real.

Data berdasarkan hasil *interview* berbasis tugas dari mahasiswa tersebut di atas, berupa data lisan dan tulisan dari proses kognitif yang dilakukan mahasiswa selama menyelesaikan permasalahan yang diberikan (dalam *interview* berbasis tugas). Ini sangat diperhatikan untuk melihat gambaran dari variasi *aksi*, *proses*, *objek* dan *skema*, dalam urutan untuk mengoordinasikan ide-ide yang digunakan dalam menyelesaikan masalah. Sehingga, dapat digunakan untuk menemukan semua konsepsi asli subjek. Analisis ini terbatas pada apa yang didemonstrasikan mahasiswa (baik berupa tulisan, lisan, maupun pesan-pesan indra yang lainnya yang terekam dalam audiovisual).

Dalam menganalisis hasil *interview*, terlebih dahulu dideskripsikan tentang konstruksi mental tertentu dari mahasiswa yang digunakan untuk mengembangkan pengertiannya tentang teknik mensketsa grafik fungsi dan teknik menentukan konvergensi barisan dan deret takhingga. Analisis yang digunakan adalah *analisis dekomposisi genetik*. Analisis dekomposisi genetik (atau model kognisi) (Dubinsky & Yiparaki [9]), adalah suatu analisis tentang kumpulan terstruktur dari aktivitas mental yang membangun blok (kategori-kategori) untuk mendeskripsikan bagaimana konsep/prinsip dapat dikembangkan dalam pikiran seorang individu. Konstruksi mental tersebut adalah *aksi*, *proses*, *objek*, dan *skema*, yang merupakan *kerangka kerja* teoretis dari teori APOS. Setelah lengkap dekomposisi genetik awal, maka secara ekstensif dianalisis kembali untuk merevisi dekomposisi genetik yang telah dideskripsikan sebelumnya agar lebih teliti dalam merefleksi data.

Berdasarkan analisis dekomposisi genetik di atas, akan ditemukan dekomposisi genetik seorang subjek, yaitu suatu pola dari ide-ide yang saling berhubungan dan tampak dengan jelas terkait dalam pikiran seseorang, dengan mendasarkan pada *triad* perkembangan *skema*, dalam konteks teori APOS (*Action, Processes, Object, and Schema*) yang digunakan seseorang untuk merespon suatu masalah. Dan untuk lebih memperkaya deskripsi tentang tingkah laku *skema*, maka dilakukan analisis hal-hal menarik. Selain itu hal-hal menarik yang ditemukan juga akan menjadi *temuan-temuan lain* dari penelitian ini.

HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Berdasarkan hasil analisis dekomposisi genetik mahasiswa tentang konsep fungsi, berupa suatu pola dari ide-ide yang saling berhubungan tentang pembentukan konsep fungsi dalam pikiran mahasiswa, dengan mendasarkan pada perkembangan *skema*, dalam konteks teori APOS (*Action, Processes, Object, and Schema*) yang digunakan mahasiswa untuk merespon suatu stimulus awal. ***skema***, yang matang dari suatu penggalan (*piece*) matematika adalah suatu sistem yang koheren dari *aksi*, *proses*, *objek*, dan *skema*, lain yang telah dibangun sebelumnya, yang dikoordinasikan serta disintesis oleh individu dalam bentuk struktur yang digunakan untuk menghadapi situasi permasalahan tertentu (Dubinsky, [11]; [13]; [21]; Dubinsky & McDonald, [10]; Dubinsky & Yiparaki, [19]; DeVries, [22]; disarikan Wahyu Widada, [8]). Hal ini berarti *sistem* tersebut melibatkan dua koleksi, yaitu pertama koleksi dari *aksi*, *psoses*, *objek* dan *skema*, lain (sebagai *data* menurut Norman & Rumelhart, [23]; *kelompok neuronal* menurut Tall, [24]),

koleksi kedua adalah koleksi dari relasi-relasi berupa koordinasi dan sintesis yang dilakukan seorang individu.

Untuk itu berdasarkan sistem pada *skema*, dan pembobotan *skema*, maka permasalahan di atas dapat ditransformasi ke permasalahan graph bobot. Transformasi ini dilakukan dengan cara mengkorespondensikan koleksi pertama (yaitu koleksi dari *data*) dari sistem ke himpunan titik pada graph, dan koleksi kedua (yaitu koleksi dari *relasi-relasi*) dari sistem ke himpunan sisi pada graph, maka dengan definisi tertentu pada titik dan sisi, dan ditransformasi kembali ke permasalahan awal, diperoleh interaksi *skema*, model baru. Kata *baru* menunjukkan suatu hasil dari interaksi *skema*, berbeda dengan *double triad* dan secara teoretik memperbaiki kelemahan model *double triad*. Secara teoretik interaksi *skema*, model baru ini tetap bersifat *hierarkis* dan *fungsional*.

Wahyu Widada meneliti perkembangan *skema*, mahasiswa dalam mempelajari Kalkulus (terutama masalah Grafik Fungsi dan Deret Takhingga) berada pada tiga tingkatan yang hierarkis dan fungsional [25]. Urutan dari level-level tersebut adalah level intra sebagai level terendah (level 0), level inter sebagai level menengah (level 1), dan level trans sebagai level tertinggi (level 2). Ini berarti pengetahuan mahasiswa level ke-*i* termuat dalam pengetahuan mahasiswa level ke- $(i+1)$, untuk $i=0, 1$. Wahyu Widada [18] mengembangkan penelitian yang sama tentang model interaksi *skema*, mahasiswa. Model interaksi *skema*, yang dimaksud dalam penelitian tersebut adalah model yang digunakan untuk mendeskripsikan data (proses menyelesaikan masalah) dengan level berpasangan dari *triad* (*double triad*). *Double triad* dalam permasalahan sketsa grafik fungsi adalah *triad* berpasangan yang mendasarkan dua *skema*, yang berbeda, tetapi keduanya dimanfaatkan dalam *skema*, mensketsa grafik. Dua *skema*, tersebut adalah *skema*, kondisi sifat fungsi (*property schema*) yang diberikan (turunan pertama, turunan kedua, limit, dan kekontinuannya), dan *skema*, interval (*interval schema*) pada domain (interval-interval yang saling berdekatan atau yang *overlap*). Setiap *skema*, dideskripsikan secara terpisah, dan kemudian didemonstrasikan dalam suatu pasangan dari model interaksi *skema*. Data menunjukkan bahwa dalam mensketsa grafik suatu fungsi terdapat sembilan level interaksi *skema*, *double triad*. Sembilan level interaksi *skema*, tersebut tidak terurut secara jelas, hanya level terendah (yakni *intra-property+intra-interval level*) dan level tertinggi (yaitu *trans-property+trans-interval level*) yang dapat terlihat secara jelas. Sedangkan level-level yang lainnya tidak diurutkan secara tegas.

Namun dari penelitian di atas, terlihat bahwa hasil dari interaksi *skema*, *double triad* tidak bersifat hierarkis dan fungsional, untuk itu Wahyu Widada [8] meneliti tentang Interaksi *skema*, Model Baru. Interaksi *skema*, model baru tersebut didefinisikan sebagai berikut. Misal untuk menyelesaikan suatu permasalahan tertentu harus melibatkan interkoneksi dua *skema*, yang berbeda, sebut saja *skema*, A dan *skema*, B, maka terdapat lima level dalam interaksi *skema*, model baru. Lima level tersebut terurut secara tetap, level intra sebagai level 0, level semiinter sebagai level 1, level inter sebagai level 2, level semitrans sebagai level 3, dan level trans sebagai level 4. Kemudian Wahyu Widada [26] meneliti Struktur Representasi Pengetahuan (*skema*,) Mahasiswa Matematika berbasis Triad Level. Berdasarkan hasil penelitian-penelitian di atas, Wahyu Widada melakukan **Penelitian Fundamental** (2005), tentang Dekomposisi Genetik Mahasiswa dalam Mempelajari Teori Graph (berbasis Perkembangan *skema*, dengan menggunakan Teori APOS). Hasil penelitian fundamental 2005 tersebut adalah ditemukan dua level baru dalam pelevelan triad (yaitu level semiinter dan level semitrans)

sebagai langkah awal memperbaiki level triad. Dan yang penting lagi pelevelan tersebut bersifat herarkis dan fungsional, sehingga terdapat lima level triad (yang terdiri dari tiga level triad dan ditambah dua level baru) yang bersifat herarkis dan fungsional, meskipun hal ini masih dalam substansi teori graph [19].

Untuk mengembangkan teori tersebut, maka Wahyu Widada melakukan **Penelitian Fundamental** (2006) tentang Pengembangan Teori Perkembangan skema, (**Triad Level***) tentang Kalkulus pada Mahasiswa Matematika. Hasil penelitian Wahyu Widada [27], baik secara teoretik dan empirik menemukan pelevelan perkembangan skema, (*triad*) mahasiswa dalam mempelajari matematika, ada level baru di antara level intra dan level inter yakni level semiinter, serta ada level baru di antara level inter dan level trans, yakni level semitrans. Hal ini berarti bahwa ada lima level perkembangan skema, mahasiswa dalam mempelajari matematika yaitu Level 0 (level intra), Level 1 (level semi-inter), Level 2 (level inter), Level 3 (level semi-trans), dan Level 4 (level trans), dan selanjutnya pelevelan tersebut dinamai **Level Triad+** (Wahyu Widada, [4]). Namun dalam pembelajaran **Teori Graph** yang diampu oleh Wahyu Widada T.A. 2009, mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Bengkulu ditemukan banyak karakter di luar karakter **Level Triad+**, salah satunya ada mahasiswa dapat melakukan akselerasi dari Level 1 langsung ke Level 4, ada juga mahasiswa yang sebaliknya yaitu dari Level 4 turun ke Level 2, dan ada yang sigsag, serta tidak menentu. Kesemua ini belum ter-cover dalam Level Triad+. Untuk itu, perlu dilakukan pengembangan teori tersebut, yang akan dimanai dengan Level Triad++. Penelitian Hibah kompeten (Wahyu Widada [1]) menghasilkan teori baru tentang *ExtendedLevel Triad++* yakni level-level perkembangan skema, mahasiswa untuk Teori Graph yang lebih halus (dari tiga level menjadi lima level) dan pelevelan ini tetap mewarisi sifat triad yang herarkis dan fungsional, dan karakteristik level-level yang baru dari triad (yakni *ExtendedTriad Level++*).

Dekomposisi genetik mahasiswa tentang konsep fungsi berdasarkan *ExtendedTriad Level++* mengacu kepada dua kelompok definisi fungsi. Kelompok I adalah definisi fungsi yang disimplifikasikan (Soedjadi, [6]) yaitu fungsi f adalah suatu aturan padanan yang menghubungkan tiap objek x dalam satu himpunan yang disebut daerah asal dengan sebuah nilai unik $f(x)$ dari himpunan kedua. Himpunan nilai yang diperoleh secara demikian disebut daerah hasil (jelajah) fungsi tersebut. Kelompok II adalah definisi fungsi yang sebenarnya. Definisi Kelompok II tersebut adalah sebagai berikut: Misal A dan B adalah himpunan-himpunan yang tidak harus berbeda. Fungsi dari A ke B adalah suatu himpunan f yang anggota-anggotanya adalah pasangan berurutan dalam $A \times B$ yang memenuhi sifat jika (a,b) dan (a,b') anggota f , maka $b=b'$ (lih. Bartle & Sherbert, [28]). Dapat diperhatikan bahwa definisi fungsi Kelompok I tidak ekuivalen dengan definisi fungsi Kelompok II. Tetapi ekstensi definisi fungsi Kelompok I merupakan himpunan bagian dari ekstensi definisi fungsi Kelompok II (menurut Soedjadi, [6]).

Pada saat mahasiswa diberikan tugas untuk melakukan aktivitas pembentukan konsep fungsi, mahasiswa yang berada pada level semi-inter mengalami bias konfirmasi dengan tetap yakin bahwa definisi fungsi Kelompok I adalah yang tepat, dan mengalami kesulitan dalam memahami definisi fungsi sesuai Kelompok II. Mahasiswa mengalami kesulitan melakukan akomodasi terhadap konsep baru, bahkan terjadi disekuilibrasi dalam sistem memorinya. Mahasiswa berada pada level semi-inter tidak dapat mengaitkan antar konsep fungsi yang memiliki intensi dan ekstensi berbeda. Akibatnya

mahasiswa pada level ini hanya dapat memahami konsep fungsi secara sempit, yaitu fungsi adalah pemetaan dan pemetaan adalah fungsi.

Pada sisi lain, mahasiswa yang berada pada *extended-trans* melakukan aktivitas mental dan fisik serta *paper and pencil*, sedemikian hingga mahasiswa dengan mudah melakukan akomodasi dari konsep fungsi yang disederhanakan menjadi suatu konsep yang sebenarnya. Tanpa bias konfirmasi, mahasiswa dengan mudah memahami konsep fungsi sesuai dengan definisi fungsi secara umum. Mahasiswa yang berada pada *extended-trans*, dapat membangun keterkaitan antara aktivitas mental dan fisik tentang daerah asal, daerah hasil, domain, range, himpunan pasangan berurutan, dan relasi sehingga terbentuk suatu konsep fungsi yang matang ditinjau dari morfologinya. Mahasiswa level ini dapat membangun pengertian fungsi sebagai himpunan pasangan berurutan antara daerah asal (A) dan daerah hasil (B) yaitu $A \times B$ dengan pembeda khusus jika (a,b) dan (a,b') elemen dari fungsi maka $b=b'$. Selain itu, mahasiswa berada pada Level *extended-trans* dapat membangun struktur baru berdasarkan skema, - skema, matang yang telah dimilikinya.

KESIMPULAN

Berdasarkan uraian di atas, dapat disimpulkan sebagai berikut. Mahasiswa berkemampuan level *extended-trans* dalam memahami konsep fungsi dapat membangun skema, fleksibel baik secara intensi maupun ekstensi, mahasiswa dengan mudah melakukan akomodasi terhadap konsep fungsi yang baru. Sedangkan mahasiswa berkemampuan level semi-inter dalam memahami konsep fungsi hanya mampu membangunnya secara sempit, mahasiswa kesulitan dalam melakukan akomodasi terhadap konsep fungsi yang sebenarnya.

PUSTAKA

- [1] Wahyu Widada. 2010. Pengembangan Lanjutan Teori dan Model Pembelajaran Matematika Berbasis *Extended Level Triad++* untuk Mahasiswa Teori Graph. *Laporan Awal Penelitian Hibah Kompetensi Tahun 2010* didanai DP2M Ditjen Dikti.
- [2] Anderson, L., Krathwohl, D. 2001. *A Taxonomy for Learning Teaching and Assessing*. New York: Longman.
- [3] Wade, C. & Tavis, C. 2007. Psikologi. Edisi ke-9. Alih Bahasa: Padang Mursalin, Dinastuti. Jakarta: Erlangga.
- [4] Wahyu Widada. 2009. Pengembangan Teori dan Model Pembelajaran Matematika Berbasis Level Triad++ untuk Mahasiswa Analisis Real (Studi di FKIP Universitas Bengkulu). *Laporan Penelitian Hibah Kompetensi Tahun 2009* didanai DP2M Ditjen Dikti.
- [5] Soedjadi. 1995. *Miskonsepsi dalam Belajar Matematika (Pokok-pokok tinjauan dikaitkan dengan Konstruktivisme)*. Media Pendidikan IKIP Surabaya.
- [6] Soedjadi. 1993. *Simplifikasi Beberapa Konsep Matematika untuk Matematika Sekolah dan Dampaknya*. IKIP Surabaya: Laporan Penelitian
- [7] Purcell, E., Varberg, D. 1990. *Kalkulus dan Geometri Analitis*. Alih Bahasa: I Nyoman Susila, Bana Kartasasmita, Rawuh. Jakarta: Erlangga.

- [8] Wahyu Widada. 2003. *Interaksi skema, Mahasiswa Model Baru tentang Permasalahan Grafik Fungsi pada Kalkulus*. Laporan Penelitian Mandiri: Tidak dipublikasikan
- [9] Dubinsky, E; & Yiparaki, Olga. 2001. *Predicate Calculus and the Mathematical Thinking of Student*.
<http://www.cs.cornell.edu/info/people/gies/symposium/dubinsky.htm>
- [10] Dubinsky, E. & McDonald, Michael A. 2000. APOS: A Constructivist Theory of Learning in Undergraduate Mathematics Education Research.
<http://www.telri.ac.uk/CM/Paper.pdf>
- [11] Dubinsky, E. 1987. *Teaching Mathematical Induction*. Journal Mathematical Behavior. Vol. 6 No. 1h
- [12] Baker, Bernadette; Cooley, Laurel; & Trigueros, Maria. 2000. *A Calculus Graphing Schema*. Journal for Research in Mathematical Education. Vol. 31, No. 5
- [13] Dubinsky, E. 2000. *Using a Theory of Learning in College Mathematics Course*. Newsletter No. 12 <http://www.bham.ac.uk/ctimath/talum12.htm> or <http://www.telri.ac.uk/>
- [14] Piaget, J, & Garcia, R. 1989. *Psychologies and the History of Science* <http://www.piaget.org/>
- [15] Goldin, G.A. 1998. *Observing Mathematical Problem Solving Through Task-based Interviews*. In: A. Teppo (Ed.) Qualitative Research Methods in Mathematics Education. Monograph No. 9 Journal for Research in Mathematical Education (JRME).
- [16] Thomas, Noel D; Mulligan, Joanne T.; & Goldin, Garall. 2002. *Children's Representasion and Structural Development of Counting Sequence 1-100*. In The Journal of Mathematical Behavior. Vol. 21, Issue 1
<http://www.sciencedirect/Science/Juornal/07323123>
- [17] Tsamir, Pessia & Dreyfus, Tommy. 2002. *Comparing Infinite Sets - a process of abstraction. The Case of Ben*. In The Journal of Mathematical Behavior. Vol. 21, Issue 1 <http://www.sciencedirect/Science/Juornal/07323123>
- [18] Wahyu Widada. 2002. *Model Interaksi skema, mahasiswa tentang Permasalahan Grafik Fungsi pada Kalkulus*. Artikel dimuat dalam Jurnal Matematika atau Pembelajarannya UM Malang Tahun VIII Juli 2002, dan disajikan pada Konferensi Nasional Matematika XI di UM Malang, 22-25 Juli 2002
- [19] Wahyu Widada. 2006. *Pengembangan teori perkembangan skema, (triad level) tentang Kalkulus pada mahassiswa matematika FKIP UMB*. Laporan penelitian Fundamental 2006, diterbitkan dalam Jurnal Inspirasi V I tahun 2007.
- [20] Wahyu Widada. 2007. *Pengembangan Model Pembelajaran Matematika dan IPA Terpadu antara Kondisi Keunggulan Lokal Bengkulu dan Jaringan Perkembangan Skema (Triad Level*) Siswa SMP Bengkulu*. LPPM UMB: Artikel Hasil Penelitian Hibah Bersaing
- [21] Dubinsky, E. 1995. *ISELT: A Programming Language for Learning Mathematics*. Communications on Pure and Applied Mathematics. Vol. XLVIII
- [22] DeVries, David J. 2000. *RUMEC/APOS Theory*. <http://www.cs.gsu.edu/~rumece/>
- [23] Norman, D.A. & Rumelhart, D.E. 1975. *Explorations in Cognition*. San Francisco: W.P. Freeman and Company.
- [24] Tall, David. 1999. *Reflections on APOS theory in Elementary and Advanced Mathematics Thinking*. Presented at PME23 Haifa, Israel, July 1999. Publihed in

O.Zaslavsky (Ed.). Proceedings of the 23rd Conference of PME, Haifa, Israel, 1, 111-118. From e-mail: David.Tall@warwick.ac.uk

- [25] Wahyu Widada. 2001. *Struktur Representasi Pengetahuan mahasiswa tentang Grafik Fungsi dan Deret Tak hingga*. Artikel disajikan dalam Seminar Nasional Matematika II FMIPA UNNES Semarang 27 Agustus 2001
- [26] Wahyu Widada. 2004. *Struktur Representasi Pengetahuan Mahasiswa tentang Deret Tak hingga (berbasis Triad Level)*. Laporan Penelitian Mandiri: Tidak dipublikasikan
- [27] Wahyu Widada. 2006. *Dekomposisi Genetik Mahasiswa dalam Mempelajari Teori Graph*. Artikel dimuat dalam Jurnal Ilmiah Multi Science Inspirasi. Monograph II tahun 2006
- [28] Bartle, Robert G. dan Donald R. Sherbert. 1982. *Introduction to Real Analysis*. New York: Jhon Wiley & Sons, Inc.

PENGEMBANGAN MEDIA PEMBELAJARAN BERBASIS KOMPUTER UNTUK MENGAJAR RELASI DAN FUNGSI DI SMP

DEVELOPMENT COMPUTER BASED INSTRUCTIONAL MEDIA FOR TEACHING RELATION AND FUNCTION AT JUNIOR HIGH SCHOOL

Yenita Roza *), Yudi Jepri Dianta *)

Kampus Bina Widya Km. 12,5 Simpang Baru Pekanbaru 28293
rozayenita@yahoo.co.uk

ABSTRACT

The purpose of this research is to develop computer-based instructional media on topic of relation and function. This media will be used for teaching mathematics at Junior High School Students. This computer-based instructional media is developed to help student to understand the relation dan function by showing the the concept in animating visual object. This study use research and development (R & D) method with four stages, namely: (1) the initial research, (2) design, (3) the realization phase, (4) testing/evaluation and review phase. Expert judged that validity of this product is on average of 3.54. Practicality of this product is checked by using the product of the target students. Based on the data analysis and discussion, it can be concluded that the computer-based instructional media is practical to be used in teaching relation and function.

Key words: Computer-Based Instrucional Media, Relation and Function

ABSTRAK

Tujuan dari penelitian ini untuk mengembangkan media pembelajaran berbasis komputer untuk topik Relasi dan Fungsi. Media ini akan digunakan untuk mengajar matematika di tingkat Sekolah Menengah Pertama. Media pembelajaran berbasis komputer ini dikembangkan untuk membantu siswa memahami konsep Relasi dan Fungsi dengan menyajikan konsep dalam bentuk objek visual secara animasi. Penelitian ini menggunakan metode pengembangan (R&D) dengan menggunakan empat tahapan 1). Penelitian awal, 2). Perancangan, 3). Realisasi dan 4) tahap ujicoba. Dari pakar didapatkan validasi product dengan nilai rata-rata 3,54. Praktikalitas dari produk ini dilihat dengan menggunakan produk pada siswa sasaran. Dari hasil analisa dan diskusi disimpulkan bahwa media pembelajaran berbasis komputer ini memiliki praktikalitas yang baik untuk digunakan dalam mengajar topik Relasi dan Fungsi.

Kata kunci: Pembelajaran berbasis komputer, Relasi dan Fungsi

PENDAHULUAN

Ilmu pengetahuan dan teknologi berkembang sangat pesat, sehingga dibutuhkan kompetensi yang baik agar dapat bersaing dan eksis dalam masa yang sangat kompetitif. Salah satu alternatif untuk dapat berkompetisi adalah membekali diri dengan matematika. Matematika sebagai ilmu dasar bagi perkembangan ilmu lainnya, sangat penting untuk dipelajari dan dipahami. Oleh karenanya Departemen Pendidikan Nasional (Depdiknas) mewajibkan seluruh peserta didik mempelajari matematika, mulai dari tingkat dasar hingga perguruan tinggi. Tujuannya adalah agar siswa terampil, berpikiran kritis, sistematis, logis, kreatif, dan berwawasan luas. Hal ini sangat memungkinkan sebagaimana tujuan pelajaran matematika di sekolah, yaitu agar siswa memiliki pengetahuan matematika, mampu menggunakan penalaran, terampil memecahkan

masalah dan terampil dalam mengomunikasikan gagasan, juga memiliki sikap menghargai kegunaan matematika. [1]

Mengingat pentingnya tujuan pembelajaran matematika ini, Guru harus mengerahkan segenap kemampuannya, agar pelajaran matematika dapat diterima dan ditanggapi dengan baik oleh siswa. Guru perlu melakukan persiapan yang matang sebelum melaksanakan proses pembelajaran seperti mempelajari materi kembali, membuat alat peraga hingga menyiapkan media pembelajaran yang relevan. Sehingga para siswa dapat mencapai prestasi belajar yang diharapkan. [2]

Perkembangan dunia komputer telah mencapai kemajuan yang sangat mengagumkan. Hampir semua bidang pekerjaan di dunia telah dikendalikan oleh komputer. Pekerjaan yang dahulu membutuhkan banyak tenaga manusia, sekarang telah tergantikan oleh mesin, yang kesemuanya itu dikendalikan oleh komputer. Saat ini komputer juga amat erat kaitannya dengan dunia pendidikan. Banyak pekerjaan di dunia pendidikan yang dapat dibantu pekerjaannya oleh komputer. Seperti pengetikan administrasi, mengolah dan menghitung data hasil belajar siswa, mencari materi pelajaran dari internet, dan pekerjaan lainnya. Bahkan saat ini pemanfaatan komputer telah meluas hingga menjangkau kepentingan pembelajaran, yaitu untuk membantu guru dalam meningkatkan mutu pembelajaran.

Namun pada kenyataannya tidak semua guru mampu memanfaatkan keunggulan-keunggulan komputer untuk meningkatkan mutu pembelajaran. Hal ini tentu sangat disayangkan. Padahal menurut Yuhetty dalam [3] dimasa datang kurikulum sekolah akan berangsur-angsur menyesuaikan diri pada aspek IT, mulai dari perguruan tinggi dan sekolah menengah. Inilah yang kemudian mendorong peneliti untuk melakukan suatu penelitian guna memanfaatkan komputer dalam kepentingan pembelajaran.

Pada umumnya terdapat dua macam pemanfaatan komputer dalam pembelajaran yaitu pembelajaran dengan bantuan komputer (*Computer Assisted Instruction-CAI*) dan pembelajaran berbasis komputer (*Computer Based Instruction- CBI*). Dalam banyak hal kedua penerapan dalam pemanfaatan komputer untuk pembelajaran adalah sama. Perbedaan keduanya terletak pada fungsi perangkat lunak yang digunakan. Pada CAI perangkat lunak berfungsi untuk membantu guru dalam proses pembelajaran, seperti : sebagai multi media, alat bantu presentasi maupun demonstrasi atau sebagai alat bantu dalam pelaksanaan pembelajaran. Sementara CBI mempunyai fungsi yang lebih luas. Perangkat lunak CBI disamping bisa dimanfaatkan sebagai CAI, juga bisa dimanfaatkan sebagai sistem pembelajaran individual [3].

Pada penelitian ini peneliti ingin mengembangkan pemanfaatan komputer dalam bentuk pembelajaran berbasis komputer (CBI) dengan model tutorial yang disusun kedalam suatu program. Menurut Rustam [3] program tutorial merupakan program pembelajaran yang digunakan dalam proses pembelajaran dengan menggunakan *software* berupa program komputer yang berisi materi pelajaran dan soal-soal latihan. Program tersebut akan disusun dalam bentuk media pembelajaran berbasis komputer model tutorial interaktif. Interaktif disini artinya siswa dapat berinteraksi langsung dengan media yang dibuat, sehingga media pembelajaran yang dibuat nantinya dapat digunakan walaupun tanpa bimbingan guru. Hal ini memungkinkan siswa melakukan pembelajaran secara mandiri, sehingga pelajar menjadi lebih kreatif dan mau berusaha sendiri untuk memahami pelajaran.

Dalam hal ini peneliti membatasi pengembangan media ini pada materi relasi dan fungsi. Peneliti menilai materi relasi dan fungsi merupakan salah satu materi yang

menarik untuk dikembangkan dalam media karena karakteristik materi relasi dan fungsi yang cenderung abstrak. Ini menjadi tantangan tersendiri bagi peneliti untuk membuat suatu media yang dapat menyajikan materi relasi dan fungsi ini kedalam bentuk yang lebih konkret.

Dalam pembuatan media pembelajaran berbasis komputer model tutorial interaktif ini peneliti menggunakan beberapa program komputer yang telah tersedia seperti *Microsoft Office Power Point 2007*, *Microsoft Office Excel 2007*, *Microsoft Word 2007*, *Autorun Interpraise*, *Adobe Photoshop CS 5*, *Snapa Shot* dan sebagainya. Program-program ini dapat dijadikan sebagai alat untuk membuat media yang menarik bagi kebutuhan media pembelajaran matematika. Salah satu program yaitu *Microsoft Office Power Point 2007* dapat dimanfaatkan untuk membuat aplikasi materi relasi dan fungsi. Dengan menggunakan fitur-fitur yang terdapat pada *Microsoft Office Power Point 2007*, kesulitan-kesulitan pada materi relasi dan fungsi dapat dikurangi. Pemahaman konsep diawali dengan wacana kontekstual, yang dimaksudkan untuk memotivasi siswa belajar relasi dan fungsi. Dimaksudkan juga bahwa relasi dan fungsi sangat dekat dengan kehidupan sehari-hari dan bermanfaat bagi yang ingin mengembangkan diri untuk memperdalam pengetahuan mengenai relasi dan fungsi. Kemudian materi-materi dijelaskan secara jelas, menarik dan terperinci, agar siswa dapat mempelajarinya secara mandiri di rumah.

Dari analisis akan kebutuhan media pembelajaran berbasis komputer untuk mengatasi kelemahan dalam pemahaman konsep, objek materi yang sedikit abstrak, meningkatkan aktifitas siswa dan karena kesulitan mendapatkan media pembelajaran berbasis komputer, mendorong peneliti untuk mengembangkan media pembelajaran berbasis komputer pada materi relasi dan fungsi. Dalam hal ini media pembelajaran berbasis komputer yang dimaksud adalah berbentuk tutorial interaktif yang dikemas dalam Compact Disk (CD). Program dasar yang digunakan adalah *Microsoft Office Power Point 2007*. Materi pembelajaran mencakup 1 (satu) pokok bahasan yaitu relasi dan fungsi.

Berdasarkan uraian di atas maka rumusan masalah pada penelitian ini adalah sebagai berikut: "Apakah media pembelajaran berbasis komputer model tutorial interaktif sudah praktikal untuk membantu siswa memahami materi relasi dan fungsi?". Adapun tujuan penelitian ini adalah untuk menghasilkan media pembelajaran berbasis komputer model tutorial interaktif yang praktikal untuk membantu siswa memahami pelajaran pada materi relasi dan fungsi.

METODE PENELITIAN

Berdasarkan maksud dan tujuannya, penelitian ini digolongkan sebagai penelitian pengembangan (*development research*) yaitu penelitian yang dilakukan untuk mengembangkan media pembelajaran berbasis komputer sehingga dapat membantu memudahkan siswa dalam memahami materi pembelajaran matematika di SMP. Menurut Nana [2] Penelitian dan Pengembangan atau *Research and Development* adalah sebuah strategi atau penelitian yang cukup ampuh untuk memperbaiki praktik. Penelitian dan pengembangan merupakan suatu proses untuk mengembangkan suatu produk baru ataupun menyempurnakan suatu produk yang telah ada sebelumnya [3]. Dalam dunia pendidikan produk-produk tersebut tidak hanya berupa perangkat keras (*hardware*) seperti buku, modul ataupun alat peraga, tetapi juga berupa perangkat lunak (*software*),

seperti program komputer untuk pengolahan dan penyimpanan data di perpustakaan dan laboratorium.

Dalam dunia pendidikan menurut Nana [4] strategi penelitian dan pengembangan ini banyak digunakan untuk mengembangkan model-model desain atau perencanaan pembelajaran, proses atau pelaksanaan pembelajaran, evaluasi pembelajaran dan model-model program pembelajaran. Dalam penelitian kali ini peneliti akan mengembangkan bahan ajar berupa media pembelajaran berbasis komputer model tutorial interaktif untuk membantu siswa memahami materi relasi dan fungsi. Produk dari penelitian ini nantinya akan dikemas dalam bentuk *Compact Disc* (CD) menggunakan program *Microsoft Office Power Point 2007*.

Penelitian pengembangan perangkat pembelajaran ini mengacu pada pengembangan instruksional Plomp [5] meliputi Pengembangan model pendidikan ini terdiri atas lima tahap (fase) yaitu : (1) fase investigasi awal; (2) fase disain; (3) fase realisasi; (4) fase tes, evaluasi, dan revisi; (5) fase implementasi. Dalam penelitian ini, proses pengembangan yang digunakan belum termasuk fase implementasi.

Uji coba produk hasil penelitian ini dilaksanakan di SMPN 8 Pekanbaru. Subjek uji coba adalah suatu kelompok belajar yang peneliti bentuk secara heterogen dimana terdiri dari 5 orang siswa dan seluruh siswa pada kelas VIII.2 SMPN 8 Pekanbaru yang berjumlah 33 orang. Instrumen pengumpulan data terdiri dari lembar validasi media pembelajaran berbasis komputer model tutorial interaktif pada materi relasi fungsi dan angket respon siswa serta angket keterlaksanaan penggunaan media.

Teknik pengumpulan data pada penelitian ini yaitu uji validitas media, uji coba media pada kelompok kecil dan kelompok besar serta wawancara. Instrumen yang digunakan dalam penelitian ini adalah:

3. Instrumen Uji Validitas

Instrumen uji validitas pada penelitian ini berupa lembar validasi media yang digunakan untuk mengumpulkan data validitas dari media pembelajaran berbasis komputer model tutorial interaktif.

4. Instrumen Uji Keterlaksanaan dan Respon

Instrumen uji keterlaksanaan dan respon pada penelitian ini berupa angket respon siswa dan angket keterlaksanaan penggunaan media pembelajaran berbasis komputer model tutorial interaktif yang diisi oleh siswa setelah pembelajaran berakhir. Angket ini bertujuan untuk mengetahui sejauh mana keterlaksanaan media dalam pembelajaran dan bagaimana respon siswa terhadap media tersebut.

HASIL DAN PEMBAHASAN

1. Validitas Media Pembelajaran Berbasis Komputer Model Tutorial Interaktif pada Pokok Bahasan Relasi an Fungsi Kelas VIII SMP.

Proses validasi terhadap media dilakukan pada tiga aspek yaitu aspek materi, aspek konstruksi media (IT) dan aspek bahasa. Yang bertindak selaku validator disini adalah para pakar yang memahami tentang pembelajaran matematika.

Tabel 1. Hasil Validasi Materi Oleh Validator

	Aspek Materi	Penilaian					Jumlah	Rerata	Kategori
		0	1	2	3	4			
Kons truksi mate ri	a. Memuat standar kompetensi dan kompetensi dasar berdasarkan kurikulum				1	3	15	3,75	Sangat valid
	b. Memuat tujuan pembelajaran yang sesuai dengan kompetensi dasar				1	3	15	3,75	Sangat valid
	c. Pengelompokan materi berdasarkan kurikulum					4	16	4	Sangat valid
	d. Penggunaan animasi sesuai dengan konsep				1	3	15	3,75	Sangat valid
	e. Penyajian soal latihan sesuai dengan materi yang disajikan				2	2	14	3,5	Sangat valid
	f. Keruntutan materi sesuai dengan kurikulum					4	16	4	Sangat valid
	g. Keutuhan materi sesuai dengan kurikulum				1	3	15	3,75	Sangat valid
	h. Kesesuaian materi dengan kurikulum				1	3	15	3,75	Sangat valid

Tabel 2. Hasil Validasi Media Oleh Validator

	Aspek Penilaian	Penilaian					Jumlah	Rerata	Kategori
		0	1	2	3	4			
Konstruksi media	a. Penggunaan tombol navigasi untuk memudahkan pengguna dalam mengoperasikan program				4		12	3	Valid
	b. Penggunaan instruksi pada media tepat dan jelas sehingga memudahkan pengguna dalam mengoperasikan program				2	2	14	3,5	Sangat valid
	c. Penggunaan teks yang jelas dan dapat dipahami				4		12	3	Valid
	d. Penggunaan animasi yang menarik dan sesuai dengan konsep				1	3	15	3,75	Sangat valid
	e. Penggunaan kombinasi warna yang tepat dan menarik				1	3	15	3,75	Sangat valid
	f. Kesesuaian gambar atau objek dengan materi					4	16	4	Sangat valid
	g. Media pembelajaran sesuai dengan tipe media pembelajaran berbasis komputer model tutorial interaktif				3	1	13	3,25	Sangat valid

Tabel 3. Hasil Validasi Bahasa Oleh validator

	Aspek Penilaian	Penilaian					Jumlah	Rerata	Kategori
		0	1	2	3	4			
Kons truk Ba- hasa	a. Bahasa yang digunakan sederhana dan mudah dipahami oleh siswa SMP				2	2	14	3,5	Sangat Valid
	b. Bahasa yang digunakan sesuai dengan kaidah Bahasa Indonesia yang baku				3	1	13	3,25	Sangat valid

Berdasarkan analisis data hasil validasi oleh validator terhadap media pembelajaran berbasis komputer model tutorial interaktif pada pokok bahasan relasi dan fungsi, diperoleh bahwa media pembelajaran berbasis komputer model tutorial interaktif pada pokok bahasan relasi dan fungsi sudah berada pada tingkat sangat valid untuk keseluruhan aspek, baik aspek materi, aspek konstruksi media (IT) maupun aspek bahasa berada pada tingkat sangat valid dengan rata-rata nilai validasi 3,54.

Secara keseluruhan dari hasil validasi ketiga aspek yaitu aspek materi, konstruksi (IT) dan aspek bahasa, dapat disimpulkan bahwa media pembelajaran berbasis komputer sudah sangat valid. Media ini sudah dapat digunakan sebagai media pembelajaran berbasis komputer model tutorial interaktif pada pokok bahasan relasi dan fungsi.

Dengan hasil ini berarti media pembelajaran berbasis komputer model tutorial interaktif pada pokok bahasan relasi dan fungsi, dapat digunakan sebagai salah satu media yang dapat digunakan dalam pembelajaran matematika di kelas VIII SMP

2. Praktikalitas Media Pembelajaran Berbasis Komputer Model Tutorial Interaktif pada Pokok Bahasan Relasi dan Fungsi Kelas VIII SMP.

Tingkat praktikalitas media pembelajaran berbasis komputer model tutorial interaktif pada pokok bahasan relasi dan fungsi kelas VIII SMP ini diperoleh dari hasil angket respon dan keterlaksanaan. Dari hasil angket respon dan keterlaksanaan tersebut dapat disimpulkan bahwa media pembelajaran yang digunakan dalam pembelajaran mempunyai tingkat praktikalitas yang baik dengan rata-rata persentase hasil angket mencapai > 85 %.

Para responden menyatakan bahwa mereka dapat mengoperasikan media pembelajaran dengan baik. Uraian materi relasi dan fungsi pada media pembelajaran mudah dipelajari, tampilan dan keterangan menu sangat jelas, tampilan media pembelajaran sangat menarik dan bahasa yang digunakan mudah dimengerti. Responden juga menyatakan media pembelajaran dapat meningkatkan motivasi mereka dalam belajar. Responden juga menambahkan bahwa penjelasan pada media pembelajaran mudah dimengerti, animasi dalam media pembelajaran memudahkan siswa memahami konsep-konsep relasi dan fungsi, animasi tulisan dan gambar yang terdapat pada media jelas dan menarik sehingga belajar menggunakan media pembelajaran menjadi menyenangkan. Dengan adanya media ini materi relasi dan fungsi semakin mudah dan cepat dipahami.

Dari hasil angket respon dan keterlaksanaan terhadap media pembelajaran dapat disimpulkan bahwa media pembelajaran berbasis komputer model tutorial interaktif pada

pokok bahasan relasi dan fungsi sudah praktis digunakan sebagai media pembelajaran pada pokok bahasan relasi dan fungsi.

KESIMPULAN DAN PROSPEK

Berdasarkan hasil penelitian yang telah peneliti lakukan dapat disimpulkan bahwa melalui penelitian pengembangan ini telah dihasilkan produk berupa media pembelajaran berbasis komputer model tutorial interaktif pada pokok bahasan relasi dan fungsi yang praktikal. Media ini sudah melalui proses validasi oleh para ahli dan dua kali tahapan uji coba untuk melihat tingkat keterlaksanaan media.

Memperhatikan pembahasan hasil penelitian dan kesimpulan, maka peneliti mengajukan beberapa saran yang berhubungan dengan penelitian pengembangan ini. Saran ini ditujukan kepada siapa saja yang berkeinginan untuk melakukan penelitian yang sama. Saran-saran tersebut adalah sebagai berikut:

1. Dalam pengembangan media ini peneliti melakukan hanya sampai tahapan praktikalitas, peneliti lain dapat melanjutkan dengan tahap efektifitas.
2. Pada pengembangan media ini peneliti menggunakan program *Microsoft Office Power Point 2007* sebagai program dasar. Bagi peneliti berikutnya yang ingin mengembangkan media serupa dapat menggunakan program-program lain yang terdapat di komputer.
3. Saat ini media pembelajaran berbasis komputer yang dirancang khusus digunakan untuk pembelajaran matematika disekolah masih belum banyak ditemui. Pada pengembangan ini peneliti membatasi media yang dibuat pada pokok bahasan relasi dan fungsi. Artinya masih banyak pokok bahasan pada pelajaran matematika yang bisa dikembangkan media pembelajarannya.
4. Pada penelitian ini pengembangan media baru mencapai aspek praktikalitas media. Bagi peneliti selanjutnya, media ini dapat dijadikan sebagai dasar untuk meneliti aspek-aspek lain dalam pembelajaran, misalnya kaitan media dengan motivasi belajar siswa.

PUSTAKA

- [1] Depdiknas 2006 Kurikulum SMA. Jakarta : Depdiknas.
- [2] Ravikoh. 2012. *Pengembangan media pembelajaran berbasis komputer model tutorial interaktif pada pokok bahasan dimensi tiga kelas X SMA: tesis tidak diterbitkan*, Pekanbaru , Pasca Sarjana UR
- [3] Rusman.2013.*Model-Model Pembelajaran :Mengembangkan Profesionalisme Guru*, Jakarta : Rajawali Press
- [4] Nana Syaodih Sukmadinata. (2005). *Metode Penelitian pendidikan*. Bandung : PT. Remaja Rosdakarya.
- [5] Plomp, Tjeerd. 2007. *An Introduction to Educational Design Research*. SLO. Netherlands Institute for curriculum development.

**PENGEMBANGAN CD (*COMPACT DISC*) INTERAKTIF DENGAN
MACROMEDIA FLASH PADA PERKULIAHAN BAHASA INGGRIS UNTUK
MATEMATIKA DI STKIP PGRI SUMATERA BARAT**

**DEVELOPMENT OF INTERACTIVE COMPACT DISC BY MACROMEDIA FLASH AT
ENGLISH FOR MATH SUBJECT IN STKIP PGRI SUMATERA BARAT**

Anny Sovia^{1*}, Rahima², Yulyanti Harisman³

STKIP PGRI Sumatera Barat, Padang^{1*}

Email: annysovia@yahoo.co.id, Jl.Payakumbuh 1 No 623 Padang, HP: 081374115417

STKIP PGRI Sumatera Barat, Padang²

STKIP PGRI Sumatera Barat, Padang³

ABSTRACT

English course for math studies and inventories and term in geometry, algebra, arithmetic, statistics, etc. In this course, students practice how to express mathematical concepts, mention their meanings, read and understand Mathematics textbooks in English. The problem found in English for Math lecturing was limited interactive lectures materials so that activities and motivation of the students were low. The problem of this study was to look at how the activities and motivation learning of the students were low. The problem of this study was to look at how the activities and motivation learning of the students during english for math lecturing using an interactive CD with macromedia flash in STKIP PGRI West Sumatera. This research was a development research. An iterative CD was developed using 4D model (Define, design, develop, and disseminate). The collection of data was conducted by validation and interactive CD testing. The research instruments were validation sheets (to measure the validity of the product), questionnaires (to see the motivation of the students), and observation sheets (to observe the activities of the students). The data obtained were in the form of qualitative and quantitative data analyzed descriptively. The result of the research was in the form of an interactive CD (compact disc) on english lecturings for valid, practical, and effective mathematics

Keyword: interactive CD, Macromedia Flash, English for Math

ABSTRAK

Mata kuliah Bahasa Inggris untuk Matematika mempelajari dan menginventarisir konsep-konsep dan istilah-istilah dalam bidang geometri, aljabar, aritmatika, statistika, dll. Pada mata kuliah ini mahasiswa berlatih cara mengucapkan konsep matematika dalam Bahasa Inggris, menyebutkan artinya, membaca dan memahami buku teks Matematika yang berbahasa Inggris. Permasalahan yang ditemui pada perkuliahan Bahasa Inggris untuk Matematika adalah bahan perkuliahan yang interaktif masih terbatas, sehingga aktivitas dan motivasi mahasiswa rendah. Rumusan masalah dalam penelitian ini adalah untuk melihat bagaimana aktivitas dan motivasi belajar mahasiswa selama perkuliahan Bahasa Inggris untuk Matematika dengan menggunakan CD interaktif dengan Macromedia Flash di STKIP PGRI Sumatra Barat. Penelitian ini adalah penelitian pengembangan. CD interaktif dikembangkan dengan menggunakan model 4D (*define, design, develop, dan disseminate*). Pengumpulan data dilakukan dengan validasi dan uji coba CD interaktif. Instrumen penelitiannya adalah lembar validasi (untuk mengukur validitas produk), angket (untuk melihat motivasi mahasiswa), dan lembar observasi (untuk mengamati aktivitas mahasiswa). Data yang diperoleh berupa data kualitatif dan kuantitatif, kemudian dianalisa secara deskriptif. Hasil penelitian ini berupa CD (*compact disc*) interaktif pada perkuliahan Bahasa Inggris untuk Matematika yang valid, praktis, dan efektif.

Kata Kunci : CD interaktif, *macromedia flash*, bahasa Inggris untuk Matematika

PENDAHULUAN

Kemampuan berbahasa Inggris diperlukan dalam perkuliahan Matematika, hal ini disebabkan karena banyak buku teks yang dipakai pada proses perkuliahan yang menggunakan Bahasa Inggris. Oleh karena itu, diperlukan suatu mata kuliah yang memperkenalkan istilah-istilah matematika dalam Bahasa Inggris, yakni mata kuliah Bahasa Inggris untuk Matematika.

Tujuan dari mata kuliah ini adalah agar mahasiswa tidak kesulitan dalam memahami buku teks berbahasa Inggris yang digunakan pada mata kuliah lain, seperti pada mata kuliah Aljabar, Statistika Elementer, dan Statistika Matematika. Untuk menciptakan perkuliahan yang menarik diperlukan bahan ajar yang menarik dan interaktif. Bahan perkuliahan dapat berupa modul, buku teks, CD (*Compact Disc*) interaktif, Lembar Kerja Siswa (LKS), dan lain-lain. Diharapkan dengan adanya bahan perkuliahan yang menarik membuat mahasiswa aktif, termotivasi, dan tidak bosan dalam perkuliahan.

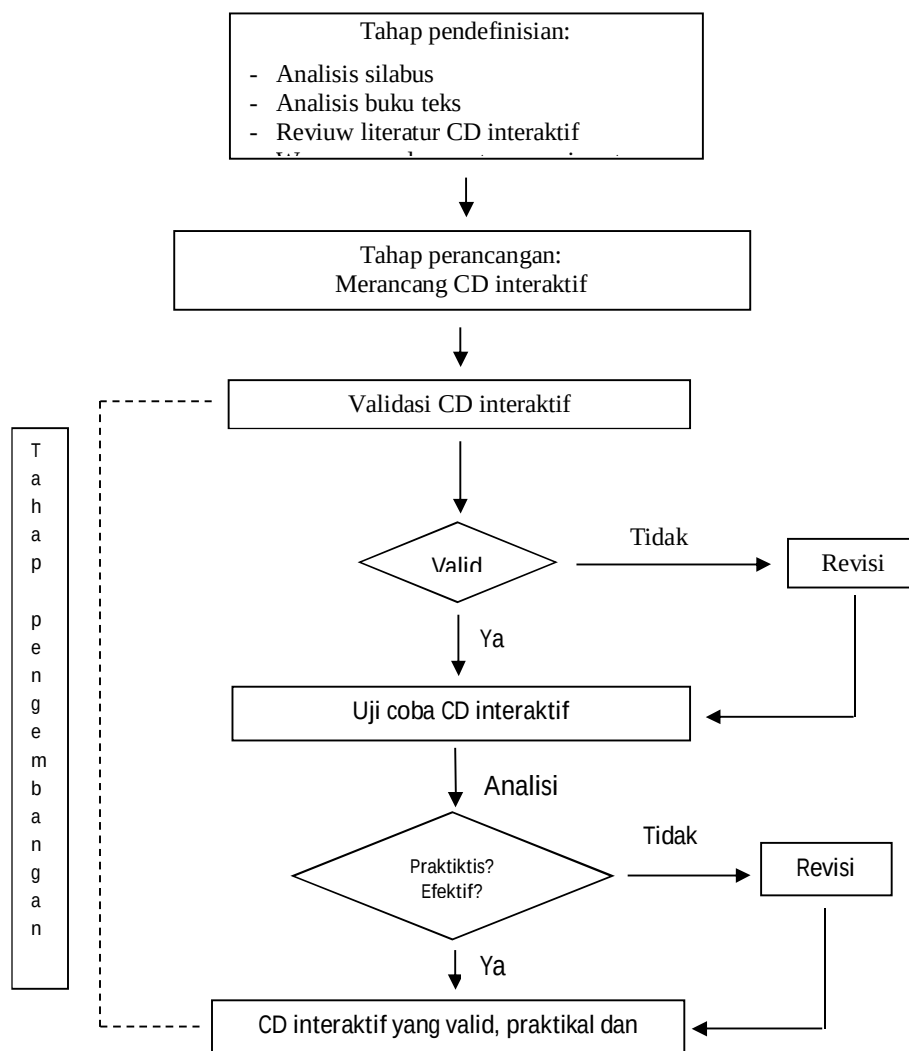
Kenyataannya bahan perkuliahan pada mata kuliah ini belum menarik dan masih terbatas. Berdasarkan pengalaman peneliti selama mengampu mata kuliah ini, bahan ajar pada mata kuliah ini masih terbatas, belum interaktif, dan sulit untuk dipahami mahasiswa. Proses perkuliahan masih monoton dan bersifat satu arah. Mahasiswa tidak tertarik dan cenderung bosan pada mata kuliah ini.

Salah satu cara untuk mengatasi masalah tersebut adalah dengan mengembangkan suatu bahan perkuliahan yang menarik dan interaktif yang berupa CD interaktif. CD interaktif berisi panduan-panduan materi dengan gambar-gambar yang menarik yang dikemas sedemikian rupa dengan bantuan Macromedia Flash. Macromedia Flash adalah aplikasi software yang digunakan untuk membuat animasi gerak dan suara. Hal ini diharapkan dapat menjadikan perkuliahan menjadi lebih interaktif, memiliki daya tarik, bermakna serta tidak menjadikan mata kuliah ini sebagai mata kuliah yang membosankan bagi mahasiswa.

Berdasarkan latar belakang itu, peneliti tertarik untuk melakukan penelitian dengan judul Pengembangan CD interaktif dengan menggunakan Macromedia Flash pada Perkuliahan Bahasa Inggris untuk Matematika di STKIP PGRI Sumatera Barat.

METODE PENELITIAN

Jenis penelitian yang akan dilakukan adalah penelitian dan pengembangan (*Research and Development /R&D*). Menurut [1], "R&D adalah metode penelitian yang digunakan untuk menghasilkan produk tertentu, dan menguji keefektifan produk tersebut". Penelitian ini menggunakan rancangan penelitian pengembangan dengan model pengembangan 4-D rancangan Thiagarajan, Semmel, dan Semmel [2]. Model pengembangannya terdiri atas 4 tahap yang meliputi: pendefinisian (*define*), perancangan (*design*), pengembangan (*develop*), dan penyebaran (*desseminate*). Secara ringkas prosedur penelitian dapat dilihat pada gambar 1.



Gambar 1 Diagram Alir Prosedur Penelitian

Instrumen yang digunakan dalam penelitian ini adalah lembar validasi, lembar observasi, angket, dan pedoman wawancara.

1. Lembar validasi

Lembar validasi berguna untuk melihat validitas CD interaktif. Lembar validasi CD interaktif berisi aspek-aspek yang telah dirumuskan pada Tabel 1.

Tabel 1. Aspek Validitas CD interaktif

No.	Aspek	Metode pengumpulan data	Instrumen
1.	Tujuan	Memberikan angket validasi dosen	Lembar validasi
2.	Rasional		
3.	Isi CD interaktif	Bahasa Inggris untuk Matematika dan	
4.	Karakteristik CD interaktif	pakar Bahasa Inggris untuk Matematika	
5.	Kesesuaian		
6.	Bahasa		
7.	Bentuk fisik		
8.	Keluwesannya		

Masing-masing aspek dikembangkan menjadi beberapa pernyataan. Skala penilaian untuk lembar validasi menggunakan skala Likert.

2. Lembar observasi

Lembar observasi digunakan untuk mengetahui pelaksanaan perkuliahan dengan CD interaktif dan aktivitas mahasiswa selama proses perkuliahan berlangsung. Aktivitas mahasiswa yang diamati dalam penelitian ini adalah:

- a). *Visual activities*, yaitu memperhatikan materi yang ditayangkan di komputer.
- b). *Oral activities*, yaitu melontarkan pertanyaan antara mahasiswa dengan dosen.
- c). *Listening activities*, yaitu mendengarkan penjelasan dari dosen dan komputer.
- d). *Writing activities*, yaitu mengerjakan latihan pada CD interaktif.
- e). *Drawing activities*, yaitu membuat grafik atau sketsa gambar dalam menjawab soal.
- f). *Mental activities*, yaitu menanggapi, memecahkan soal, menganalisis, melihat hubungan, dan menyimpulkan pembelajaran.
- g). *Emotional activities*, yaitu merasa bosan, bersemangat, dan bersikap tenang.
- h). *Motor activities*, yaitu perilaku yang tidak relevan dengan perkuliahan (mengganggu teman, melamun, atau bermain).

3. Angket

Pada penelitian ini angket bertujuan mengungkapkan motivasi belajar mahasiswa. Pengisian angket ini menggunakan skala Likert.

4. Pedoman wawancara

Pedoman wawancara dibuat untuk mengetahui praktikalitas penggunaan CD interaktif di kelas. Pedoman wawancara berisi pertanyaan-pertanyaan tentang petunjuk, isi dan waktu penggunaan.

Teknik analisis data dari setiap instrumen digambarkan sebagai berikut:

1. Lembar Validasi

Rerata skor hasil validasi dari validator dicari menggunakan rumus

$$R = \frac{\sum_{i=1}^n V_i}{n} \quad (\text{Mulyardi [3]})$$

dengan

R	= rerata hasil penilaian dari para validator
V_i	= skor hasil penilaian validator ke-i
n	= banyak validator

Kemudian rerata yang didapatkan dikonfirmasi dengan kriteria yang ditetapkan. Cara mendapatkan kriteria tersebut adalah sebagai berikut:

- a. Rentangan skor mulai dari 0 sampai 4
- b. Kriteria dibagi atas lima tingkatan. Istilah yang digunakan disesuaikan dengan aspek-aspek yang bersangkutan.
- c. Rentangan rerata dibagi menjadi lima kelas interval.

Lalu dihitung rerata semua aspek untuk CD interaktif. Untuk menentukan tingkat kevalidan CD interaktif digunakan kriteria berikut:

- a. Bila rerata > 3,20 maka CD interaktif dikategorikan sangat valid.
- b. Bila $2,40 < \text{rerata} \leq 3,20$ maka dikategorikan valid.

- c. Bila $1,60 < \text{rerata} \leq 2,40$ maka dikategorikan cukup valid.
- d. Bila $0,80 < \text{rerata} \leq 1,60$ maka dikategorikan kurang valid.
- e. Bila $\text{rerata} \leq 0,80$ maka dikategorikan tidak valid.

2. Lembar Observasi

- a. Observasi praktikalitas pelaksanaan perkuliahan dengan CD interaktif

Hasil observasi dipisah-pisahkan menurut kelompok data. Untuk menggambarkan data hasil observasi digunakan teknik deskriptif.

- b. Observasi aktivitas mahasiswa

Data observasi aktivitas dianalisis dengan teknik persentase yang dinyatakan oleh [1] sebagai berikut:

$$P = \frac{f}{N} \times 100\%$$

Keterangan:

P = persentase aktivitas

f = frekuensi aktivitas

N = jumlah mahasiswa

Untuk mengetahui tingkat keberhasilan aktivitas belajar mahasiswa, Dimiyati (2006:125) memberikan kriteria sebagai berikut.

Tabel 2 Kriteria Keberhasilan Aktivitas Belajar Mahasiswa

Kriteria	Tingkat keberhasilan	Range persentase
Sedikit sekali	Tidak berhasil	1 – 25
Sedikit	Kurang berhasil	26 – 50
Banyak	Berhasil	51 – 75
Banyak sekali	Sangat berhasil	76 – 100

Sumber: Dimiyati dan Mudjiono (2006:125)

3. Angket

Data angket motivasi dihitung dengan menggunakan rumus:

$$P = \frac{\sum \text{skor per item}}{\text{skor maks}} \times 100\%$$

Hasil yang diperoleh diinterpretasi dengan menggunakan kriteria berikut :

Tabel 3 Kriteria Interpretasi Skor Motivasi Penilaian

(%)	Kriteria
0-20	Sangat rendah
21-40	Rendah
41-60	Sedang
61-80	Tinggi
81-100	Sangat tinggi

(Riduwan, 2005:89)

4. Wawancara

Miles dan Huberman dalam Nyimas [4] menyatakan “bahwa hasil wawancara dari para pakar menghasilkan data kualitatif berdasarkan transkripsi tertulis dan catatan yang

dibuat saat wawancara berlangsung”. Miles menyatakan cara menganalisis data kualitatif terdiri dari tiga tahap, yaitu mereduksi data, penyajian data, dan penarikan kesimpulan.

HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1. Hasil

1. Validitas CD interaktif dengan Macromedia Flash

Berikut ini diuraikan karakteristik CD interaktif dengan Macromedia Flash.

- a. Setiap CD interaktif diberi *cover* yang berbeda. *Cover* dibuat sesuai dengan materi dalam CD tersebut. Pada setiap *cover* terdapat judul CD interaktif, standar kompetensi, dan gambar yang berkaitan dengan judul CD interaktif. Gambar pada *cover* merupakan visualisasi dari isi CD interaktif.
- b. Materi setiap CD tersebut dibuat untuk satu kali pertemuan. Materi didesain menggunakan jenis huruf yang bervariasi, yaitu huruf Calibri dan Cambria dengan tujuan agar mahasiswa tidak jenuh.
- c. Contoh soal, berisi soal-soal yang berhubungan dengan materi yang dijelaskan sebelumnya. Contoh soal dapat membantu mahasiswa untuk mengerjakan latihan.
- d. Latihan. Latihan diberikan guna melihat tingkat penguasaan materi mahasiswa.
- e. CD interaktif disajikan dengan gambar dan animasi yang menarik. Setiap slide CD interaktif juga disertai dengan tombol *next*, *back*, *stop*, dan *exercise* yang berfungsi untuk mengatur jeda antar slide. Selain itu, CD disertai dengan suara yang membantu dalam penyajian materi.

Hasil penilaian para validator bahwa bahasa yang digunakan mudah dipahami mahasiswa, struktur kalimat sesuai dengan tingkat penguasaan bahasa mahasiswa, sehingga bahasa dalam buku kerja ini bisa dikatakan interaktif.

2. Praktikalitas CD interaktif

a. Pelaksanaan Perkuliahan dengan CD interaktif

Proses perkuliahan dengan menggunakan CD interaktif menarik perhatian mahasiswa untuk memperhatikan substansi isi materi yang disajikan dalam CD, Selanjutnya mahasiswa juga tidak terlalu membutuhkan arahan dari dosen karena pada CD sudah menggunakan bahasa yang interaktif

Selanjutnya kendala yang dihadapi pada saat proses pembelajaran adalah suara pada CD kurang keras. Hal ini disebabkan karena sarana pengeras suara tidak tersedia, menyebabkan tidak semua mahasiswa fokus terhadap materi yang disajikan.

b. Hasil Wawancara dengan Mahasiswa Mengenai Praktikalitas CD interaktif.

Berdasarkan hasil wawancara dengan mahasiswa menunjukkan bahwa petunjuk CD interaktif sudah jelas dan mereka paham dengan pengisian CD interaktif tersebut, serta waktu yang digunakan untuk belajar lebih efisien.

3. Efektivitas CD interaktif

Aspek efektivitas yang diamati adalah aktivitas mahasiswa dan motivasi.

a. Aktivitas mahasiswa

Berdasarkan data yang telah diperoleh dapat dilihat bahwa *visual activities* yang dilakukan mahasiswa adalah 100%, *listening Activities* 99%, dan *writing activities* 100%,

serta *emotional activities* sebesar 95%. Berdasarkan kriteria, CD interaktif sangat berhasil mengaktifkan keempat aspek tersebut.

Drawing activities sebesar 0%, *motor activities* 3%, dan *oral activities* 4%. Ketiga aktivitas ini sedikit sekali muncul di dalam kelas karena mahasiswa disibukkan dengan memperhatikan CD interaktif.

Mental activities (mahasiswa menanggapi, memecahkan soal, menganalisis, melihat hubungan, dan menyimpulkan pembelajaran) sebesar 93%. Artinya proses perkuliahan dengan CD interaktif berhasil mengaktifkan mahasiswa untuk *mental activities*.

b. Motivasi belajar mahasiswa

Persentase sebaran skor hasil angket motivasi belajar mahasiswa adalah 68,2%. Artinya, tingkat motivasi belajar mahasiswa setelah mengikuti perkuliahan dengan CD interaktif termasuk kategori tinggi.

3.2. Pembahasan

1. Validitas CD interaktif

Berdasarkan hasil validasi, diperoleh kesimpulan bahwa CD interaktif yang dikembangkan termasuk dalam kriteria valid sesuai dengan kriteria berikut.

- a. Tujuan perkuliahan yang termuat di dalam standar kompetensi sudah jelas, kemampuan yang terkandung dalam standar kompetensi komprehensif, dan jumlah standar kompetensi sudah sesuai dengan waktu yang tersedia untuk menyelesaikan CD interaktif.
- b. Rasional CD interaktif. CD interaktif dapat memberi manfaat bagi mahasiswa, yaitu dapat memahami materi perkuliahan dengan mudah.
- c. Teori dan soal yang dipakai dalam CD interaktif sudah sesuai dengan materi yang diberikan. CD interaktif juga memuat soal-soal yang bervariasi.
- d. Terdapat kesesuaian antara tujuan dan materi, materi dan contoh soal, serta kesesuaian contoh soal dan latihan.
- e. Penggunaan bahasa pada CD interaktif terlihat pada kalimat yang mudah dipahami dan interaktif.
- f. Format CD interaktif menarik, baik dari segi desain isi maupun covernya.

2. Praktikalitas CD interaktif

CD interaktif untuk perkuliahan Bahasa Inggris untuk Matematika sudah praktis. Karena sudah memenuhi indikator praktikalitas.

- a. Pelaksanaan perkuliahan sudah sesuai rencana.
- b. Petunjuk penggunaan CD interaktif sudah jelas.
- c. Isi sudah sesuai dengan kebutuhan mahasiswa.
- d. Perkuliahan dengan menggunakan CD interaktif lebih efisien waktu.

3. Efektivitas CD interaktif

Berdasarkan hasil analisis data pengamatan aktivitas mahasiswa, CD dapat dikategorikan sudah efektif karena telah mendorong untuk meningkatkan intensitas aktivitas dan motivasi.

a. Aktivitas mahasiswa

Aktivitas yang paling sering muncul dan sangat berhasil dilaksanakan di kelas adalah *visual activities* dan *writing activities*. Selain itu, aktivitas yang sangat berhasil dilakukan yaitu *listening activities*, *mental activities*, dan *emotional activities*. Oleh karena itu, CD interaktif dapat menjadikan mahasiswa lebih termotivasi untuk menanggapi, memecahkan soal, menganalisis, bersemangat, dan bersikap berani dalam perkuliahan.

CD interaktif tidak berhasil dalam meningkatkan *Drawing Activities*, hal ini dikarenakan gambar pada CD telah jelas. *Drawing Activities* adalah kegiatan mahasiswa membuat gambar ketika menyelesaikan soal dalam CD interaktif.

Sedangkan untuk aktivitas negatif (*Oral Activities* dan *Motor Activities*) digolongkan tidak berhasil muncul di dalam kelas karena persentasenya sedikit sekali. Artinya mahasiswa sudah mengerti karena mahasiswa memperhatikan penyajian materi dari CD interaktif. Secara umum, perkuliahan dengan menggunakan CD interaktif dapat meminimalkan munculnya aktivitas negatif seperti mengganggu teman, melamun, dan bermain.

b. Motivasi belajar mahasiswa

1). Minat dalam belajar menggunakan CD

Angket motivasi menunjukkan minat mahasiswa dalam belajar dengan menggunakan CD interaktif tergolong tinggi karena CD interaktif memuat gambar yang juga dapat membantu dalam memahami materi dan mengerjakan soal, gaya tulisan CD interaktif tidak membosankan, dan keanekaragaman soal mampu menarik perhatian mahasiswa.

2). Relevansi CD interaktif dengan materi perkuliahan

Soal yang ada pada CD interaktif sesuai dengan materi yang diberikan pada kuliah teori sehingga mahasiswa dapat menghubungkan isi CD interaktif dengan teori yang sudah dipelajari sebelumnya.

3). Harapan mahasiswa setelah mengisi CD interaktif

Harapan mahasiswa pada umumnya, dengan menggunakan CD interaktif dalam perkuliahan dapat membantu mereka dalam perkuliahan.

4). Kepuasan

Mahasiswa merasa puas karena mudah memahami materi pada CD interaktif. Kepuasan mahasiswa setelah belajar menggunakan CD interaktif terlihat pada paham atau tidaknya dengan materi perkuliahan.

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian, diperoleh kesimpulan bahwa CD interaktif pada perkuliahan Bahasa Inggris untuk Matematika memiliki validitas yang sangat valid, sudah praktis, dan efektif.

UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya dan penghargaan yang setulus-tulusnya kepada:

a. Kepala UP3M STKIP PGRI Sumatera Barat.

- b. Ibu Merina Pratiwi, M.Si, Ibu Anna Cesaria, M.Pd, dan Bapak Nofrinaldi Hendriko, S.Pd yang telah menjadi validator CD Interaktif.
 - c. Mahasiswa/mahasiswi sesi 2011 E Program Studi Pendidikan Matematika STKIP PGRI Sumatera Barat yang mengambil mata kuliah Bahasa Inggris semester genap tahun akademik 2011/2012.
- atas bantuan serta motivasi dalam menyelesaikan penelitian ini.

PUSTAKA

- [1] Sugiyono. 2008. *Metode Penelitian Pendidikan*. Bandung: CV. Alfabeta
- [2] Trianto. 2007. *Mendesain Model Pembelajaran Inovatif-Progresif: Konsep, Landasan, dan Implementasinya pada Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan (KTSP)*. Jakarta: Kencana.
- [3] Mulyardi. 2006. *Pengembangan Model Pembelajaran Matematika dengan Menggunakan Komik di Kelas I Sekolah Dasar*. Disertasi tidak diterbitkan. Surabaya : Pasca Sarjana UNESA.
- [4] Miles dan Nyimas. 2007. *Pengembangan Perangkat Pembelajaran Berbasis RME untuk Kelas IV Sekolah Dasar*. Tesis tidak diterbitkan. Padang: Pasca Sarjana UNP.

**PENGARUH MODEL FIGURA DAN KEMAMPUAN AWAL TERHADAP HASIL
BELAJAR GEOMETRI TRANSFORMASI MAHASISWA PENDIDIKAN
MATEMATIKA FKIP UNIB**

**THE EFFECT OF FIGURAL CONCEPT MODEL AND INITIAL CAPABILITIES ON
GEOMETRY TRANSFORMATION OF EDUCATIONAL MATH STUDENTS FKIP UNIB**

Zamzaili

Staf Pengajar Program Pasca Sarjana Pendidikan IPA
Jurusan Pendidikan MIPA FKIP Universitas Bengkulu
Email: zam.zaili@yahoo.com

ABSTRACT

This research was intended to study the effect of figural concept models and initial capabilities on students' learning outcomes in the subject of Geometry Transformation for educational mathematics students of FKIP UNIB Bengkulu. The design in this study is a 2x2 factorial design. By using the simple random sampling technique, a sample size of 72 students obtained. Further, the datasets were analyzed using analysis of variance two ways. The results showed: (a) students in a high initial ability and undertook the model of figural concept would obtain average scores of 75.06, which is lower than the conventional teaching 78.72. (b) students of a lower initial ability and undertook the model of figural concept would gain scores 72.50 in average, which is higher than those followed the conventional teaching with 59.11 in average.

Keywords: geometric transformations, figural concepts, conventional

ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan untuk mempelajari pengaruh model figural konsep terhadap hasil evaluasi belajar Geometri Transformasi mahasiswa pendidikan matematika FKIP UNIB dengan mempertimbangkan kemampuan awal yang dimilikinya. Disain dalam penelitian ini adalah desain faktorial 2x2. Dengan teknik penarikan contoh sederhana diperoleh 72 mahasiswa sebagai contoh. Data dianalisis menggunakan analisis varians dua jalur. Hasil penelitian diperoleh, (a) mahasiswa yang memiliki kemampuan awal tinggi dan mengikuti pembelajaran model figural konsep memperoleh rata-rata hasil belajar 75,06. Nilai ini lebih rendah dari metode pembelajaran konvensional 78,72. (b) mahasiswa yang memiliki kemampuan awal rendah dan mengikuti pembelajaran model figural konsep memperoleh rata-rata 72,50; angka ini lebih tinggi dari pembelajaran konvensional 59,11.

Katakunci: geometri transformasi, figural konsep, konvensional

PENDAHULUAN

Matematika merupakan ilmu tentang struktur-struktur abstrak. Matematika tidak berhubungan dengan keadaan nyata dari hubungan dan struktur benda, melainkan semata-mata merupakan gambaran atau hipotesis dari benda-benda tersebut yang berbentuk konsep yang abstrak, sehingga belajar matematika adalah belajar untuk mencari hubungan antara konsep-konsep [1]. Perkembangan terkini dari matematika lebih dominan pada cabang geometri. Penerapan geometri antara lain digunakan pada, (1) disain komputer untuk perancangan mobil, bangunan, komponen pabrik, (2) robot, (3) kimia komputasi dan bentuk molekul, (4) fisika material untuk pemodelan bentuk-bentuk dari kaca, (5) biologi untuk pemodelan protein, (6) sistem informasi geografi, dan (7) di

bidang mesin [2]. Tujuan belajar geometri seperti yang diungkapkan oleh [3] yaitu untuk (1) mengembangkan kemampuan berpikir logis, (2) mengembangkan kemampuan keruangan dan dunia nyata, (3) mendukung belajar matematika lanjut, (4) menginterpretasikan argumen matematik.

Geometri transformasi merupakan bagian dari geometri yang mempelajari perubahan obyek geometri oleh suatu transformasi secara analitik. Untuk mempelajari perubahan obyek geometri oleh suatu transformasi tidaklah mudah karena mahasiswa dituntut untuk memahami konsep, definisi yang abstrak. Menurut Pegg [4] kegagalan mengajar konsep geometri disebabkan oleh ketidak mampuan dosen untuk memberikan suatu iklim belajar mengajar yang sesuai dengan kemampuan awal yang dimiliki mahasiswa. Dosen dalam menyampaikan materi pembelajaran menggunakan proses berpikir yang lebih tinggi dari kemampuan awal yang dimiliki mahasiswa (*mismatch*), sehingga pembelajaran yang disampaikan tidak bermakna. Kemampuan awal didefinisikan sebagai keseluruhan pengetahuan actual seseorang karena telah ada sebelum pembelajaran. Penelitian Dochy [5] tentang kemampuan awal menemukan bahwa kemampuan awal berkontribusi nyata terhadap hasil belajar. Pembelajaran yang berorientasi pada kemampuan awal akan memberikan dampak pada proses dan hasil belajar yang memadai.

Dalam mempelajari geometri transformasi, mahasiswa yang berada dalam taraf berpikir formal bila menghadapi suatu konsep geometri yang baru biasanya cenderung memerlukan figur konkrit. Hal ini berarti peranan benda konkrit atau figur geometri sangat diperlukan dalam belajar geometri. Fischbein [6] memperkenalkan ide figural konsep, mengacu pada figur geometri sebagai kesatuan mental, memiliki secara bersama interaksi antara dua aspek yaitu *konseptual* dan *figural*. Fischbein berargumentasi semua figur geometri menggambarkan konstruksi mental yang memiliki secara bersama-sama konsep dan sifat-sifat figur. Menurut model figural konsep, penalaran geometri secara sederhana dinyatakan dengan campuran dari dua kesatuan yang terpisah sebagai gagasan konsep pada satu sisi, dan penyajian berhubungan dengan perasaan yang mencerminkan operasi konkrit (figur) yang menggiring mahasiswa memahami konsep mulai dari yang sederhana menuju konsep yang abstrak. De Villiers [7] mengatakan bahwa dalam belajar geometri dikenal konsep deskriptif yaitu konsep yang dibentuk dari sifat-sifat yang ada pada figur geometri untuk menjelaskan sistematika pengetahuan yang ada sesuai dengan bentuk figurnya.

Penelitian ini bertujuan mengetahui (1) perbedaan hasil belajar geometri transformasi mahasiswa yang mengikuti pembelajaran figural konsep dan konvensional. (2) pengaruh interaksi antara kemampuan awal dan model pembelajaran. (3) perbedaan hasil belajar geometri antara siswa yang mengikuti pembelajaran figural konsep dan konvensional pada mahasiswa yang memiliki kemampuan awal tinggi. (4) perbedaan hasil belajar geometri antara siswa yang mengikuti pembelajaran figural konsep dan konvensional pada mahasiswa yang memiliki kemampuan awal rendah.

METODE PENELITIAN

Penelitian kuasi eksperimen ini dilaksanakan program studi pendidikan matematika FKIP Universitas Bengkulu. Waktu penelitian dimulai Pebruari 2013 sampai dengan bulan Juni 2013 pada tahun ajaran 2012-2013. Disain penelitian ini menggunakan rancangan faktorial 2x2. Dalam penelitian ini melibatkan tiga variabel, yakni variabel bebas,

variabel atribut, dan variabel terikat. Variabel bebas adalah model pembelajaran terdiri figural konsep sebagai kelompok eksperimen dan konvensional sebagai kelompok kontrol. Sebagai variabel atribut adalah kemampuan awal dibedakan menjadi dua kelompok, yaitu kemampuan awal tinggi dan kemampuan awal rendah. Sedangkan variabel terikat adalah hasil belajar geometri transformasi.

Populasi dalam penelitian ini seluruh mahasiswa program studi pendidikan matematika 2012-2013 berjumlah 270. Teknik pengambilan sampel dilakukan dengan teknik *simple random sampling* dari dua kelas yang mengikuti kuliah geometri transformasi. sehingga diperoleh jumlah sampel 72 orang mahasiswa untuk kelas perlakuan dan kontrol.

Instrumen penelitian tes hasil belajar geometri transformasi yang dikembangkan terdiri dari 20 butir kemudian divalidasi oleh panelis dan uji coba kemahasiswa untuk memperoleh tes yang dapat dipercaya. Kriteria untuk menentukan bahwa tes dapat dipercaya digunakan koefisien ICC [8]. Disain penelitian ini menggunakan rancangan faktorial 2x2, oleh karena itu analisis data dilakukan menggunakan anava dua jalur untuk melihat *main effect* dan pengaruh interaksi dilanjutkan dengan uji LSD untuk melihat *simple effect*. Sebelum data dianalisis dengan anava dilakukan uji persyaratan analisis yaitu uji normalitas dan uji homogenitas.

HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1. Hasil Validasi Instrumen

Pengujian panelis dilakukan terhadap empat pakar terdiri dari dosen dan guru matematika. Hasil perhitungan nilai ICC (*Intraclass Correlation Coefficients*) adalah 0,723. Karena nilai ICC lebih besar dari 0,6 maka dapat dianggap bahwa Uji tersebut dapat dipercaya (*reliable*).

Tabel 1. Rangkuman Hasil Uji Panelis

SV	JK	db	Variansi	ICC	Fh	Ft
Penilai	0.038	3	0.013		0.192	2.766
Butir	14.138	19	0.744			
Error	3.712	57	0.065	0.723		
	17.888	79				

Validasi tes hasil belajar diuji coba pada mahasiswa semester 6 berjumlah 38 orang untuk menjawab tes uraian sebanyak 20. Data uji coba tes hasil belajar Geometri Transformasi dianalisis dengan program perangkat lunak komputer SPSS. Dari 20 butir tes ternyata 5 butir gugur karena tidak memenuhi kriteria validitas, sehingga jumlah butir tes menjadi 15.

3.2. Pengujian Persyaratan Analisis

Uji normalitas data penelitian dilakukan dengan uji Kolmogorov Smirnov. Hasil perhitungan uji normalitas seperti pada tabel 2, dimana ke empat kelompok data berasal dari populasi yang berdistribusi normal, karena taraf sig > 0,05

Tabel 2. Rangkuman Hasil Uji Normalitas

Data	N	KSZ	Sig	α	Keterangan
FK	36	0,781	57,6%	5%	Normal
KN	36	0,771	59,2%	5%	Normal
KAT	36	0,65	79,2	5%	Normal
KAR	36	0,82	51,2	5%	Normal

Uji homogenitas menggunakan hasil bagi varians terbesar dengan varian terkecil. Pasangan data yang akan diuji homogenitasnya adalah (1) data hasil belajar figural konsep dengan data hasil belajar konvensional FK-KN, (2) data hasil belajar kemampuan awal tinggi dengan data hasil belajar kemampuan awal rendah KAT-KAR. Hasil perhitungan uji homogenitas untuk kedua pasangan data tersebut seperti pada tabel 3. Dari hasil pengujian persyaratan analisis di atas dapat disimpulkan bahwa semua data berasal dari populasi yang berdistribusi normal dan memiliki varians populasi yang homogen. Jadi uji persyaratan analisis data untuk menggunakan anava dua jalur telah terpenuhi dan seterusnya dapat digunakan untuk uji hipotesis.

Tabel 3. Rangkuman Hasil Uji Homogenitas

Kelompok	N	Fh	Ft	Keterangan
FK dan KN	72	0,713	0,743	Homogen
KAT dan KAL	72	1,413	0,743	Homogen

3.3. Pengujian Hipotesis

Hasil perhitungan analisis data dengan menggunakan Anava dua jalur, sebelum pengujian hipotesis dihitung statistik deskriptif dari hasil belajar geometri transformasi dirangkum seperti pada tabel 4 di bawah ini.

Tabel 4. Statistik Deskriptif Data Hasil Belajar

Statistik	FK	KN	KAT	KAR
Mean	73,778	68,917	76,889	65,444
Median	72	67,5	78	63,5
Mode	68	80	80	60
Stdev	9,457	12,378	9,121	10,840
Variance	89,435	153,2214	83,187	117,511
Range	32	40	32	40
Minimum	58	52	60	50
Maximum	90	92	92	90

Hasil perhitungan dengan menggunakan Anava dua jalur untuk model pembelajaran diperoleh nilai $F_{hitung} = 5,816$ lebih besar dari nilai $F_{tabel} = 3,982$ untuk taraf nyata 0,05 ($F_{hitung} = 5,816 > F(0,05) (1,68) = 3,982$). Ini berarti bahwa H_0 ditolak dan H_1 diterima. Dengan demikian terdapat perbedaan yang nyata antara hasil belajar geometri mahasiswa yang mengikuti pembelajaran dengan figural konsep dan yang mengikuti pembelajaran dengan konvensional. Hasil belajar mahasiswa yang mengikuti pembelajaran dengan figural konsep memperoleh skor rata-rata sebesar 73,778 dan yang mengikuti pembelajaran dengan konvensional memperoleh skor rata-rata 68,917. Dapat disimpulkan bahwa hasil belajar geometri transformasi mahasiswa yang mengikuti

pembelajaran dengan figural konsep lebih tinggi dari pada hasil belajar mahasiswa yang mengikuti pembelajaran dengan konvensional.

Hasil perhitungan uji interaksi (AxB) menunjukkan bahwa nilai $F_{hitung} = 17,899$ lebih besar dari $F(0,05) (1,68)$ tabel = 3,982. Berarti terdapat pengaruh interaksi antara model pembelajaran dan kemampuan awal terhadap hasil belajar geometri transformasi. Dengan adanya interaksi antara model pembelajaran figural konsep dan konvensional, maka dilanjutkan dengan uji LSD untuk mengetahui hasil belajar kelompok mana yang berbeda antar *cell* pada anava.

Tabel 5. Anava Dua Jalur untuk Hasil Belajar

Sumber Variasi	SS	db	MS	Fh	P-value	F crit
Kemampuan Awal	2211,125	1	2211,125	30,236	6,24E-07	3,982
Model	425,3472	1	425,3472	5,816	0,018583	3,982
Interaksi	1309,014	1	1309,014	17,899	7,13E-05	3,982
Dalam	4972,833	68	73,1299			
Total	8918,319	71				

Perhitungan uji lanjut dengan menggunakan uji LSD untuk kelompok mahasiswa yang memiliki kemampuan awal tinggi dan mengikuti pembelajaran model figural konsep memperoleh rata rata hasil belajar 75,06 lebih rendah dari rata rata hasil belajar mahasiswa yang mengikuti pembelajaran konvensional 78,72, tetapi tidak menunjukkan perbedaan yang nyata, baik untuk taraf nyata 5% maupun 1% seperti tabel 6.

Tabel 6. Perbedaan Hasil Belajar Mahasiswa yang Memiliki Kemampuan Awal Tinggi Menurut Model Pembelajaran

Model Pembelajaran	Figural Konsepi	Konvensional	t-hit	t-cri	
				0,05	0,01
Rata-rata	75,06	78,72	1,286	1,955	2,65
Rata-rata Kuadrat Dalam (RKD)	73,1299				
Derajat Kebebasan (dk)	68				

Tabel 7. Perbedaan Hasil Belajar mhs yang Memiliki Kemampuan Awal Rendah Berdasarkan model pembelajaran

Model Pembelajaran	Figural Konsepi	Konvensional	t-hit	t-cri	
				0,05	0,01
Rata-rata	72,50	59,11	4,967	1,955	2,65
Rata-rata Kuadrat Dalam (RKD)	73,1299				
Derajat Kebebasan (dk)	68				

Perhitungan uji lanjut dengan menggunakan uji LSD untuk kelompok mahasiswa yang memiliki kemampuan awal rendah terdapat perbedaan yang sangat nyata antara hasil belajar mahasiswa yang mengikuti pembelajaran model figural konsep dan

konvensional, baik untuk taraf nyata 5% maupun 1% seperti pada tabel 7. Dikatakan bahwa mahasiswa yang memiliki kemampuan awal rendah dan mengikuti

pembelajaran model figural konsep memperoleh rata rata hasil belajar 72,50 lebih tinggi dari rata rata hasil belajar mahasiswa yang mengikuti pembelajaran konvensional 59,11.

3.4. Pembahasan

Adanya pengaruh interaksi model pembelajaran dengan kemampuan awal karena model figural konsep bila diterapkan pada siswa yang memiliki kemampuan awal rendah sangat tepat karena prosesnya dimulai dari hal yang konkrit yaitu figur geometri. Penerapan pembelajaran model figural konsep secara kontinu dapat meningkatkan hasil belajar mahasiswa. Berarti model figural konsep lebih sesuai pada mahasiswa memiliki kemampuan awal rendah, sebaliknya pembelajaran konvensional yang abstrak lebih sesuai pada mahasiswa memiliki kemampuan awal tinggi.

Mahasiswa yang memiliki kemampuan awal tinggi dan mengikuti pembelajaran model figural konsep memperoleh hasil belajar lebih rendah dari hasil belajar yang mengikuti pembelajaran konvensional, karena konsep yang diajarkan dengan pembelajaran figural konsep membuat mahasiswa bosan, karena dalam memahami konsep mereka tidak memerlukan obyek yang konkrit. Bagi mahasiswa yang memiliki kemampuan awal tinggi konsep yang diajarkan dengan pembelajaran konvensional sesuai dengan struktur kognitif yang dimiliki mahasiswa.

Mahasiswa yang memiliki kemampuan awal rendah dan mengikuti pembelajaran model figural konsep memperoleh hasil belajar lebih tinggi dari hasil belajar yang mengikuti pembelajaran konvensional, karena konsep yang diajarkan dengan pembelajaran figural konsep dapat meningkatkan pemahamannya yang pembelajarannya dimulai dari konkrit menuju abstrak dimana mahasiswa ikut terlibat dalam proses pembentukan konsep. Bagi mahasiswa yang memiliki kemampuan awal rendah konsep yang diajarkan dengan pembelajaran konvensional sulit dipahami oleh mahasiswa, karena struktur kognitif yang dimiliki mahasiswa dalam mendefinisikan konsep tidak sempurna masih memerlukan bantuan figural.

KESIMPULAN

- 4.1. Terdapat perbedaan nyata antara hasil belajar geometri transformasi mahasiswa yang mengikuti pembelajaran dengan figural konsep dan pembelajaran konvensional
- 4.2. Terdapat pengaruh interaksi antara model pembelajaran dan kemampuan awal terhadap hasil belajar geometri transformasi
- 4.3. Mahasiswa yang memiliki kemampuan awal tinggi dan mengikuti pembelajaran model figural konsep memperoleh rata rata hasil belajar 75,06, yang lebih rendah dari pembelajaran konvensional 78,72, tetapi tidak menunjukkan perbedaan nyata.
- 4.4. Mahasiswa yang memiliki kemampuan awal rendah dan mengikuti pembelajaran model figural konsep memperoleh rata rata hasil belajar 72,50, yang secara nyata lebih tinggi dari pembelajaran konvensional 59,11.

Disarankan, dosen sebaiknya mengetahui kemampuan awal mahasiswa, agar dapat ditentukan pilihan untuk penerapan model pembelajaran yang sesuai dalam mempelajari Geometri Transformasi.

PUSTAKA

- [1] Hudoyo, H, 1988, *Mengajar Belajar Matematika*. Jakarta: P2LPTK Depdikbud.

- [2] Jones, *Critical Issues in the Design of School Geometry Curriculum*, New Zealand: University of Auckland, 2000.
- [3] Suydam, M.N, 1985, *The Shape of Instruction in Geometry*, Sidney: The Australian Mathematics Teacher.
- [4] Pegg, J, 1985, *How Children Learn Geometry*, Sidney: The Australian Mathematics Teacher.
- [5] Dochy, F.J, 1996, Prior knowledge and learning. Dalam Corte, E.D., & Weinert, F, *International Encyclopedia of Developmental and Instructional Psychology*. New York: Pergamon
- [6] Mariotti, M.A, 1997, *Justifying and Proving in Geometry: the mediation of a microworld*, (<http://www.lettredelapreuve.it/resumes/mariotti>)
- [7] De Villiers, M.D, 1998, *The Future of Secondary School Geometry*. Mathematics Education, University of Durban-Westville.
- [8] Zamzaili, 2012, *Komparasi Hasil belajar Geometri Menggunakan Metode Figural Konsep dan Evaluasi Formatif Korektif pada siswa Kelas VIII SMP 15 Kota Bengkulu*, Jurnal Exacta Vol. X No.1 Jurusan PMIPA FKIP UNIB

**MENINGKATKAN KEMANDIRIAN BELAJAR MAHASISWA MELALUI
PEMBELAJARAN GENERATIF PADA MATAKULIAH ALJABAR LINIER**

**IMPROVING SELF-REGULATED LEARNING STUDENTS THROUGH GENERATIVE
LEARNING IN LINEAR ALGEBRA**

Zuhri, D

Mathematics Education Program
Faculty of Education Riau University
Email: zuhri.daim@yahoo.com

ABSTRACT

The real condition on learning Linear Algebra subject showed that the self learning of students were not optimal yet. It was observed from their activities on learning, such as exploration, elaboration, confirmation and problem solving which they were still doubt and not having the ability. The experience of researcher as a lecturer of Linear Algebra subject is that conditions are the source of difficulty for students on building their knowledge. Based on that, the researcher tried to develop the new innovation of learning to build the knowledge through the impression building, the construction of knowledge and generalized it by applying the model of generative learning. The problem of this study is whether the implementation of generative learning model can improve the self learning and the achievement study of students. Despitefully, the researcher also observed the quality of learning during the implementation of this learning. The kind of this study was action research with the subject was the students who attended the Linear algebra subject on odd semester period 2011/2012. The statistic test which has used was Wilcoxon test because the data of study was not normally distributed. The achievement of this study showed that the implementation of generative learning gave a positive impact to the learning quality, the self learning and the learning achievement of students on Linear Algebra Subject.

Keywords: generative learning, self learning

ABSTRAK

Kondisi nyata dalam kegiatan perkuliahan mata kuliah Aljabar Linier menunjukkan bahwa kemandirian belajar mahasiswa belumlah optimal. Hal ini dapat dilihat dari aktivitas mereka dalam perkuliahan yaitu pada saat eksplorasi, elaborasi dan konfirmasi, dan pemecahan masalah masih terlihat ragu/bimbang atau tidak memiliki kemampuan. Pengalaman penulis sebagai pengampu matakuliah aljabar linier, kondisi tersebutlah yang menjadi sumber kesulitan mahasiswa dalam membangun pengetahuan. Sehubungan dengan itu, maka penulis mencoba mengembangkan sebuah inovasi pembelajaran untuk membangun pengetahuan melalui pembangun kesan, mengkonstruksi pengetahuan dan menggeneralisasikannya dengan menerapkan model pembelajaran Generatif. Permasalahan penelitian adalah apakah penerapan model pembelajaran generatif dapat meningkatkan kemandirian belajar dan hasil belajar mahasiswa. Di samping itu, peneliti juga melihat kualitas pembelajaran yang terjadi selama penerapan model pembelajaran ini. Jenis penelitian ini adalah Penelitian Tindakan Kelas dengan subjek mahasiswa yang mengikuti perkuliahan Aljabar Linier pada semester ganjil Tp. 2011/2012. Uji statistik yang digunakan adalah uji Wilcoxon mengingat data penelitian tidak berdistribusi normal. Hasil penelitian menunjukkan bahwa penerapan model pembelajaran Generatif memberikan dampak positif terhadap kualitas pembelajaran, kemandirian belajar dan hasil belajar mahasiswa pada matakuliah aljabar linier.

Kata kunci: Pembelajaran generatif, kemandirian belajar

PENDAHULUAN

Dalam proses pembelajaran seorang guru/dosen tidak hanya sekedar menyampaikan bahan ajar dengan baik, akan tetapi perlu perubahan yang dapat mengatur lingkungan dan memberdayakan semua potensi peserta didik untuk dapat menguasai materi yang dipelajari. Untuk memberdayakan semua potensi peserta didik dalam pembelajaran matematika perlu dilakukan inovasi pembelajaran yang menyangkut tiga hal, yaitu bagaimana memahami matematika, bagaimana mengajarkan matematika, dan bagaimana mengakses pemahaman matematika. Ada lima kemampuan yang harus peserta didik ketahui dan dapat melakukannya, yaitu: pemecahan masalah, penalaran, komunikasi, koneksi, dan representasi NCTM [1].

Untuk mewujudkan kemampuan matematika mahasiswa, paradigma pembelajaran matematika harus berdasarkan pada *learning to do*, *learning to know*, *learning to be* dan *learning to live together in peace and harmony*. Melalui proses *learning to do*, mahasiswa didorong melaksanakan proses matematika (*doing math*) secara aktif untuk memacu peningkatan perkembangan intelektualnya. Melalui proses *learning to be*, mahasiswa menghargai atau mempunyai apresiasi terhadap nilai-nilai dan keindahan akan produk dan proses matematika, yang ditunjukkan dengan sikap senang, bekerja keras, ulet, sabar, disiplin, jujur, serta mempunyai motif berprestasi yang tinggi, dan rasa percaya diri. Selanjutnya melalui proses *learning to live together in peace and harmony*, mahasiswa bersosialisasi dan berkomunikasi dalam matematika. Hal ini dilakukan melalui bekerja dan belajar bersama dalam kelompok kecil (*cooperative learning*).

Kenyataan bahwa mahasiswa lebih cenderung memahami konsep melalui penjelasan dosen, sementara dalam standar proses bahwa kemandirian mahasiswa dituntut 70%. Kondisi ini menunjukkan bahwa kegiatan belajar mahasiswa tidak akan mengasah kemampuan berpikir matematika tingkat tinggi. Kemampuan tingkat tinggi akan muncul dan berkembang manakala mahasiswa diberi kesempatan untuk berperan aktif dalam membangun pengetahuannya bukan menerima informasi dari dosen.

Berangkat dari tujuan pembelajaran matematika dan kondisi nyata dalam proses pembelajaran, maka perlu suatu inovasi pembelajaran yang menekankan pemberdayaan mahasiswa dalam pembelajaran untuk mengotimalkan kemandirian belajar mahasiswa. Inovasi pembelajaran yang dimaksud adalah menerapkan pendekatan pembelajaran generatif. Pendekatan pembelajaran generatif melalui 6 tahap yaitu tahap orientasi, tahap pengungkapan ide, tahap tantangan dan restrukturisasi, tahap penerapan, tahap melihat kembali dan tahap generalisasi. Pembelajaran generatif berlandaskan pada paham konstruktivisme, dengan asumsi dasar bahwa pengetahuan dikonstruksi dalam pikiran mahasiswa.

Rumusan Masalah

Adapun rumusan masalah penelitian ini adalah :

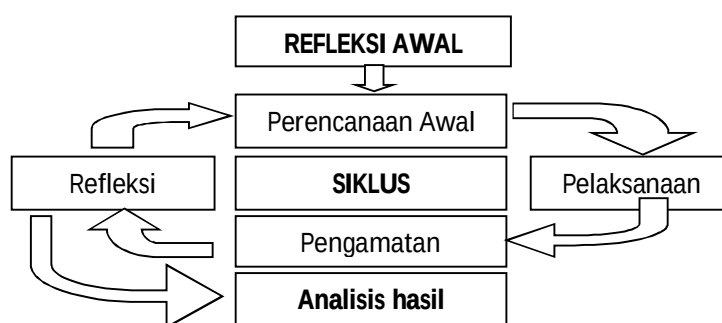
- 1) Bagaimanakah gambaran proses pembelajaran pada perkuliahan Aljabar Linier dengan menerapkan pembelajaran generatif.
- 2) Apakah terdapat peningkatan kemandirian belajar mahasiswa setelah mengikuti pembelajaran yang menerapkan pendekatan pembelajaran generatif?
- 3) Apakah terdapat peningkatan hasil belajar Aljabar Linier mahasiswa setelah mengikuti pembelajaran yang menerapkan pendekatan pembelajaran generatif?

- 4) Seberapa besarkah kontribusi kemandirian belajar terhadap hasil belajar mahasiswa pada matakuliah Aljabar Linier

METODE PENELITIAN

Penelitian ini berangkat dari masalah yang dihadapi peneliti dalam kelas yakni belum optimalnya kemandirian belajar dan hasil belajar mahasiswa pada mata kuliah Aljabar Linier. Untuk meningkatkan kemandirian belajar mahasiswa perlu perbaikan kualitas pembelajaran dengan melakukan Penelitian Tindakan Kelas (PTK) dengan menerapkan pembelajaran Generatif. Subjek penelitian adalah mahasiswa yang mengikuti perkuliahan Aljabar Linier pada semester ganjil tahun pelajaran 2011/2012 pada program studi pendidikan matematika FKIP Universitas Riau.

Model pembelajaran inovatif yang dilaksanakan mengikuti alur Bagan-1 berikut.



Bagan-1 Alur Pelaksanaan Kegiatan Pembelajaran

HASIL PENELITIAN

Tujuan utama PTK adalah perbaikan proses pembelajaran. Oleh karena itu, maka dalam paparan hasil penelitian ini digambarkan proses pembelajaran dan perbaikan yang dilakukan dari siklus I ke siklus II, serta dampak dari perbaikan pembelajaran yang dilakukan secara singkat. Berikut diuraikan secara singkat tentang gambaran proses pembelajaran pada siklus I dan siklus II.

Tabel 1. Gambaran Proses Pembelajaran setiap Tahapan Pembelajaran Pada Siklus I dan II

Tahapan	Siklus 1	Siklus 2
Tahap orientasi	Aktivitas dosen dalam membangun kesan pada pertemuan pertama tidak berjalan dengan baik, karena sama sekali tidak ada kaitan antara materi dengan kehidupan sehari-hari (dosen lupa hal yang tertulis dalam RPP), sehingga peserta didik tidak memiliki kesan yang bermakna tentang hal yang dipelajari, kesiapan mereka dalam menerima pelajaran tidak optimal. Pada pertemuan kedua dosen telah melakukan perbaikan, namun belum memberdayakan mahasiswa dalam membangun kesan tersebut. Aktivitas membangun kesan pada pertemuan	Aktivitas dosen dalam membangun kesan pada pertemuan pertama siklus kedua sudah berjalan dengan baik. Berdasarkan saran pada refleksi siklus pertama, kegiatan pembelajaran diawali dengan pertanyaan yang terkait dengan aplikasi materi yang akan dipelajari. Kemudian mahasiswa diminta memberikan jawaban dan menyebutkan contoh lain. Berdasarkan hasil pengamatan, tidak banyak mahasiswa mampu membangun kesannya dan mengungkapkan aplikasi dari materi yang dipelajari. Namun demikian, sudah terdapat peningkatan keberanian mahasiswa dalam mengungkapkan ide-idenya tetapi belum optimal. Secara umum, pada siklus kedua, mahasiswa sudah aktif dalam mengungkapkan

	ketiga sudah terlihat memberdayakan mahasiswa.	hal-hal yang mereka ketahui tentang aplikasi materi yang akan dipelajari.
Tahap pengungkapan ide	Pertemuan pertama tentang pengungkapan ide, tidak berjalan dengan baik. Pertanyaan dosen berkenaan dengan pengungkapan ide, tidak direspon oleh mahasiswa dengan baik. Hal ini mungkin disebabkan mahasiswa tidak memahami sama sekali pertanyaan tersebut. Pada pertemuan kedua dan ketiga, dilakukan perbaikan dengan mengajukan pertanyaan yang bertingkat dari yang paling mudah agar direspon mahasiswa. Pertemuan kedua dan ketiga kegiatan pembelajaran dilakukan secara berkelompok untuk memfasilitasi mahasiswa. Usaha ini, mahasiswa dapat merespon pengungkapan ide yang diajukan dosen dalam bentuk pertanyaan.	Kegiatan pembelajaran dalam tahap pengungkapan ide pada siklus kedua sesuai dengan yang disarankan, meminta mahasiswa menyelesaikan tugas-tugas yang merupakan pengetahuan awal yang diperlukan untuk memahami materi yang akan dipelajari. Tugas-tugas ini dikerjakan secara berkelompok, dan kepada perwakilan kelompok diminta mempresentasikan hasil kerjanya secara bergantian. Kepada mahasiswa lain diminta untuk memberikan tanggapan hasil kerja kelompok lain. Aktivitas siswa dalam kegiatan pembelajaran sudah mulai terlihat aktif. Dalam pembahasan tugas-tugas pengungkapan ide ini dosen mempertegas kembali ide-ide yang diperlukan agar dalam memasuki tahap restrukturisasi mahasiswa benar-benar sudah siap.
Tahap tantangan dan restrukturisasi	Memasuki tahap tantangan dan restrukturisasi pengetahuan baru, pertemuan pertama dosen menjelaskan materi secara singkat, kemudian mahasiswa diberi latihan. Mahasiswa dapat merespon penjelasan dosen, namun hanya sebagian kecil. Diduga, mahasiswa tidak diberdayakan dalam membangun pengetahuan. Untuk itu peneliti dan pengamat sepakat untuk pertemuan kedua dan ketiga, dilakukan perbaikan pembelajaran dengan cara berkelompok. Untuk memfasilitasi mahasiswa dalam kerja kelompok peneliti merancang tugas-tugas belajar yang sejalan dengan materi yang disajikan. Hasil pengamatan menunjukkan bahwa cara ini memberikan nuansa belajar yang aktif bagi mahasiswa dalam membangun pengetahuan.	Sesuai dengan hasil refleksi pada siklus pertama, maka pada siklus kedua pada tahap tantangan dan restrukturisasi pengetahuan baru, peneliti memberdayakan mahasiswa untuk menstrukturisasi pengetahuannya melalui tugas-tugas terbimbing yang dikerjakan mahasiswa dalam kelompok. Selama mahasiswa mengerjakan tugas-tugas dalam kelompok dosen memantau dan memberikan bantuan bagi mahasiswa yang memerlukannya. Berdasarkan hasil pengamatan selama empat kali pertemuan dalam siklus kedua, dosen telah memberdayakan mahasiswa secara optimal dalam membangun pengetahuan. Mahasiswa telah diberi kesempatan dalam merestrukturisasi pengetahuannya tentang materi yang dipelajari. Kegiatan bekerja dalam kelompok heterogen terlihat mahasiswa lebih aktif dalam membangun pengetahuannya. Suasana ini menunjukkan bahwa mahasiswa sudah mulai dapat membangun pengetahuannya secara lebih mandiri.
Tahap penerapan	Implementasi pembelajaran pada tahap ini, mahasiswa diberi kesempatan untuk berlatih menerapkan konsep yang diperolehnya pada tahap sebelumnya. Pada tahap ini mahasiswa diberi latihan terbimbing dengan menerapkan prinsip scaffolding. Hasil pengamatan menunjukkan bahwa pada pertemuan pertama, mahasiswa enggan mengungkapkan hasil pemikirannya dalam menyelesaikan latihan. Pada pertemuan kedua dan ketiga, kegiatan tahap penerapan dikerjakan dalam kelompok, dan perwakilan kelompok diminta untuk mempresentasikan hasil kerjanya. Namun ada sebagian mahasiswa yang menunggu hasil pekerjaan temannya.	Sejalan dengan tahap restrukturisasi pengetahuan baru, kegiatan pembelajaran diberikan dalam bentuk tugas-tugas yang dikerjakan secara kelompok. Mahasiswa diberi kesempatan secara penuh untuk mengembangkan ide-idenya untuk menyelesaikan tugas-tugas tanpa bantuan dosen. Cara ini dilakukan untuk melihat sejauh mana mahasiswa dapat menerapkan pengalaman belajarnya yang diperoleh dalam tahap restrukturisasi. Hasil pengamatan menunjukkan bahwa pada siklus kedua, kepercayaan diri mahasiswa dalam membangun pengetahuannya sudah lebih baik dibandingkan dengan pada siklus pertama. Hal ini dapat dilihat dari ketekunan, jumlah pertanyaan yang diajukan kepada dosen selama kegiatan penerapan, dan mereka lebih fokus dengan tugas-tugas belajarnya.
Tahap melihat kembali	Kegiatan pembelajaran pada tahap ini, adalah merefeksi hasil kerja mahasiswa dalam membangun pengetahuannya baik melalui	Kegiatan refleksi terhadap pengetahuan yang dibangun oleh mahasiswa melalui penyelesaian tugas-tugas belajar sudah mulai terfokus pada mahasiswa, walaupun belum optimal. Pada siklus

	pengembangan konsep ataupun melalui latihan-latihan. Pada pertemuan pertama, kegiatan refleksi masih banyak kekurangan karena mahasiswa masih bekerja secara individual. Hanya sebagian kecil saja mahasiswa yang dapat mempresentasikan hasil kerjanya untuk dibahas secara bersama-sama. Dalam menanggapi hasil kerja temannya tidak banyak mahasiswa dengan sukarela memberikan tanggapan. Peneliti dan pengamat menduga, hal ini terjadi karena mahasiswa merasa hasil kerjanya tidak optimal atau salah sehingga enggan mengungkap ide-idenya. Pertemuan kedua dan ketiga, kegiatan pembelajaran dilakukan secara berkelompok, beberapa mahasiswa sudah mulai terlihat mengungkapkan ide-idenya walaupun harus diminta.	kedua ini, mahasiswa sudah diberdayakan dengan optimal oleh dosen dalam merepleksi pengetahuannya melalui presentasi tugas-tugas belajar pada tahap restrukturisasi dan penerapan. Perwakilan mahasiswa dalam kelompok diminta untuk mempresentasikan tugas-tugasnya dan kepada mahasiswa lain memberikan tanggapan. Melalui refleksi ini mahasiswa diberi kesempatan untuk melihat dan mencocokkan ide-idenya dalam membangun pengetahuannya. Pertanyaan yang diajukan mahasiswa frekwensinya sudah terlihat meningkat jika dibandingkan dengan siklus pertama. Hal ini menunjukkan bahwa mahasiswa sudah memiliki kepercayaan diri lebih baik dalam membangun pengetahuan. Dengan kata lain, kemandirian mereka dalam membangun pengetahuan melalui diskusi dan tugas-tugas kelompok sudah semakin baik. Namun demikian, masih terdapat beberapa mahasiswa yang masih enggan mengungkapkan ide-idenya.
Generalisasi	Pada pertemuan pertama sesuai dengan lembar pengamatan, dosen tidak memberdayakan mahasiswa. Seharusnya mahasiswa diminta untuk membuat atau simpulan (intisari) dari materi yang dipelajari. Atas saran dari pengamat, pada pertemuan kedua dan ketiga dosen telah memberdayakan mahasiswa dalam membuat simpulan materi yang dipelajari. Berdasarkan pengamatan, kegiatan generalisasi hanya sebagian kecil mahasiswa yang dapat mengungkapkannya, itupun belum sepenuhnya benar.	Pada siklus kedua, dosen sejak awal meminta mahasiswa menuliskan hal-hal penting (konsep-konsep) yang dapat mereka lihat dari materi yang dipelajari. Selanjutnya, mahasiswa secara bergantian diminta mempresentasikan konsep-konsep penting yang mereka rangkum, dan mahasiswa lain diminta memberikan tanggapan atas hasil presentasi temannya. Pemberdayaan mahasiswa dalam kegiatan ini, sudah cukup baik. Mahasiswa secara bergantian memberikan tanggapan atas ide-ide temannya, dan dengan kesadaran sendiri mengungkapkan hal-hal yang mereka ketahui dan hal-hal yang tidak sejalan dengan ide-ide mereka.

Berdasarkan hasil observasi terhadap proses pembelajaran pada siklus pertama, maka untuk kegiatan pembelajaran selanjutnya dilakukan beberapa perbaikan sebagai berikut.

- 1) Pada tahap orientasi, tidak banyak kaitan antara materi yang dipelajari dengan hal-hal nyata dalam kehidupan mahasiswa. Pada siklus kedua aplikasi materi dikaitkan dengan bidang-bidang lain seperti sains dan lain-lain, serta mengajukan beberapa pertanyaan sederhana yang perlu dijawab oleh mahasiswa.
- 2) Tahap pengungkapan ide, pada siklus pertama kelemahannya terdapat pada pemberdayaan mahasiswa dalam membangun pengetahuan awal. Pada siklus kedua peneliti merancang tahap pengungkapan ide dalam bentuk tugas-tugas apersepsi. Tugas ini diselesaikan oleh mahasiswa secara berkelompok, dan mereka diminta untuk mempresentasikan hasil kerjanya.
- 3) Tahap tantangan dan restrukturisasi, kelemahan pada siklus pertama terdapat pada kurangnya peran aktif mahasiswa dalam membangun pengetahuan secara mandiri. Dalam mengerjakan tugas secara kelompok mahasiswa bekerja tidak optimal karena anggota kelompoknya homogen. Pada siklus kedua perlu dibentuk kelompok anggotanya heterogen supaya dapat berdiskusi dengan baik dalam kelompoknya.
- 4) Pada tahap penerapan, mahasiswa semuanya bekerja, namun beberapa orang saja hasil kerjanya tuntas. Pada siklus pertama tugas dikerjakan dalam kelompok sehingga beberapa mahasiswa menunggu hasil kerja temannya. Pada siklus kedua tugas-tugas penerapan ditata dari yang sederhana, pengerjaan tugas dilakukan secara

individual. Kegiatan individual dapat memiliki kepercayaan dalam mempresentasikan hasil kerjanya, dan dapat dijadikan pengalaman dalam merefleksi dan membuat generalisasi.

- 5) Kegiatan pembelajaran tahap generalisasi, kelemahan pada siklus pertama yaitu mahasiswa kurang diberdayakan. Dari hasil pengamatan belum aktifnya mahasiswa membuat generalisasi, karena mereka belum memahami dengan baik materi yang dipelajari. Pada siklus kedua, mahasiswa akan diminta menuliskan hal-hal yang mereka ketahui tentang materi yang dipelajari, kemudian mengungkapkannya di depan kelas guna untuk meningkatkan peran aktif mahasiswa.
- 6) Aktivitas mahasiswa dalam kegiatan pembelajaran pada siklus pertama secara umum telah terfokus terhadap tugas-tugas belajarnya, namun belum optimal karena sampai pertemuan ketiga masih ada mahasiswa yang mengandalkan jawaban temannya dalam menyelesaikan tugas-tugas.
- 7) Peran aktif mahasiswa dalam membangun pengetahuan dari pertemuan pertama sampai dengan ketiga, secara umum meningkat. Namun terdapat kelemahan, ada kelompok yang tidak dapat bekerja sama karena dalam kelompok tersebut tidak ada mahasiswa yang dapat dijadikan teman sejawat sebagai tempat bertanya.

Kegiatan pembelajaran pada siklus kedua, dilaksanakan berdasarkan SAP yang telah disusun dan dikelola dengan memperhatikan saran-saran pada siklus pertama. Mengacu pada hasil pengamatan, kegiatan pembelajaran pada siklus kedua, terdapat beberapa hal yang menjadi catatan penting sebagai berikut.

- 1) Aktivitas belajar mahasiswa pada tahap orientasi belum berjalan optimal, karena umumnya mahasiswa belum mampu melihat keterkaitan materi yang dipelajari dengan dunia nyata mereka atau aplikasinya dalam bidang lain. Situasi ini, menunjukkan bahwa pengalaman belajar mahasiswa tentang materi pelajaran belum terbangun sebelum mengikuti pembelajaran.
- 2) Kegiatan pembelajaran dalam pengungkapan ide-ide pada siklus kedua sudah lebih baik dibandingkan dengan siklus pertama. Hal ini ditandai dengan, meningkatnya kemampuan awal mahasiswa, sebagai jembatan dalam membangun pengetahuan mereka melalui kegiatan restrukturisasi. Mereka terlihat lebih cepat memahami materi, kemandirian mereka dalam belajar juga lebih baik.
- 3) Penerapan pendekatan belajar kelompok yang heterogen, dapat membantu mahasiswa dalam merestrukturisasi pengalaman belajar dengan baik, dan melalui kerja kelompok tahap restrukturisasi pengetahuan baru, mahasiswa dapat meningkatkan peran aktifnya, meningkatkan kepercayaan diri dan kemandirian dalam membangun pengetahuannya.
- 4) Dalam kegiatan refleksi, pendekatan belajar kelompok dapat mendorong kepercayaan diri dan keberanian mahasiswa untuk memiliki merefleksi hasil kerjanya. Pada siklus kedua keberanian mahasiswa dalam mengungkapkan ide-idenya melalui kegiatan refleksi ini jauh lebih baik dibandingkan siklus pertama.
- 5) Pelaksanaan kegiatan belajar, pada tahap generalisasi dengan menyuruh mahasiswa menuliskan terlebih dahulu konsep-konsep yang menurut mereka penting. Cara ini dipandang sangat efektif dalam mengorganisasikan mahasiswa membuat generalisasi materi yang dipelajari.

Uji Perbedaan Kemandirian Belajar

Berdasarkan data kemandirian belajar subjek penelitian pada siklus I dan siklus II, diperoleh fakta kemandirian belajar mahasiswa sebagai berikut.

Tabel 2. Rekapitulasi Data Kemandirian Belajar pada Siklus I dan Siklus II

Kode Subjek	Skor Kemandirian Belajar	
	Siklus 1	Siklus 2
ALE1	142	170
ALE2	177	175
ALE3	157	169
ALE4	161	169
ALE5	159	172
ALE6	162	166
ALE7	152	173
ALE8	152	160
ALE9	155	166
ALE10	169	174
ALE11	152	161
ALE12	148	164
ALE13	148	167
ALE14	154	165
ALE15	152	170

Karena jumlah subjek penelitian adalah 15 maka untuk menguji perbedaan kemandirian belajar mahasiswa pada siklus I dan siklus II, digunakan Uji Wilcoxon. Adapun hipotesis penelitian yang diuji adalah:

H_0 . Tidak ada perbedaan peringkat antara KMB_1 dengan KMB_2

H_1 . Peringkat yang lebih tinggi antara KMB_1 dengan KMB_2 disebabkan perbaikan pembelajaran pada siklus ke 2.

Kriteria Pengujian H_0 ditolak jika $J_{hitung} < J_{tabel}$

Ket: KMB_1 Kemandirian belajar siklus 1

KMB_2 Kemandirian belajar siklus 2

Adapun rangkuman analisis Uji Wilcoxon dimuat pada tabel berikut.

Tabel 3. Rangkuman Hasil Uji Wilcoxon Kemandirian Belajar Mahasiswa pada Siklus I dan Siklus II

Objek Perhitungan	Kemandirian Belajar	
	Siklus 1	Siklus 2
N	15	15
Rataan	156	168
Jumlah J_+	119	
Jumlah J_-	1	
Nilai J_{hitung}	1	
α	0,1	
Nilai J_{tabel}	30	
Hasil Uji statistik	$J_{hitung} < J_{tabel}$	
Kesimpulan Uji Hipotesis	H_0 ditolak	

Berdasarkan fakta hasil pengujian hipotesis penelitian yaitu menolak H_0 , maka dapat disimpulkan bahwa peringkat yang lebih tinggi disebabkan karena perbaikan pembelajaran pada siklus II. Selanjutnya memperhatikan peningkatan rata-rata kemandirian belajar mahasiswa pada siklus I yakni 156 dan siklus II 168, hal ini diindikasikan bahwa

perbaikan pembelajaran dengan menerapkan model pembelajaran generatif dapat meningkatkan kemandirian belajar mahasiswa.

Berikut digambarkan aspek-aspek kemandirian belajar mahasiswa sebelum dan sesudah pelaksanaan tindakan.

Tabel 4. Deskripsi Perkembangan Kemandirian Belajar Subjek Penelitian Berdasarkan Aspek-Aspeknya.

No	Aspek-Aspek Kemandirian Belajar	Total Skor		Perkembangan
		Awal	Akhir	
1	Inisiatif Belajar	255	274	19
2	Mendiagnosis Kebutuhan Belajar	163	184	21
3	Menetapkan Tujuan Belajar	144	154	10
4	Mengatur dan Mengontrol Kinerja/Belajar	300	336	36
5	Mengatur dan Mengontrol Kognisi, Motivasi, Perilaku (Diri)	339	368	29
6	Memandang Kesulitan sebagai Tantangan	187	208	21
7	Mencari dan memanfaatkan Sumber Belajar yang Relevan	193	215	22
8	Memilih dan Menerapkan Strategi Belajar	340	282	-58
9	Mengevaluasi Proses dan Hasil Belajar	246	298	52
10	Self-efficacy (Konsep Diri)	173	202	29

Berdasarkan data di atas, aspek mengevaluasi proses dan hasil belajar merupakan aspek kemandirian yang paling tinggi perkembangannya. Aspek-aspek lain yang dominan perkembangannya adalah aspek mengatur dan mengontrol kinerja/belajar, mengatur dan mengontrol kognisi, motivasi, perilaku, self-efficacy. Tingginya perkembangan kemandirian belajar mahasiswa pada aspek mengevaluasi proses dan hasil belajar tidak terlepas dari dampak salah satu penekanan dalam proses pembelajaran yang diterapkan. Hal ini dapat dilihat dari tahapan pembelajaran generatif yakni tahap melihat kembali.

Selanjutnya dengan terbiasanya mahasiswa bekerja mengevaluasi proses yang dibuat, memberikan kepercayaan diri yang baik baginya. Meningkatnya kemampuan peserta didik mengevaluasi proses dan hasil belajar, tidak terlepas dari kemampuan mereka mengontrol diri dalam belajar. Adanya kemampuan mereka dalam mengontrol kognitifnya seperti memberi penekanan pemahaman pada bagian-bagian yang dipandang penting (kata kunci) dalam materi, mereka berani mengungkapkan ide-idenya mencari dan menguji kebenaran pendapatnya atau hasil kerjanya serta memiliki motivasi dan ketekunan yang baik. Hal ini dapat tumbuh dan berkembang jika mahasiswa diberi kesempatan untuk membangun pengetahuannya dengan mengandalkan konsep yang telah mereka miliki, melalui komplik kognitif yang diciptakan oleh dosen. Dalam pembelajaran generative, implementasi dari tahap penerapan, mahasiswa diberi kesempatan untuk memecahkan masalah atau soal-soal yang bervariasi dengan menerapkan konsep yang telah dipelajarinya, diharapkan selama proses ini muncul konflik kognitif antara apa yang dimiliki, dan apa yang dilihat dan diperagakan. Pada tahap ini diharapkan mahasiswa sudah mulai mengubah struktur pemahaman mereka (*conceptual change*).

Selanjutnya berdasarkan data perolehan skor tes pada siklus I dan siklus II dengan jumlah subjek 15 orang dan menggunakan uji Wilcoxon, untuk menguji apakah

terdapat perbedaan kedua hasil belajar tersebut. Adapun hipotesis penelitian yang diuji adalah:

H_0 . Tidak ada perbedaan peringkat antara HB_1 dengan HB_2

H_1 . Peringkat yang lebih tinggi antara HB_1 dengan HB_2 disebabkan perbaikan pembelajaran pada siklus ke 2.

Kriteria Pengujian H_0 ditolak jika $J_{hitung} < J_{tabel}$.

Ket: HB_1 Hasil belajar siklus 1

HB_2 Hasil belajar siklus 2.

Dengan menggunakan $\alpha = 0,1$ maka diperoleh hasil perhitungan sebagaimana yang dirangkum pada tabel berikut.

Tabel 5. Rangkuman Hasil Uji Perbedaan Hasil Belajar Mahasiswa pada Siklus I dan Siklus II

Objek Perhitungan	Hasil Belajar	
	Siklus 1	Siklus 2
Rataan	156	168
Jumlah J_+	93	
Jumlah J_-	27	
Nilai J_{hitung}	27	
α	0,1	
Nilai J_{tabel}	30	
Hasil Uji statistik	$J_{hitung} < J_{tabel}$	
Kesimpulan Uji Hipotesis	H_0 ditolak	

Berdasarkan fakta hasil pengujian hipotesis penelitian seperti yang dimuat pada Tabel 5, diperoleh kesimpulan bahwa menolak H_0 . Dengan demikian hasil analisis data dapat disimpulkan bahwa peringkat yang lebih tinggi disebabkan karena perbaikan pembelajaran pada siklus II. Memperhatikan perbedaan rata-rata hasil belajar mahasiswa pada siklus I yakni 156 dan siklus II 168 maka diindikasikan bahwa perbaikan pembelajaran dengan menerapkan model pembelajaran generatif dapat meningkatkan hasil belajar mahasiswa.

Tabel 6. Rangkuman Hasil Analisis Derajat Determinasi

SV	X Terhadap Y
N	15
$\sum X^2$	546441
$\sum Y^2$	104559
$\sum XY$	237836
r_{xy}	0.163897841
r^2	0.026862502
%	2.6

Ket: Y: Hasil belajar

X_2 : Kemandirian Belajar

Berdasarkan data di atas diperoleh informasi bahwa terdapat hubungan antara kemandirian belajar dengan hasil belajar Aljabar Linier sebesar 2.6%. Dengan kata lain

dapat dikatakan bahwa sebesar 2,6% hasil belajar Aljabar Linier mahasiswa ditentukan oleh kemandirian belajar mereka.

PEMBAHASAN

Secara umum perbaikan proses pembelajaran dengan menerapkan model pembelajaran generatif dapat meningkatkan kualitas pembelajaran. Selanjutnya berdasarkan analisis data disimpulkan bahwa penerapan model pembelajaran generatif memberikan dampak positif terhadap peningkatan kemandirian belajar dan hasil belajar pada mata kuliah aljabar linier. Adanya hubungan linier antara kualitas pembelajaran dengan kemandirian belajar menunjukkan bahwa kualitas pembelajaran sangat mempengaruhi hasil belajar.

Selanjutnya, memperhatikan gambaran proses pembelajaran dari siklus pertama dan siklus kedua diperoleh fakta bahwa proses pembelajaran pada siklus kedua lebih baik dibandingkan dengan siklus pertama. Implementasi model pembelajaran generatif yang memberikan kesempatan kepada mahasiswa untuk membangun pengalaman belajarnya melalui suatu aktivitas belajar yang lengkap mulai dari membangun kesan tentang apa yang akan dipelajari sampai pada merefleksi ide-ide yang digunakan dalam memecahkan masalah sangat berdampak pada hasil belajar mahasiswa.

Jika dilihat dari tahap pertama membangun kesan tentang konsep yang dipelajari, kesulitan mahasiswa muncul pada saat dosen memberikan suatu masalah yang memicu terjadinya konflik kognitif dalam skemata mahasiswa. Di satu sisi dengan adanya konflik kognitif ini justru memicu munculnya ide-ide mahasiswa dalam memecahkan masalah dengan kemampuan pengenalan konsep yang baik pada tahap sebelumnya. Dengan demikian pengenalan konsep melalui tahapan membangun kesan sangat penting, dan pembelajaran generatif sangat menekankan hal ini.

Besarnya tugas-tugas mahasiswa dalam membangun pengetahuannya melalui model pembelajaran generatif, di awal-awal perkuliahan memunculkan rasa tidak nyaman bagi mahasiswa sehingga pembelajaran tidak berjalan dengan baik. Hal ini mungkin terjadi karena pada awal perkuliahan dalam penelitian ini, metode yang digunakan adalah individual. Memperhatikan kondisi pembelajaran yang kurang berjalan dengan baik, maka pada pertemuan kedua peneliti dan observer sepakat untuk melakukan pembelajaran dengan metode berkelompok.

Mereka saling menata konsep yang dipelajari melalui diskusi-diskusi yang dipandu oleh dosen sehingga mereka mengalami sendiri bagaimana konsep itu dibangun. Hal ini menunjukkan bahwa pembelajaran berpusat pada peserta didik, dan ini sejalan dengan konsep teori belajar konstruktivisme dalam pembelajaran matematika.

PUSTAKA

- [1] NCTM. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Virginia: Reston.
- [2] Hulukati, E. (2005). *Mengembangkan Kemampuan Komunikasi dan Pemecahan Masalah Matematika Siswa SMP Melalui Model Pembelajaran Generatif*. Disertasi Doktor pada PPs UPI Bandung: tidak diterbitkan.
- [3] Wolters, C. A; Pintrich, P. R; dan Karabenick, S. A. (2003). *Assessing Academic Self-Regulated Learning*. [Online]. Tersedia: www.childtrends.org/Files/Wolters_Pintrich_Karabenick_Paper.pdf [November 2009]

- [4] Paris, S.G. dan Winograd, P. (2004). The Role of Self-Regulated Learning in Contextual Teaching: Principles and Practices for Teacher Preparation ^{1[1]}. [Online] Tersedia: <http://www.ciera.org/library/archive/200104/0104parwin.htm> [15 November 2009]
- [5] Pintrich, P.R. (1999). The Role of Motivation in Promoting and Sustaining Self-Regulated Learning. [Online]. Tersedia: www.ece.uncc.edu/succeed/journals/PDF-files/ijer-12.pdf [15 Oktober 2009]
- [6] Sudjana. (1992). Metoda Statistika. Bandung: Tarsito.
- [7] Suherman, et al. (2003). Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer. Bandung: Jica UPI.

**KEMAMPUAN GURU MENSTRUKTUR PEMBELAJARAN MATEMATIKA YANG
DIAWALI DENGAN PEMBERIAN SOAL CERITA (PENELITIAN TINDAKAN DI
SDN 004 RUMBAI PEKANBARU)**

**MATH TEACHER LEARNING ABILITY STRUCTURING BEGINNING WITH GIVING
STORY PROBLEM (ACTION RESEARCH IN PEKANBARU RUMBAI SDN 004)**

Zulkarnain

Program Studi Pendidikan Matematika FKIP UR, Pekanbaru
Email: stoper65@yahoo.com

ABSTRACT

This research aims to assess mathematics learning that begins with a story about the provision in a elementary school in Pekanbaru. Researchers looked at the ability of teachers to motivate students and structuring mathematics learning that begins with giving a story. Rule of the research is to study the actions performed three cycles. Action research conducted collaboratively with researchers and a math teacher. Research subjects consisted of 21 fifth grade students (aged 10-11 years). The rule of data collection is done through observation. The results showed that the ability of teachers to run the learning of mathematics that begins with a story about giving unsatisfactory and many have problems at the beginning of the action. However, increasing the ability of teachers and steady at the end of the action. This is evident from the teachers' ability to use mathematics learning that begins with a story about the administration of the first cycle at an average of 22.21 which was ranked less, up to an average of 26.36 on the second cycle that ranks well, and rose again to rate average 32.63 in the third cycle which is ranked very well over the limit .

Keywords: Learning , Story Problem , Mathematics

ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan untuk mengkaji pembelajaran matematikayang diawali dengan pemberian soal ceritadi salah satu sekolah dasar di Pekanbaru. Peneliti melihat kemampuan guru untuk memotivasi siswa dan menstruktur pembelajaran matematika yang diawali dengan pemberian soal cerita. Kaedah penelitian yang digunakan ialah penelitian tindakan yang dilakukan sebanyak tiga siklus. Penelitian tindakan dilakukan secara kolaboratif bersama peneliti dan seorang guru matematika. Subjek penelitian terdiri dari 21 orang siswa kelas V (umur 10-11 tahun). Kaedah pengumpulan data dilakukan melalui observasi. Hasil penelitian menunjukkan bahwa kemampuan guru menjalankan pembelajaran matematika yang diawali dengan pemberian soal cerita kurang memuaskan dan banyak mengalami masalah pada bagian awal tindakan. Namun kemampuan guru tersebut semakin meningkat dan mantap pada bagian akhir tindakan. Hal ini terlihat dari kemampuan guru menggunakan pembelajaran matematika yang diawali dengan pemberian soal cerita pada siklus I mencapai rata-rata 22.21 yang berada pada peringkat kurang, naik menjadi rata-rata 26.36 pada siklus II yang berada pada peringkat baik, dan naik lagi menjadi rata-rata 32.63 pada siklus III yang berada pada peringkat di atas batas sangat baik.

Kata Kunci: Pembelajaran, Soal Cerita, Matematika

PENDAHULUAN

Para pendidik menyadari bahwa matematika bukanlah sesuatu yang mudah bagi kebanyakan siswa. Hasil belajar matematika siswa baik di sekolah dasar maupun sekolah

menengah selalunya rendah jika dibandingkan dengan mata pelajaran yang lain. Sementara itu, hasil belajar matematika siswa dapat dilihat dari kemampuannya menyelesaikan soal matematika yang terdiri kepada soal pengiraan (soal hitungan) dan soal cerita. Soal cerita ialah soal yang disajikan dalam bentuk cerita dan berkaitan dengan keadaan yang dialami siswa dalam kehidupan sehari-hari.

Pemberian soal cerita merupakan suatu usaha mencapai tujuan pembelajaran matematika yang bersifat formal dan material. Menurut [1], tujuan pembelajaran matematika sekolah ialah terdiri kepada tujuan yang bersifat formal, yaitu berfokus pada pembentukan cara berfikir siswa dan pembentukan sikap pribadi. Seterusnya, tujuan yang bersifat material yaitu berfokus pada (1) penguasaan bahan matematika, (2) penggunaan dan penerapan matematika dan (3) keterampilan. Dari tujuan di atas, aspek formal ialah aspek yang lebih menekankan pada pembentukan cara berfikir dan tercermin dengan adanya langkah-langkah dalam menyelesaikan soal cerita. Aspek material lebih menekankan kepada keterampilan menyelesaikan soal maupun memecahkan masalah termasuk penggunaan matematika. Dalam hal ini dilihat dalam soal cerita yang disajikan dalam bentuk cerita dan berkaitan dengan keadaan keseharian.

Mengembangkan kemampuan siswa dalam menyelesaikan soal cerita merupakan salah satu tujuan pembelajaran matematika yang penting di sekolah, karena soal cerita dapat meningkatkan kemampuan penyelesaian masalah. Keterampilan penyelesaian masalah harus dimiliki siswa, sebagaimana dinyatakan oleh [2] bahwa melalui kegiatan penyelesaian masalah diharapkan pemahaman bahan matematika akan lebih baik dan meningkatkan kreativiti siswa.

Di sudut lain, matematika saat ini merupakan salah satu mata pelajaran yang kurang disukai siswa sejak mereka berada di sekolah dasar dan penguasaan siswa terhadap matematika juga rendah ([3]; [4]; [5]). Menurut [6], penelitian di Indonesia menunjukkan tingkat penguasaan siswa terhadap matematika baru mencapai lebih kurang 34%, begitu pula dengan hasil rata-rata Nilai Ebtanas Murni (NEM) matematika masih rendah, yaitu rata-rata 38.5. Seterusnya, hasil dalam ujian akhir nasional tahun 2005 didapati rata-rata nilai matematika pada pendidikan dasar sekitar 5.13 dan dari lima sub tema soal ujian akhir nasional yang memuat soal cerita didapati nilai rata-rata 5.03. Walaupun ada peningkatan nilai dari tahun 1993 ke tahun 2005, namun peningkatan nilai yang sudah dicapai belum mencukupi standar belajar minimal.

Penelitian [7] terhadap siswa sekolah dasar di Riau yang mengikuti kegiatan Olimpiade Matematika di Program Studi pendidikan matematika FKIP Universitas Riau mendapati bahwa pada umumnya mereka yang tidak dapat menyelesaikan soal cerita. Padahal jika soal tersebut diberikan dalam bentuk bukan soal cerita, mereka dapat menyelesaikannya. Penelitian [8] di Polandia juga mendapati bahwa siswa pendidikan rendah juga mengalami kesukaran dalam menyelesaikan soal cerita. Begitu juga, penelitian [9] terhadap 38 orang guru sekolah rendah di Riau dengan menggunakan tiga soal cerita dan mendapati 78% guru dapat menentukan perkara yang dimaksudkan pada soal, 36% dapat menentukan konsep bahan yang diguna untuk menyelesaikan soal cerita dan hanya 11% yang dapat menyelesaikan soal cerita dengan betul. Sementara itu, hasil pengamatan terhadap dokumen hasil belajar siswa kelas V SD 004 Rumbai Pekanbaru sewaktu masih di kelas IV mendapati bahwa 72% siswa memperoleh nilai di bawah 60. Seterusnya hasil wawancara dengan guru didapati bahwa siswa secara umum tidak dapat menyelesaikan soal cerita matematika. Dari hasil wawancara dengan siswa juga didapati bahwa banyak siswa tidak mengetahui untuk apa ia mempelajari

matematika, takut disuruh ke papan tulis untuk mengerjakan latihan matematika dan tidak mau bertanya kepada guru walaupun kurang memahami siswa yang sedang disiswai.

Berdasarkan uraian di atas dilihat bahwa ketidakmampuan dan kelemahan siswa dalam menyelesaikan soal cerita disebabkan oleh kurang maksimalnya guru dalam mengajarkan cara menyelesaikan soal cerita. Akibatnya, jika siswa tidak mampu menyelesaikan soal cerita maka siswa tersebut akan menghadapi kesukaran dalam melanjutkan dan mempelajari matematika yang ada dalam pelajaran lain seperti ekonomi, fisika dan kimia. Disebabkan masalah-masalah yang dibicarakan, maka dirasakan perlu untuk mengadakan penelitian bagi meningkatkan kemampuan guru dalam pembelajaran yang melibatkan soal cerita.

RUMUSAN MASALAH

Fokus penelitian menekankan kepada pembelajaran soal cerita yang melibatkan guru dan siswa dalam kelas. Rumusan masalah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

- (1) Bagaimanakah kemampuan guru dalam memotivasi siswa pada pembelajaran matematika yang diawali dengan pemberian soal cerita?
- (2) Bagaimanakah kemampuan guru dalam menstruktur pembelajaran matematika yang diawali dengan pemberian soal cerita?

METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan reka bentuk penelitian tindakan kolaboratif secara berkelanjutan di dalam kelas sebanyak tiga siklus. Menurut [10], penelitian tindakan adalah penelitian tindakan kolaboratif, yaitu yang dilakukan oleh sekelompok peneliti melalui kerja sama dan kerja bersama. Dalam pelaksanaannya, peneliti bekerja sama dengan seorang guru yang mengajar matematik di kelas V SD 004 Rumbai Pekanbaru. Penelitian tindakan dipilih karena: pertama, intervensi yang dilakukan peneliti pada pembelajaran matematika untuk melakukan renovasi pembelajaran yang melibatkan guru sebagai pengamal dalam penelitian. Kedua, kolaborasi antara peneliti dan guru dalam merancang pelaksanaan pembelajaran. Ketiga, keterlibatanpeneliti adalah sebagai pengamat dalam tindakan kelas kemudian melakukan refleksi bersama guru secara berkelanjutan ke atas tindakan.

Tindakan dilakukan dalam tiga siklus ([11]; [8]; [12]; [13]), supaya guru dapat melakukan perbaikan dan perubahan yang jelas dan nyata untuk mengubah amalan strategi pembelajaran matematika yang diawali dengan pemberian soal cerita. Sehingga selanjutnya guru tidak lagi menghadapi masalah dalam menjalankan tindakan kelas.

Merujuk kepada rekabentuk penelitian diatas, subjek penelitian diambil secara bertujuan (purposive). Subjek yang diambil adalah 21 orang siswakelas V SDN 004 Rumbai Pekanbaru. Sekolah tersebut mengikuti kurikulum Kementrian Pendidikan Indonesia.

Pada pelaksanaan tindakan, peneliti bersama-sama guru sebagai pengamal tindakan mengumpulkan data yang berhubungan dengan pembelajaran matematik yang diawali dengan pemberian soal cerita. Peneliti bertindak sebagai pengamat sewaktu tindakan pembelajaran berjalan. Pada akhir setiap siklus tindakan pembelajaran dilakukan refleksi terhadap hasil pelaksanaan tindakan yang dilakukan, bagi mengetahui perubahan dan peningkatan tindakan atau masalah yang muncul. Perubahan atau masalah yang timbul adalah sebagai pertimbangan untuk merancang tindakan siklus berikutnya.

Pengumpulan data dilakukan dengan melakukan pengamatan yang mendalam Spradli dalam [14]), maksudnya peneliti sebagai pengamat selalu berada bersama guru di dalam kelas semasa tindakan berjalan, namun peneliti berada diluar aktivitas pembelajaran. Analisis data dan refleksi dalam penelitian tindakan adalah untuk menafsirkan informasi yang diperoleh, usaha menyelesaikan masalah yang tidak terduga, serta perubahan terhadap perbaikan situasi pembelajaran ([15]; ([16]; [13]). Penganalisisan data yang berhubungkait dengan proses tindakan kelas yang menggunakan pembelajaran matematika yang diawali dengan pemberian soal cerita dianalisis secara deskriptif ([17]; [18]).

HASIL PENELITIAN

4.1 Hasil Pengamatan (Siklus I, II, dan III)

Pembolehubah kemampuan guru menggunakan pembelajaran matematika yang diawali dengan pemberian soal cerita meliputi dua bagian, yaitu Kemampuan guru memotivasi siswa dan Kemampuan guru menstruktur pembelajaran. Analisis kedua subpembolehubah tersebut adalah seperti berikut:

4.1.1 Analisis Data Pengamatan Kemampuan Guru Memotivasi Siswa

Hasil pengamatan yang berkaitan dengan aktivitas guru memotivasi siswa dalam penggunaan pembelajaran matematika yang diawali dengan pemberian soal cerita dapat dilihat pada tabel 1.

Tabel 1. Kemampuan Guru Memotivasi Siswa

No Item	Aktivitas Guru Memotivasi Siswa	Siklus I Frek(%)	Siklus II Frek(%)	Siklus III Frek(%)
1	Guru memberi salam kepada siswa	4(4.49)	4(3.84)	4(3.01)
2	Guru melakukan apersepsi	13(14.61)	15(14.43)	18(13.54)
3	Guru mengaitkan pelajaran yang akan dipelajari dengan kehidupan sehari-hari	19(21.35)	21(20.19)	28(21.06)
4	Guru memberitahu siswa agar memperhatikan dan mendengar penjelasannya	14(15.73)	16(15.38)	19(14.27)
5	Guru menegur siswa yang membuat ribut	21(23.60)	24(23.08)	27(20.30)
6	Guru mengamati dan mendekati siswa yang pasif untuk berpartisipasi dalam aktivitas pembelajaran	9(10.11)	11(10.58)	19(14.29)
7	Guru dalam memberi penguatan secara lisan dan bukan lisan	9(10.11)	13(12.5)	18(13.53)
Jumlah		89(100)	104(100)	133(100)

Tabel 1 memperlihatkan bahwa frekuensi guru mengaitkan pelajaran yang dipelajari dengan kehidupan keseharian merupakan frekuensi tertinggi baik siklus I, II, maupun III. Kegiatan ini sangat penting dalam memotivasi siswa. Diharapkan dengan siswa mengetahui kegunaan materi yang sedang dipelajari, siswa lebih termotivasi dalam mempelajari dan memahami materi pelajaran yang sedang dipelajari. Guru juga cukup sering menegur siswa yang membuat keributan di luar konteks pembelajaran. Kemudian, guru juga semakin sering memberi penguatan lisan, yaitu apabila beliau mendapati jawaban siswa yang benar saat guru memberi soal. Guru juga memberi penguatan berupa gerakan pada saat mendekati siswa yang sedang mengerjakan soal. Hal ini penting dilakukan agar siswa semakin termotivasi dalam pembelajaran.

Bedasarkan hasil pengamatan, guru senantiasa bekerja keras dan berusaha memotivasi siswa untuk belajar lebih baik. Guru sangat aktif berjalan berkeliling mengawal siswa pada saat mengerjakan tugas dan memberi bantuan kepada siswa yang memerlukan. Beliau juga meminta kepada siswa lain yang sudah dapat menyelesaikan soal yang menjadi tugas di sekolah untuk dapat membantu teman disebelahnya yang belum dapat mengerjakan soal tersebut. Guru pun semakin menyadari bahwa diperlukan frekuensi yang lebih baik dalam mengaitkan pelajaran yang akan dipelajari dengan kehidupan sehari-hari.

4.1.2 Analisis Data Pengamatan Kemampuan Guru Menstruktur Pembelajaran

Hasil pengamatan yang berkaitan dengan aktivitas guru menstruktur pembelajaran matematika yang diawali dengan pemberian soal cerita dapat dilihat pada tabel 2.

Tabel 2 Frekuensi Item Pengamatan Guru Menstruktur Pembelajaran (8 sesi, 4 pertemuan)

No Item	Aktivitas Guru Menstruktur Pengajaran	Siklus I Frek (%)	Siklus II Frek (%)	Siklus III Frek (%)
1	Guru menyampaikan tujuan pengajaran	9 (14.06)	8(9.76)	10(10.31)
2	Guru bertanya kepada siswa yang belum paham	13 (20.31)	14(17.07)	15(15.46)
3	Guru memberi waktu kepada siswa untuk mencatat penjelasan guru di papan tulis	3 (4.69)	4(4.88)	4(4.12)
4	Guru menyampaikan langkah-langkah pembelajaran yang dilakukan	4 (6.25)	14(17.07)	18(18.56)
5	Guru menggunakan berbagai media (alat bantu) sesuai dengan materi pelajaran	10 (15.63)	11(13.41)	15(15.46)
6	Guru berjalan keliling memeriksa setiap siswa mengerjakan/menyelesaikan tugas	25 (39.06)	31(37.80)	35(36.08)
Jumlah		64 (100)	82(100)	97(100)

Tabel 2 Memperlihatkan frekuensi dan persentase guru menstruktur pembelajaran yang semakin baik dari siklus I, ke siklus II dan III. Hal ini dapat dilihat dari aktivitas guru berjalan keliling memeriksa setiap siswa mengerjakan tugas pada siklus III semakin sering dan mencapai frekuensi 35 (36.08%). Kegiatan ini sangat diperlukan untuk mengingatkan dan memantau serta memberi bantuan kepada siswa yang bermasalah. Guru juga semakin sering mengingatkan siswa untuk menggunakan langkah-langkah penyelesaian soal cerita pada saat menyelesaikan soal cerita, yang terlihat pada aktivitas guru menyampaikan langkah-langkah pembelajaran yang dilakukan yang mencapai frekuensi 18 (18.56 %). Kegiatan ini dilakukan untuk selalu mengingatkan siswa dalam mengerjakan soal-soal cerita yang diberikan. Guru semakin sering menggunakan berbagai media (alat bantu) dalam pembelajaran yang mencapai frekuensi 15 (15.46%) pada siklus III. Penggunaan alat peraga bertujuan untuk mengkonkritkan materi matematika yang abstrak dalam pembelajaran. Pada kegiatan bertanya tentang pemahaman siswa terhadap materi juga semakin membaik pada siklus III. Namun pada aktivitas menyampaikan tujuan pembelajaran, di siklus II terjadi penurunan frekuensi, tetapi pada siklus III, sudah terjadi kenaikan frekuensi guru menyampaikan tujuan pembelajaran. Perubahan ini terjadi karena guru telah memperhatikan saran dari peneliti pada saat diskusi setelah pembelajaran.

4.2 Peringkat Kejayaan Tindakan

Kejayaan atau kegagalan penelitian tindakan setiap siklus mengikut pada keputusan hasil refleksi dan dapatan pengamatan yang diperoleh pada siklus tersebut. Menurut [4] penelitian tindakan mesti menetapkan satu kriteria penilaian atau pengukuran yang dapat memutuskan hasil tindakan tersebut, untuk mengetahui adakah ia berhasil atau gagal. Untuk menilai kejayaan tersebut ditetapkan pemeringkatan keberhasilan guru menjalankan tindakan pembelajaran yang dibagi ke dalam tiga tahap, yaitu: (i) kurang baik, (ii) baik, (iii) sangat baik. Pembagian peringkat ini dilakukan dengan rumus: jumlah rata-rata frekuensi tinggi (JKT) dikurangkan jumlah rata-rata frekuensi rendah (JKR) kemudian dibagi tiga atau $(JKT - JKR) / 3 = (36.17 - 23.37) / 3 = 4.27$. Nilai ini digenapkan menjadi

5. Dari rumus ini didapat kategori (1) kurang baik apabila $\sum \bar{x} \leq 24$, (2) baik apabila $24 < \sum \bar{x} \leq 29$, (3) sangat baik apabila $\sum \bar{x} > 29$ ($\sum \bar{x}$ ialah jumlah rata-rata frekuensi).

Kategori di atas digunakan untuk melihat hasil tindakan di kelas melalui pengamatan pembelajaran yang dilaksanakan sebanyak tiga siklus. Hasil pengamatan kemampuan guru menggunakan pembelajaran matematik yang diawali dengan pemberian soal cerita pada siklus I dipaparkan pada tabel 3:

Tabel 3. Hasil Pengamatan Guru Menggunakan pembelajaran matematik yang diawali dengan pemberian soal cerita Siklus I

Pemboleh ubah Kemampuan Guru	Jumlah Item	Frekuensi	Rataan
Memotivasi Siswa	7	89	12.71
Menstruktur Pembelajaran	6	64	10.67
Jumlah			23.37

Tabel 3 memperlihatkan kemampuan guru menggunakan pembelajaran matematik yang diawali dengan pemberian soal cerita pada siklus I berada pada kategori kurang baik. Hasil pengamatan penggunaan pembelajaran matematika yang diawali dengan pemberian soal cerita pada siklus II dapat dilihat pada Tabel 4:

Tabel 4. Hasil Pengamatan Guru Menggunakan Pembelajaran Matematik yang Diawali dengan Pemberian Soal Cerita Siklus II

Pemboleh ubah Kemampuan Guru	Jumlah Item	Frekuensi	Rataan
Memotivasi Siswa	7	104	14.86
Menstruktur Pembelajaran	6	82	13.67
Jumlah			28.53

Tabel 4 memperlihatkan kemampuan guru menggunakan pembelajaran matematik yang diawali dengan pemberian soal cerita pada siklus II berada pada kategori baik. Hasil ini bermakna bahwa guru sudah semakin baik menggunakan pembelajaran matematik yang diawali dengan pemberian soal cerita.

Hasil pengamatan penggunaan pembelajaran matematika yang diawali dengan pemberian soal cerita pada siklus III dapat dilihat pada Tabel 5:

Tabel 5. Hasil Pengamatan Guru Menggunakan Pembelajaran Matematika yang diawali dengan Pemberian Soal Cerita Siklus III

Pembolehubah Kemampuan Guru	Jumlah Item	Frekuensi	Rataan
Memotivasi Siswa	7	133	19
Menstruktur Pembelajaran	8	97	16.17
Jumlah			36.17

Tabel 5 memperlihatkan kemampuan guru menggunakan pembelajaran matematika yang diawali dengan pemberian soal cerita pada siklus III berada pada kategori sangat baik. Hasil ini bermakna bahwa guru sudah semakin baik melaksanakan tindakan pembelajaran matematika yang diawali dengan pemberian soal cerita.

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Penelitian tindakan bertujuan untuk memperbaiki dan membantu guru dalam menghadapi berbagai persoalan dalam kelas yang dialami langsung oleh guru dan pelajar. [7] menegaskan bahwa dasar utama dilaksanakannya penelitian tindakan adalah untuk perbaikan. Dari hasil penelitian diperoleh perubahan dari guru dalam pembelajaran. Perubahan pertama menunjukkan bahwa guru mampu memotivasi siswa dalam pembelajaran, walaupun pada awalnya masih kurang baik. Tugas tersebut adalah tugas yang berat bagi guru untuk memperkenalkan kemahiran tersebut, mendemonstrasikan dan memantau pelaksanaannya. Perubahan kedua yaitu guru dapat menstruktur pembelajaran untuk membantusiswa menguasai materi pelajaran. Kemampuan guru semakin meningkat dan mantap pada bagian akhir tindakan. Hal ini terlihat dari kemampuan guru menggunakan pembelajaran matematika yang diawali dengan pemberian soal cerita pada siklus I mencapai jumlah rata-rata 23.371 yang berada pada kategori kurang, naik menjadi jumlah rata-rata 28.53 pada siklus II yang berada pada kategori baik, dan naik lagi menjadi jumlah rata-rata 36.17 pada siklus III yang berada pada kategori sangat baik.

5.2. Saran

Hasil penelitian ini memberi implikasi yang positif kepada guru untuk mengubah pembelajaran konvensional ke arah pembelajaran yang mengaktifkan siswa. Untuk itu, guru-guru di sekolah dasar dapat menggunakan pembelajaran ini sebagai salah satu pembelajaran untuk mengaktifkan siswa. Pembelajaran telah dapat mengubah pembelajaran yang berpusat pada guru menjadi pembelajaran yang berpusat pada siswa.

PUSTAKA

- [1] Soedjadi, R. 1990. *Matematika Untuk Pendidikan Dasar 9 Tahun*. (Suatu Analisis Global Menyongsong Era Tenggalandas). Surabaya: PPS IKIP Surabaya.
- [2] Soedjadi, R. 1985. *Mencari Strategi Pengelolaan Pendidikan Matematika Menyongsong Tenggalandas Pembangunan Indonesia*. (Suatu upaya mawas diri). Surabaya: Pidato pengukuhan guru besar IKIP Surabaya.

- [3] Offner, C. D. 1978. Back-to-basic in mathematics: an educational Frud. *Mathematics Teacher*: 211-217.
- [4] Wirasto. 1987. *BeberapaPenyebabKemerosotanPendidikanMatematika di Negara Kita*. Makalahdisampaikanpada seminar NasionalPendidikanMatematika di IKIP Sanata Dharma Yogyakarta.
- [5] Dinas Pendidikan Provinsi Riau. 2004. *Data dan Informasi Pendidikan Provinsi Riau tahun 2003*. Pekanbaru.
- [6] Djojonegoro, Wardimaan. 1993. Pidato pengukuhan guru besar pada fakultas MIPA Universitas Pajajaran Bandung. *Kompas*, 15 september 1993
- [7] Zulkarnain 2004. *Kesalahan Yang dilakukan Siswa SD Provinsi Riau Dalam Menyelesaikan Soal Cerita*, Makalah: Disajikan Pada SEMIRATA BKS PTN Wilayah Barat di Unand Padang.
- [8] Swoboda. E. 2004. *How to Prepare Prospective to Teach Mathematics: Some Remarks*. eswoboda@Univ.rzeszow.pl. Poland Rzeszow University.
- [9] Zulkarnain 2007. *Identifikasi Kesalahan Guru-Guru SD di Privinsi Riau dalam Menyelesaikan Soal Cerita*. Makalah: Disajikan Pada SEMIRATA BKS PTN Wilayah Barat di UIN Syarif Hidayatullah Jakarta.
- [10] Kemmis, S. & Taggart, Mc. 1988. *The action research planner*. Victoria: Deakin University.
- [11] Arikunto, Suharsimi, dkk, 2006. *Penelitian Tindakan Kelas*. Jakarta: Bumi Aksara.
- [12] Meerah SM, Embi MA, Baba A, Salleh NA. 2000. *Asas-asasPenyelidikanTindakan*. Bangi: PenerbitUniversitiKebangsaan Malaysia.
- [13] Suyanto. 1997. *Pedoman Pelaksanaan Penelitian Tindakan Kelas (PTK)*. Yogyakarta: DIKTI
- [14] Sunhadji, A. 1994. Teknik observasi dan dokumentasi dalam penelitian kualitatif. Kertas kerja Persidangan Kualitatif Tingkat Lanjut Angkatan III. Lembaga Penelitian Ilmu Keguruan dan Pendidikan Malang, Malang, 24-29 Desember.
- [15] Kasbollah, K. 1999. *Penelitian tindakan kelas*. Jakarta: Direktorat Pendidikan Tinggi Departemen Pendidikan dan Kebudayaan Indonesia
- [16] Mc Niff, J. 1992. *Action research: principle and practice*. London: Macmillan Education.
- [17] Mc Kernan, J. 1996. *Curriculum action research: a handbook of methods and resources for the reflectivbe practitioner*. Ed. ke-2. London: Kogan Page.
- [18] Winter, R. 2001. *A Handbook for Action Research in Health and Social Care*. London: Routledge.

**KEMAMPUAN REPRESENTASI MATEMATIS MAHASISWA PADA MATA
KULIAH KALKULUS PEUBAH BANYAK**

**ABILITY STUDENTS MATHEMATICAL REPRESENTATION OF COURSE MULTY
VARIABLES CALCULUS**

Yerizon

FMIPA Universitas Negeri Padang, Padang
yerizon@yahoo.com HP 081363455577

ABSTRACT

This study aimed to describe the ability of a mathematical representation , in particular a graphical representation , 3rd semester student of Mathematics Department UNP Padang . Mathematical representation capability is the ability to express ideas or mathematical ideas in an effort to find a solution of the problem at hand . The graphical representation is very important for students who follow the many variable calculus course . Representations studied is the ability of students in painting the graph , a straight line , quadratic functions , and absolute value functions . The method used is descriptive research . Subjects were students taking calculus course many variables that account for 50 people . The result showed that the students had difficulty in painting the graph function which is 16 % straight- line graph problems with , 42 % have problems with graphs of quadratic functions , and 58 % have problems with the graph absolute value functions.

Keywords : representation , straight lines , quadratic functions , absolute value

ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan kemampuan representasi matematis, khususnya representasi grafis, mahasiswa semester 3 Jurusan Matematika FMIPA UNP Padang. Kemampuan representasi matematis merupakan kemampuan untuk mengungkapkan gagasan atau ide-ide matematika dalam upaya untuk mencari suatu solusi dari masalah yang sedang dihadapi. Representasi grafis sangat penting bagi mahasiswa yang mengikuti mata kuliah kalkulus peubah banyak. Representasi yang diteliti adalah kemampuan mahasiswa dalam melukis grafik, garis lurus, fungsi kuadrat, dan fungsi nilai mutlak. Metode penelitian yang digunakan adalah penelitian deskriptif. Subjek penelitian adalah mahasiswa yang mengikuti mata kuliah kalkulus peubah banyak yang berjumlah 50 orang. Dari hasil penelitian diperoleh bahwa mahasiswa mengalami kesulitan dalam melukis grafik fungsi yaitu 16 % bermasalah dengan grafik garis lurus, 42 % bermasalah dengan grafik fungsi kuadrat, dan 58 % bermasalah dengan grafik fungsi nilai mutlak.

Kata Kunci: representasi, garis lurus, fungsi kuadrat, nilai mutlak

PENDAHULUAN

Kalkulus Peubah Banyak adalah mata kuliah yang diberikan pada semester tiga di Jurusan Matematika FMIPA UNP Padang. Mata kuliah adalah lanjutan dari mata kuliah Kalkulus 1 dan Kalkulus 2. Pada bagian pertama diberikan sistem koordinat, fungsi dua peubah, limit dan turunan dari fungsi dua peubah atau lebih. Pada bagian kedua akan dibahas integral lipat, dan aplikasinya.

Dari pengalaman peneliti mengajar mata kuliah ini, terlihat bahwa mahasiswa mengalami kesulitan mengikutinya. Hal ini dapat dilihat dari hasil ujian yang mereka

peroleh baik pada ujian tengah semester maupun ujian akhir. Banyak diantara mahasiswa tersebut mendapat nilai rendah atau tidak lulus sehingga mereka harus mengulang pada semester berikutnya. Bahkan ada diantara mahasiswa tersebut yang mengulang sampai tiga kali. Dari hasil lembaran jawaban terlihat bahwa mahasiswa mengalami kesulitan pada hampir semua materi yang diberikan.

Beberapa penyebab yang dapat peneliti amati selama ini adalah 1) kurangnya kemampuan mahasiswa tentang materi prasyarat seperti melukis grafik fungsi. 2) kurangnya motivasi mahasiswa untuk mengembangkan/memperdalam materi kuliah yang baru dipelajarinya di bangku kuliah, 3). kurangnya minat mahasiswa membaca referensi yang tersedia di ruang baca Jurusan untuk mata kuliah ini, ditambah lagi kurangnya kemampuan mahasiswa untuk memahami referensi-referensi yang berbahasa Inggris, 4). mahasiswa tidak mau bertanya kepada dosen ketika ada materi yang tidak dimengerti. 5). kebanyakan mahasiswa hanya menyalin pekerjaan temannya, sehingga tugas yang diberikan kurang bermakna.

Sebagai dosen mata kuliah Kalkulus Peubah Banyak maka peneliti merasa berkewajiban untuk mencari solusi. Karena itu perlu dirancang suatu kegiatan perkuliahan yang dapat memotivasi mahasiswa untuk belajar lebih giat, sehingga dapat memahami dan menguasai materi kuliah dengan baik. Dengan demikian hasil belajarnya akan meningkat.

Untuk itu penulis ingin mengetahui tentang materi prasyarat untuk mata kuliah ini. Prasyarat yang akan dilihat adalah kemampuan mahasiswa dalam membuat representasi grafis, khususnya grafik garis, parabola, dan lingkaran. Jika mahasiswa tidak menguasai materi prasyarat ini maka mahasiswa akan mengalami kesulitan dalam mengikuti perkuliahan.

Representasi matematis merupakan suatu hal yang selalu muncul ketika orang mempelajari matematika pada semua tingkatan/level pendidikan, maka dipandang bahwa representasi merupakan suatu komponen yang layak mendapat perhatian serius. Dengan demikian representasi matematika perlu mendapat penekanan dan dimunculkan dalam proses belajar mengajar matematika di sekolah. Oleh karena itu di dalam pembelajaran matematika, kemampuan mengungkapkan gagasan/ide matematik dan merepresentasikan gagasan/ide matematik dapat merupakan suatu hal yang harus dilalui oleh setiap orang yang sedang belajar matematika. Hal ini sudah dicantumkan pada tujuan mata pelajaran matematika di tingkat sekolah menengah.

Dalam Standar Isi Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan (KTSP) disebutkan bahwa tujuan pembelajaran mata pelajaran matematika di tingkat Sekolah Menengah adalah agar peserta didik memiliki kemampuan sebagai berikut:

1. Memahami konsep matematika, menjelaskan keterkaitan antar konsep dan mengaplikasikan konsep atau algoritma secara luwes, akurat, efisien, dan tepat dalam pemecahan masalah.
2. Menggunakan penalaran pada pola dan sifat, melakukan manipulasi matematika dalam membuat generalisasi, menyusun bukti, atau menjelaskan gagasan dan pernyataan matematika.
3. Memecahkan masalah yang meliputi kemampuan memahami masalah, merancang model matematika, menyelesaikan model dan menafsirkan solusi yang diperoleh.
4. Mengomunikasikan gagasan dengan simbol, tabel, diagram, atau media lain untuk memperjelas keadaan atau masalah.

5. Memiliki sikap menghargai kegunaan matematika dalam kehidupan, yaitu memiliki rasa ingin tahu, perhatian, dan minat dalam mempelajari matematika, serta sikap ulet dan percaya diri dalam pemecahan masalah.

Dari tujuan tersebut terlihat bahwa kemampuan mengkomunikasikan ide atau gagasan adalah suatu kemampuan yang harus dimiliki siswa. Dalam mengkomunikasikan ide siswa harus dapat merepresentasikan idenya dalam bentuk simbol, tabel, diagram, grafik, atau media lainnya. Representasi yang dibuat oleh siswa merupakan ungkapan dari ide matematis yang ditampilkan siswa dalam upayanya untuk mencari penyelesaian dari suatu masalah yang sedang dihadapinya [1]. Selanjutnya [2] mengungkapkan bahwa representasi merupakan alat yang digunakan siswa untuk mengomunikasikan gagasan matematis yang bersangkutan.

Terdapat tiga alasan mengapa representasi merupakan hal yang penting, yaitu:

1. kelancaran dalam melakukan perpindahan diantara berbagai jenis representasi yang berbeda merupakan kemampuan dasar yang perlu dimiliki siswa untuk membangun suatu konsep dan berpikir matematis,
2. ide-ide matematis yang disajikan guru melalui berbagai representasi akan memberikan pengaruh yang sangat besar terhadap siswa dalam mempelajari matematika,
3. siswa membutuhkan latihan dalam membangun representasinya sendiri sehingga memiliki kemampuan dan pemahaman konsep yang baik dan fleksibel yang dapat digunakan dalam pemecahan masalah.

Beberapa bentuk representasi matematis, seperti verbal, gambar, numerik, simbol aljabar, tabel, diagram, dan grafik merupakan bagian yang tak dapat dipisahkan dari pelajaran matematika. Namun pada umumnya dalam pembelajaran matematika, representasi matematis dipelajari atau diajarkan hanya sebagai pelengkap dalam menyelesaikan masalah matematika. Seharusnya sebagai komponen pembelajaran yang esensial, kemampuan representasi matematis siswa perlu senantiasa dilatih dalam proses pembelajaran matematika di sekolah

Dari beberapa definisi tersebut dapat disimpulkan bahwa representasi adalah ungkapan-ungkapan dari ide matematis yang ditampilkan siswa sebagai model atau bentuk pengganti dari suatu situasi masalah yang digunakan untuk menemukan solusi dari masalah yang sedang dihadapinya sebagai hasil dari interpretasi pikirannya. Suatu masalah dapat direpresentasikan melalui gambar, kata-kata (verbal), tabel, benda konkrit, atau simbol matematika.

Vergnaud [3] menyatakan representasi merupakan unsur yang penting dalam teori belajar-mengajar matematika, tidak hanya karena pemakaian sistem simbol yang juga penting dalam matematika dan kaya akan kalimat dan kata, beragam dan universal, tetapi juga karena matematika mempunyai peranan penting dalam mengkonseptualisasi dunia nyata.

Matematika merupakan hal yang abstrak, maka untuk mempermudah dan memperjelas dalam penyelesaian masalah matematika, representasi sangat berperan, yaitu untuk mengubah ide abstrak menjadi konsep yang nyata, misalnya dengan gambar, simbol, kata-kata, grafik, tabel dan lain-lain. Selain itu matematika memberikan gambaran yang luas dalam hal analogi konsep dari berbagai topik yang ada. Dengan demikian diharapkan bahwa bilamana siswa memiliki akses ke representasi-representasi dan gagasan-gagasan yang mereka tampilkan mereka, maka mereka memiliki sekumpulan alat

yang secara signifikan siap memperluas kapasitas mereka dalam berpikir secara matematis [1].

Hiebert dan Carpenter [4] mengemukakan ada dua jenis representasi yaitu representasi internal dan representasi eksternal. Berpikir tentang ide matematis yang kemudian dikomunikasikan memerlukan representasi eksternal yang wujudnya antara lain: verbal, gambar, dan benda konkrit. Berpikir tentang ide matematis yang memungkinkan pikiran seseorang bekerja atas dasar ide tersebut merupakan representasi internal. Representasi internal dari seseorang sulit untuk diamati secara langsung karena merupakan aktivitas mental dari seseorang dalam pikirannya (*minds-on*). Tetapi representasi internal seseorang itu dapat disimpulkan atau diduga berdasarkan representasi eksternalnya dalam berbagai kondisi; misalnya dari pengungkapannya melalui kata-kata (lisan), melalui tulisan berupa simbol, gambar, grafik, tabel ataupun melalui alat peraga (*hands-on*).

Representasi eksternal adalah hasil perwujudan untuk menggambarkan apa-apa yang dikerjakan seseorang secara internal atau dalam representasi internalnya. Schnotz [5] membagi representasi eksternal dalam dua kelas yang berbeda yaitu representasi *descriptive* dan *depictive*. Representasi *descriptive* terdiri atas simbol yang mempunyai struktur sembarang dan dihubungkan dengan isi yang dinyatakan secara sederhana dengan makna dari suatu konvensi, yakni teks, sedangkan representasi *depictive* termasuk tanda-tanda *iconic* yang dihubungkan dengan isi yang dinyatakan melalui fitur struktural yang umum secara konkret atau pada tingkat yang lebih abstrak, yaitu, display visual.

Cai, Lane, dan Jacobcsin [2] menyatakan bahwa representasi yang sering digunakan adalah (1) sajian visual seperti tabel, gambar, grafik; (2) pernyataan matematika atau notasi matematika; (3) teks tertulis yang ditulis dengan bahasa sendiri baik formal maupun informal, ataupun kombinasi semuanya. Sementara Steffe, *et al.* [4] menggolongkan representasi menjadi: verbal, gambar, benda konkret, tabel, model-model manipulatif atau kombinasi dari semuanya.

Dari beberapa penggolongan representasi tersebut dapat ditarik suatu kesimpulan bahwa pada dasarnya representasi dapat digolongkan menjadi (1) representasi visual (gambar, diagram, grafik, atau tabel), (2) representasi simbolik (pernyataan matematik/notasi matematik, numerik/symbol aljabar) dan (3) representasi verbal (teks tertulis). Penggunaan semua jenis representasi tersebut dapat dibuat secara lengkap dan terpadu dalam pengujian suatu masalah yang sama atau dengan kata lain representasi matematis dapat dibuat secara beragam.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan penelitian deskriptif. Subjek penelitian adalah mahasiswa yang mengikuti mata kuliah kalkulus peubah banyak yang berjumlah 50 orang. Instrumen dalam penelitian ini adalah tes tentang kemampuan representasi matematis khususnya representasi grafis, Materi yang diujikan adalah garis, parabola, dan nilai mutlak. Soal yang diberikan adalah $2x + y = 6$, $y = -x^2 + x + 2$, dan $y = |x - 2|$.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Dari hasil penelitian terhadap mahasiswa yang mengikuti mata kuliah kalkulus peubah banyak diperoleh bahwa pada umumnya mereka mengalami kesulitan dalam

kemampuan representasi yaitu representasi grafis. Dari hasil penelitian diperoleh bahwa mahasiswa mengalami kesulitan dalam melukis grafik fungsi yaitu 16 % bermasalah dengan grafik garis lurus, 42 % bermasalah dengan grafik fungsi kuadrat, dan 58 % bermasalah dengan grafik fungsi nilai mutlak.

Kesalahan terbanyak yang dilakukan siswa adalah dalam melukis grafik fungsi nilai mutlak. Mahasiswa kesulitan dalam menguraikan atau mengubah nilai mutlak menjadi bentuk tanpa nilai mutlak. Meskipun sudah dapat mengubahnya, namun masih banyak yang kebingungan dalam melukisnya karena ada syarat untuk setiap fungsi yang telah dihilangkan nilai mutlaknya.

Kesalahan terbanyak kedua yang dialami mahasiswa adalah dalam melukis grafik parabola. Dalam melukis parabola ada beberapa titik yang harus ditentukan yaitu titik puncak, titik potong dengan kedua sumbu koordinat, dan sumbu simetri. Setelah titik ini diperoleh, kemudian dicari beberapa titik lain yang membantu. Dengan menggunakan titik tersebut barulah kita melukis grafiknya. Tapi kebanyakan mahasiswa tidak mencari titik puncaknya, mereka hanya mencoba mensubstitusikan beberapa titik sebarang saja. Dari titik ini mereka mencoba melukisnya, sehingga gambarnya kurang tepat.

Kesalahan lain yang mereka buat adalah mereka juga kurang memahami sifat dari parabola. Ada beberapa sifat dari parabola yang perlu diperhatikan yaitu terbuka ke atas atau ke bawah, memotong sumbu x atau tidak, dan simetri terhadap suatu garis. Mereka tidak memanfaatkan sifat-sifat ini dalam melukis grafik.

Kesalahan yang paling sedikit dilakukan mahasiswa adalah melukis grafik garis lurus. Hal ini memang sangat ironis, karena tidak sewajarnya lagi mahasiswa pendidikan matematika tidak mampu melukis grafik garis lurus. Materi ini merupakan materi yang mereka pelajari di SMP.

Akibat dari kesulitan melukis grafik, garis, parabola, dan nilai mutlak maka mahasiswa selalu mengalami masalah dalam kuliah kalkulus peubah banyak. Karena kalkulus peubah banyak meliputi grafik fungsi di ruang dimensi tiga. Untuk dapat melukis grafik di ruang dimensi tiga mereka harus mampu melukis grafik, garis, parabola, dan nilai mutlak.

KESIMPULAN

Dari hasil penelitian dapat disimpulkan bahwa mahasiswa mengalami kesulitan pada kemampuan representasi. Kesulitan terbanyak dialami mahasiswa adalah dalam melukis grafik fungsi nilai mutlak. Hasil yang diperoleh adalah mahasiswa mengalami kesulitan dalam melukis grafik fungsi yaitu 16 % bermasalah dengan grafik garis lurus, 42 % bermasalah dengan grafik fungsi kuadrat, dan 58 % bermasalah dengan grafik fungsi nilai mutlak.

PUSTAKA

- [1] National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston. VA: NCTM
- [2] Cai, J., Lane, S. & Jacobcsin, M.S. (1998). "Assessing Students' Mathematical Communication". *School Science and Mathematics Journal*. 96 (5), 238-246
- [3] Goldin, G. A. (2002). Representation in Mathematical Learning and Problem Solving. In L.D English (Ed). *International Research in Mathematical Education IRME*, 197-218. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

- [4] Hudoyo (2002). *Pengembangan Kurikulum Matematika & Pelaksanaannya di Depan Kelas*. Surabaya: Usaha Nasional
- [5] Gagatsis, A, Elia, I dan Andreou, S. (2003). "Representations and Mathematics Learning: Functions and Number Line", *Euclidean γ* , 59, 5 – 34

**ANALISIS PENGETAHUAN METAKOGNITIF SISWA TIPE KEPERIBADIAN
PHLEGMATIS DALAM MENYELESAIKAN SOAL MATERI LIMIT FUNGSI
ALJABAR DI KELAS XI IPA SMA ISLAM ALFALAH KOTA JAMBI**

Dewi Iriani, Marni Zulyanty

Pendidikan Matematika FKIP UNJA, Jambi
dewiiriani52@yahoo.co.id

ABSTRAK

Pengetahuan metakognitif merupakan komponen dari metakognisi. Menurut Kipnis dan Hofstein metakognisi merupakan suatu komponen penting dalam pembelajaran sains termasuk matematika sehingga perlu dikembangkan kepada siswa. Pengetahuan metakognitif merupakan bagian atau komponen dari metakognitif sehingga secara generalisasi pengetahuan metakognitif merupakan hal yang penting dalam kegiatan belajar mengajar. Pengetahuan metakognitif merujuk pada diperolehnya pengetahuan tentang proses-proses kognitif, pengetahuan yang dapat dipakai untuk mengontrol proses kognitif. Selanjutnya setiap siswa memiliki tipe kepribadian yang berbeda-beda sehingga menyebabkan perbedaan pada pengetahuan metakognitif dalam menyelesaikan soal matematika termasuk pada siswa tipe kepribadian phlegmatis. Berdasarkan studi pendahuluan penulis di SMA Islam Alfalah Kota Jambi, diperoleh siswa kelas XI IPA dengan kepribadian phlegmatis yang mempunyai pengetahuan metakognitif rendah pada materi limit fungsi aljabar. Tujuan penelitian ini adalah untuk menganalisis pengetahuan metakognitif siswa tipe kepribadian phlegmatis dalam menyelesaikan soal materi limit fungsi aljabar kelas XI IPA. Jenis penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah penelitian deskriptif kualitatif. Subjek penelitian adalah siswa tipe kepribadian phlegmatis kelas XI IPA 1. Penelitian ini menggunakan tes kepribadian, lembar tugas penyelesaian soal materi limit fungsi aljabar, dan rekaman wawancara langsung. Rekaman wawancara digunakan untuk mengetahui pengetahuan metakognitif siswa tipe kepribadian phlegmatis di setiap tahap penyelesaian soal menurut Polya. Berdasarkan hasil penelitian dapat disimpulkan bahwa siswa kepribadian phlegmatis dalam menyelesaikan soal telah memenuhi indikator pengetahuan metakognitif menurut Jacob yaitu identifikasi sifat/ ciri masalah, konstruksi hubungan antara pengetahuan sebelumnya dan pengetahuan baru, elaborasi, bagaimana mengambil tindakan solusi, mengapa dan kapan menggunakan strategi yang tepat. Berdasarkan hasil wawancara yang terlihat dari jawaban siswa tipe kepribadian phlegmatis telah memenuhi indikator pengetahuan metakognitif dalam menyelesaikan soal menurut tahapan penyelesaian soal menurut Polya.

Kata Kunci : pengetahuan metakognitif, tipe kepribadian phlegmatis

PENDAHULUAN

Pendidikan di Indonesia terbagi menjadi pendidikan formal, pendidikan informal dan pendidikan nonformal. Tujuan dari pendidikan formal, informal, dan nonformal ini sama yaitu ingin mengarahkan siswa belajar untuk memperoleh pengetahuan. Pendidikan berlangsung dalam suatu proses pembelajaran. Setiap proses pembelajaran memiliki tujuan pembelajaran yang merujuk pada tujuan pendidikan nasional, agar tujuan dari proses pembelajaran dapat dicapai, maka perlu adanya usaha guru dan siswa untuk mewujudkannya.

Hal lain yang berkenaan dengan pendidikan adalah mengenai dimensi pengetahuan. Pada awalnya dimensi pengetahuan terdiri atas tiga dimensi pengetahuan yaitu dimensi pengetahuan faktual, dimensi pengetahuan konseptual, dan dimensi

pengetahuan prosedural. Berdasarkan hasil-hasil penelitian terbaru tentang peran penting pengetahuan siswa mengenai kognisi dan kontrol atas kognisi diri sendiri, maka dimensi pengetahuan bertambah yaitu dimensi pengetahuan metakognitif, sehingga dimensi pengetahuan terdiri atas empat dimensi yaitu dimensi pengetahuan faktual, dimensi pengetahuan konseptual, dimensi pengetahuan prosedural, dan dimensi pengetahuan metakognitif.

Pengetahuan metakognitif merupakan komponen dari metakognisi. Metakognisi menjadi penting dalam kegiatan belajar mengajar, hal ini sejalan dengan pendapat yang dikemukakan oleh Alexander yaitu pentingnya metakognisi sebagai bagian yang tak terpisahkan dari keterampilan belajar seseorang. Selain itu, menurut Kipnis dan Hofstein (dalam [1]) metakognisi merupakan suatu komponen penting dalam pembelajaran sains sehingga perlu dikembangkan kepada siswa. Sejalan dengan itu Gartmann, Kramarski *et.al* (dalam [2]) menyatakan bahwa siswa yang memiliki kemampuan rendah tetapi aktif belajar dengan metakognitif ternyata dapat menjadi lebih mampu memecahkan permasalahan dibandingkan dengan siswa yang sama yang tidak belajar dengan metakognitif. Berdasarkan alasan dari beberapa ahli, maka dapat disimpulkan bahwa metakognitif merupakan hal yang sangat penting dalam kegiatan belajar mengajar. Pengetahuan metakognitif merupakan bagian atau komponen dari metakognitif sehingga secara generalisasi pengetahuan metakognitif merupakan hal yang penting dalam kegiatan belajar mengajar.

Pengetahuan metakognitif ini merujuk pada diperolehnya pengetahuan tentang proses-proses kognitif, pengetahuan yang dapat dipakai untuk mengontrol proses kognitif. Selain pengetahuan metakognitif, kualitas tenaga pengajar atau guru menjadi hal yang penting. Salah satu kompetensi yang harus dikuasai guru adalah kompetensi pedagogik, dan salah satu aspek kompetensi pedagogik yaitu mengenal karakteristik siswa. Menurut Hippocrates dan Galenus tipologi kepribadian yang tertuang bersifat jasmaniah atau fisik. Hippocrates dan Galenus mengembangkan tipologi kepribadian berdasarkan cairan tubuh yang menentukan temperamen seseorang. Kepribadian terdiri dari empat tipe, yaitu tipe sanguin, tipe melankolis, tipe phlegmatis, dan tipe koleris. Tipe phlegmatis adalah kepribadian yang mudah diatur, sangat toleran, cenderung diam, kalem, suka mengalah, tak suka terjadi konflik.

Matematika merupakan bidang ilmu yang memiliki peran dalam kemajuan pendidikan. Berdasarkan hasil wawancara dari salah satu guru matematika kelas XI IPA SMA Islam Al-Falah Kota Jambi dapat diketahui bahwa masih terdapat masalah dalam pembelajaran matematika. Berdasarkan uraian yang telah dijabarkan, maka peneliti melakukan penelitian dengan judul **"Analisis Pengetahuan Metakognitif Siswa Tipe Kepribadian Phlegmatis dalam Menyelesaikan Soal Materi Limit Fungsi Aljabar Kelas XI IPA"**.

BAHAN DAN METODE

Penelitian jenis ini termasuk jenis penelitian kualitatif yang menggunakan metodologi penelitian deskriptif. Hal yang dideskripsikan dalam penelitian ini adalah pengetahuan metakognitif siswa tipe kepribadian phlegmatis dalam menyelesaikan soal matematika khususnya materi limit fungsi aljabar yang muncul dari subjek penelitian. Subjek dalam penelitian ini dipilih dengan menggunakan tes kepribadian yang disusun oleh Florence Littauer yang diterbitkan oleh Huntingto House, Inc, Lafayette, LA. Prosedur penelitian yang dilaksanakan dalam penelitian ini mengacu pada tahap atau prosedur

penelitian menurut Bogdan yang dimodifikasi oleh Moleong [3]. Tahapan penelitian tersebut meliputi: (1) tahap pra-lapangan; (2) tahap pekerjaan lapangan; dan (3) tahap analisis data.

Data dalam penelitian ini adalah Tipe kepribadian siswa kelas XI IPA 1, dan deskripsi pengetahuan metakognitif siswa tipe kepribadian phlegmatis dalam menyelesaikan soal materi limit fungsi aljabar. Instrumen dalam penelitian kualitatif adalah yang melakukan penelitian itu sendiri, yaitu peneliti (dalam Djunaedi, 2012:95). Instrumen lain yang digunakan adalah tes kepribadian untuk menentukan subjek penelitian dan lembar soal materi limit fungsi aljabar serta pedoman wawancara.

Tes pemilihan subjek yang digunakan adalah tes kepribadian yang disusun oleh Florence Littauer diterbitkan oleh Huntingto House, Inc, Lafayette, LA. Soal tes kepribadian ini akan divalidasi oleh 1 orang ahli psikologi, selain bertindak sebagai validator ahli psikologi juga bertindak sebagai evaluator untuk tes kepribadian ini. Soal tes kepribadian ini terdiri dari kata-kata yang merupakan sifat dari masing-masing tipe kepribadian. Instrumen lembar tugas yang digunakan dalam penelitian ini adalah instrumen lembar tugas penyelesaian soal matematika materi limit fungsi aljabar. Lembar tugas tersebut berupa tugas penyelesaian soal materi limit fungsi aljabar secara essay/uraian. Lembar tugas tersebut disusun berdasarkan kompetensi dasar matematika SMA kelas XI program IPA semester 2. Lembar tugas yang akan diberikan kepada siswa terdiri dari dua tugas yaitu tugas penyelesaian soal tahap I dan tahap II. Namun waktu pemberian tugas penyelesaian soal tahap I dan tahap II berbeda. Soal pada lembar tugas tahap I setara dengan soal pada lembar tugas tahap II. Instrumen lembar tugas penyelesaian soal ini divalidasi oleh ahli, yang terdiri atas 4 orang ahli pendidikan matematika/ahli matematika. Pedoman wawancara digunakan untuk membimbing peneliti dalam mengungkap pengetahuan metakognitif siswa ketika subjek menyelesaikan soal materi limit fungsi aljabar.

Prosedur pengumpulan data dilakukan dengan memberikan tugas penyelesaian soal matematika sebanyak dua tahap, yaitu pemberian tugas tahap I dan pemberian tugas tahap II, untuk melihat validasi data. Apabila ternyata data tidak valid maka akan dilakukan pengumpulan data ulang untuk memperoleh data yang valid. Wawancara pada penelitian ini menggunakan wawancara semi terstruktur. Pada penelitian ini uji kredibilitas data atau kepercayaan terhadap data hasil penelitian dilakukan dengan triangulasi waktu, yaitu menggunakan pengulangan wawancara, yakni mencari kesesuaian data yang bersumber dari dua masalah yang setara pada waktu yang berbeda.

Analisis data adalah proses mencari dan menyusun secara sistematis data yang diperoleh dari hasil wawancara, catatan lapangan, dan bahan-bahan lain dengan cara mengorganisasikan data ke dalam kategori, menjabarkan ke dalam unit-unit, melakukan sintesa, menyusun ke dalam pola, memilih mana yang penting dan yang akan dipelajari, dan membuat kesimpulan sehingga mudah dipahami oleh diri sendiri atau orang lain [4].

HASIL DAN PEMBAHASAN

Instrumen pengumpulan data untuk mengungkap pengetahuan metakognitif siswa tipe kepribadian phlegmatis digunakan lembar tes kepribadian yang diadaptasi langsung dari instrumen yang disusun oleh Florence Littauer yang diterbitkan oleh Huntingto House, Inc, Lafayette, LA [5]. Lembar tes kepribadian pada penelitian ini digunakan untuk memilih subjek penelitian yaitu siswa yang memiliki tipe kepribadian

phlegmatis. Selanjutnya, dalam melakukan penelitian instrumen yang digunakan adalah instrumen berbentuk lembar tugas penyelesaian soal untuk mengungkap pengetahuan metakognitif dan pedoman wawancara.

Instrumen lembar tugas pengetahuan metakognitif digunakan untuk mengetahui pengetahuan metakognitif siswa dalam menyelesaikan soal yang diberikan berdasarkan indikator pengetahuan metakognitif menurut Jacob yaitu Identifikasi ciri atau sifat masalah, Konstruksi hubungan antara pengetahuan sebelumnya dan pengetahuan baru, Elaborasi, Bagaimana mengambil tindakan solusi, dan Mengapa dan kapan menggunakan strategi solusi yang tepat. Sedangkan instrumen pedoman wawancara digunakan untuk mengetahui pengetahuan metakognitif siswa dalam setiap tahap penyelesaian soal berdasarkan tahapan penyelesaian soal menurut Polya yaitu memahami soal, menyusun rencana penyelesaian soal, melaksanakan rencana penyelesaian soal, dan mengecek kembali hasil penyelesaian soal. Instrumen lembar tugas penyelesaian soal dan pedoman wawancara telah direvisi sesuai saran dari validator dan setelah dinyatakan valid maka instrumen tersebut dapat digunakan dalam penelitian oleh peneliti.

Berdasarkan hasil tes kepribadian siswa kelas XI IPA 1 SMA Islam Al-Falah Kota Jambi diperoleh siswa terbanyak mempunyai tipe Melankolis-Phlegmatis yaitu sebesar. sebesar 25%. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui bagaimana pengetahuan metakognitif siswa tipe kepribadian phlegmatis dalam menyelesaikan soal materi limit fungsi aljabar. Untuk melihat bagaimana pengetahuan metakognitif siswa 1 tipe kepribadian phlegmatis dapat dilihat dari jawaban lembar soal yang dikerjakan subjek penelitian. Sementara untuk melihat dan mengidentifikasi pengetahuan metakognitif siswa 1 tipe kepribadian phlegmatis di setiap tahap penyelesaian soal dapat dilihat dari hasil wawancara dimana tahapan penyelesaian soal menurut Polya adalah memahami soal, menyusun rencana penyelesaian soal, melaksanakan penyelesaian soal, dan mengecek kembali hasil penyelesaian soal.

Berdasarkan hasil penelitian terhadap hasil pekerjaan siswa dalam menyelesaikan lembar tugas penyelesaian soal yang diberikan dalam penelitian ini menunjukkan bahwa siswa 1 tipe kepribadian phlegmatis yang selanjutnya disebut sebagai subjek penelitian (S1Pht) dapat memenuhi indikator pengetahuan metakognitif. Hal ini dilihat dari hasil pekerjaan siswa tersebut, yang mana dari 4 soal yang diberikan pada 2 soal yang diberikan memenuhi kelima indikator pengetahuan metakognitif menurut Jacob (dalam [6]) yaitu identifikasi sifat/ciri masalah, konstruksi hubungan antara pengetahuan sebelumnya dan pengetahuan baru, elaborasi, bagaimana mengambil tindakan solusi, mengapa dan kapan menggunakan strategi yang tepat (seperti yang dijabarkan pada hasil penelitian bab 4) dan 2 soal telah memenuhi tiga indikator pengetahuan metakognitif.

Soal 1 dan soal 2 telah memenuhi kelima indikator pengetahuan metakognitif menurut Jacob (dalam [6]) yaitu identifikasi sifat/ciri masalah, konstruksi hubungan antara pengetahuan sebelumnya dan pengetahuan baru, elaborasi, bagaimana mengambil tindakan solusi, mengapa dan kapan menggunakan strategi yang tepat. Sementara untuk soal 3 dan soal 4, S1Pht hanya memenuhi tiga indikator pengetahuan metakognitif yaitu identifikasi sifat/ciri masalah, konstruksi hubungan antara pengetahuan sebelumnya dan pengetahuan baru, elaborasi.

Berdasarkan uraian diatas, maka dapat disimpulkan bahwa siswa 1 tipe kepribadian phlegmatis dapat memenuhi indikator pengetahuan metakognitif menurut Jacob (dalam [6]) yaitu identifikasi sifat/ciri masalah, konstruksi hubungan antara

pengetahuan sebelumnya dan pengetahuan baru, elaborasi, bagaimana mengambil tindakan solusi, mengapa dan kapan menggunakan strategi yang tepat.

Berdasarkan hasil wawancara yang dilakukan pada penelitian ini menunjukkan bahwa siswa 1 tipe kepribadian phlegmatis telah melalui tahapan penyelesaian soal materi limit fungsi aljabar. Hal ini dapat dilihat dari hasil wawancara siswa tersebut yang telah melewati setiap tahap penyelesaian soal (seperti yang dijabarkan pada hasil penelitian pada bab 4). Menurut Polya (dalam [7]) penyelesaian soal dalam matematika terdiri atas empat langkah pokok yaitu memahami soal, menyusun rencana penyelesaian soal, melakukan rencana penyelesaian soal, dan mengecek kembali hasil penyelesaian soal.

Dari wawancara dapat ditarik kesimpulan bahwa S1Pht telah melalui tahap penyelesaian soal pada setiap indikator pengetahuan metakognitif. Dengan demikian, berdasarkan analisis penelitian yang dilakukan dan sesuai dengan pendapat-pendapat para ahli bahwa siswa 1 tipe kepribadian phlegmatis dalam menyelesaikan soal materi limit fungsi aljabar telah memenuhi indikator pengetahuan metakognitif dan telah melalui tahap penyelesaian soal di setiap indikator pengetahuan metakognitif. Untuk melihat bagaimana pengetahuan metakognitif siswa 2 tipe kepribadian phlegmatis dapat dilihat dari jawaban lembar soal yang dikerjakan subjek penelitian. Sementara untuk melihat dan mengidentifikasi pengetahuan metakognitif siswa 2 tipe kepribadian phlegmatis di setiap tahap penyelesaian soal dapat dilihat dari hasil wawancara dimana tahapan penyelesaian soal menurut Polya adalah memahami soal, menyusun rencana penyelesaian soal, melaksanakan penyelesaian soal, dan mengecek kembali hasil penyelesaian soal.

Berdasarkan hasil penelitian terhadap hasil pekerjaan siswa dalam menyelesaikan lembar tugas penyelesaian soal yang diberikan dalam penelitian ini menunjukkan bahwa siswa 2 tipe kepribadian phlegmatis yang selanjutnya disebut sebagai subjek penelitian (S2Pht) dapat memenuhi indikator pengetahuan metakognitif. Hal ini dilihat dari hasil pekerjaan siswa tersebut, 3 soal yang diberikan semuanya memenuhi kelima indikator pengetahuan metakognitif menurut Jacob (dalam [6]) yaitu identifikasi sifat/ciri masalah, konstruksi hubungan antara pengetahuan sebelumnya dan pengetahuan baru, elaborasi, bagaimana mengambil tindakan solusi, mengapa dan kapan menggunakan strategi yang tepat (seperti yang dijabarkan pada hasil penelitian bab 4) dan 1 soal tidak memenuhi satu indikator pengetahuan metakognitif yaitu mengapa dan kapan menggunakan strategi yang tepat.

Berdasarkan uraian diatas, maka dapat disimpulkan bahwa siswa 2 tipe kepribadian phlegmatis dapat memenuhi indikator pengetahuan metakognitif menurut Jacob (dalam [6]) yaitu identifikasi sifat/ciri masalah, konstruksi hubungan antara pengetahuan sebelumnya dan pengetahuan baru, elaborasi, bagaimana mengambil tindakan solusi, mengapa dan kapan menggunakan strategi yang tepat.

Berdasarkan hasil wawancara yang dilakukan pada penelitian ini menunjukkan bahwa siswa 2 tipe kepribadian phlegmatis telah melalui tahapan penyelesaian soal materi limit fungsi aljabar. Hal ini dapat dilihat dari hasil wawancara siswa tersebut yang telah melewati setiap tahap penyelesaian soal (seperti yang dijabarkan pada hasil penelitian pada bab 4). Menurut Polya (dalam [7]) penyelesaian soal dalam matematika terdiri atas empat langkah pokok yaitu memahami soal, menyusun rencana penyelesaian soal, melakukan rencana penyelesaian soal, dan mengecek kembali hasil penyelesaian soal. Dari wawancara dapat ditarik kesimpulan bahwa S2Pht telah melalui tahap penyelesaian soal pada setiap indikator pengetahuan metakognitif

Dengan demikian, berdasarkan analisis penelitian yang dilakukan dan sesuai dengan pendapat-pendapat para ahli bahwa siswa 2 tipe kepribadian phlegmatis dalam menyelesaikan soal materi limit fungsi aljabar telah memenuhi indikator pengetahuan metakognitif dan telah melalui tahap penyelesaian soal di setiap indikator pengetahuan metakognitif. Bahkan S2Pht mengetahui kesalahan dan letak kesalahan yang dilakukan, hal ini menjadi penting sebab menurut tim MKPBM (dalam [6]) memandang metakognitif sebagai suatu bentuk kemampuan yang dapat digunakan untuk melihat pada diri sendiri sehingga dapat mengontrol secara optimal apa yang dilakukan. Para siswa dengan pengetahuan metakognitifnya akan sadar akan kelebihan dan keterbatasannya dalam belajar. Artinya saat siswa mengetahui kesalahannya, mereka akan sadar untuk mengakui bahwa mereka salah dan berusaha memperbaikinya. Hal inilah yang dialami S2Pht sehingga S2Pht telah memiliki pengetahuan metakognitif yang baik.

KESIMPULAN DAN PROSPEK

Berdasarkan hasil penelitian dapat disimpulkan bahwa siswa tipe kepribadian phlegmatis dalam menyelesaikan soal telah memenuhi indikator pengetahuan metakognitif menurut Jacob yaitu identifikasi sifat/ciri masalah, konstruksi hubungan antara pengetahuan sebelumnya dan pengetahuan baru, elaborasi, bagaimana mengambil tindakan solusi, mengapa dan kapan menggunakan strategi yang tepat. Hal ini berarti siswa telah menggunakan pengetahuan metakognitif dalam menyelesaikan soal. Sementara dari hasil wawancara siswa tipe kepribadian phlegmatis telah melalui tahapan dari indikator pengetahuan metakognitif dalam menyelesaikan soal materi limit fungsi aljabar.

Penulis menyarankan kepada guru mata pelajaran matematika antara lain, hendaknya dalam proses pembelajaran, guru memperhatikan pengetahuan metakognitif siswa sebab dengan pengetahuan metakognitif yang baik dapat meningkatkan prestasi belajar siswa. Hendaknya dalam pembelajaran, guru memperhatikan indikator pengetahuan metakognitif siswa yaitu identifikasi ciri atau sifat masalah, konstruksi hubungan antara pengetahuan sebelumnya dan pengetahuan baru, elaborasi, bagaimana mengambil tindakan solusi, dan mengapa dan kapan menggunakan strategi solusi yang tepat, dengan adanya penelitian ini diharapkan dapat menjadi gambaran untuk penelitian selanjutnya mengenai pengetahuan metakognitif dalam menyelesaikan soal.

UCAPAN TERIMA KASIH

Terima kasih penulis panjatkan kehadiran Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan karuniaNya dan seluruh pihak yang terkait sehingga penulis dapat menyelesaikan penelitian ini.

PUSTAKA

- [1] Purnama. 2012.
- [2] Thohari, Khamim. 2007. *Peningkatan Kemampuan Problem Solving Melalui Peningkatan Kemampuan Metakognisi*. (http://repository.upi.edu/operator/upload/s_jkr_0800764_chapter2.pdf). diakses tanggal 4 Januari 2013).

- [3] Moleong, L.J. 2010. *Metodologi Penelitian Kualitatif*. Bandung: PT. Remaja Rosdakarya.
- [4] Sugiyono. 2012. *Metode Penelitian Kuantitatif, Kualitatif dan R&D*. Bandung: Alfabeta.
- [5] Littauer, F. 1996. *Personality Plus* . Jakarta: Binarupa Aksara
- [6] Inkam Siti, Fuadah. 2011. *Penerapan Pendekatan Pembelajaran Bridging Analogy Untuk Meningkatkan Kemampuan Metakognitif Matematika Siswa*. .(http://repository.upi.edu/operator/upload/s_mat_060125_chapter2.pdf. diakses tanggal 4 Januari 2013).
- [7] Mardhiyanti, Devi. 2010. *Mengajar Melalui Penyelesaian Soal*. (<http://devimardhiyanti.blogspot.com/2010/01/mengajar-melalui-penyelesaian-soal.html>. diakses tanggal 4 Januari 2013).

ANALISIS KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH MATEMATIS SISWA TIPE EKSTROVERT PADA MATERI FAKTORISASI SUKU ALJABAR DI KELAS VIII SMP

Nizlel Huda, Lily Wahyuni Novika

Matematika FKIP UNJA
nizlelh@yahoo.com

ABSTRAK

Pemecahan masalah merupakan bagian kurikulum dari matematika yang sangat penting karena dalam proses pembelajaran maupun penyelesaian masalah matematis. Siswa dimungkinkan memperoleh pengalaman menggunakan pengetahuan serta keterampilan yang sudah dimiliki untuk diterapkan pada pemecahan masalah yang bersifat tidak rutin. Namun kenyataan yang ada di lapangan belum sesuai dengan yang diharapkan. Fakta-fakta telah mengungkapkan bahwa kemampuan pemecahan masalah matematis siswa masih rendah, terutama pada siswa tipe kepribadian ekstrovert mengalami kesulitan dalam memecahkan masalah matematis. Berdasarkan studi pendahuluan penulis di kelas VIII F SMP Negeri 2 Kota Jambi diperoleh hasil kemampuan penyelesaian masalah matematis pada siswa ekstrovert sangat rendah. Sebesar 75% siswa ekstrovert memperoleh nilai di bawah Kriteria Ketuntasan Minimal (KKM). Hal ini memberikan petunjuk untuk segera menganalisis kemampuan pemecahan masalah matematis siswa introvert di SMP Negeri 2 Kota Jambi. Tujuan penelitian ini adalah menganalisis kemampuan pemecahan masalah matematis siswa tipe ekstrovert di kelas VIII F SMP Negeri 2 Kota Jambi dalam menyelesaikan soal matematika materi faktorisasi suku aljabar. Jenis penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah penelitian deskriptif kualitatif. Subjek penelitian adalah siswa tipe ekstrovert kelas VIII F SMP Negeri 2 Kota Jambi. Instrumen yang digunakan dalam penelitian ini adalah tes kepribadian, tes kemampuan pemecahan masalah matematis dan rekaman wawancara langsung. Semua indikator tersebut sudah divalidasi oleh validator. Hasil penelitian menunjukkan bahwa siswa tipe kepribadian ekstrovert belum memenuhi keempat indikator kemampuan pemecahan masalah matematis pada materi faktorisasi suku aljabar.

KataKunci : pemecahan masalah matematis, ekstrovert, faktorisasi suku aljabar

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Matematika merupakan mata pelajaran yang wajib diberikan kepada siswa Sekolah Dasar hingga Sekolah Menengah Atas sampai Perguruan Tinggi. Hal ini disebabkan karena matematika merupakan mata pelajaran yang sangat penting dan bertujuan untuk pembentukan SDM yang berkualitas. Hampir semua mata pelajaran berkaitan dengan matematika, baik secara langsung maupun tidak langsung. Oleh karena itu, pembelajaran matematika harus dilaksanakan dengan sebaik-baiknya. Pada hakikatnya, matematika merupakan salah satu ilmu dasar yang dijadikan tolak ukur keberhasilan pembelajaran, karena matematika dapat digunakan untuk memecahkan masalah dalam kehidupan sehari-hari.

Berdasarkan PERMENDIKNAS No. 22 Tahun 2006, mata pelajaran matematika bertujuan agar peserta didik memiliki kemampuan berikut : (1) Memahami konsep matematika, menjelaskan keterkaitan antarkonsep dan mengaplikasikan konsep atau

algoritma, secara luwes, akurat, efisien, dan tepat dalam pemecahan masalah, (2) Menggunakan penalaran pada pola dan sifat, melakukan manipulasi matematika dalam membuat generalisasi, menyusun bukti, atau menjelaskan gagasan dan pernyataan matematika, (3) Memecahkan masalah yang meliputi kemampuan memahami masalah, merancang model matematika, menyelesaikan model dan menafsirkan solusi yang diperoleh, (4) Mengomunikasikan gagasan dengan simbol, tabel, diagram, atau media lain untuk memperjelas keadaan atau masalah, (5) Memiliki sikap menghargai kegunaan matematika dalam kehidupan, yaitu memiliki rasa ingin tahu, perhatian, dan minat dalam mempelajari matematika, serta sikap ulet dan percaya diri dalam pemecahan masalah.

Salah satu keterampilan matematika yang perlu dikuasai siswa adalah kemampuan pemecahan masalah matematis. Standar pemecahan masalah menurut National Council of Teacher of Mathematics (NCTM, 2000) menetapkan bahwa program pembelajaran dari pra taman kanak-kanak sampai kelas 12 harus memungkinkan siswa untuk (1) Membangun pengetahuan matematika baru melalui pemecahan masalah, (2) Memecahkan masalah yang muncul di dalam matematika dan di dalam konteks-konteks yang lain, (3) Menerapkan dan menyesuaikan bermacam-macam strategi yang sesuai untuk memecahkan masalah, (4) Memonitor dan merefleksikan proses dari pemecahan masalah matematis [1].

Pemecahan masalah merupakan bagian kurikulum dari matematika yang sangat penting karena dalam proses pembelajaran maupun penyelesaiannya, siswa dimungkinkan memperoleh pengalaman menggunakan pengetahuan serta keterampilan yang sudah dimiliki untuk diterapkan pada pemecahan masalah yang bersifat tidak rutin. Salah satu model pemecahan masalah adalah model Polya. Polya (1973) mengembangkan empat tahap proses pemecahan masalah, yaitu : (1) memahami masalah, (2) merencanakan penyelesaian masalah, (3) melaksanakan rencana penyelesaian masalah, dan (4) pemeriksaan kembali [2].

Namun pada kenyataannya kemampuan pemecahan masalah matematis siswa SMP masih di bawah skor rata-rata Internasional hal ini berdasarkan hasil *The Trends In International Mathematics and Science Study* (TIMSS) 2003 skor matematika Indonesia adalah 411, jauh dibawah skor rata-rata matematika Internasional 467 [3]. Lebih jauh lagi, pada survey PISA (Programme for International Student Assessment) tahun 2003 menunjukkan bahwa dari 41 negara yang disurvei untuk bidang kemampuan matematika dan kemampuan membaca, Indonesia menempati peringkat ke-39 dengan skor yang diperoleh yaitu 360 skor tersebut berada di bawah skor rata-rata Internasional yaitu 500. Berdasarkan hasil survey yang sama skor kemampuan pemecahan masalah yang dimiliki oleh siswa pada usia 15 tahun, skor rata-rata yang diperoleh siswa Indonesia adalah 361,5 di bawah skor rata-rata Internasional yaitu 500 [4].

Perbedaan tingkah laku pada setiap individu, peserta didik, maupun pengajar terjadi karena pengaruh dari kepribadian yang berbeda-beda. Berpangkal pada kenyataan bahwa kepribadian manusia sangat bermacam-macam, bahkan mungkin sama banyak dengan banyaknya orang, Banyak tipe kepribadian yang telah dikemukakan oleh para ahli, contohnya kepribadian ekstrovert dan introvert.

Menurut Eysenck orang-orang ekstrovert (neurotis) memperlihatkan kecenderungan untuk mengembangkan gejala-gejala histeris [5]. Selanjutnya mereka memperlihatkan sedikit energy, perhatian yang sempit, sejarah kerja yang kurang baik, hypochondris. Menurut pernyataan mereka sendiri mendapat kesukaran karena gagap, gampang kena kecelakaan dan sering tak masuk kerja karena sakit.. Inteligensi mereka

relatif rendah, perbendaharaan kata-kata kurang, dan mereka punya kecenderungan untuk tidak tetap pendirian. Umumnya mereka cepat tetapi tidak teliti. Taraf aspirasi mereka rendah tetapi mereka menilai prestasi sendiri berlebih-lebihan.

Berdasarkan hasil observasi dan informasi dari guru di SMP Negeri 2 Kota Jambi yang akan menjadi tempat penelitian ini, ada beberapa siswa yang memiliki ciri ciri siswa tipe ekstrovert. Siswa tersebut mengalami kesulitan memecahkan masalah matematis pada materi matematika seperti materi Faktorisasi Suku Aljabar. Dari hasil ulangan pada materi faktorisasi suku aljabar, 75% siswa yang mendapat nilai di bawah 70 dengan nilai Kriteria Ketuntasan Minimum mata pelajaran matematika adalah 70

Menurut penjelasan salah satu guru, siswa tipe ekstrovert ini kesulitan dalam melakukan langkah-langkah pemecahan masalah dalam menyelesaikan soal terutama dalam merencanakan pemecahan masalah tersebut.

Berdasarkan uraian yang telah dijabarkan tersebut, maka penulis tertarik untuk melakukan penelitian dengan judul "Identifikasi Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Berdasarkan Langkah-Langkah Polya pada Siswa Tipe Ekstrovert dalam Menyelesaikan Soal Faktorisasi Suku Aljabar di Kelas VIII SMP".

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah dalam penelitian ini adalah bagaimana hasil analisis kemampuan pemecahan masalah Matematis siswa tipe Ekstrovert berdasarkan langkah-langkah Polya pada Materi Faktorisasi Suku Aljabar di Kelas VIII SMP.

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan penelitiannya adalah untuk mengetahui hasil analisis kemampuan pemecahan masalah Matematis siswa tipe Ekstrovert berdasarkan langkah-langkah Polya pada Materi Faktorisasi Suku Aljabar di Kelas VIII SMP.

1.4 Kegunaan Hasil Penelitian

Adapun manfaat dari penelitian ini adalah:

1. Sebagai sumbangan informasi tentang kemampuan pemecahan masalah matematis pada siswa tipe ekstrovert dalam proses pembelajaran.
2. Sebagai bahan pertimbangan untuk pengembangan penelitian yang berkaitan dengan kemampuan pemecahan masalah matematis.
3. Memberi masukan pada para pendidik untuk berusaha menumbuhkan dan mengembangkan kemampuan pemecahan masalah matematis siswa dalam proses pembelajaran.
4. Sebagai masukan bagi para pendidik, setelah mengetahui pengetahuan tentang kemampuan pemecahan masalah matematis siswa tipe ekstrovert.

BAHAN DAN METODE PENELITIAN

3.1 Jenis dan Rancangan Penelitian

Penelitian jenis ini termasuk jenis penelitian kualitatif yang menggunakan pendekatan penelitian deskriptif. Penelitian deskriptif merupakan jenis penelitian yang banyak digunakan dalam dunia pendidikan terutama dalam bidang penelitian psikologi pendidikan. Menurut Arikunto (2010:3) "istilah deskriptif" berasal dari bahasa inggris *to describe* yang berarti memaparkan atau menggambarkan sesuatu hal, misalnya keadaan,

kondisi, situasi, peristiwa, kegiatan dan lain-lain. Menurut Iskandar (2009:18) penelitian deskriptif merupakan penelitian untuk memberikan uraian fenomena atau gejala sosial yang diteliti dengan mendeskripsikan fenomena tersebut secara jelas. Dengan demikian yang dimaksud penelitian deskriptif adalah penelitian yang dimaksud untuk menyelidiki keadaan, kondisi atau hal lain-lain yang sudah disebutkan, yang hasilnya dipaparkan dalam bentuk laporan penelitian.

Sedangkan penelitian kualitatif yaitu penelitian yang bermaksud untuk memahami fenomena tentang apa yang dialami oleh subjek penelitian secara holistik, dan dengan cara deskripsi dalam bentuk kata-kata dan bahasa, pada suatu konteks khusus yang alamiah dan dengan memanfaatkan berbagai metode ilmiah (Moleong, 2007:6). Artinya data yang dikumpulkan bukan berupa angka-angka, melainkan data tersebut berasal dari naskah wawancara, catatan lapangan, dokumen pribadi, catatan, memo, dan dokumen resmi lainnya.

3.2 Subjek Penelitian

Subjek dalam penelitian ini adalah siswa yang memiliki tipe kepribadian ekstrovert yang memperoleh nilai di bawah KKM dalam menyelesaikan soal matematika materi faktorisasi suku aljabar.

Subjek penelitian dipilih berdasarkan: Tes kepribadian dan tes kemampuan pemecahan masalah matematis. Tes kepribadian diberikan kepada semua siswa kelas VIII F SMP Negeri 2 Kota Jambi. Setelah diperoleh siswa ekstrovert, semua siswa ekstrovert diberi tes kemampuan pemecahan masalah matematis. Siswa yang mendapatkan hasil tes di bawah KKM dijadikan sebagai subjek penelitian.

3.3 Data Penelitian

Data dalam penelitian ini adalah :

1. Data kemampuan pemecahan masalah matematis pada siswa tipe kepribadian ekstrovert dalam menyelesaikan soal matematika materi faktorisasi suku aljabar di kelas VIII SMP Negeri 2 Kota Jambi.
2. Data hasil wawancara dengan siswa ekstrovert tentang kemampuan pemecahan masalah matematis

3.4 Instrumen Penelitian

Instrumen dalam penelitian ini adalah (1) Tes kepribadian, (2) tes kemampuan pemecahan masalah matematis berdasarkan Polya, (3) Pedoman wawancara terhadap siswa.

3.5 Teknik Pengumpulan Data

Prosedur pengumpulan data dilakukan dengan cara :

1. Memberikan tes kepribadian kepada siswa kelas VIII F SMPN 2 Kota Jambi untuk mendapatkan siswa ekstrovert.
2. Memberikan tes kemampuan pemecahan masalah pada siswa tipe ekstrovert
3. Memilih subjek penelitian yaitu siswa tipe ekstrovert yang mendapat nilai kemampuan pemecahan masalah matematis di bawah KKM.
4. Memberikan soal pemecahan masalah matematis tahap I dan mewawancarai subjek penelitian tentang kemampuan pemecahan masalah soal tahap I.

5. Memberikan soal pemecahan masalah matematis tahap II dan mewawancarai subjek penelitian tentang kemampuan pemecahan masalah soal tahap II.
6. Mengecekan keabsahan data dengan triangulasi waktu yaitu mencari kesesuaian data yang bersumber dari hasil lembar tes dan wawancara yang dilakukan. Apabila data pada tes tahap I dan wawancara I yang ditriangulasikan dengan data pada lembar tes tahap II dan wawancara II menunjukkan kesamaan, maka kedua data tersebut dikatakan valid dan reliabel, sehingga dapat dilakukan analisis..

3.6 Teknik Analisis Data

Teknik analisis data dilakukan dengan cara :

1. Reduksi data

Dalam penelitian ini, digunakan pengkodean untuk mendeskripsikan hasil penelitian yaitu :

- SE1 : Siswa 1 tipe kepribadian ekstrovert yang menjadi subjek penelitian.
- SE2 : Siswa 2 tipe kepribadian ekstrovert yang menjadi subjek penelitian.
- SE3 : Siswa 3 tipe kepribadian ekstrovert yang menjadi subjek penelitian.
- SE4 : Siswa 4 tipe kepribadian ekstrovert yang menjadi subjek penelitian.
- SE5 : Siswa 5 tipe kepribadian ekstrovert yang menjadi subjek penelitian.
- PP 01 : Pertanyaan pertama tes kemampuan pemecahan masalah matematis peneliti kepada siswa tipe ekstrovert ketika wawancara.
- PP 02 : Pertanyaan kedua tes kemampuan pemecahan masalah matematis peneliti kepada siswa tipe ekstrovert ketika wawancara.
- JE1.01 : Jawaban pertama siswa 1 tipe ekstrovert ketika wawancara.
- JE1.02 : Jawaban kedua siswa 1 tipe kepribadian ekstrovert ketika wawancara.
- JE2.01 : Jawaban pertama siswa 2 tipe kepribadian ekstrovert ketika wawancara.
- JE2.02 : Jawaban kedua siswa 2 tipe kepribadian ekstrovert ketika wawancara.
- JE3.01 : Jawaban pertama siswa 3 tipe kepribadian ekstrovert ketika wawancara.
- JE3.02 : Jawaban kedua siswa 3 tipe kepribadian ekstrovert ketika wawancara.
- JE4.01 : Jawaban pertama siswa 4 tipe kepribadian ekstrovert ketika wawancara.
- JE4.02 : Jawaban kedua siswa 4 tipe kepribadian ekstrovert ketika wawancara.
- JE5.01 : Jawaban pertama siswa 5 tipe kepribadian ekstrovert ketika wawancara.
- JE5.02 : Jawaban kedua siswa 5 tipe kepribadian ekstrovert ketika wawancara.

2. Pemaparan Data

3. Analisis Data

4. Penarikan kesimpulan dari data yang telah dikumpulkan.

HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Pada soal 1 dan soal 2 SE1 hanya mampu memenuhi satu indikator kemampuan pemecahan masalah matematis yaitu kemampuan memahami masalah. Hal ini dapat dilihat pada jawaban SE1 dalam menyelesaikan lembar tes kemampuan pemecahan masalah matematis dan berdasarkan hasil wawancara. SE1 mampu menunjukkan apa yang diketahui dan apa yang ditanya dari soal. Dapat diambil dikatakan SE1 telah memenuhi indikator pertama yaitu memahami masalah.

Dalam merencanakan pemecahan masalah SE1 tidak membuat gambar terlebih dahulu dan juga untuk soal nomor 2 SE1 tidak merencanakan pemecahan masalahnya

karena SE1 tidak menggunakan rumus yang diperlukan, sehingga hasil akhir yang didapat tidak benar. Dapat dikatakan SE1 belum memenuhi indikator kedua yaitu merencanakan pemecahan masalah. Selanjutnya untuk indikator ketiga yaitu melaksanakan rencana pemecahan masalah hanya dikerjakan sebagian oleh SE1, Indikator keempat yaitu melihat kembali tidak dikerjakan oleh SE1.

Berdasarkan hasil penelitian, SE1 dalam menyelesaikan soal belum memberikan jawaban yang sistematis. Dengan demikian, berdasarkan analisis penelitian yang dilakukan dan sesuai dengan pendapat-pendapat para ahli bahwa SE1 dalam menyelesaikan soal materi faktoriassi suku aljabarbelum memenuhi indikator kemampuan pemecahan masalah matematis.

Pada soal 1 SE2 dapat memenuhi indikator memahami masalah dan merencanakan pemecahan masalah hanya saja belum sempurna, dan untuk soal 2 SE2 hanya mampu memenuhi satu indikator kemampuan pemecahan masalah matematis yaitu kemampuan memahami masalah. Dalam menyelesaikan lembar tes kemampuan pemecahan masalah matematis dan berdasarkan hasil wawancara. SE2 mampu menunjukkan apa yang diketahui dan yang ditanya dari soal, dan juga dapat menyatakan masalah dalam bentuk yang lebih operasional. Sehingga dapat diambil kesimpulan SE2 telah memenuhi indikator pertama yaitu memahami masalah.

Dalam merencanakan pemecahan masalah SE2 tidak membuat gambar terlebih dahulu dan juga untuk soal nomor 2 dan SE2 tidak merencanakan pemecahan masalahnya, sehingga hasil akhir yang didapat tidak benar. Untuk indikator ketiga yaitu melaksanakan rencana pemecahan masalah hanya dikerjakan sebagian oleh SE2, karena pada indikator kedua yaitu merencanakan pemecahan masalah belum terpenuhi oleh SE2 maka untuk melaksanakan rencana pemecahan masalah inipun belum terpenuhi oleh SE2. Melihat kembali tidak dikerjakan oleh SE2, sehingga dapat dikatakan SE2 tidak memenuhi indikator keempat. SE2 dalam menyelesaikan soal belum memberikan jawaban yang sistematis dan SE2 tidak teliti dalam menyelesaikan soal yang diberikan.

Pada soal 1 dan soal 2 SE3 hanya mampu memenuhi satu indikator kemampuan pemecahan masalah matematis. Hal ini dapat dilihat pada jawaban SE3 dalam menyelesaikan lembar tes kemampuan pemecahan masalah matematis dan berdasarkan hasil wawancara. SE3 mampu menunjukkan apa yang diketahui dari soal dan apa yang ditanya dari soal. Dapat dikatakan SE3 telah memenuhi indikator memahami masalah.

Dalam merencanakan pemecahan masalah SE3 tidak menggunakan rumus yang rinci dan tidak membuat gambar terlebih dahulu dan juga untuk soal nomor 2. Jadi, dapat dikatakan SE3 belum melaksanakan pemecahan masalah. Indikator melihat kembali tidak dikerjakan oleh SE3 sehingga SE3 dalam menyelesaikan soal belum memberikan jawaban yang sistematis.

SE4 memenuhi indikator memahami masalah. Hal ini dapat dilihat pada jawaban SE4 dalam menyelesaikan lembar tes kemampuan pemecahan masalah matematis dan berdasarkan hasil wawancara. SE4 mampu menunjukkan apa yang diketahui dari soal dan apa yang ditanya dari soal. Dalam merencanakan pemecahan masalah SE4 sudah menuliskan rumus yang digunakan untuk mencari tinggi segitiga, hanya saja SE4 tidak membuat gambar terlebih dahulu dan untuk soal nomor 2 SE4 tidak merencanakan pemecahan masalahnya. Selanjutnya untuk indikator melaksanakan rencana pemecahan masalah hanya dikerjakan sebagian oleh SE4 sehingga indikator melaksanakan rencana pemecahan masalah belum terpenuhi oleh SE4. Untuk indikator melihat kembali tidak

dikerjakan oleh SE4, sehingga dapat dikatakan SE4 tidak memenuhi indikator melihat kembali. Dengan demikian, berdasarkan analisis penelitian yang dilakukan dan sesuai dengan pendapat-pendapat para ahli bahwa siswa 4 tipe kepribadian ekstrovert (SE4) dalam menyelesaikan soal materi faktorisasi suku aljabar belum memenuhi indikator kemampuan pemecahan masalah matematis.

SE5 memenuhi indikator memahami masalah. Hal ini dapat dilihat pada jawaban SE5 dalam menyelesaikan lembar tes kemampuan pemecahan masalah matematis dan berdasarkan hasil wawancara. SE5 mampu menunjukkan apa yang diketahui dari soal dan apa yang ditanya dari soal. Pada indikator merencanakan pemecahan masalah belum sepenuhnya dipenuhi oleh SE5 karena SE5 tidak membuat gambar terlebih dahulu dan juga untuk soal nomor 1 SE5 tidak merencanakan pemecahan masalahnya dengan baik, sehingga hasil akhir yang didapat tidak benar. Dapat dikatakan SE5 belum memenuhi indikator merencanakan pemecahan masalah. Selanjutnya untuk indikator melaksanakan rencana pemecahan masalah hanya dikerjakan sebagian oleh SE5. Indikator melihat kembali tidak dikerjakan oleh SE5 sehingga dapat dikatakan SE5 tidak memenuhi indikator keempat. Dengan demikian, berdasarkan analisis penelitian yang dilakukan dan sesuai dengan pendapat-pendapat para ahli bahwa siswa 5 tipe kepribadian ekstrovert (SE5) dalam menyelesaikan soal materi faktorisasi suku aljabar belum memenuhi indikator kemampuan pemecahan masalah matematis.

KESIMPULAN DAN PROSPEK

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan dapat disimpulkan bahwa dalam menyelesaikan soal, siswa tipe kepribadian ekstrovert belum memenuhi indikator kemampuan pemecahan masalah matematis menurut G. Polya yaitu (a) Memahami masalah, (b) Merencanakan pemecahan masalah, (c) Melaksanakan rencana dan (d) Melihat kembali. Hal ini berarti tingkat kemampuan pemecahan masalah matematis siswa tipe ekstrovert tidak sesuai dengan langkah-langkah Polya.

5.2 Prospek

Prospek penelitian ini adalah :

1. Guru dapat memperhatikan indikator kemampuan pemecahan masalah matematis siswa ekstrovert yaitu kemampuan memahami masalah, merencanakan pemecahan masalah, melaksanakan rencana pemecahan masalah, dan melihat kembali.
2. Guru dapat mengetahui kelemahan siswa ekstrovert dalam menyelesaikan masalah matematika terutama pada materi faktorisasi prima.

UCAPAN TERIMA KASIH

Ucapan terima kasih penulis haturkan kehadiran Allah SWT yang telah memberikan hidayah kepada penulis dan kepada semua pihak yang telah membantu sehingga penelitian ini dapat diselesaikan.

PUSTAKA

- [1] National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). 2000. *Principles and Standards for School Mathematics*.
- [2] Polya. 1973. *How To Solve it*. America: Princeton University Press, Princeton, New Jarsey.
- [3] Kemdikbud. 2011. *Survei Internasional TIMSS*. (<http://litbang.kemdikbud.go.id/index.php/timss?tmpl=component&print=1&page=>).Diakses tanggal 20 Mei 2013)
- [4] Roheni. 2013. *Kemampuan Siswa SMP dalam Kemampuan Pemecahan Masalah dan Self Efficacy Melalui Pendekatan Matematika Realistik*. Skripsi, Universitas Pendidikan Indonesia
- [5] Suryabrata, S. 2011. *Psikologi Kepribadian*. Jakarta: PT. Raja Grafindo Persada.

ANALISIS MISKONSEPSI SISWA TIPE KOLERIS DALAM PEMECAHAN MASALAH MATEMATIKA PADA MATERI ALJABAR SISWA KELAS VIII SMP

Yunidar, Roseli Theis

Pendidikan Matematika Fkip Universitas Jambi
Telp: 08127309160; E-Mail: Racabil@Yahoo.Co.Uk

ABSTRAK

Miskonsepsi yaitu kesalahpahaman siswa dalam menginterpretasi konsep. Kesalahan dalam pemecahan masalah, prakonsepsi (konsep awal), ketidakakuratan konsep sehingga terjadi penggunaan hirarki konsep yang tidak benar dan siswa mendefinisikan konsep tidak sesuai dengan pengertian ilmiahnya. Hal ini akan berakibat pada proses pembelajaran berikutnya. Sebagian siswa tidak menyukai sesuatu yang rinci dan sering kali membuat keputusan tergesa-gesa serta menganggap matematika adalah pelajaran yang sangat sulit. Kepribadian seperti ini disebut sebagai kepribadian koleris. Tujuan penelitian ini adalah untuk menentukan bentuk miskonsepsi pada siswa tipe koleris dan mencari tahu penyebabnya. Penelitian ini menggunakan tes kepribadian, tes *multiple choice* dengan *reasoning* terbuka yang dilengkapi tes CRI (*certainty of response index*). Lembar tes pemecahan masalah pada materi operasi hitung pada bentuk aljabar dan rekaman wawancara. Hasil penelitian menunjukkan bahwa bentuk miskonsepsi siswa tipe koleris ialah (1) konsep awal, (2) pemecahan masalah (3) hubungan antar konsep dalam pemecahan masalah matematika. Kemudian diperoleh penyebab miskonsepsi yaitu (1) prakonsepsi atau konsep awal siswa yang tidak lengkap dan salah, (2) pemikiran asosiatif tidak digunakan dengan baik, (3) pemikiran humanistik tidak sesuai, (4) *reasoning* tidak lengkap/salah, (5) salah intuisi, (6) taraf perkembangan kognitif siswa rendah, dan (7) kemampuan siswa yang kurang. Penelitian ini dapat dilanjutkan dengan mencari perlakuan yang sesuai untuk mengatasi miskonsepsi yang terjadi. Guru dapat memikirkan cara agar tidak terjadi miskonsepsi dengan mempelajari penyebab terjadinya miskonsepsi.

Kata Kunci: miskonsepsi, siswa tipe kepribadian koleris, pemecahan masalah matematika

PENDAHULUAN

Miskonsepsi merujuk pada suatu konsep yang tidak sesuai dengan pengertian ilmiah atau pengertian yang diterima para pakar dalam bidang itu [1]. Penelitian yang dilakukan di banyak negara yang menunjukkan bahwa miskonsepsi yang terjadi pada peserta didik dapat bersifat resistan dan tanpa batas budaya. Konsep-konsep yang salah atau miskonsepsi tersebut akan mengakibatkan peserta didik mengalami kesalahan juga pada konsep untuk tingkat berikutnya atau ketidakmampuan menghubungkan antar konsep. Hal ini akan mengakibatkan terjadinya rantai kesalahan konsep yang tidak terputus karena konsep awal yang telah dimiliki akan dijadikan sebagai dasar belajar konsep selanjutnya. Menurut Suparno [1] penyebab-penyebab terjadinya miskonsepsi pada siswa adalah prakonsepsi atau kesalahan konsep awal siswa, pemikiran asosiatif, pemikiran *humanistic*, *reasoning* yang tidak lengkap/salah, intuisi yang salah, tahap perkembangan kognitif siswa, kemampuan siswa, dan minat belajar siswa. Sedangkan bentuk miskonsepsi dapat berupa konsep awal, kesalahan, hubungan yang tidak benar antara konsep-konsep dan gagasan intuitif atau pandangan yang naif.

Miskonsepsi sering terjadi dalam menyelesaikan soal matematika. Seperti kita ketahui pemecahan soal matematika adalah salah satu cara bagi siswa yang memiliki kemampuan untuk mengeksplorasi ide-ide mereka dalam menyelesaikan soal matematika.

Ada kepribadian seseorang yang tidak menyukai sesuatu secara rinci dan sering kali membuat keputusan dengan tergesa-gesa serta merasa matematika adalah pelajaran yang sangat menyulitkannya. Salah satu tipe kepribadian siswa yang sesuai dengan hal ini adalah tipe kepribadian koleris. Menurut Littaur (2002) siswa tipe koleris, memiliki kepribadian yang kuat bercirikan ekstrovert, bersikap pemimpin, dan optimis. Akan tetapi kunci kelemahan mereka terlalu dominan, otokratis, tidak peka, tidak sabar, tidak bersedia mendelegasikan atau memberikan pengakuan kepada orang lain. Berdasarkan ciri-ciri sifat yang dimiliki tipe kepribadian koleris ini maka akan sering terjadi miskonsepsi dalam memahami konsep matematika.

Menurut Suparno [1] secara garis besar langkah yang dapat digunakan untuk membantu mengatasi miskonsepsi adalah: Mencari atau mengungkap miskonsepsi yang dilakukan siswa, mencoba menemukan penyebab miskonsepsi tersebut dan mencari perlakuan yang sesuai untuk mengatasi.

Penelitian ini bertujuan untuk menentukan penyebab miskonsepsi yang paling banyak terjadi dan bentuk miskonsepsi yang terjadi pada siswa tipe kepribadian koleris dalam pemecahan masalah matematika pada materi aljabar siswa kelas VIII SMP.

Adapun indikator bentuk miskonsepsi dan penyebab miskonsepsi sesuai dengan yang dikemukakan oleh Suparno [1]. Dalam menyelesaikan tes pemecahan masalah, jawaban siswa disusun berdasarkan indikator penyebab miskonsepsi yang dikemukakan Suparno [1] yang didalamnya juga ditinjau berdasarkan pemecahan masalah yang dikemukakan Polya yaitu memahami masalah, merencanakan penyelesaian masalah, menyelesaikan masalah, melakukan pengecekan kembali.

BAHAN DAN METODE

Penelitian ini termasuk jenis penelitian deskriptif kualitatif. Untuk mendapatkan subjek penelitian, pertama – tama memberikan tes kepribadian kepada siswa kelas VIIIB. Setelah memberikan tes kepribadian, siswa yang memiliki kepribadian koleris selanjutnya diberi tes *multiple choice* dengan *reasoning* terbuka yang digabungkan dengan tes CRI (*Certainty of Response Index*) untuk mendapatkan subjek berupa siswa tipe kepribadian koleris yang mengalami miskonsepsi, dan untuk melihat bentuk miskonsepsi yang terjadi pada siswa tipe kepribadian koleris. Setelah didapatkan subjek, kemudian diberikan kembali tes pemecahan masalah berupa uraian dan dilakukan wawancara.

Dalam penelitian ini, konstruk dan isi tes kepribadian diadaptasi langsung dari instrumen yang disusun oleh Littauer (2002). Tes yang digunakan adalah *multiple choice* dengan *reasoning* terbuka. Salah satu alternatif yang digunakan untuk mengidentifikasi miskonsepsi adalah teknik *Certainty of Response Index* (CRI) yang dikembangkan oleh Ramalis [4]. *Certainty Of Response Index* (CRI) merupakan teknik untuk mengukur miskonsepsi seseorang dengan cara mengukur tingkat keyakinan atau kepastian seseorang dalam menjawab setiap pertanyaan yang diberikan. Instrumen tes pemecahan masalah yang digunakan dalam penelitian ini berupa tes uraian yang terdiri dari dua tahap yaitu tahap A dan tahap B. Tes ini dikerjakan pada waktu yang berbeda. Data yang berupa hasil yang diperoleh dari instrument tes pemecahan masalah tahap B digunakan

untuk triangulasi data yang diperoleh dari instrument tes pemecahan masalah tahap A. Adapun instrument lain yang digunakan dalam penelitian ini yaitu pedoman wawancara.

Pada penelitian ini uji kredibilitas data atau kepercayaan terhadap data hasil penelitian dilakukan dengan triangulasi waktu yaitu mencari kesesuaian data yang bersumber dari dua masalah yang setara pada waktu yang berbeda.

Data hasil tes pemilihan subjek, wawancara dan catatan lapangan dianalisis dengan mengacu pada penyebab miskonsepsi siswa tipe kepribadian koleris dalam pemecahan masalah matematika pada materi operasi hitung bentuk aljabar. Analisis data wawancara (kualitatif) dalam penelitian ini dianalisis dengan menggunakan teknis analisis yang mengacu pada pendapat Miles dan Huberman (Sugiyono, 2010) yang meliputi (1) reduksi data, (2) pemaparan data/kategorisasi dan (3) penarikan kesimpulan.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Dalam penelitian ini ada dua orang yang menjadi subjek penelitian, yang mengalami miskonsepsi berdasarkan lembar jawaban siswa tipe kepribadian koleris pada lembar tes *multiple choice* dengan *reasoning* yang dilengkapi/salah dengan tes CRI (*certainty of responding index*).

Berdasarkan hasil pekerjaan siswa dalam menyelesaikan lembar tes pemecahan masalah yang diberikan dalam penelitian ini menunjukkan persentase hasil tes pemecahan masalah pada tahap A, nilai SK1 adalah 12,48 % dan SK2 adalah 29.17%. Hal ini berdasarkan teknik kategori standar yang ditetapkan Departemen Pendidikan Nasional tahun 2006 (Setyadi dalam Manurung, 2012) termasuk dalam kategori kemampuan siswa rendah. Sedangkan hasil tes pemecahan masalah tahap B, SK1 memperoleh nilai 16.65 % dan SK2 memperoleh nilai 60.43 %. SK1 termasuk dalam kategori rendah dan SK2 termasuk dalam kategori sedang.

Bentuk Miskonsepsi

Bentuk miskonsepsi yang terjadi pada siswa tipe kepribadian koleris dapat dilihat berdasarkan lembar jawaban dari 2 bentuk tes yang diberikan yaitu tes *multiple choice* dengan *reasoning* dan tes pemecahan masalah.

Menurut Suparno [1], menggunakan *multiple choice* dengan alasan (*reasoning*). Dalam bagian alasan siswa harus menulis mengapa ia memilih jawaban itu. Berdasarkan lembar jawaban SK1 tidak memberikan alasan penentuan konsep-konsep yang tepat yang digunakan dalam menyelesaikan soal dengan baik, serta tidak juga menerapkan konsep-konsep dalam perhitungan matematis. SK1 cenderung memberikan alasan seadanya yang dapat dilihat pada lembar jawaban SK1. SK2 juga tidak memberikan alasan yang sesuai tentang pertanyaan yang diajukan. Dalam bagian alasan siswa harus menulis mengapa ia memilih jawaban itu. Berdasarkan lembar jawaban SK2 tidak memberikan alasan penentuan konsep-konsep yang tepat yang digunakan dalam menyelesaikan soal dengan baik, serta tidak juga menerapkan konsep-konsep dalam perhitungan matematis. SK2 cenderung memberikan alasan seadanya yang dapat dilihat pada lembar jawaban SK2.

Berdasarkan lembar jawaban SK1 tidak bisa memahami konsep awal yang terdapat dalam soal (lembar tes tahap A). Pada lembar tes tahap B SK1 juga tidak memahami konsep awal yang terdapat dalam soal. SK2 pada lembar jawaban lembar tes tahap A tidak memberikan informasi tentang konsep awal yang diketahui oleh SK2. Ini menunjukkan bahwa SK1 tidak memahami konsep awal pada soal (lembar tes tahap A).

Sedangkan pada lembar jawaban tes tahap B, SK2 sedikit memahami konsep awal yang terdapat dalam soal. Sehingga peneliti menyimpulkan SK1 dan SK2 mengalami miskonsepsi dengan bentuk Konsep Awal.

Menurut Suparno [1], menemukan miskonsepsi sebagai suatu kesalahan dan hubungan yang tidak benar antara konsep-konsep. SK1 tidak bisa menentukan konsep-konsep yang tepat untuk digunakan dalam menyelesaikan soal. Sehingga terjadi kesalahan pada operasi hitung yang dilakukan SK1. Kesalahan SK1 ini juga terjadi pada lembar jawaban tes tahap B. Selain kesalahan yang terjadi pada operasi hitung, SK1 juga tidak bisa menghubungkan dengan benar konsep-konsep yang diperlukan untuk menyelesaikan soal. SK2 tidak bisa menentukan konsep-konsep yang tepat untuk digunakan dalam menyelesaikan soal. Sehingga terjadi kesalahan pada operasi hitung yang dilakukan SK2. Kesalahan SK2 ini juga terjadi pada lembar jawaban tes tahap B.

Selain kesalahan yang terjadi pada operasi hitung, SK1 dan SK2 juga tidak bisa menghubungkan dengan benar konsep-konsep yang diperlukan untuk menyelesaikan soal. Aditya, et. al., [2] menunjukkan lima kelemahan yang ada pada diri siswa, terdapat diantaranya yaitu Kurang memiliki kemampuan untuk memahami serta mengenali konsep-konsep dasar matematika (aksioma, definisi, kaidah, teorema) yang berkaitan dengan pokok bahasan yang sedang dibicarakan.

Suparno [1], menjelaskan miskonsepsi sebagai suatu pandangan yang naif dan mendefinisikannya sebagai suatu gagasan yang tidak sesuai dengan pengertian ilmiah yang sekarang diterima. Pada lembar jawaban tahap A dan tahap B, SK1 dan SK2 tidak banyak mengungkapkan gagasan mengenai soal yang diberikan. Akan tetapi beberapa gagasan yang diungkapkan SK1 dan SK2 pada lembar jawaban tidak dapat digunakan untuk menyimpulkan bahwa SK1 dan SK2 mengalami bentuk miskonsepsi pada gagasan intuitif atau pandangan yang naif.

Dari uraian di atas diperoleh bentuk miskonsepsi kedua siswa tipe kepribadian koleris berupa: konsep awal, kesalahan; dan hubungan yang tidak benar antara konsep-konsep. Sedangkan bentuk miskonsepsi berupa gagasan intuitif atau pandangan yang naif, peneliti tidak menemukan ungkapan gagasan oleh SK1 dan SK2 yang berupa pandangan yang naif.

Penyebab-Penyebab Miskonsepsi yang Dialami Siswa Tipe Kepribadian Koleris

Berdasarkan jawaban siswa tipe kepribadian koleris pada tes pemecahan masalah materi operasi hitung bentuk aljabar dan wawancara menunjukkan indikator penyebab miskonsepsi yang dialami siswa tipe kepribadian koleris dalam memecahkan masalah matematika.

Lembar jawaban tahap A untuk kode Pra-1 tidak diisi oleh SK1. SK1 juga tidak memahami konsep dasar secara menyeluruh. Hal ini terlihat dari jawaban SK1 yang tidak lengkap mengenai konsep dasar yang harus diketahui dari soal. Pada saat wawancara SK1 memberikan penjelasan mengenai konsep dasar yang SK1 ketahui dari soal seadanya saja. Tanpa memberikan penjelasan secara rinci. Pada tahap B SK1 juga mengalami miskonsepsi pada indikator Pra-1. Pada lembar jawaban tahap B SK1 memberikan jawaban yang salah.

Miskonsepsi atau salah konsep menunjuk pada suatu konsep yang tidak sesuai dengan pengertian ilmiah yang diterima para pakar bidang itu, kemudian dikatakan miskonsepsi sebagai suatu kesalahan dan hubungan yang tidak benar antara konsep-konsep [1]. Berdasarkan lembar tes tahap A dan tahap B SK2 berusaha untuk

mengumpulkan informasi dari soal dan mengaitkannya dengan pengetahuan prasyarat yang dikuasainya untuk menjawab soal. Akan tetapi SK2 terlihat belum menguasai prakonsepsi atau konsep awal siswa berdasarkan kode indikator yaitu Pra-1. Berdasarkan lembar jawaban tahap A untuk kode Pra-1 tidak diisi oleh SK2. SK2 tidak memahami konsep dasar secara menyeluruh. Hal ini terlihat dari jawaban SK2 yang tidak lengkap mengenai konsep dasar yang harus diketahui dari soal. Begitu pula saat wawancara tahap A, SK2 berusaha memberikan penjelasan mengenai konsep dasar yang SK2 ketahui dari soal.

SK1 tidak menuliskan pendapatnya mengenai lembar tes tahap A secara umum. Hal ini dapat dilihat dari lembar jawaban SK1. Berdasarkan hasil wawancara untuk melihat pemikiran asosiatif siswa SK1 pada lembar tes tahap A terlihat SK1 belum mampu dan ragu-ragu tanpa memberikan alasan dalam memberikan pernyataan mengenai soal secara umum. Hal ini sejalan dengan hasil wawancara untuk soal nomor 2 tahap A, SK1 menjawab ragu-ragu tanpa memberikan alasan. Ini dapat menunjukkan bahwa SK1 tidak menggunakan pemikiran asosiatif siswa secara baik. Demikian juga untuk tahap B.

SK2 tidak rinci dalam mengisi lembar jawaban pada tes pemecahan masalah tahap A dan Tahap B, Pada saat wawancara terlihat SK2 berusaha menggunakan pemikirannya secara asosiatif. Akan tetapi penjelasan SK2 kurang lengkap. Karena masih banyak lagi yang harus diketahui dari soal. Ini dapat menunjukkan bahwa SK2 tidak menggunakan pemikiran asosiatif siswa secara baik.

Menurut Suparno [1], kata dan istilah yang digunakan oleh guru dalam proses pembelajaran diasosiasikan lain oleh siswa, karena dalam kehidupan mereka kata dan istilah itu mempunyai arti lain. Berdasarkan hasil penelitian untuk SK1 dan SK2, terlihat SK1 dan SK2 tidak mampu menjelaskan mengenai maksud soal secara umum dengan kata-kata SK1 dan SK2 sendiri

Menurut Gilbert, Watts, dan Osborne dalam [1], siswa kerap kali memandang semua benda dari pandangan manusia. SK1 mengalami miskonsepsi pada indikator yang ketiga yaitu pemikiran humanistik. karena belum memahami makna soal dalam kehidupan sehari-hari pada lembar tes pemecahan masalah dan wawancara.

Pada lembar jawaban tes pemecahan masalah tahap A. SK2 tidak menuliskan jawabannya. Hal ini sejalan dengan jawaban SK2 saat wawancara yang terlihat singkat. Akan tetapi pada tahap B, jawaban yang diberikan SK2 pada lembar jawaban tidak sesuai dengan maksud pertanyaan. Begitupula pada saat wawancara, SK2 tidak mampu mengungkapkan makna soal dalam kehidupan sehari-hari.

Selanjutnya untuk indikator keempat dari penyebab miskonsepsi yaitu *reasoning* yang tidak lengkap/salah. Pada lembar tes tahap A ini SK1 diminta untuk menuliskan data apa saja yang dapat diketahui dari soal SK1 belum mampu mengungkapkan data apa saja yang terdapat dalam tes pemecahan masalah. Pada lembar tes tahap B untuk indikator dengan kode *Re-1*, *Re -2*, dan *Re -3*, SK1 juga tidak memberikan jawaban secara rinci mengenai data yang harus diketahui dari soal. Sehingga peneliti menyimpulkan SK1 belum mampu mengimplementasikan hasil pemikirannya. Selain itu SK1 juga belum mampu menyimpulkan hasil akhir dari bentuk pemecahan masalah yang diberikan. Hal ini sesuai dengan pendapat Suparno [1], miskonsepsi juga dapat disebabkan oleh *reasoning* atau penalaran siswa yang tidak lengkap atau salah.

Pada lembar tes tahap A ini SK2 diminta untuk menuliskan data apa saja yang dapat diketahui dari soal. SK2 selalu memberikan jawaban yang singkat. Hal ini juga

terlihat pada lembar jawaban tes pemecahan masalah yang mana SK2 tidak memberikan jawaban untuk poin *Re-2* dan *Re -3*. Sehingga dapat dilihat bahwa alasan yang diungkapkan SK2 tidak lengkap. Pada lembar tes tahap B untuk indikator dengan kode *Re-1*, SK2 mampu memberikan jawaban mengenai data yang harus diketahui dari soal. Akan tetapi pada kode indikator *Re -2*, dan *Re -3*, SK2 tidak mampu memberikan *reasoning*(penalaran) serta menarik kesimpulan dari tes pemecahan masalah yang SK2 kerjakan.

Pada proses pengerjaan tes pemecahan masalah untuk lembar tes tahap A, SK1 langsung mengerjakannya setelah membaca soal. SK1 mengecek kembali jawaban yang telah diberikannya. Tindakan yang dilakukan SK1 menunjukkan bahwa berusaha menyelesaikan lembar tes dengan baik. Akan tetapi SK1 belum dapat menyelesaikan lembar tes dengan menggunakan langkah-langkah yang sesuai secara sistematis. Hal ini dapat dilihat pada jawaban SK1 saat menyelesaikan lembar tes. Pada lembar tes pemecahan masalah tahap B, SK1 tidak rinci dalam memberikan jawaban. Begitupula saat wawancara, SK1 tidak mampu mengungkapkan langkah-langkah pengerjaan lembar tes secara sistematis.

Berdasarkan lembar jawaban baik tahap A dan tahap B yang diberikan SK2 terlihat sama ketika peneliti memberikan pertanyaan saat wawancara untuk melihat intuisi yang dimiliki SK2. Ini berarti SK2 dalam memecahkan masalah pada lembar tes pemecahan masalah sudah menggunakan intuisi yang dimilikinya. Seperti yang diungkapkan oleh Suparno [1], intuisi adalah suatu perasaan dalam diri seseorang, yang secara spontan mengungkapkan sikap atau gagasannya tentang sesuatu sebelum secara objektif dan rasional diteliti. Pada saat wawancara SK2 yakin bahwa telah menyelesaikan lembar tes sesuai dengan langkah-langkah . akan tetapi tidak sesuai dengan hasil jawaban yang dikerjakan SK2 pada lembar tes pemecahan masalah. Sehingga ini menunjukkan SK2 memiliki intuisi yang salah yang ditunjukkan indikator ini.

Berdasarkan lembar jawaban SK1 pada lembar tes pemecahan masalah dan hasil wawancara terdapat ketidaksesuaian. Pada lembar jawaban tes tahap A, SK1 tidak menuliskan jawaban. Pada saat wawancara SK1 mampu menjelaskan mengenai hasil pembelajaran tentang materi yang diterima oleh SK1 selama proses pembelajaran. Pada lembar tes tahap B, SK1 menyatakan bahwa hasil pembelajaran yang diterima SK1 kurang karena sulit untuk dipahami dan dimengerti. Jawaban SK1 ini sesuai dengan hasil wawancara tahap B. Berdasarkan hasil penelitian terhadap jawaban yang diberikan SK1 pada saat tes pemecahan masalah dan wawancara. Peneliti menyimpulkan tahap perkembangan kognitif yang dimiliki SK1 kurang. Sesuai dengan pendapat Suparno [1], mengatakan perkembangan kognitif siswa yang tidak sesuai dengan bahan yang digeluti dapat menjadi penyebab adanya miskonsepsi siswa.

Pada proses pemecahan masalah tahap A, SK2 memberikan penjelasan mengenai hasil pembelajaran yang diterima SK2 mengenai materi yang diujikan. Penjelasan SK2 ini sesuai dengan argument-argument yang diberikan pada saat wawancara. Hasil tes pemecahan masalah tahap B ini berbeda dengan hasil wawancara. Hal ini menunjukkan Tahap perkembangan kognitif SK2 kurang, karena ketidaksesuaian jawaban yang diberikan SK2 pada saat tes pemecahan masalah dan wawancara.

Berdasarkan tahap perkembangan kognitif dan hasil tes pemecahan masalah SK1 untuk tahap A dan tahap B rendah dibawah KKM (Kriteria Ketuntasan Minimal). Oleh karena itu dapat peneliti menyimpulkan kemampuan SK1 rendah dalam berhitung. Menurut Suparno [1], kemampuan siswa juga mempunyai pengaruh pada miskonsepsi

siswa. SK1 juga mengungkapkan kekurangannya dalam berhitung. Untuk menunjukkan kemampuan SK2 dalam hal ini adalah kemampuan berhitungnya. Maka peneliti memberikan kesempatan kepada SK2 mengerjakan bentuk soal lain yang dikuasai oleh SK2 pada saat wawancara tahap A dan tahap B. Akan tetapi, SK2 tidak dapat menyelesaikan soal tersebut. Bahkan banyak ditemukan kesalahan perhitungan bilangan bulat.

Baharuddin dan Wahyuni [3], menyatakan minat sama halnya dengan kecerdasan dan motivasi, karena memberi pengaruh terhadap aktivitas belajar. Karena jika seseorang tidak memiliki minat untuk belajar, ia akan tidak bersemangat atau bahkan tidak mau belajar. Hal ini tidak sesuai dengan yang ditemukan peneliti di lapangan. Pada lembar tes pemecahan masalah tahap A dan tahap B SK1 menuliskan jawabannya. Begitupula saat wawancara, SK1 bersedia mengerjakan soal bentuk lain yang diberikan oleh peneliti. SK1 memiliki minat untuk belajar seperti yang diungkapkan SK1 pada saat wawancara.

Pada lembar tes pemecahan masalah tahap A dan tahap B SK2 menuliskan jawabannya. Begitupula saat wawancara, SK2 bersedia mengerjakan soal bentuk lain yang diberikan oleh peneliti. SK2 memiliki minat untuk belajar seperti yang diungkapkan SK2 pada saat wawancara. Malahan SK2 menuliskan bentuk soal lain yang dikuasai SK2.

Secara umum dapat peneliti katakan bahwa SK1 dan SK2 memiliki ketertarikan terhadap matematika dan materi yang diujikan. Akan tetapi kemampuan operasi hitung SK1 dan SK2 yang rendah. Aditya, et. al., [2], menunjukkan bahwa kemampuan matematika siswa Indonesia sangat rendah. Secara keseluruhan penyebab miskonsepsi yang dialami SK1 dan SK2 terletak pada prakonsepsi atau konsep awal siswa yang tidak lengkap dan salah, pemikiran asosiatif siswa yang tidak digunakan dengan baik, pemikiran humanistik yang tidak sesuai, *reasoning* yang tidak lengkap/salah, intuisi yang salah, tahap perkembangan kognitif siswa yang rendah, dan kemampuan siswa yang kurang dalam pembelajaran matematika. Sedangkan minat belajar tidak termasuk menjadi penyebab miskonsepsi yang terjadi pada SK1 dan SK2. Hal ini berdasarkan pernyataan SK1 dan SK2 yang memiliki minat untuk mempelajari materi yang diujikan dan pelajaran matematika.

KESIMPULAN DAN PROSPEK

Kesimpulan

1. Bentuk miskonsepsi yang dialami siswa tipe kepribadian koleris dalam pemecahan masalah matematika berupa konsep awal, kesalahan, dan hubungan yang tidak benar antara konsep-konsep.
2. Penyebab-penyebab miskonsepsi yang terjadi pada siswa tipe kepribadian koleris dalam pemecahan masalah matematika terletak pada prakonsepsi atau konsep awal siswa yang tidak lengkap dan salah, pemikiran asosiatif siswa yang tidak digunakan dengan baik, pemikiran humanistik yang tidak digunakan dengan baik, *reasoning* yang tidak lengkap atau salah, intuisi yang salah, tahap perkembangan kognitif siswa yang rendah, dan kemampuan siswa yang kurang dalam pembelajaran matematika. Sedangkan minat belajar tidak termasuk menjadi penyebab miskonsepsi.

Prospek

1. Penelitian ini dapat dilanjutkan dengan mencari perlakuan yang sesuai untuk mengatasi miskonsepsi yang terjadi.

2. Guru dapat memikirkan cara agar tidak terjadi miskonsepsi dengan mempelajari penyebab terjadinya miskonsepsi.

UCAPAN TERIMA KASIH

Puji syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT karena penulis telah menyelesaikan artikel laporan penelitian ini. Penulis mengucapkan terimakasih pada semua pihak yang telah membantu dan terlibat dalam penelitian ini sehingga penelitian ini dapat dilakukan dan laporan penelitian ini selesai ditulis.

PUSTAKA

- [1] Aditya. Y, Mulyana. E, dan Kustiawan. C. 2012. Implementasi Model Pembelajaran Matematika Knisley dalam Upaya Meningkatkan Penalaran Matematis Siswa SMA. *Jurnal Pengajaran MIPA FPMIPA UI*. Vol 17, No 1, April 2012: 8.
- [2] Baharuddin dan Wahyuni, N. 2010. *Teori Belajar dan Pembelajaran*. Jogjakarta : Ar-ruzz Media
- [3] Ramalis, T.R. 2008. *Identifikasi Miskonsepsi IPBA di SMA Dengan CRI Dalam Upaya Perbaikan urutan Materi Pada KTSP*. <http://ramalis.wordpress.com/identifikasi-miskonsepsi-ipba-di-sma-dengan-cri/> Diakses Mei 2013
- [4] Suparno, Paul. 2005. *Miskonsepsi & Perubahan Konsep dalam Pendidikan Fisika*. Jakarta : Grasindo

**KONTRIBUSI KEGIATAN LESSON STUDY MATEMATIKA DALAM
IMPLEMENTASI KURIKULUM 2013 DAN PENDIDIKAN BERBASIS
KARAKTER**

**CONTRIBUTIONS OF MATHEMATICS LESSON STUDY ACTIVITY ON 2013
CURRICULUM IMPLEMENTATION AND EDUCATION BASED ON CHARACTER**

Armianti

Dosen Matematika UNP Padang
Email: armianti_math_unp@yahoo.co.id

ABSTRACT

Curriculum changes could impact the difficulties on its implementation. One form of the difficulties experienced by teachers is to develop an appropriate device. To solve this problem, its needed the collaboration among teachers to share experiences in designing and implementing quality learning. One of collaboration that has been developed by the Math teachers in Padang is through the Lesson Study in a group of MGMP. This paper will consider how the Lesson Study could bridge the education based on character and implementation of 2013 curriculum.

Keywords: lessson studies, education based on character, mathematics learning

ABSTRAK

Perubahan kurikulum seringkali berdampak pada munculnya berbagai kesulitan dalam pengimplementasiannya. Salah satu bentuk kesulitan yang dialami para guru dalam mengimplemetasikan kurikulum 2013 adalah mengembangkan perangkat yang sesuai. Untuk mengatasi kesulitan yang dialami para guru, perlu adanya kolaborasi sesama guru untuk saling berbagi pengalaman dalam mendisain dan melaksanakan pembelajaran yang berkualitas. Salah satu bentuk kolaborasi yang sudah dikembangkan oleh guru-guru Matematika Kota Padang adalah melalui pelaksanaan *Lesson Study* dalam kelompok Musyawarah Guru Mata Pelajaran (MGMP). Melalui makalah ini dikaji bagaimana kegiatan Lesson Study dapat menjembatani pelaksanaan program pendidikan berbasis karakter dan pelaksanaan kurikulum 2013.

Katakunci: Lessson study, pendidikan karakter, pembelajaran matematika

PENDAHULUAN

Undang-undang tentang sistem Pendidikan Nasional [1], (UU No. 20, 2003) Pasal 3 menyebutkan bahwa "Pendidikan Nasional berfungsi mengembangkan kemampuan dan membentuk **watak** serta peradaban bangsa yang bermartabat dalam rangka mencerdaskan kehidupan bangsa". Pernyataan ini menyiratkan bahwa melalui pendidikan akan dikembangkan kemampuan-kemampuan yang dapat berguna dalam kehidupan masa depan peserta didik, yang meliputi kemampuan otak, sikap dan keterampilan. Kemampuan otak berkaitan dengan kecerdasan, pengetahuan dalam ranah kognitif, sikap berkaitan dengan tingkah laku, watak/karakter yang termasuk dalam ranah afektif, sedangkan keterampilan berkaitan dengan kemampuan motorik dalam ranah psikomotor.

Pernyataan dalam undang-undang tersebut juga menyiratkan bahwa pengembangan kemampuan dan watak harus seimbang agar tercapai cita-cita bangsa "bangsa yang mampu hidup dengan cerdas". Kenyataan yang terjadi dalam pelaksanaan pendidikan, kemampuan yang dikembangkan lebih mengarah kepada satu ranah saja

yaitu ranah kognitif. Hal ini terlihat dari perumusan tujuan pembelajaran yang dilakukan oleh praktisi pendidikan seringkali lebih mengutamakan pengetahuan, yaitu kemampuan otak. Pengembangan ranah afektif yang berkaitan dengan sikap/watak, dan keterampilan kurang mendapat perhatian. Sementara itu banyak penelitian [2] menunjukkan bahwa kemampuan kognitif hanya menyumbang 20 % untuk keberhasilan kehidupan seseorang, 80 % lainnya lebih ditentukan oleh nilai-nilai yang terkait dengan sikap, watak dan keterampilan.

Mencermati kondisi ini pemerintah telah melakukan perubahan dalam kurikulum pendidikan dasar dan menengah, yaitu dari KTSP 2006 menjadi KTSP 2013 (Permendikbud No. 81a, tahun 2013 [3]). Perubahan yang mendasar adalah dalam pendekatan pembelajaran dan sistem penilaian. Pendekatan yang digunakan dalam pembelajaran menurut kurikulum 2013 adalah pendekatan saintifik, dan penilaian meliputi ke tiga ranah, kognitif, afektif dan psikomotor yang menggunakan penilaian autentik. Dalam proses pembelajaran diharapkan peserta didik memperoleh jawaban tentang “apa” yang berkaitan dengan pengetahuan, pertanyaan tentang “mengapa” berkaitan dengan sikap dan memperoleh jawaban tentang “bagaimana” yang terkait dengan keterampilan. Melalui proses pembelajaran yang demikian diharapkan akan dihasilkan peserta didik yang produktif, kreatif, inovatif, dan efektif melalui penguatan sikap, keterampilan, dan pengetahuan yang terintegrasi. Artinya proses pembelajaran diarahkan untuk menyeimbangkan antara “*hard skill*” dengan “*soft skill*” pada setiap peserta didik.

Setiap pembaharuan seringkali juga menimbulkan permasalahan. Perubahan kurikulum KTSP 2006 menjadi kurikulum 2013, menimbulkan permasalahan dalam pengimplementasiannya. Pendekatan saintifik yang digunakan dalam kurikulum 2013, lebih mengutamakan aktifitas peserta didik dalam proses pembelajaran. Hal ini menjadi kendala baik dari siswa maupun dari guru. Kendala yang dihadapi siswa adalah selama ini mereka belajar melalui penjelasan dari guru, yang diikuti dengan contoh dan selanjutnya diberi latihan yang mirip dengan contoh. Sementara dalam kurikulum 2013 dengan pendekatan yang digunakan siswa harus aktif mencari pengetahuan melalui aktifitas yang disiapkan guru. Kesulitan yang dihadapi guru-guru adalah, mempersiapkan pembelajaran yang mampu memfasilitasi siswa mendapatkan pengetahuan dengan caranya sendiri melalui aktifitas mengamati, membaca, menanya, mengasosiasi dan mengkomunikasikan. Semua kegiatan itu, selain ditujukan untuk meningkatkan pengetahuan siswa terhadap materi pelajaran, juga diarahkan untuk mengembangkan nilai-nilai karakter positif dalam diri siswa. Pada kegiatan pembelajaran sebelumnya guru terbiasa memberikan konsep jadi kepada siswa, siswa hanya menerima saja. Pemahaman siswa lebih ditekankan pada ranah kognitif, ranah afektif dan psikomotor kurang mendapat perhatian.

Kadaan ini tentu perlu dicarikan solusinya, yaitu mengatasi kesulitan para guru dalam merancang dan mempersiapkan pembelajaran yang dapat memfasilitasi siswa dalam belajar sesuai tuntutan dalam kurikulum 2013. Selama empat tahun terakhir (2009 – 2012) sebagian dari guru-guru matematika SMP kota Padang telah berkolaborasi dengan dosen matematika FMIPA UNP dalam kegiatan *Lesson Study* berbasis Musyawarah Guru Mata pelajaran (MGMP) pada Program PELITA (Peningkatan Kualitas) SMP/MTs yang merupakan program kerjasama JICA-Jepang dengan Kemendikbud RI. Melalui kegiatan ini guru bersama dosen pendamping telah merancang pembelajaran yang mengaktifkan siswa. Berdasarkan kegiatan yang telah dilakukan dalam kegiatan *Lesson study*, diperkirakan kesulitan yang dialami guru dalam mengimplementasikan

kurikulum 2013 akan dapat diatasi. Untuk itu melalui makalah ini akan diberikan hasil pengkajian tentang kemungkinan kegiatan *Lesson Study* MGMP matematika SMP kota Padang mengatasi kesulitan yang dialami guru dalam mengimplementasikan kurikulum 2013 dan pendidikan berbasis karakter. Pertanyaan yang akan dijawab antara lain adalah:

1. Mengapa *Lesson Study* dapat dijadikan sebagai solusi untuk mengatasi masalah guru dalam mengimplementasikan kurikulum 2013?
2. Apa yang dapat dilakukan guru dalam mengimplementasikan kurikulum 2013 agar dapat menyeimbangkan antara *hard skill* dan *soft skill* peserta didik?

METODE PENELITIAN

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode deskriptif, yaitu menyajikan keadaan yang terjadi berdasarkan pengamatan dan hasil wawancara terhadap guru-guru matematika SMP kota Padang yang tergabung dalam MGMP matematika. Pengkajian diawali dengan melakukan analisis terhadap konsep dan prinsip kegiatan *lesson study*, dilanjutkan dengan pengkajian terhadap standar isi materi matematika SMP yang termuat dalam kurikulum 2013. Data yang diperoleh dianalisis untuk mendapatkan kesimpulan terkait masalah.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Untuk dapat menjawab permasalahan yang diajukan diawal makalah ini, pada bagian berikut akan diberikan hasil kajian tentang *lesson study* dan selanjutnya dikaitkan dengan permasalahan yang dihadapi guru matematika dalam mengimplementasikan kurikulum 2013.

***Lesson Study* sebagai suatu Solusi**

Lesson Study adalah praktek pembelajaran yang dikembangkan oleh para guru pendidikan dasar di Jepang, yang dalam bahasa Jepang disebut dengan istilah *kenkyuu jugyo*. Menurut Hendayana (2007,10) [4], *Lesson Study* merupakan salah satu model pembinaan profesi pendidik melalui pengkajian pembelajaran secara kolaboratif dan berkelanjutan berlandaskan pada prinsip-prinsip kolegalitas dan *mutual learning* untuk membangun komunitas belajar. Kegiatan yang dilakukan dalam *Lesson Study* merupakan upaya pembinaan untuk meningkatkan proses pembelajaran yang dilakukan oleh sekelompok guru secara kolaboratif dan berkesinambungan, dalam merencanakan, melaksanakan, mengobservasi dan melaporkan hasil pembelajaran.

Terdapat dua tipe penyelenggaraan *Lesson Study*, yaitu *Lesson Study* berbasis sekolah dan *Lesson Study* berbasis MGMP (Mulyana, 2007 [5]). *Lesson Study* berbasis sekolah dilaksanakan oleh semua guru dari berbagai bidang studi di suatu sekolah, dengan tujuan agar kualitas proses dan hasil pembelajaran dari semua mata pelajaran di sekolah tersebut dapat lebih ditingkatkan. Sedangkan *Lesson Study* berbasis MGMP merupakan pengkajian tentang proses pembelajaran yang dilaksanakan oleh kelompok guru mata pelajaran tertentu, dengan pendalaman kajian tentang proses pembelajaran pada mata pelajaran tertentu, yang dapat dilaksanakan pada tingkat wilayah, kabupaten atau mungkin bisa lebih diperluas lagi.

Mulyana [5] menjelaskan bahwa secara umum terdapat 3 (tiga) tahapan dalam kegiatan *lesson study*. yaitu (1) Tahap Perencanaan (*Plan*), (2) Tahap Pelaksanaan (*Do*),

dan (3) Tahap Refleksi (See). Ketiga tahapan ini merupakan suatu kesatuan yang saling terkait, berkesinambungan, dan berdaur-ulang, seperti pada Gambar 1.

Pada **tahap perencanaan (Plan)**, guru-guru yang tergabung dalam kelompok *Lesson Study* berkolaborasi untuk menyusun rencana pembelajaran yang lebih mengutamakan aktifitas siswa. Kegiatan diawali dengan melakukan analisis terhadap permasalahan yang dihadapi oleh anggota kelompok dalam pelaksanaan pembelajaran. Analisis dapat meliputi materi-materi inti yang seringkali bermasalah dalam pembelajaran matematika, mencari cara-cara yang efektif yang dapat membelajarkan siswa, menyiasati berbagai kekurangan fasilitas dan sarana belajar yang ada di sekolah dalam usaha membelajarkan siswa, serta pengkajian tentang sistem penilaian yang harus dilakukan dalam kegiatan pembelajaran. Hasil analisis dicermati dan dipertimbangkan dalam membuat perencanaan pembelajaran. Rencana Pelaksanaan Pembelajaran (RPP) disusun bersama dalam kelompok *Lesson Study*. Dengan cara ini diharapkan kualitas RPP yang dihasilkan akan mampu mengatasi permasalahan yang dihadapi guru dalam pembelajaran sebelumnya dan mengantisipasi berbagai kemungkinan yang terjadi selama pelaksanaan pembelajaran berikutnya.



Gambar 1. Siklus Pembelajaran dalam *Lesson Study*

Pada **tahap pelaksanaan (DO)**, terdapat dua kegiatan utama yaitu: (1) kegiatan pelaksanaan pembelajaran yang dilakukan oleh salah seorang guru yang disepakati atau atas permintaan sendiri untuk mempraktikkan RPP yang telah disusun bersama, dan (2) kegiatan pengamatan atau observasi yang dilakukan oleh anggota atau komunitas *Lesson Study* lainnya (guru, kepala sekolah, pengawas sekolah, atau undangan lainnya yang bertindak sebagai pengamat/observer). Guru yang telah disepakati untuk melaksanakan pembelajaran disebut sebagai guru model, dan guru model ini harus melaksanakan RPP yang telah disusun dalam kelompok. Pada pelaksanaan pembelajaran hendaklah diupayakan agar siswa dapat terlibat dalam kegiatan secara wajar dan alami, tanpa adanya perasaan tertekan dengan adanya program *lesson study*. Kegiatan pengamatan atau observasi harus diupayakan tidak mengganggu konsentrasi guru model maupun siswa. Pengamat hendaklah melakukan pengamatan secara cermat dan teliti terhadap interaksi siswa-siswa, siswa-bahan ajar, siswa-guru, siswa-lingkungan lainnya, dengan menggunakan instrumen pengamatan yang telah disiapkan sebelumnya dan disusun bersama-sama. Hasil pengamatan harus dicatat dan didokumentasikan secara detail. Artinya pengamatan difokuskan kepada aktifitas siswa dalam pembelajaran bukan mengevaluasi cara mengajar guru.

Tahapan Refleksi (See), dilakukan segera setelah pelaksanaan pembelajaran selesai dilaksanakan. Kegiatan refleksi dilakukan dalam bentuk diskusi yang diikuti seluruh peserta *Lesson Study* dan dipandu oleh kepala sekolah atau peserta lainnya yang ditunjuk. Diskusi dimulai dari penyampaian kesan-kesan oleh guru model, berupa komentar atau kesan umum maupun kesan khusus atas proses pembelajaran yang dilakukannya, misalnya mengenai kesulitan dan permasalahan yang dirasakan dalam mengaplikasikan RPP yang telah disusun. Selanjutnya, semua pengamat dapat menyampaikan tanggapan atau saran secara bergantian terhadap proses pembelajaran yang telah dilaksanakan (*bukan terhadap guru yang bersangkutan*). saran hendaklah disampaikan dengan bijak dan harus didukung oleh bukti-bukti yang diperoleh dari hasil pengamatan, *bukan berdasarkan perkiraan atau rekaan*. Pembicaraan yang berkembang dalam diskusi dapat dijadikan umpan balik bagi seluruh peserta untuk kepentingan perbaikan atau peningkatan proses pembelajaran selanjutnya. Oleh sebab itu, sebaiknya seluruh peserta memiliki catatan-catatan pembicaraan yang berlangsung dalam diskusi, agar perencanaan yang dirancang berikutnya menjadi lebih baik, dan kualitas pembelajaran juga lebih baik.

Sehubungan dengan tahapan *Lesson Study* dalam Wikipedia (2007) [6], disebutkan *Lesson Study* dilakukan melalui empat tahapan dengan menggunakan konsep *Plan-Do-Check-Act* (PDCA). Tiga tahapan awal pada dasarnya sama dengan tahapan umum *Lesson Study* seperti yang sudah dijelaskan di atas yaitu *plan, do, refleksi (see)*. Tahap *Act*, merupakan tindak lanjut dari hasil refleksi. Berdasarkan hasil refleksi dapat diperoleh sejumlah kesimpulan baru yang dapat menjadi dasar untuk membuat kebijakan atau keputusan-keputusan penting guna perbaikan dan peningkatan proses pembelajaran selanjutnya. Kebijakan itu dapat digunakan pada tataran individual, maupun manajerial. Pada tataran individual, berbagai temuan dan masukan berharga yang disampaikan pada saat diskusi dalam tahapan refleksi (*check*) dapat menjadi modal bagi para guru, baik yang bertindak sebagai pengajar maupun observer untuk mengembangkan proses pembelajaran ke arah lebih baik. Pada tataran manajerial, dengan pelibatan langsung kepala sekolah sebagai peserta *Lesson Study*, kepala sekolah akan memperoleh sejumlah masukan yang berharga bagi kepentingan pengembangan manajemen pendidikan di sekolahnya secara keseluruhan. Jika selama ini kepala sekolah banyak disibukkan dengan hal-hal di luar pendidikan, dengan keterlibatannya secara langsung dalam kegiatan *Lesson Study*, akan lebih dapat memahami apa yang sesungguhnya dialami oleh guru dan siswanya dalam proses pembelajaran, sehingga diharapkan kepala sekolah dapat menempatkan dirinya sebagai supervisor dalam perbaikan kualitas pembelajaran di sekolah.

Berdasarkan pengalaman penulis mendampingi guru-guru matematika SMP Kota Padang dalam kegiatan *Lesson Study*, dirasakan beberapa manfaat yang diperoleh guru dalam kelompok *Lesson Study*. Melalui kelompok *lesson study* guru akan terbantu dalam hal (1) mengembangkan pemikiran kritis tentang belajar dan mengajar di kelas, (2) merancang program pembelajaran (RPP) yang berkualitas, (3) mengobsevasi bagaimana siswa berpikir dan belajar serta melakukan tindakan yang cocok, (4) Mendiskusikan dan merefleksikan aktivitas pembelajaran, dan (5) mengidentifikasi pengetahuan dan keterampilan yang dibutuhkan untuk meningkatkan praktek pembelajaran berikutnya. Pemikiran kritis guru dalam kelompok *lesson study* akan memunculkan ide-ide kreatif yang dapat dituangkan dalam RPP, merencanakan aktifitas yang harus dilakukan siswa dalam pembelajaran sehingga memunculkan semua komponen yang telah dituangkan

dalam standar isi kurikulum 2013. Pemikiran kritis juga akan membantu guru dalam mencermati nilai-nilai yang mungkin dikembangkan dalam suatu kegiatan pembelajaran. Artinya kegiatan *Lesson study* sangat mungkin membantu guru bekerja bersama merencanakan, melaksanakan dan mengevaluasi pembelajaran yang sesuai dengan tuntutan dalam kurikulum 2013, yaitu menyeimbangkan antara “*hard skill*” dengan “*soft skill*” pada setiap peserta didik.

Implementasi Kurikulum 2013 dan Pendidikan Berbasis Karakter

Menurut Permendikbud No.68 tahun 2013 [7] tentang struktur kurikulum SMP dan MTs, terdapat 4 kompetensi inti yang harus dimiliki siswa, yang disingkat dengan KI 1, berkaitan dengan sikap spritual ketuhanan, KI 2 berkaitan dengan sikap social, KI 3 berkaitan dengan pengetahuan, dan KI 4 berkaitan dengan keterampilan. Konsep umum dalam kurikulum 2013 adalah menjelaskan pengetahuan (KI 3) sebagai input kepada siswa untuk menghasilkan output berupa keterampilan (KI 4) siswa dan bermuara pada pembentukan sikap (KI 1, dan KI 2) siswa sebagai outcome pembelajaran. Ini berarti dalam pelaksanaan pembelajaran, guru hendaklah merencanakan pembelajaran yang dapat melatih siswa dalam menguasai pengetahuan, yang akan memicu berkembangnya keterampilan dan sikap siswa.

Berdasarkan wawancara dengan beberapa guru matematika SMP di Kota Padang, yang dialami dalam mengimplementasikan kurikulum 2013 adalah merencanakan pembelajaran yang dapat melibatkan siswa untuk memahami pengetahuan dalam KI 3, agar dihasilkan siswa yang terampil (KI 4) dan memiliki sikap positif (KI 1 dan KI 2). Misalnya untuk matematika SMP/MTs kelas VII pada KD 3.9 yaitu memahami konsep transformasi (dilatasi, translasi, pencerminan, rotasi) menggunakan objek-objek geometri, dalam pengimplementasiannya guru harus dapat memilih KD yang sesuai terkait dengan KI 1 dan KI 2, karena KD untuk dua KI ini masih bersifat umum. Berdasarkan wawancara dengan guru, mereka mengalami kesulitan menempatkan KD tersebut. Selanjutnya dari KD yang ada guru harus merumuskan indikator yang sesuai untuk masing-masing KD pada setiap KI. Kesulitan yang dialami guru adalah merumuskan indikator untuk KD pada KI 1 dan KI 2 untuk KD pada KI 3, walaupun untuk KI 2 dan KI 3 tidak diharuskan merumuskan indikatornya. Namun untuk keperluan penilaian indikator pada KD untuk kedua KI tersebut sedapat mungkin dirumuskan, agar guru dapat merencanakan bentuk penilaian yang akan digunakan.

Kesulitan-kesulitan itu akan teratasi, jika guru-guru dalam kelompok *lesson study* bergabung bersama memikirkan dan merumuskan indikator yang sesuai. Selanjutnya secara bersama merancang pembelajaran yang sesuai dengan tuntutan kurikulum 2013 dengan menggunakan prinsip yang: (1) berpusat pada peserta didik, (2) mengembangkan kreativitas peserta didik, (3) menciptakan kondisi menyenangkan dan menantang, (4) bermuatan nilai, etika, estetika, logika, dan kinestetika, dan (5) menyediakan pengalaman belajar yang beragam melalui penerapan berbagai strategi dan metode pembelajaran yang menyenangkan, kontekstual, efektif, efisien, dan bermakna. Melalui kebersamaan dalam kelompok *lesson study*, diperkirakan guru akan mampu memfasilitasi siswa untuk terlibat dalam proses pembelajaran melalui lima pengalaman belajar pokok yaitu: mengamati; menanya; mengumpulkan informasi; mengasosiasi; dan mengkomunikasikan yang lebih dikenal dengan pendekatan saintifik.

Melalui pengalaman penulis dalam mendampingi guru kelompok MGMP matematika SMP dalam kegiatan *Lesson Study* di kota Padang, guru telah diajak untuk

merancang kegiatan-kegiatan yang melibatkan siswa untuk mengamati; menanya; mengumpulkan informasi; mengasosiasi; dan mengkomunikasikan pemikirannya dalam pembelajaran. Dalam RPP yang dirancang dalam kelompok *Lesson Study*, kegiatan selalu dimulai dengan memperkenalkan materi melalui berbagai masalah yang terkait dengan keseharian siswa. Misalkan KD 2.1 akan disertakan dalam KD 3.2 yaitu menentukan nilai variabel persamaan linear dua variabel dalam konteks nyata di kelas VIII. Untuk itu guru harus merumuskan indikator untuk KI 2, KD 2.1 yaitu menunjukkan sikap logis, kritis, analitik, konsisten dan teliti, bertanggung jawab, responsif, dan tidak mudah menyerah dalam memecahkan masalah dalam KD 3.2. Kegiatan yang telah direncanakan oleh guru kelompok *lesson study* untuk materi ini adalah dengan merancang sebuah aktifitas jual beli. Melalui aktifitas ini siswa dibimbing untuk merancang model matematika, sehingga mereka sampai pada konsep system persamaan linier dua variabel, menyelesaikan model dengan berbagai cara. Melalui aktifitas yang dirancang, diharapkan siswa dapat menunjukkan sikap logis, kritis, analitik, konsisten dan teliti, bertanggung jawab, responsif, dan tidak mudah menyerah dalam memecahkan masalah.

Hal yang perlu diperhatikan guru adalah, ketika mereka merumuskan suatu indikator untuk suatu materi atau KD, hendaknya mereka sudah punya gambaran aktifitas apa yang harus dipersiapkannya agar siswa terlibat aktif dalam kegiatan pembelajaran. Ketika KD ini disertakan dalam materi pelajaran, hendaknya guru telah membuat rencana aktifitas yang harus dilakukan siswa dalam proses pembelajaran di kelas sehingga sikap atau sebagian dari sikap yang ada dalam KD itu dapat dikembangkan. Artinya sebelum membuat rancangan pembelajaran guru hendaknya telah memiliki gambaran, tentang aktifitas yang harus dirancang agar sikap logis, kritis, konsisten dan teliti, bertanggung jawab, responsif, dan tidak mudah menyerah dalam memecahkan masalah dapat muncul dalam kegiatan pembelajaran ketika materi ini diberikan di kelas. Hal ini harus dilakukan untuk setiap indikator dan setiap tujuan pembelajaran yang telah dirumuskan. Selanjutnya semua itu dituangkan dalam bentuk RPP yang disusun bersama dalam kelompok *lesson study*.

Untuk mengetahui efektifitas RPP yang telah disusun, berdasarkan langkah-langkah dalam *lesson study* salah seorang guru menerapkan RPP tersebut di kelasnya dan diobservasi oleh anggota lainnya. Hal-hal yang masih menjadi titik lemah dapat direvisi dalam kegiatan refleksi dan dilaksanakan oleh guru lainnya di kelasnya masing-masing sebagai tindak lanjut. Artinya kesulitan guru dalam pengimplementasian kurikulum 2013 dan menanamkan nilai-nilai karakter yang dikenal dengan *soft skill* akan teratasi jika guru mau berkolaborasi dalam kelompok *lesson study*. Karena dengan bersama, akan muncul berbagai ide yang dapat disatukan dan diaplikasikan untuk mencapai tujuan yang pembelajaran sesuai rumusan dalam kurikulum 2013.

KESIMPULAN

Berdasarkan kajian tentang konsep dan prinsip pelaksanaan *lesson study* yaitu *plan, do* dan *see*, maka kesulitan yang dihadapi guru-guru dalam pengimplementasian kurikulum 2013 akan teratasi. Pada tahap *plan* guru dalam kelompok *lesson study* dapat merencanakan aktifitas-aktifitas yang harus dilakukan siswa dalam proses pembelajaran sehingga mereka terlibat melalui kegiatan mengamati, menanya; mengumpulkan informasi; mengasosiasi; dan mengkomunikasikan pemikirannya. Aktifitas yang dirancang diarahkan untuk mencapai pemahaman terhadap materi terkait pengetahuan, dan

menghasilkan keterampilan serta sikap logis, kritis, konsisten dan teliti, bertanggung jawab, responsif, dan tidak mudah menyerah dalam memecahkan masalah. Pada tahap *Do*, salah seorang guru melaksanakan rencana yang telah dirancang bersama, untuk selanjutnya dievaluasi pada tahap *see*. Melalui kegiatan *lesson study*, anggota tim juga dapat merencanakan bentuk penilaian yang sesuai berdasarkan kurikulum 2013.

PUSTAKA

- [1] Depdiknas, 2003. *Undang-Undang Nomor 20 Tahun 2003 tentang Sistem Pendidikan Nasional*. Jakarta: Depdiknas.
- [2] Agustian, Ary Ginanjar. (2001). *Rahasia Sukses Membangun Kecerdasan Emosi dan Spiritual (ESQ)*. Jakarta: Penerbit Arga
- [3] Depdikbud, 2013. *Permendikbud No. 81a, tahun 2013*
- [4] Hendayana, Sumar, dkk. 2007. *Lesson Study: Suatu Strategi Untuk meningkatkan Keprofesionalan Pendidik*. Bandung: UPI Press.
- [5] Mulyana, Slamet. 2007. *Lesson Study*. Kuningan: LPMP-Jawa Barat
- [6] Wikipedia, (2012). *Lesson Study*. http://en.wikipedia.org/wiki/Lesson_study
- [7] Depdikbud, 2013. *Permendikbud No.68 tahun 2013*

PERANCANGAN PROTOTIPE AWAL BUKU KERJA KALKULUS BERBASIS PENEMUAN TERBIMBING

DEVELOPING INITIAL PROTOTYPE OF GUIDED DISCOVERY-BASED CALCULUS WORKBOOK

Zulfaneti^{1*}, Rina Febriana²

STKIP PGRI Sumatera Barat, Padang^{1*}, 2
zulfaneti_stkippgri@yahoo.co.id

ABSTRACT

Learning experiences on Calculus at STKIP PGRI West Sumatera revealed that students often got difficulties to develop the theory. What they can was only to memorize without understanding their lesson materials. Based on student's task and interview with students that don't make the task, they answered that they didn't do the task because they didn't understand the material. Limited material resources make the student got difficulties in solving calculus problem. Student needs a learning material like workbook beside textbook. The purpose of this research is to develop a valid initial guided-discovery-based workbook for Calculus at STKIP PGRI West Sumatera. This workbook is developed in the framework of define, design, develop, and disseminate. Design phase is done by reviewing the literature on the theory of guided discovery, relevant research, identifying characteristics and overviews of management students in the class lectures. Design phase is done by developing an initial draft of the workbook with the characteristics of guided discovery with the principle of inductive and deductive, namely through (1) formularize problem based on the data sufficiently, (2) developing, processing, organizing, and analyzed the data, (3) formulate a conjecture, (4) examination of conjecture, and (5) the certainty of truth discovery. Develop phase is done by asking the opinion of experts, one-to-one evaluation, small group and conduct a field test.

Keywords: Calculus, Workbook, Guided Discovery

ABSTRAK

Pengalaman peneliti selama mengajar pada mata kuliah Kalkulus di STKIP PGRI Sumatera Barat, mahasiswa sering tidak mampu mengembangkan teori dan sering terbukti hanya menghafal teori tanpa memahami makna. Melalui observasi tugas dan wawancara terhadap mahasiswa yang tidak mengerjakan tugas, mereka cenderung menjawab bahwa ketidakpahaman terhadap materi yang menyebabkan mereka tidak mengerjakan tugas. Sumber belajar yang kurang membuat mahasiswa mengalami kesulitan dalam menyelesaikan permasalahan kalkulus. Mahasiswa memerlukan bahan perkuliahan yang terstruktur disamping buku teks. Penelitian bertujuan mengembangkan prototipe awal buku kerja berbasis penemuan terbimbing yang valid untuk mata kuliah Kalkulus di STKIP PGRI Sumatera Barat. Buku kerja ini dikembangkan dengan fase *define*, *design*, *develop*, dan *desseminate*. Fase *define* melakukan studi pustaka untuk mengkaji teori penemuan terbimbing, penelitian yang relevan, mengindetifikasi karakteristik mahasiswa dan gambaran pengelolaan perkuliahan di kelas. Fase *design* dilakukan dengan mengembangkan draft awal buku kerja dengan karakteristik penemuan terbimbing dengan prinsip induktif dan deduktif. yaitu melalui (1) perumuskan masalah berdasarkan data secukupnya, (2) menyusun, memproses, mengorganisir, dan menganalisis data tersebut, (3) menyusun konjektur, (4) pemeriksaan konjektur, dan (5) kepastian kebenaran penemuan. Fase *develop* dilakukan dengan meminta pendapat pakar, *one-to-one evaluation*, *small group*, dan mengadakan *field test*. Penelitian ini dilaksanakan masih pada fase *define*, fase *design* dan fase *develop*.

Kata kunci: Kalkulus, Buku Kerja, Penemuan Terbimbing

PENDAHULUAN

Model pembelajaran matematika yang diperbaharui telah mengubah paradigma peran dan tugas pengajar. Sebelumnya pengajar berperan dan bertugas menyampaikan dan memberikan informasi atau pengetahuan kepada peserta didik. Namun kemudian berubah menjadi sebagai pendorong peserta didik untuk belajar (*stimulation of learning*) agar dapat mengkonstruksi sendiri pengetahuan melalui berbagai aktivitas seperti pemecahan masalah dan berkomunikasi.

Berdasarkan analisis pendahuluan terhadap proses perkuliahan Kalkulus 1 di STKIP PGRI Sumatera Barat, masih banyak faktor internal mahasiswa yang membuat mahasiswa kurang termotivasi untuk menyelesaikan soal-soal yang diberikan. Baik yang diberikan di dalam kelas maupun yang diberikan sebagai tugas untuk dikerjakan di rumah. Melalui observasi terhadap beberapa orang mahasiswa yang tidak mengerjakan tugas, mahasiswa cenderung menjawab bahwa ketidakpahaman terhadap materi yang diajarkan menjadi penyebab mahasiswa tidak mengerjakan. Selain itu mahasiswa juga memberikan alasan bahwa materi yang disampaikan dosen hanya sebagian kecil saja yang mampu mereka serap dikarenakan materi yang bersifat abstrak dan teoritis. Pada [1], faktor-faktor yang menyebabkan hal tersebut antara lain (1). Siswa tidak menangkap konsep matematika dengan benar. Siswa belum sampai ke proses abstraksi, masih dalam dunia kongkrit. Siswa belum sampai ke pemahaman bahwa terdapat hubungan antar konsep-konsep lain yang diturunkan dari konsep terdahulu. (2) Siswa tidak menangkap arti dari lambang-lambang. (3) Siswa tidak memahami asal usul suatu prinsip. Siswa tahu apa rumusnya dan bagaimana menggunakannya, tetapi tidak tahu mengapa rumus itu digunakan, (4) Siswa tidak lancar menggunakan operasi dan prosedur, (5) Ketidaklengkapan pengetahuan. Sementara itu, pelajaran tersebut berlanjut secara berjenjang.

Data empiris tahun akademik 2012/2013 nilai Kalkulus 1 mahasiswa Prodi Pendidikan Matematika STKIP PGRI Sumatera Barat menunjukkan bahwa masih banyak mahasiswa yang bernilai rendah, sebagian besar mahasiswa (59.5 %) mempunyai nilai di bawah 56 (bernilai D atau E). Hal ini tentu masih jauh dari kenyataan. Ditilik dari kenyataan tersebut dapat diamati bahwa sumber belajar atau referensi yang digunakan dalam perkuliahan Kalkulus 1 di STKIP PGRI Sumatera Barat selama ini masih mengacu pada buku teks Kalkulus dan Geometri Analitis karangan E.J. Purcell dan Kalkulus dan Ilmu Ukur Analitik karangan Leithold yang pemaparan materinya masih belum mampu memberdayakan mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika STKIP PGRI Sumatera Barat untuk mengkonstruksi pengetahuannya sendiri.

Menilik permasalahan di atas, diperlukan suatu alat bantu perkuliahan berupa buku kerja agar mahasiswa mengalami kemudahan mengenal dan memahami konsep dalam belajar kalkulus 1. Buku kerja merupakan salah satu bentuk bahan perkuliahan yang berisikan sasaran belajar, teori singkat, contoh soal, dan latihan. Buku kerja diharapkan dapat memotivasi dan merangsang aktivitas berpikir siswa dalam menggali dan memaksimalkan kompetensi yang dimiliki, dengan demikian tujuan dari suatu proses pembelajaran dapat dicapai. Buku kerja yang dimaksud adalah buku kerja berbasis penemuan terbimbing. Menurut Jerome Bruner dalam [2] penemuan adalah suatu proses, suatu jalan/cara dalam mendekati permasalahan bukannya suatu produk atau item pengetahuan tertentu. Proses penemuan dapat menjadi kemampuan umum melalui latihan pemecahan masalah dan praktek membentuk dan menguji hipotesis.

Metode penemuan tanpa bimbingan kurang tepat diberikan pada siswa sekolah dasar maupun lanjutan ataupun pada mahasiswa yang pemahaman konsepnya masih rendah [3]. Hal ini terkait erat dengan karakteristik pelajaran matematika yang lebih merupakan deductive reasoning dalam perumusannya. Di samping itu penemuan tanpa bimbingan dapat memakan waktu sehari-hari dalam pelaksanaannya atau bahkan mahasiswa tidak bisa berbuat apa-apa karena tidak tahu, begitu pula jalannya penemuan, mahasiswa cenderung tergesa-gesa mengambil kesimpulan, tidak semua mahasiswa dapat menemukan sendiri. Mengingat hal itu timbul metode pembelajaran dengan penemuan yang dipandu oleh dosen.

Proses penemuan dapat dilakukan dilakukan melalui investigasi, eksplorasi dan eksperimen maupun dengan problem base learning. Pemahaman siswa meningkat tajam yaitu 93.71% dengan menggunakan pola pembelajaran investigasi, eksplorasi dan eksperimen [4]. Selain itu dalam [5] dinyatakan bahwa metode pembelajaran berbasis masalah (problem base learning) lebih efektif dalam meningkatkan prestasi belajar mahasiswa. Penemuan terbimbing merupakan kolaborasi dari pembelajaran konstruktivis dan pemberian masalah yang bisa bersifat open ended. Perangkat pembelajaran yang berorientasi Open-Ended Problem Solving efektif dan layak digunakan dalam pembelajaran [6].

Berdasarkan latar belakang yang telah dipaparkan, pertanyaan penelitian adalah bagaimana hasil pengembangan prototype awal buku kerja Kalkulus berbasis penemuan terbimbing?.

METODE PENELITIAN

Jenis penelitian adalah penelitian dan pengembangan (*Research and development /R&D*), yaitu metode penelitian yang digunakan untuk menghasilkan produk tertentu, dan menguji keefektifan produk tersebut [7]. Produk yang dikembangkan dalam penelitian ini adalah alat bantu perkuliahan yang berupa buku kerja berbasis penemuan terbimbing.

Penelitian ini menggunakan rancangan penelitian pengembangan dengan model pengembangan 4-D rancangan Thiagarajan, dan Semmel dalam [8] Model pengembangannya terdiri atas 4 tahap yang meliputi: pendefinisian (*define*), perancangan (*design*), pengembangan (*develop*), dan penyebaran (*desseminate*). Secara lengkap prosedur yang dilakukan sebagai berikut ini.

- a. Fase *define*. Tahap ini dilakukan guna melihat gambaran kondisi di lapangan yang berkaitan dengan proses belajar mengajar Kalkulus 1 di STKIP PGRI Sumatra Barat. Proses yang dilakukan adalah sebagai berikut ini.
 - (i) Menganalisis silabus, hal ini bertujuan untuk mengetahui apakah materi yang diajarkan sudah sesuai dengan standar kompetensi dan kompetensi dasar mata kuliah.
 - (ii) Menganalisis buku-buku teks Kalkulus 1, untuk melihat kesesuaian isi buku dengan kompetensi utama dan kompetensi penunjang yang harus dicapai mahasiswa. Buku-buku yang telah sesuai akan digunakan sebagai acuan penyusunan konsep dan contoh soal serta latihan soal pada buku kerja yang dikembangkan.
 - (iii) studi pustaka untuk mengkaji teori penemuan terbimbing, penelitian yang relevan

- (iv) Wawancara dengan teman sejawat dan mahasiswa, ini bertujuan mengidentifikasi karakteristik mahasiswa dan gambaran pengelolaan perkuliahan di kelas.
- b. Fase *design*. Setelah menganalisis kebutuhan dilanjutkan dengan perancangan. Pada tahap ini yang dilakukan adalah merancang format buku kerja Kalkulus 1.
- c. Fase *develop*. Pada tahap ini kegiatan yang dilakukan sebagai berikut: (1) *self evaluation*, (2) memvalidasi prototip kepada tiga pakar Kalkulus, 1 pakar teknologi pendidikan, dan 1 pakar bahasa, (3) Instrumen yang digunakan adalah lembar validasi. Aspek yang divalidasi adalah kelayakan isi, penyajian, kebahasaan dan kegrafikaan.
- d. Fase *disseminate*. Tahap ini merupakan tahap penggunaan produk yang telah dikembangkan pada skala yang lebih luas misalnya di kelas lain atau di tempat lain atau oleh dosen lain.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Fase Define

Hasil Analisis silabus mata kuliah Kalkulus 1 diperoleh bahwa (1) materi yang diajarkan sudah sesuai dengan kompetensi yang diharapkan. (2) Materi pada silabus telah sesuai dengan kompetensi yang harus dicapai oleh mahasiswa. (3) Urutan materi juga telah pas. Dalam silabus, terdapat empat materi pokok yang harus dipelajari dalam satu semester. Empat materi tersebut adalah sistim bilangan riil, fungsi dan limit, turunan, dan aplikasi turunan. Materi sistim bilangan Riil adalah materi pertama yang merupakan materi dasar yang harus dipelajari sebelum mempelajari materi fungsi dan limit, turunan diajarkan setelah materi limit sebagai konsep turunan telah diberikan, setelah itu materi aplikasi turunan merupakan materi terakhir karena mencakup seluruh materi sebelumnya.

Hasil analisis buku rujukan untuk mata kuliah Kalkulus 1 diperoleh hasil bahwa materi dalam buku rujukan sudah mencakup sebagian besar kompetensi yang diharapkan. Buku rujukan pertama yang dianalisis adalah buku teks yang selama ini digunakan dalam perkuliahan Kalkulus, yaitu Buku Kalkulus edisi kesembilan karangan Varbeg purcell rigdom. Selain buku karangan Percell, buku Kalkulus ilmu ukur analitik karangan Leitohold dijadikan sebagai rujukan perkuliahan karena banyak contoh-contoh soal yang sangat membantu mengembangkan kemampuan mahasiswa. Namun bahasa yang digunakan oleh kedua buku sangat teoritis dan belum komunikatif dengan mahasiswa, hal ini dikarenakan mahasiswa yang mengambil Kalkulus 1 pada umumnya adalah mahasiswa tahun pertama yang belum terbiasa dengan teori yang bersifat abstrak. Selain itu materi dan contoh soal disajikan belum mampu mengajak mahasiswa untuk belajar bermakna.

Setelah menganalisis buku rujukan Kalkulus 1, kegiatan selanjutnya adalah peneliti berdiskusi dan melakukan wawancara dengan teman sejawat. Dari hasil ini diperoleh kesimpulan bahwa kesulitan yang dialami oleh mahasiswa adalah memahami konsep, mahasiswa belum mampu mengembangkan informasi yang diperoleh pada perkuliahan tatap muka, logika dan sistematika cara berpikir mahasiswa yang tidak mampu mengkontruksi pengetahuan, mahasiswa sering tidak mampu mengembangkan teori, mahasiswa masih banyak yang menghafal teori tanpa memahami makna, dan dosen kesulitan memilih cara yang tepat untuk mengkomunikasikan teori perkuliahan.

Analisis silabus, analisis buku rujukan dan diskusi dengan teman sejawat dapat disimpulkan, mahasiswa yang pada umumnya masih mengandalkan penjelasan di kelas sangat membutuhkan sebuah bahan ajar yang mampu membimbing dan mengkontruksi

pemahaman mahasiswa. Oleh karena itu sebuah bahan ajar yang memfasilitasi mahasiswa untuk bekerja dan menulis setiap proses menemukan konsep dapat memberikan solusi sehingga konsep dapat bertahan lama melalui pembelajaran bermakna. Gravemeijer [9] menyatakan penemuan terbimbing merupakan salah satu prinsip pendidikan matematika realistik, pendidikan matematika realistik adalah pembelajaran yang dapat mengantarkan peserta didik pada pembelajaran bermakna.

Fase Design

Hasil-hasil pengembangan pada fase ini berupa rancangan awal buku kerja kalkulus berbasis penemuan terbimbing. Bahan ajar yang dirancang adalah buku kerja berbasis penemuan terbimbing untuk perkuliahan Kalkulus 1. Buku kerja hasil rancangan terdiri dari empat bab, yaitu Sistem Bilangan Riil dan Fungsi, Limit dan Kekontinuan, Turunan, dan Penggunaan Turunan. Buku kerja dirancang untuk satu semester dengan berdasarkan teori penemuan terbimbing. Bentuk isi buku kerja didesain berdasarkan karakteristik penemuan terbimbing, yakni mahasiswa dibimbing untuk menemukan konsep, secara umum ada dua cara yang digunakan untuk membimbing mahasiswa yakni melalui konstruktivis dan melalui pemberian masalah.

Karakteristik buku kerja hasil rancangan dipaparkan secara rinci sebagai berikut:

- a. Setiap Buku Kerja memuat petunjuk belajar, petunjuk belajar bertujuan untuk memudahkan mahasiswa bagaimana menggunakan buku kerja,
- b. Buku kerja memuat sasaran belajar (Kompetensi Utama dan Kompetensi Penunjang) berupa capaian-capaian yang harus dicapai mahasiswa selama perkuliahan. Kompetensi Utama (KU) dan Kompetensi Penunjang (KP) dirancang pada halaman pertama sebagai pendahuluan setiap bab, setiap bab selalu diawali dengan pengantar pada apa yang diharapkan dan materi apa yang menjadi dasar serta motivasi dan manfaat mempelajari materi pada bab itu.
- c. Buku kerja memuat teori, tetapi berisi uraian materi yang masih belum lengkap, dengan isian yang belum lengkap inilah mahasiswa dibimbing untuk melengkapi buku kerja tersebut. Sesuai dengan teori penemuan, proses penemuan konsep dapat menjadi kemampuan umum melalui latihan pemecahan masalah dan praktek membentuk dan menguji hipotesis. Proses melalui latihan pemecahan masalah diberikan dengan memberikan sebuah masalah dan melalui bimbingan mahasiswa diajak untuk menemukan solusi.. Selain itu penemuan konsep dalam buku kerja juga melalui penalaran deduktif yang merupakan ciri utama matematika, yaitu kebenaran suatu pernyataan diperoleh melalui sebagai akibat logis dari pernyataan sebelumnya. Jadi dengan penemuan deduktif buku kerja memberikan suatu urutan pertanyaan yang mengarah pada penarik kesimpulan.
- e. Buku kerja memuat contoh, beberapa contoh soal sebagai tambahan pengetahuan awal bagi mahasiswa. Hal ini bertujuan setelah menemukan konsep, mahasiswa dapat memeriksa apakah hasil penemuan itu benar.
- f. Buku kerja memuat latihan terbimbing dan latihan mandiri. Latihan terbimbing adalah latihan yang disertai dengan arahan-arahan. Sedangkan latihan mandiri menuntut kemandirian mahasiswa dalam menyelesaikan soal-soal.
- g. Soal-soal pada buku kerja menuntun siswa untuk mengkonstruksi pengetahuannya. Bahasa dan pemilihan soal disesuaikan dengan tingkat kemampuan mahasiswa

Fase Develop

Evaluasi sendiri (*self-evaluation*) dilakukan untuk mengevaluasi hasil pada fase *design*. Hasil evaluasi ditampilkan pada Tabel 1.

Tabel 1. Hasil self evaluation

No	Hal yang dievaluasi	Temuan Evaluasi	Kegiatan Revisi
1	Latihan terbimbing	Tidak semua subbab mempunyai Latihan Mandiri, dan ada Latihan mandiri yang belum bervariasi	Melengkapi semua subbab dengan Latihan Mandiri dan memvariasikan Latihan Mandiri itu.
2	Latihan Mandiri	Latihan Mandiri Bab 2 ada yang belum ada.	Melengkapi latihan mandiri pada setiap subbab pada Bab 2
3	Kunci Jawaban Latihan Mandiri	Tidak ada kunci jawaban	Melengkapi setiap kunci jawaban
4	Gambar-gambar pendukung untuk menemukan konsep.	Gambar-gambar pendukung untuk menemukan konsep ada yang belum komunikatif dan relevan.	Memperbaiki gambar agar lebih komunikatif dengan mahasiswa dan relevan dengan materi.
5	Materi	Materi tidak ada yaitu Turunan sebagai Laju Perubahan	Menambahkan materi Turunan sebagai Laju Perubahan.
6	Contoh Soal	Contoh soal tidak sesuai	Memperbaiki contoh soal yang sesuai dengan materi.

Setelah *self evaluation* dilakukan, selanjutnya dilakukan diskusi dengan pakar Kalkulus. Hasil diskusi dengan pakar ini memberikan banyak masukan dan saran yang sangat berguna untuk mendapatkan buku kerja yang valid. Hasil diskusi dengan pakar kalkulus:

1. Untuk memperkenalkan bilangan Rasional diperlukan tambahan keterangan untuk sampai kepada kesimpulan konsep bilangan rasional,
2. Arahkan mahasiswa dengan instruksi-instruksi yang lebih jelas.
3. Berikan teknik yang tepat sehingga tidak terkendala ketika mengarahkan menemukan konsep yang memerlukan prasyarat.
4. Bahasa yang digunakan agar lebih disesuaikan dengan tingkat kemampuan mahasiswa tahun pertama.
5. Teknik pengembangan lebih diarahkan ke buku kerja yang eksploratif, bukan buku kerja yang mengharuskan mahasiswa mengisi titik-titik terbatas sehingga membatasi mahasiswa untuk mengeksplorasi ide.

Berdasarkan hasil diskusi ini, dilakukan revisi secara menyeluruh terhadap buku kerja.. Terutama pada teknik penyajian sehingga buku mampu mengajak mahasiswa untuk berpikir lebih leluasa. JICA (Japan International Cooperation Agency) [10] menyebutkan bahwa Lembar Kegiatan bertipe “mengisi titik-titik” sama sekali tidak mampu merangsang pemikiran peserta didik. Sebaiknya mulailah menyertakan pertanyaan dan tugas yang membuat peserta didik berpikir “kenapa?” atau “bagaimana?”.

Hasil Validasi Instrumen Kevalidan dan Revisi

Instrumen kevalidan yang dikembangkan adalah lembar validasi. Lembar validasi menilai empat aspek, yaitu; (1). Aspek Kelayakan isi, yaitu untuk menilai kesesuaian isi dengan Kompetensi yang ingin dicapai. (2) aspek penyajian, yaitu untuk menilai teknik

penyajian dan kesesuaian penyajian dengan teknik penemuan terbimbing yang digunakan. (3) aspek bahasa, yaitu untuk menilai keterbacaan, kesesuaian dengan kaidah Bahasa Indonesia dan logika berbahasa, dan (4) aspek kegrafikaan, yaitu untuk melihat ukuran/format buku kerja, desain dan kualitas fisik buku kerja.

Lembar Validasi divalidasi oleh dua validator. Aspek yang divalidasi adalah (1) Petunjuk penilaian, (2) isi, dan (3) Bahasa yang digunakan. Semua validator menilai bahwa lembar validasi (instrumen kevalidan) adalah valid dan dapat digunakan dengan revisi. Lebih rinci hasil validasi instrumen kevalidan diberikan oleh Tabel 2

Tabel 2. Hasil Validasi Instrumen Kevalidan

No	Aspek	Skor Rata-Rata	
		Validator 1	Validator 2
1	Petunjuk penilaian	3	3
2	Isi	3	2.5
3	Bahasa	3	3
Rata-Rata		3	2.86
Rerata		2.93	

Berdasarkan kriteria kevalidan, instrumen yang dikembangkan sudah termasuk pada kriteria valid ($2.4 < V < 3.2$). Namun, meskipun demikian secara khusus menurut validator masih ada hal-hal khusus yang harus diperbaiki, yakni aspek kegrafikaan yang harus didefinisikan secara jelas, dan aspek penyajian hubungan dengan pendekatan yang digunakan, dan kalimat yang digunakan masih ada yang memberikan makna ganda.

Selanjutnya setelah aspek-aspek tersebut direvisi, dimintakan kembali penilaian dari validator. Hasil penilaian validator menunjukkan bahwa instrument kevalidan sudah memenuhi kriteria kevalidan dan dapat digunakan tanpa revisi.

KESIMPULAN

Berdasarkan *self-evaluation* dan diskusi dengan pakar-pakar kalkulus, simpulan penelitian ini adalah rancangan Prototipe awal buku kerja berbasis penemuan terbimbing masih memerlukan berbagai perbaikan baik dari isi, penyajian, maupun bahasa. Tahap penelitian selanjutnya adalah mendapatkan data empiris tentang validitas buku kerja, menguji praktikalitas melalui *one to one*, dan *small group*, dan menguji efektifitas buku dengan mengadakan *field test*.

UCAPAN TERIMA KASIH

Penelitian ini merupakan Penelitian Kerjasama Perguruan Tinggi (PEKERTI) yang didanai oleh DIPA Kopertis Wilayah X Nomor: DIPA-023.04.2.532476/2013 oleh karena itu pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih kepada Koordinator Kopertis Wilayah X, Ketua STKIP PGRI Sumbar dan Ketua Unit Penelitian dan Pengabdian Pada Masyarakat (P3M) STKIP PGRI Sumbar yang memfasilitasi penelitian sehingga dapat berjalan sesuai rencana. Secara khusus penulis juga mengucapkan terima kasih kepada Bapak Prof. Dr. Ahmad Fauzan, M.Pd, M.Sc dan Ibu Dr. Armianti, M.Pd yang telah bersedia menjadi mitra dan memberikan arahan/masukan yang sangat berguna bagi terlaksananya penelitian.

PUSTAKA

- [1] Soleh M. 1998. *Pokok-Pokok Pengajaran Matematika Sekolah*. Depdikbud, Jakarta.
- [2] Cooney D. 1975 *Dynamics of Teaching Secondary School Mathematics*. USA; Houghton Mifflin Company
- [3] Markaban. 2006. *Model Pembelajaran Matematika dengan Pendekatan penemuan Terbimbing*.
- [4] Suryana Y. 2007. "Mengembangkan Kompetensi Siswa Melakukan Investigasi, Eksplorasi dan Eksperimen Sebagai Alat Pemecahan Masalah Matematika di Sekolah Dasar". *Penelitian Pendidikan* (online). 8. (<http://journal.um.ac.id/index.php/jip/article> . diakses 10 November 2012).
- [5] Fatimah S. 2013, "Efektivitas Metode Problem Based Learning, Cooperative Learning Tipe Jigsaw, dan Ceramah sebagai Problem Solving dalam Mata Kuliah Perencanaan Pembelajaran.". *Cakrawala Pendidikan* XXXII (2), 207-21.
- [6] Parwati, NN. 2012. " Pengembangan Perangkat pembelajaran Berorientasi Open Ended Problem Solving". *Jurnal Ilmu Pendidikan* (online) Vol.18 No.1. (<http://journal.um.ac.id/index.php/jip/article> . diakses 10 November 2012).
- [7] Sugiyono. 2008. *Metode Penelitian Pendidikan*. Bandung: CV. Alfabeta.
- [8] Trianto. 2009. *Mendesain Model Pembelajaran Inovatif-Progresif: Konsep, Landasan, dan Implementasinya pada Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan (KTSP)*. Jakarta: Kencana.
- [9] Gravemeijer. 1994. *Developing Realistic Mathematics Educations*. Freudenthal Institute. Utrecht.
- [10] JICA. 2009. *Buku Petunjuk Guru untuk Pembelajaran yang Lebih Baik*. International Development Center of Japan.

PENGEMBANGAN TUGAS MATEMATIKA SEBAGAI ALAT UKUR PENALARAN DAN PEMAHAMAN KONSEP SISWA SEKOLAH MENENGAH ATAS

THE DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL TASK AS A MEASURING INSTRUMENT IN HIGH SCHOOL STUDENT'S REASONING AND CONCEPTUAL UNDERSTANDING

Mukhtar^{1*}, Muliawan Firdaus²

Universitas Negeri Medan, Medan^{1*}

mukhtardr.mt@gmail.com, Jl. Willem Iskandar Psr. V Medan 20221, (061)6613365

Universitas Negeri Medan, Medan²

ABSTRACT

To help students understand the logic behind mathematical concepts, students are given assignments that emphasize conceptual understanding rather than memorization and students are given the opportunity to see for themselves the relationship between the concepts. Through such a task, the students were directed to practice in developing conceptual understanding and procedural in considerations that connection of conceptual ideas are much more important than the use of a formula or definition as a procedural. In this paper we developed an alternative mathematical task that requires students to think and explain their thinking that can be used to probe the reasoning and understanding of the concept of high school students about the material of the geometry of space as an example of the development.

Keywords: mathematical task, reasoning, conceptual understanding.

ABSTRAK

Untuk membantu siswa memahami logika di balik konsep-konsep matematika, siswa diberikan tugas-tugas yang lebih menekankan pemahaman konseptual daripada menghafal dan diberikan kesempatan kepada siswa melihat sendiri hubungan antara konsep-konsep. Melalui tugas yang demikian, siswa diarahkan untuk berlatih dalam mengembangkan pemahaman konseptual dan prosedural dengan pertimbangan bahwa koneksi ide-ide konseptual jauh lebih penting daripada penggunaan rumus atau definisi yang bersifat prosedural. Dalam makalah ini dikembangkan alternatif tugas matematika yang menuntut siswa untuk berpikir dan menjelaskan pemikiran mereka yang dapat digunakan untuk menyelidiki penalaran dan pemahaman konsep siswa sekolah menengah atas tentang materi geometri ruang sebagai contoh pengembangan.

Katakunci: tugas matematika, penalaran, pemahaman konsep.

PENDAHULUAN

Salah satu keterampilan matematika yang sangat erat kaitannya dengan karakteristik matematika adalah penalaran. Hal ini dikarenakan materi matematika dipahami melalui penalaran dan penalaran dipahami serta dilatihkan melalui belajar matematika. Kemampuan penalaran matematis merupakan proses mental, dan seperti kebiasaan lainnya, kemampuan penalaran matematis harus dibangun secara terus menerus melalui berbagai konteks [1]. Selain itu, kemampuan penalaran dalam pembelajaran matematika perlu dikembangkan karena dapat membantu siswa meningkatkan kemampuan dalam matematika, yaitu dari yang hanya sekedar mengingat kepada kemampuan pemahaman [2]. Selain kemampuan penalaran, kemampuan pemahaman dalam pembelajaran matematika juga penting untuk diperhatikan. Hal ini

dikarenakan melalui pemahaman matematis siswa dapat mengorganisasi dan mengkonsolidasi berpikir matematisnya yang akhirnya dapat membawa siswa pada pemahaman yang mendalam tentang konsep matematika yang telah dipelajari. Pemahaman adalah kemampuan untuk menjelaskan suatu situasi atau suatu tindakan [3].

Siswa tidak akan berhasil dalam belajar bila tidak memiliki keterampilan penalaran yang diperlukan karena penalaran merupakan dasar untuk pemahaman [4]. Dalam upaya membantu siswa mengembangkan keterampilan penalaran, sangatlah penting bagi siswa untuk memiliki pemahaman konseptual dan bukan hanya pengetahuan prosedural [5]. Pengetahuan konseptual dikenali sebagai pengetahuan yang kaya dalam hubungan yang dengan demikian, pengetahuan konseptual ini dapat dibayangkan sebagai sebuah jaringan pengetahuan yang terhubung, jaringan di mana hubungan pertautan adalah sebagai potongan-potongan diskrit dari informasi. Proses koneksi dapat terjadi antara dua potongan informasi yang telah tersimpan dalam memori atau juga antara sebagian pengetahuan yang sudah ada dengan sebagian lain dari pengetahuan itu yang baru dipelajari. Pengetahuan konseptual juga tumbuh dalam penciptaan hubungan antara pengetahuan yang ada dan informasi yang baru saja memasuki sistem [6].

Di sisi lain, pengetahuan prosedural terdiri dari aturan, algoritma, atau prosedur yang digunakan untuk menyelesaikan tugas-tugas matematika. Ini adalah prosedur langkah-demi-langkah (*step-by-step*) yang dilakukan dalam urutan linear yang telah ditentukan sebelumnya [7]. Pengetahuan prosedural dalam matematika memiliki peran penting baik dalam belajar dan dalam melakukan matematika [8]. Selain itu, prosedur algoritmik dalam pengetahuan prosedural membantu siswa dalam menyelesaikan tugas-tugas rutin matematika secara efisien [7]. Namun perlu diperhatikan bahwa penggunaan prosedur yang paling ampuh sekalipun tidak akan membantu mengembangkan pengetahuan konseptual [9]. Koneksi prosedur dan ide-ide konseptual jauh lebih penting daripada kegunaan prosedur itu sendiri [10].

Selama tahun-tahun awal masa kanak-kanak atau ketika anak-anak memasuki sekolah, pengetahuan konseptual yang mereka miliki berkaitan erat dengan pengetahuan proseduralnya. Ketika siswa memasuki sekolah dasar dan menengah, pengetahuan konseptual dan pengetahuan proseduralnya berkembang secara terpisah dan fokus pengajaran tetap pada pengetahuan prosedural [6]. Aturan prosedural sebaiknya tidak diajarkan tanpa adanya konsep; namun, kebanyakan guru hanya fokus pada karakteristik prosedural matematika [7]. Hal yang demikian ini adalah penjelasan dari pertanyaan tentang mengapa banyak siswa dari sekolah dasar sampai perguruan tinggi yang berhasil menyelesaikan tugas-tugas prosedural, tapi tidak memiliki pemahaman konseptual [6].

Studi tentang keterampilan berpikir siswa menunjukkan bahwa penjelasan dan keyakinan yang dimiliki siswa untuk konsep dapat mengungkapkan kesalahpahaman siswa [11]. Penjelasan yang demikian hanya dapat diidentifikasi melalui pemberian kesempatan kepada siswa untuk menjelaskan pemikiran dan alasan mereka secara matematis [12]. Dengan tugas-tugas, yang hanya memerlukan pengetahuan prosedural, siswa mungkin akan mendapatkan jawaban yang benar, tetapi mungkin juga mereka mendapatkan kesalahpahaman yang serius [13].

Untuk membantu siswa memahami logika di balik konsep-konsep matematika, siswa diberikan tugas-tugas yang lebih menekankan pemahaman konseptual daripada menghafal dan membiarkan siswa melihat sendiri hubungan antara konsep-konsep. Sebagai ganti dari strategi pengajaran konvensional seperti menghafal, siswa seharusnya mendapatkan kesempatan untuk mengembangkan konsep yang bermakna dan juga

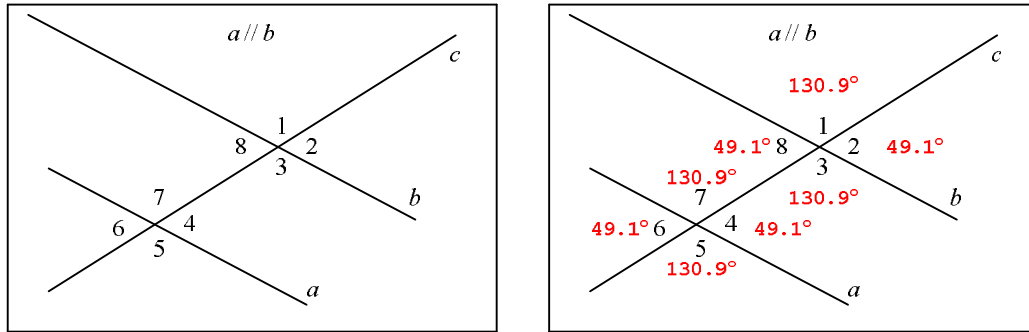
kesempatan untuk menganalisis masalah dan memberikan alasan [14]. Studi dalam literatur yang memeriksa penalaran dan pemahaman yang berkaitan dengan pengukuran bentuk geometris [15] melalui penyelidikan terhadap strategi pemecahan masalah yang dimiliki siswa sekolah dasar dan kesulitan-kesulitan yang mereka alami selama memecahkan masalah luas dan volume, juga menyatakan bahwa dalam rangka memfasilitasi pemahaman yang bermakna, adalah penting untuk memahami proses berpikir siswa [16]. Dalam penelitian lain yang menyelidiki konservasi luas permukaan dan volume dua silinder [17, 18], para peneliti menganalisis tanggapan dan kesulitan siswa terhadap masalah yang membutuhkan penalaran dan mencoba untuk menjelaskan penalaran siswa melalui menjelaskan peran aturan intuitif. Para peneliti menyarankan bahwa perlu untuk menyadari respon yang tidak pantas dari siswa dalam rangka mengetahui penalaran siswa, dan mengatur lingkungan pembelajaran yang sesuai.

Berdasarkan uraian di atas, upaya peningkatan kemampuan dan keterampilan berpikir matematika siswa khususnya kemampuan penalaran dan pemahaman konsep perlu mendapat perhatian dan usaha yang serius dari guru sebagai objek sentral dalam proses pembelajaran. Guru sebagai salah satu faktor penting penentu keberhasilan pembelajaran berperan dalam merencanakan, mengelola, mengarahkan dan mengembangkan materi pembelajaran. Untuk itu, dalam makalah ini dikembangkan alternatif tugas matematika yang menuntut siswa untuk berpikir dan menjelaskan pemikiran mereka yang dapat digunakan untuk menyelidiki penalaran dan pemahaman konsep siswa sekolah menengah atas tentang materi geometri ruang sebagai contoh pengembangan.

RANCANGAN TUGAS GEOMETRI RUANG (MATERI GARIS DAN SUDUT)

Dalam bagian awal materi geometri ruang di kelas X sekolah menengah atas, telah disajikan definisi dan identifikasi dari berbagai pasang garis dan sudut. Selanjutnya, disajikan suatu kondisi dimana ketika dua garis dipotong oleh suatu transversal, terbentuk pasangan-pasangan khusus dari sudut-sudut. Untuk itu siswa akan diajak berlatih mengidentifikasi pasangan-pasangan khusus sudut-sudut ini dan akan mencari setiap hubungan antara pasangan sudut yang terbentuk. Guru dapat merancang sebuah media pembelajaran berupa gambar di beberapa lembar kertas karton sebagaimana disajikan dalam gambar-gambar di bawah. Sebagai alternatif lain, guru dapat merancang sebuah lembar kerja siswa yang berisi gambar-gambar yang dimaksud disertai pertanyaan-pertanyaan yang akan diberikan pada setiap siswa.

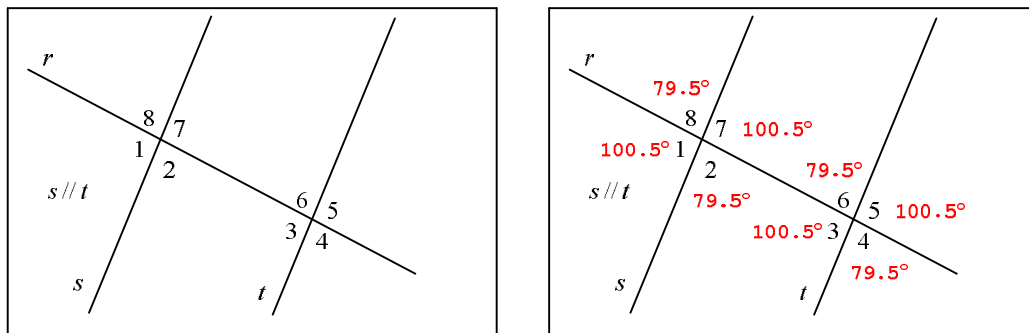
Pada pertanyaan pertama diberikan diagram seperti dalam Gambar 1 dimana garis a dan b adalah sejajar dan keduanya dipotong oleh garis transversal c . Siswa diminta untuk mengidentifikasi pasangan sudut mana yang sehadap, dalam berseberangan, luar berseberangan, dalam sepihak, dan luar sepihak. Selanjutnya, siswa diminta untuk mengukur besar kedelapan sudut itu dan menuliskannya.



Gambar 1

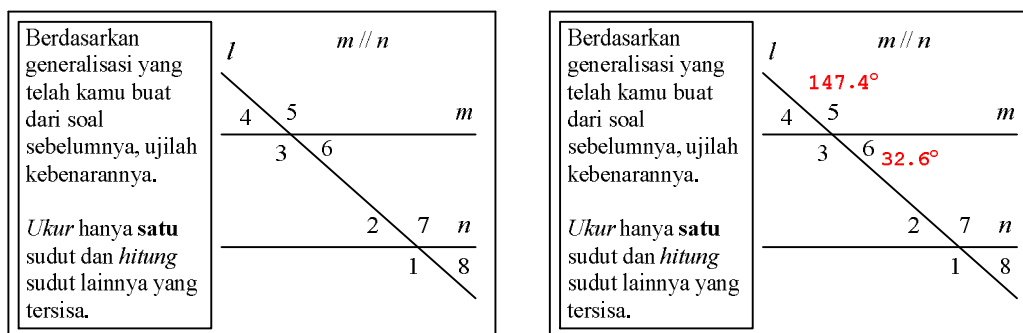
Pertanyaan pertama ini adalah pertanyaan langsung yang mudah dan membutuhkan pengetahuan prosedural. Siswa akan mampu mengidentifikasi hubungan diantara sudut dan menghitung besarnya dengan menggunakan busur derajat.

Pada pertanyaan kedua diberikan pertanyaan yang mirip dengan pertanyaan pertama dan diberikan diagram seperti dalam Gambar 2 dimana garis s dan t adalah sejajar dan keduanya dipotong oleh garis transversal r . Siswa diminta untuk mengidentifikasi pasangan sudut mana yang sehadap, dalam berseberangan, luar berseberangan, dalam sepihak, dan luar sepihak. Selanjutnya, siswa diminta untuk mengukur besar kedelapan sudut itu dan menuliskannya.



Gambar 2

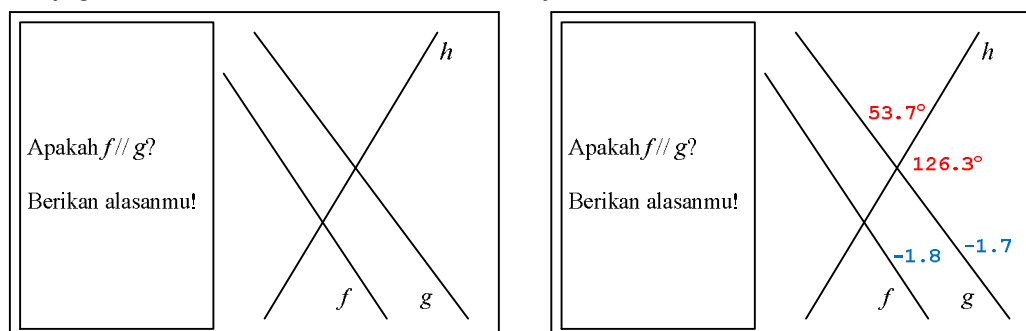
Pada pertanyaan ketiga, siswa diminta untuk mengamati kedua pertanyaan pertama dan meminta siswa untuk membuat beberapa generalisasi berdasarkan hasil pengamatannya. Jawaban yang diharapkan adalah siswa membuat generalisasi tentang keadaan dimana dua garis yang sejajar dipotong oleh sebuah garis transversal maka sudut-sudut yang sehadap dan sudut-sudut dalam dan luar yang berseberangan adalah sama besar, sudut-sudut dalam dan luar yang sepihak adalah saling berpelurus (berjumlah 180°). Pertanyaan ini membutuhkan jawaban yang tentunya didasarkan pada pemahaman konseptual siswa tentang hubungan antara sudut. Kurangnya pemahaman siswa dalam hubungan antara sudut akan menghambat penalaran mereka pada proses generalisasi ini. Singkatnya, siswa akan mengalami kesulitan dalam memecahkan masalah yang menuntut pemahaman konseptual.



Gambar 3

Pada pertanyaan keempat diberikan diagram seperti dalam Gambar 3 dimana garis m dan n adalah sejajar dan keduanya dipotong oleh garis transversal l . Siswa diminta untuk memilih satu sudut secara sembarang dan mengukurnya. Selanjutnya berdasarkan hasil pengukuran tadi, siswa diminta untuk mengukur besar sudut lainnya. Pertanyaan ini juga membutuhkan jawaban yang didasarkan pada pemahaman konseptual siswa tentang hubungan antara sudut.

Pada pertanyaan terakhir diberikan diagram seperti dalam Gambar 4. Siswa diminta untuk memeriksa apakah garis f dan g yang dipotong oleh garis h adalah sejajar. Siswa juga diminta untuk memberikan alasannya.



Gambar 4

Siswa mungkin akan menjawab bahwa mereka telah mengukur dan menemukan bahwa sudut-sudut yang kelihatannya dalam berseberangan, atau sudut-sudut luar yang kelihatannya berseberangan, atau sudut-sudut yang kelihatannya sehadap tidak kongruen. Siswa mungkin juga akan menjawab bahwa mereka telah mengukur dan menemukan bahwa sudut-sudut dalam atau luar yang kelihatannya sepihak tidak saling berpelurus. Pengukuran harus dijadikan sebagai bukti. Siswa juga mungkin mengukur kemiringan kedua garis dan menyimpulkan bahwa karena kemiringannya tidak sama, garis tidak sejajar. Jika siswa memiliki pemahaman konseptual tentang kemiringan garis, mereka dapat dengan mudah menghubungkannya dengan konsep kesejajaran. Jadi, meskipun siswa tidak mengukur besar sudut akibat perpotongan kedua garis dengan garis transversal, siswa bisa menyimpulkan dengan menggunakan hubungan pada konsep kemiringan garis untuk memastikan bahwa kedua garis tidak sejajar.

PENUTUP

Tugas yang dirancang mengarahkan siswa untuk memecahkan pertanyaan yang memerlukan pemahaman konseptual sehingga memungkinkan untuk mengidentifikasi kesulitan yang dihadapi siswa. Siswa diarahkan untuk berlatih dalam mengembangkan pemahaman konseptual dan prosedural dengan pertimbangan bahwa koneksi ide-ide konseptual jauh lebih penting daripada penggunaan rumus atau definisi yang bersifat prosedural. Dengan demikian, disarankan bahwa guru matematika di kelas harus menciptakan lingkungan bagi siswa di mana mereka dapat berkomunikasi satu sama lain, mendiskusikan konsep-konsep matematika, dan memiliki kesempatan untuk bernalar pada ide-ide matematika. Dengan bantuan strategi pembelajaran yang efektif, guru bisa dengan mudah menghubungkan prosedur matematika untuk ide-ide konseptual, dan dengan demikian pembelajaran matematika yang bermakna akan berlangsung di kelas.

PUSTAKA

- [1] Baroody, A. J. 1993. Problem solving, Reasoning, and Communicating, K-8. *Helping Children think Mathematically*. Macmillan Publishing Company. New York.
- [2] Mukhtar. 2013. Pengembangan Bahan Ajar Matematika Berbasis Masalah untuk Memfasilitasi Pencapaian Kemampuan Penalaran dan Pemahaman Konsep Siswa, *Proceeding Semirata BKS PTN Bidang MIPA Bandar Lampung Tahun 2013*, p: 353-360.
- [3] Driver, R. dan Leach, J. 1993. A constructivist view of Learning: Children's Conceptions and Nature of Science. In *What Research Says to the Sciences Teacher*. National Science Teacher Association. Washington. p: 103-112
- [4] Sierpinska, A. 1994. *Understanding in mathematics*. London: Falmer.
- [5] Battista, M. T. 2007. The development of geometric and spatial thinking. In F. K. Lester Jr. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*, (1, 843-907). National Council of Teachers of Mathematics/Greenwich: Information Age.
- [6] Hiebert, J., & Lefevre, P. 1986. Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. In J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (pp.1-28). Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- [7] Van de Walle, J. A. 2007. *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally* (6th ed.). Boston: Pearson Education.
- [8] Rittle-Johnson, B., & Alibali, M. W. 1999. Conceptual and procedural knowledge: Does one lead to the other? *Journal of Educational Psychology*, 91, 175-189.
- [9] Hiebert, J. 1990. The role of routine procedures in the development of mathematical competence. In T. J. Cooney (Ed.), *Teaching and learning mathematics in the 1990s* (pp. 31-40). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- [10] Hiebert, J. & Carpenter, T. P. 1992. Learning and teaching with understanding. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, (65-97). Old Tappan, NJ: Macmillan.
- [11] Williams, S. 1991. Models of limit held by college calculus students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22, 219-236.

- [12] Confrey, J. 1990. A review of the research on student conceptions in mathematics, science, and programming. *Review of Research in Education*, 16, 3-56.
- [13] Ball, D. L., Lubienski, S. T., & Mewborn, D. S. 2002. Research on teaching mathematics: The unsolved problem of teachers' mathematical knowledge. In V. Richardson, *Handbook of research on teaching* (4th ed.). Washington DC, AERA: 433-456.
- [14] Battista, M. T. 2001. A research-based perspective on teaching school geometry. In J. Brophy (Eds.), Subject-specific instructional methods and activities. *Advances in Research on Teaching Series*, 8, NY: JAI Press, Elsevier Science.
- [15] Battista, M. T. & Clements, D. H. 1996. Students' understanding of three-dimensional rectangular arrays of cubes. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(3), 258-292.
- [16] Battista, M. T. 2003. Understanding students' thinking about area and volume measurement. In D. H. Clements & G. Bright (Eds.), *Learning and teaching measurement* (122-142). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- [17] Tirosh, D. & Stavy, R. 1999. Intuitive rules: A way to explain and predict students' reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 38, 51-66.
- [18] Stavy, R., Babai, R., Tsamir, P., Tirosh, D., Lin, F-L., & Mcrobbie, C. 2006. Are intuitive rules universal? *International Journal of Science and Mathematics Education*, 4, 417-436.

MODEL REGRESI POISSON TERGENERALISASI DENGAN STUDI KASUS KECELAKAAN KENDARAAN BERMOTOR DI LALU LINTAS

GENERALIZED POISSON REGRESSION MODELS WITH CASE STUDY IN MOTOR VEHICLE TRAFFIC ACCIDENT

Irwan¹, Devni Prima Sari²

Jurusan Matematika FMIPA Univ. Negeri Padang1
irwan165@fmipa.unp.ac.id, Jl. Jeruk Blok O No. 2 Wisma Indah 2 Lapai Padang
Jurusan Matematika FMIPA Univ. Negeri Padang2

ABSTRACT

The Poisson regression model has long been used for risk classification. Poisson regression method has equi-dispersion assumption, that is the condition in which mean and variance of the response variable are equal. In fact, it was found that the data has variance was greater than mean. The Poisson regression model is considered less appropriate to resolve the issue. So that the generalized Poisson regression model was used to solve the problem overdispersi.

In this paper, Poisson regression models and generalized Poisson case the data was applied to a motor vehicle traffic accident. Based on estimation of the dispersion parameter, a , the generalized Poisson regression model has overdispersion problem. After used deviance test on the Poisson regression model and Poisson generalized, Pearson Chi - Square, AIC, BIC, it was concluded that the best regression model generated by generalized Poisson regression model.

Keywords: Poisson regression model, generalized Poisson regression model, overdispersion

ABSTRAK

Model regresi Poisson telah lama digunakan untuk penggolongan resiko. Metode regresi Poisson mempunyai asumsi *equi-dispersion*, yaitu kondisi dimana nilai mean dan variansi dari variabel respon bernilai sama. Pada kenyataannya, seringkali dijumpai pada data dengan variansi dari variabel respon lebih besar dari pada nilai rataannya (overdispersi). Model regresi Poisson dianggap kurang tepat untuk mengatasi masalah tersebut. Sehingga digunakan model regresi Poisson Tergeneralisasi untuk mengatasi masalah overdispersi.

Dalam tulisan ini, model regresi Poisson dan Poisson Tergeneralisasi diterapkan pada data kasus kecelakaan kendaraan bermotor di lalu lintas. Berdasarkan hasil estimasi parameter dispersi, a , pada model regresi Poisson Tergeneralisasi diketahui bahwa terjadi kasus overdispersi. Setelah model regresi Poisson dan Poisson Tergeneralisasi di uji dengan menggunakan uji *deviance*, Pearson *Chi-Square*, AIC, BIC, maka disimpulkan bahwa model regresi terbaik dihasilkan oleh model regresi Poisson Tergeneralisasi.

Kata kunci: model regresi Poisson, model regresi Poisson tergeneralisasi, overdispersi

PENDAHULUAN

Penggolongan resiko adalah proses dari pemodelan alternatif dengan menggolongkan resiko menurut *rating factors* dengan karakteristik-karakteristik yang dibentuk ke dalam *rating classes*. Sebagai contoh, di dalam kecelakaan kendaraan bermotor yang diperlakukan sebagai faktor penilaian dapat dilihat pada faktor pengemudi, kendaraan, jalan, cuaca dan faktor lainnya.

Model regresi Poisson secara luas telah banyak digunakan untuk memodelkan penggolongan resiko. Sebagai contoh, McCullagh dan Nelder [1] menggunakan model regresi Poisson untuk memodelkan jumlah klaim pada peristiwa kerusakan muatan yang dibawa kapal-kapal di dalam asuransi laut. Di dalam asuransi motor, Brockman dan Wright [2] menerapkan model itu pada klaim kerusakan kepemilikan motor di UK, dan Renshaw [3] memakai model tersebut untuk klaim-klaim motor yang disediakan oleh suatu perusahaan asuransi yang terkemuka di dalam UK. Selanjutnya, model regresi Poisson diterapkan oleh Ismail dan Jemain [4] pada himpunan dari klaim kerusakan mobil milik pribadi yang disediakan oleh satu perusahaan asuransi di Malaysia.

Bagaimanapun, model regresi Poisson berasumsi bahwa rata-rata dan variansi dari variabel dependen adalah sama, $E(Y)=Var(Y)$, atau disebut juga equidispersi. Dalam praktek, data itu boleh ditampilkan *overdispersion* atau *extra* – variasi Poisson, yaitu, suatu situasi di mana variansi melebihi rata-rata, $Var(Y)>E(Y)$. Selain itu, data juga dapat disajikan underdispersi, yaitu keadaan dimana variansi kurang dari rata-rata, $Var(Y)<E(Y)$. Pembebanan yang tidak sesuai pada Poisson mengabaikan standar error dan terlalu menekankan makna dari parameter-parameter regresi, dan sebagai konsekuensi, memberikan kesimpulan salah tentang parameter-parameter regresi. Oleh karena itu, sasaran dari penelitian ini untuk menggunakan model regresi Poisson Tergeneralisasi sebagai satu alternatif untuk penggolongan resiko. Selanjutnya, model-model regresi Poisson dan Poisson Tergeneralisasi dicoba, diuji dan dibandingkan pada jenis data jumlah kecelakaan kendaraan bermotor di lalu lintas.

MATERI DAN METODE

1. Generalized Linear Model (GLM)

Agresti [5] menyatakan ada tiga komponen dalam GLM, yaitu :

- Variabel respon $Y_1, Y_2, \dots, Y_N$ yang diasumsikan memiliki distribusi yang termasuk ke dalam keluarga eksponensial.
- Sekumpulan parameter $\beta = [\beta_1 \dots \beta_p]^T$ dan variabel penjelas (*explanatory variable*)

$$X = \begin{bmatrix} x_1^T \\ \vdots \\ x_p^T \end{bmatrix} \text{ yang kemudian membentuk fungsi linear } \eta = x_i^T \beta.$$

- Fungsi link monoton g sedemikian sehingga $g(\mu_i) = x_i^T \beta$ dengan $\mu_i = E[Y_i]$. Fungsi link menentukan model yang menghubungkan $\mu_i = E[Y_i]$ dengan fungsi linear $x_i^T \beta$. Suatu fungsi link di sebut sebagai fungsi link kanonik (*canonical link function*) apabila $g(\mu_i) = \theta$ dengan θ adalah parameter kanonik dalam

$$f(y; \theta) = \exp \left\{ \frac{y\theta - b(\theta)}{a(\phi)} + c(y, \phi) \right\}$$

2. Model Regresi Poisson

Pada regresi Poisson diasumsikan bahwa variabel dependen Y yang menyatakan jumlah (cacah) kejadian berdistribusi Poisson, diberikan sejumlah variabel independen $X_1, X_2, \dots, X_k$.

$$P(Y = y | x_1, \dots, x_k) = \frac{\mu^y \cdot e^{-\mu}}{y!}, y = 0, 1, 2, \dots \quad (1)$$

Atau dengan kata lain, $Y_i \sim Poi(\mu_i), i = 1, 2, 3, \dots, n$.

Salah satu tujuan dari analisis regresi adalah untuk menentukan pola hubungan antara variabel respon dengan variabel penjelas. Selanjutnya, dalam regresi Poisson hubungan tersebut dapat dituliskan dalam bentuk:

$$E[Y_i|x_i] = \mu_i = \beta_0 + x_{i1}\beta_1 + \dots + x_{ik}\beta_k \quad (2)$$

$$\text{Atau } E[Y_i|X_i] = \mu_i = \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}.$$

Selanjutnya model regresi dapat ditulis dalam bentuk:

$$E[Y_i|X_i] = \mu_i = \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}), i = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

Dengan $\boldsymbol{\beta}$ merupakan parameter yang tidak diketahui dalam model dan harus di estimasi.

Untuk memasukkan covariates dan untuk menjamin non-negatif, mean atau *fitted value* diasumsikan sebagai perkalian, yaitu,

$$E(Y_i|x_i) = \lambda_i = e_i \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}) \quad (4)$$

dengan e_i menunjukkan ukuran paparan (*exposure*), $\mathbf{x}_i$ merupakan vektor $p \times 1$ dari variabel penjelas, dan $\boldsymbol{\beta}$ merupakan vektor $p \times 1$ dari parameter regresi.

3. Model Regresi Poisson Tergeneralisasi

Definisi 1 Jika Y adalah suatu variabel random berdistribusi Poisson Tergeneralisasi dengan parameter θ dan λ , maka fungsi kepadatan peluang dinyatakan sebagai berikut:

$$P(Y = y|\theta, \lambda) = \begin{cases} \theta(\theta + \lambda y)^{y-1} \frac{e^{-(\theta + \lambda y)}}{y!}, y = 0, 1, 2, \dots \\ 0, y > m, \lambda < 0 \\ 0, y \text{ yang lain} \end{cases} \quad (5)$$

dengan $\theta > 0, \max(-1, -\theta/\lambda) \leq \lambda \leq 1$; dan m adalah bilangan bulat positif terbesar sedemikian sehingga $\theta + m\lambda > 0$ bila λ bernilai negatif.

Definisi 2 Asumsikan bahwa variabel dependen y_i yang menyatakan jumlah kejadian adalah berdistribusi Poisson Tergeneralisasi. Diberikan sejumlah variabel independen $x_1, x_2, \dots, x_p$.

$$P(Y_i = y_i|x_1, x_2, \dots, x_p) = \begin{cases} \theta(\theta + \lambda_i y_i)^{y_i-1} \frac{e^{-(\theta + \lambda_i y_i)}}{y_i!}, y_i = 0, 1, 2, \dots \\ 0, y_i > m, \lambda_i < 0 \\ 0, y_i \text{ yang lain} \end{cases} \quad (6)$$

Persamaan (6) dinotasikan dengan $Y_i \sim GP(\theta_i, \lambda_i), i = 1, 2, \dots, n$; nilai rata-rata dan variansi dinyatakan dengan $E(Y_i | x_i) = \mu_i = \mu(x_i)$ dan $Var(Y_i | x_i) = \sigma_i^2(\theta_i, \lambda_i)$.

Wang dan Famoye [6] menyatakan bahwa fungsi kepadatan peluang dari distribusi GP I adalah

$$P(Y_i = y_i) = \left(\frac{\mu_i}{1 + a\mu_i} \right)^{y_i} \frac{(1 + ay_i)^{y_i-1}}{y_i!} \exp\left(-\frac{\mu_i(1 + ay_i)}{1 + a\mu_i} \right), y_i = 0, 1, \dots \quad (7)$$

dengan Y_i sebagai variabel random untuk distribusi GP I.

Mean diasumsikan ke dalam persamaan $E[Y_i|x_i] = \mu_i = e_i \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})$, sedangkan variansi bersyarat ekuivalen dengan $Var[Y_i|x_i] = \mu_i(1 + a\mu_i)^2$. Ketika parameter dispersi, a , sama dengan nol, fungsi kepadatan peluang pada persamaan (7) akan beralih menuju Poisson, sehingga mean sama dengan variansi, yaitu $E[Y_i|x_i] = Var[Y_i|x_i]$. Untuk $a > 0$,

variansi lebih besar daripada mean, $E[Y_i|x_i] > Var[Y_i|x_i]$, dan untuk kondisi ini model regresi merepresentasikan data cacah dengan overdispersi. Sedangkan untuk $a < 0$, variansi lebih kecil daripada mean, $E[Y_i|x_i] < Var[Y_i|x_i]$, dan untuk kondisi ini model regresi merepresentasikan data cacah dengan underdispersi.

Jika β di estimasi dengan metode maksimum *likelihood* dan log *likelihood* dinotasikan dengan ℓ , maka persamaan yang terkait adalah:

$$\ell(\beta, a) = \sum_i \left\{ y_i \log \left(\frac{\exp(x_i^T \beta)}{1 + a \exp(x_i^T \beta)} \right) + (y_i - 1) \log(1 + ay_i) - \frac{\exp(x_i^T \beta)(1 + ay_i)}{1 + a \exp(x_i^T \beta)} - \log(y_i!) \right\}$$

Selanjutnya, apabila persamaan tersebut diturunkan terhadap β_j , maka diperoleh persamaan sebagai berikut:

$$\frac{\partial \ell}{\partial \beta_j} = \sum_i \frac{y_i - \mu_i}{(1 + a\mu_i)^2} x_{ij}; j = 1, 2, \dots, p$$

Persamaan terakhir di set sama dengan nol, sehingga diperoleh

$$\sum_i \frac{(y_i - \mu_i)}{(1 + a\mu_i)^2} x_{ij} = 0; j = 1, 2, \dots, p \quad (8)$$

Karena persamaan (8) adalah juga ekuivalen dengan kuadrat terkecil terbobot, dengan suatu pengabaian modifikasi, estimasi dari β dapat diselesaikan dengan prosedur IWLS.

Di dalam penelitian ini, akan digunakan dua metode untuk memecahkan parameter dispersi, a , yaitu dengan metode maksimum *likelihood* dan metode moment. Persamaan untuk penyelesaian metode maksimum *likelihood* dapat diperoleh dengan menurunkan persamaan log *likelihood* terhadap a , adalah sebagai berikut:

$$\frac{\partial \ell}{\partial a} = \sum_i -\frac{y_i \mu_i}{1 + a\mu_i} + \frac{y_i(y_i - 1)}{1 + ay_i} - \frac{\mu_i(y_i - \mu_i)}{(1 + a\mu_i)^2} = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial^2 \ell}{\partial a^2} = \sum_i \frac{y_i \mu_i^2}{(1 + a\mu_i)^2} - \frac{y_i^2(y_i - 1)}{(1 + ay_i)^2} + \frac{2\mu_i^2(y_i - \mu_i)}{(1 + a\mu_i)^3} \quad (10)$$

Di bawah metode moment, a bisa di estimasi dengan persamaan Pearson *Chi-Squares* dengan derajat kebebasan, yaitu:

$$\sum_i \frac{(y_i - \mu_i)^2}{\mu_i(1 + a\mu_i)^2} - (n - p) = 0 \quad (11)$$

di mana n menandakan banyaknya kelas penilaian maksimum dan p banyaknya parameter-parameter regresi. Prosedur iterasi urutan serupa dengan di atas dapat juga digunakan untuk menghasilkan estimasi maksimum *likelihood* dari β dan estimasi moment dari a .

4. Goodness Of Fit Test

Ismail dan Jemain [7], [8], [9] menyatakan bahwa *goodness of fit test* model regresi Poisson dan Poisson tergeneralisasi dapat dilihat dari nilai *Deviance*, *Pearson Chi-Square*, *Akaike Information Criteria* (AIC) dan *Bayesian Schwartz Information Criteria* (BIC).

a. Deviance

Deviance yaitu logaritma dari uji rasio *likelihood*-nya [1]. Uji rasio *likelihood*nya membandingkan *current model*-nya dengan *saturated model*-nya. *Deviance* dituliskan sebagai berikut:

$$D = 2(l(y; y) - l(\mu; y)) \quad (12)$$

di mana $l(y; y)$ dan $l(\mu; y)$ adalah model log *likelihood* yang dievaluasi masing-masing di bawah μ dan y .

b. Pearson Chi-Square

Ukuran lain yang bisa digunakan untuk *goodness of fit test* yaitu statistik *Pearson Chi-Square* [1] yang didefinisikan sebagai

$$X^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(y_i - \mu_i)^2}{Var(Y_i)} \quad (13)$$

c. AIC dan BIC

Dua hal yang paling sering digunakan adalah ukuran *Akaike Information Criteria* (AIC) dan *Bayesian Schwartz Information Criteria* (BIC). AIC didefinisikan sebagai

$$AIC = -2l + 2p \quad (14)$$

dimana l menunjukkan log-*likelihood* dievaluasi di bawah μ dan p jumlah parameter.

Untuk ukuran ini, semakin kecil AIC, semakin baik model.

BIC didefinisikan sebagai [10]

$$BIC = -2l + p \log(n) \quad (15)$$

mana l menunjukkan log-*likelihood* dievaluasi di bawah μ , p jumlah parameter dan n jumlah *rating classes*. Untuk ukuran ini, semakin kecil BIC, semakin baik model [11].

APLIKASI NUMERIK**Data Penelitian**

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder dari laporan Unit Lakalantas Poltabes Padang selama tahun 2012. *Rating factor* dan *rating classes* yang dipakai dalam penelitian ini berdasarkan pada penelitian sebelumnya serta berdasarkan data yang tersedia di Lakalantas Poltabes Padang [12].

Tabel 1. *Rating factors* dan *rating classes* untuk data penelitian

<i>Rating Factors</i>		<i>Rating Classes</i>
Pengemudi	A1	Lengah
	A2	Mengantuk
	A3	Tidak terampil
	A4	Mabuk
	A5	Kecepatan tinggi
	A6	Tidak menjaga jarak
	A7	Kesalahan pejalan
	A8	Gangguan binatang
Kendaraan	B1	Kerusakan sistem rem
	B2	Ban pecah
	B3	Sistem lampu tidak berfungsi
	B4	As/kopel lepas
	B5	Kerusakan sistem kemudi
Jalan	C1	Persimpangan
	C2	Jalan sempit
	C3	Akses yang tidak dikontrol / dikendalikan
	C4	Marka jalan kurang / tidak jelas
	C5	Tidak ada rambu batas kecepatan
	C6	Permukaan jalan licin
Cuaca	D1	Gelap
	D2	Hujan
Penyebab Lainnya	Penyebab Lainnya	

Tabel 1 menunjukkan *rating factors* dan *rating classes* untuk jumlah kecelakaan. Berdasarkan laporan dari Unit Lakalantas Poltabes Padang selama tahun 2012 terdapat 540 kasus kecelakaan lalu lintas yang terjadi di Kota Padang. Data tersebut kemudian dikelompokkan berdasarkan faktor penyebabnya.

Variabel dalam penelitian ini terdiri dari variabel respon dan prediktor. Adapun variabel yang digunakan pada penelitian ini adalah:

1. Variabel respon (*dependent variable*)

Dalam penelitian ini yang menjadi variabel respon adalah data angka jumlah kecelakaan tahun 2012.

2. Variabel bebas (*independent variable*) atau variabel penjelas

Variabel bebas terdiri dari faktor penyebab terjadinya kecelakaan lalu lu lintas pada kendaraan bermotor. Faktor-faktor tersebut didapatkan dari Unit Lakalantas Poltabes Padang dan dikutip dari Direktorat Jenderal Perhubungan Darat Departemen Perhubungan, www.dephub.go.id.

Ada kalanya kita melakukan suatu regresi dimana variabel penjelas berupa data kualitatif. Jika data kualitatif tersebut memiliki m kategori, maka jumlah variabel dummy yang dicantumkan di dalam model adalah (m - 1).

Hasil Analisis Data

Untuk menguji signifikansi tiap *rating classes* digunakan analisis *deviance*. Berikut ini akan disajikan hasil analisis *deviance* model regresi Poisson yang memuat tiap *rating classes*.

Tabel 2. Analisis *deviance* model regresi Poisson tiap *rating classes*

		Df	Deviance	P(> Chi)	
	NULL	42	371.7		
A1	Lengah	1	33.998	5.52E-09	***
A2	Mengantuk	1	26.96	2.08E-07	***
A3	Tidak terampil	1	28.561	9.08E-08	***
A4	Mabuk	1	14.501	0.00014	***
A5	Kecepatan tinggi	1	51.037	9.06E-13	***
A6	Tidak menjaga jarak	1	12.516	0.000403	***
A7	Kesalahan pejalan	1	10.184	0.001417	**
A8	Gangguan binatang	1	11.286	0.000781	***
B1	Kerusakan sistem rem	1	11.279	0.000784	***
B2	Ban pecah	1	5.088	0.024094	*
B3	Sistem lampu tidak berfungsi	1	1.927	0.165139	
B4	As/kopel lepas	1	0.524	0.469311	
B5	Kerusakan sistem kemudi	1	5.248	0.021972	*
C1	Persimpangan	1	14.557	0.000136	***
C2	Jalan sempit	1	0.315	0.574905	
C3	Akses yang tidak dikontrol / dikendalikan	1	1.129	0.287979	
C4	Marka jalan kurang / tidak jelas	1	1.136	0.286422	
C5	Tidak ada rambu batas kecepatan	1	5.752	0.016474	*
C6	Permukaan jalan licin	1	0.033	0.855014	
D1	Gelap	1	13.23	0.000276	***
D2	Hujan	1	0.341	0.559401	

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Dari tabel 2 terlihat bahwa terdapat *rating classes* yang tidak signifikan. Sehingga harus dilakukan kembali analisis *deviance* dengan membuang pasangan *rating classes* yang tidak signifikan. Berikut adalah ini adalah analisis *deviance* model regresi Poisson untuk tiap *rating classes* yang telah signifikan.

Tabel 3. Analisis deviance model regresi Poisson untuk tiap rating classes yang sudah signifikan.

		Df	Deviance	P(> Chi)	
	NULL	42	371.7		
A1	Lengah	1	33.998	5.52E-09	***
A2	Mengantuk	1	26.96	2.08E-07	***
A3	Tidak terampil	1	28.561	9.08E-08	***
A4	Mabuk	1	14.501	0.00014	***
A5	Kecepatan tinggi	1	51.037	9.06E-13	***
A6	Tidak menjaga jarak	1	12.516	0.000403	***
A7	Kesalahan pejalan	1	10.184	0.001417	**
B1	Kerusakan sistem rem	1	21.342	3.84E-06	***
B5	Kerusakan sistem kemudi	1	6.874	0.008748	**
C1	Persimpangan	1	12.695	0.000367	***
D1	Gelap	1	15.544	8.06E-05	***

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Dari hasil analisis deviansi model regresi Poisson untuk tiap *rating classes* hanya diperoleh beberapa *rating classes* yang signifikan yaitu lengah, mengantuk, tidak terampil, mabuk, kecepatan tinggi, tidak menjaga jarak, kesalahan pejalan, kerusakan sistem rem, kerusakan sistem kemudi, persimpangan dan gelap. Hasil estimasi parameter untuk *rating classes* yang signifikan, dapat dilihat pada Tabel 4

Tabel 4. Estimasi parameter untuk model Poisson *rating classes* yang signifikan

Nilai estimasi beta tiap dummy					
No.	Beta	Nilai_beta	Standar.error	Varsians	Pval
	Intercept	1.61	0.088	0.008	0
A1	Lengah	0.83	0.13	0.017	0
A2	Mengantuk	0.56	0.152	0.023	0.00024
A3	Tidak terampil	0.77	0.157	0.025	0
A4	Mabuk	0.94	0.163	0.026	0
A5	Kecepatan tinggi	0.99	0.16	0.026	0
A6	Tidak menjaga jarak	0.63	0.17	0.029	0.00022
A7	Kesalahan pejalan	0.82	0.199	0.04	0.00004
B1	Kerusakan sistem rem	0.72	0.214	0.046	0.00077

B5	Kerusakan sistem kemudi	0.51	0.157	0.025	0.00114
C1	Persimpangan	0.71	0.173	0.03	0.00003
D1	Gelap	0.68	0.168	0.028	0.00005
df		31			
Pearson's χ^2		126.7225			
log L		-154.4214			

Nilai *p-value* untuk semua parameter kecil dari 0.005, nilai ini mengidentifikasi bahwa estimasi parameter sudah signifikan. Dari

Tabel 4 terlihat bahwa terjadi overdispersi pada data karena nilai Pearson *Chi-square* dibagi dengan derajat bebas nilainya lebih besar dari 1. Untuk mengatasi masalah overdispersi pada data cacah ini penulis mencoba memodel-ulangkan dengan regresi Poisson Tergeneralisasi.

Hasil estimasi parameter untuk masing-masing *rating classes*, dapat dilihat pada tabel 5. Perbandingan antara Poisson dan Poisson Tergeneralisasi menunjukkan bahwa parameter regresi untuk semua model memberikan estimasi yang hampir sama. Nilai AIC pada model Poisson Tergeneralisasi (Moment) menunjukkan nilai lebih kecil daripada model lainnya. Ini berarti, model Poisson Tergeneralisasi (Moment) lebih baik daripada model Poisson. Tetapi nilai standar error pada model Poisson Tergeneralisasi (Moment) menunjukkan nilai paling besar dari model lainnya, sehingga mengakibatkan parameter regresi tidak signifikan untuk A6, B1, B5 dan C1. Menurut uji statistik Pearson *Chi-Square*, apabila nilai Pearson *Chi-Square* dibagi dengan derajat bebasnya menghasilkan nilai lebih besar dari satu, maka hal ini menunjukkan bahwa terjadi overdispersi. Ternyata dari data yang ada, ketiga model yaitu model Poisson, Poisson Tergeneralisasi (MLE) dan Poisson Tergeneralisasi (Moment) masih mengindikasikan terjadinya overdispersi. Tetapi jika dilihat dari nilai a , maka model Poisson Tergeneralisasi (MLE) lebih baik dalam mengatasi overdispersi dimana $a < 0$.

Tabel 5. Poisson vs Poisson Tergeneralisasi untuk masing-masing *rating classes*

Parameter	Poisson			Poisson Tergeneralisasi (MLE)			Poisson Tergeneralisasi (Moment)		
	Est	Std.error	Pval	Est	Std.error	Pval	Est	Std.error	Pval
α				-0,02			0,08		
Intercept	1,61	0,09	0,00	1,58	0,07	0,00	1,53	0,15	0,00
A1 Lengah	0,83	0,13	0,00	0,80	0,08	0,00	1,01	0,28	0,00
A2 Mengantuk	0,56	0,15	0,00	0,46	0,11	0,00	0,85	0,31	0,01
A3 Tidak terampil	0,77	0,16	0,00	0,67	0,11	0,00	1,06	0,33	0,00
A4 Mabuk	0,94	0,16	0,00	0,95	0,11	0,00	1,06	0,32	0,00
A5 Kecepatan tinggi	0,99	0,16	0,00	1,16	0,08	0,00	0,89	0,39	0,02
A6 Tidak menjaga jarak	0,63	0,17	0,00	0,73	0,11	0,00	0,59	0,33	0,07
A7 Kesalahan pejalan	0,82	0,20	0,00	0,67	0,09	0,00	0,96	0,46	0,04
B1 Kerusakan sistem rem	0,72	0,21	0,00	0,97	0,13	0,00	0,51	0,48	0,29
B5 Kerusakan sistem kemudi	0,51	0,16	0,00	0,65	0,10	0,00	0,30	0,33	0,36
C1 Persimpangan	0,71	0,17	0,00	0,88	0,10	0,00	0,39	0,40	0,33
D1 Gelap	0,68	0,17	0,00	0,60	0,12	0,00	0,99	0,34	0,00
df	31,00			30,00			30,00		
Pearson's χ^2	126,72			262,63			31,00		
log L	-154,42			900,89			964,66		
AIC	332,84			-1777,78			-1905,33		
BIC	353,98			-1756,65			-1884,19		

KESIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan pembahasan dan aplikasi numerik yang telah disampaikan pada bab-bab sebelumnya, maka dapat di ambil beberapa kesimpulan. Pertama, model regresi Poisson Tergeneralisasi terbaik untuk penggolongan resiko pada jumlah klaim dapat diperoleh dengan cara memeriksa hubungan antar variabel prediktor, menentukan model regresi poisson, memeriksa kasus overdispersi, equidispersi, atau kah underdispersi dengan menggunakan uji Pearson *Chi-Square* maupun *deviance*, menentukan model Regresi Poisson Tergeneralisasi dan model Regresi Poisson Tergeneralisasi, mengestimasi parameter model regresi Poisson Tergeneralisasi.

Kedua, cara menguji model regresi Poisson Tergeneralisasi terbaik untuk penggolongan resiko pada jumlah klaim yaitu pengujian signifikansi parameter regresi menggunakan uji normalitas dengan melihat p-value nya. Untuk menentukan model terbaik yang menggambarkan hubungan antara variabel respon dan variabel prediktor yaitu dengan melihat nilai AIC pada masing-masing model. Model yang mempunyai nilai AIC terkecil dan parameternya signifikan merupakan model regresi terbaik.

Ketiga, hasil dari beberapa contoh analisis data pada jenis data jumlah kecelakaan kendaraan bermotor di lalu lintas menunjukkan bahwa model regresi Poisson Tergeneralisasi merupakan model yang paling tepat digunakan untuk data yang bersifat overdispersi dibandingkan dengan model regresi Poisson.

PUSTAKA

- [1] McCullagh, P., dan J.A. Nelder. 1989. *Generalized Linear Models*. 2nd Edition. London: Chapman and Hall.
- [2] Brockman M.H. dan Wright T.S. 1992. Statistical motor rating: making effective use of your data. *Journal of the Institute of Actuaries* **119** (3): 457-543.
- [3] Renshaw, A. E. (1994). Claims reserving by joint modelling. Actuarial Research Paper No. 72, Department of Actuarial Science and Statistics, City University, London

- [4] Ismail, Noriszura, dan Abdul Aziz Jemain. 2005. Bridging Minimum Bias and Maximum Likelihood Methods through Weighted Equation. *Casualty Actuarial Society Forum*. Spring, 367-394.
- [5] Agresi, A. 2002. *Categorical data analysis* (2nd ed.). Hoboken, New Jersey: John Wiley&Son.
- [6] Wang, W. dan Famoye, F. 1997. Modeling Household Fertility Decisions with Generalized Poisson Regression, *Journal of Population Economics*, 10, 273– 283.
- [7] Ismail, Noriszura, and Abdul Aziz Jemain. 2007. Handling Overdispersion with Negative binomial and Generalized Poisson Regression Models. *Casualty Actuarial Society Forum*. Winter, 103-158.
- [8] Sari, Devni Prima. 2010. Penanganan Overdispersi dengan Model Regresi Binomial Negatif I Pada Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Angka Kematian yang Disebabkan Oleh Kanker Paru-Paru. *Prosiding Seminar Nasional Matematika UNS*, Solo, 445-452.
- [9] ----- . 2011. Kajian Overdispersi Pada Regresi Poisson dengan Menggunakan Regresi Poisson Tergeneralisasi I. *Prosiding Seminar Nasional Matematika UNAND*, Padang, 122-128.
- [10] Schwarz, Gideon E. 1978. Estimating the dimension of a model. *Annals of Statistics* 6 (2): 461–464.
- [11] Satyahadewi, Neva. 2010. *Model Regresi Poisson Tergeneralisasi dengan Studi Kasus Penggolongan Resiko Jumlah Klaim pada Asuransi Kendaraan di Malaysia*. Tesis, Universitas Gadjah Mada,
- [12] UU RI No.22 Tahun 2009. *Undang-Undang No. 22 Tahun 2009 tentang Lalu Lintas dan Angkutan Jalan*. Diakses melalui www.polri.go.id tanggal 2 Januari 2013.

**KORELASI BEBERAPA ASPEK PROGRAM KELUARGA BERENCANA DI
PUSAT KESEHATAN MASYARAKAT KELURAHAN SUKAMERINDU KOTA
BENGKULU**

**CORRELATION OF SOME ASPECTS OF FAMILY PLANNING PROGRAMS IN PUBLIC
HEALTH CENTER SUKAMERINDU BENGKULU CITY**

Syahrul Akbar

FMIPA Unib, Bengkulu
Email : Syahrulakbar9@yahoo.com

ABSTRACT

The purpose of this study was to determine whether there was influence between acceptor family planning education to the number of living children, number of children there was the desire to have more children, husband's job acceptors to the number of children, and education against the wishes of the acceptor have more children. The analysis used in this study is the Chi-square test between the two factors. The results of this study is no influence between the number of children living on the acceptor level with Chi-Square 26.2, there is the influence of the number of children desired child again at a price of 114.9 Chi-Square, there is no influence between husbands work acceptor the number of children living with Chi-Square price of 34.8, and no effect between acceptor education against the wishes of another child with the price of Chi-Square 18.93

Keywords: acceptor, chi-square

ABSTRAK

Tujuan dalam penelitian ini adalah untuk mengetahui apakah ada pengaruh antara pendidikan ekseptor Keluarga Berencana terhadap jumlah anak yang hidup, jumlah anak yang ada terhadap keinginan punya anak lagi, pekerjaan suami akseptor terhadap jumlah anak yang dimiliki, serta pendidikan akseptor terhadap keinginan punya anak lagi. Analisis yang digunakan dalam penelitian ini adalah uji Chi-Kuadrat antara dua faktor. Hasil dari penelitian ini menunjukkan bahwa tidak ada pengaruh nyata antara jumlah anak yang hidup terhadap pendidikan akseptor, pekerjaan suami akseptor terhadap jumlah anak yang hidup, dan pendidikan akseptor terhadap keinginan anak lagi. Sedangkan yang menunjukkan pengaruh nyata adalah antara jumlah anak hidup terhadap anak yang diinginkan lagi.

Katakunci : akseptor, uji chi-kuadrat

PENDAHULUAN

Program kependudukan adalah merupakan program jangka panjang dimana penanganannya memerlukan usaha yang serius dan terpadu di negara-negara sedang berkembang. Pemerintah Indonesia dewasa ini sedang giatnya melaksanakan program Keluarga Berencana yang dilaksanakan di seluruh nusantara terintegrasi dalam pembangunan. [1]

Pusat Kesehatan Masyarakat disingkat dengan Puskesmas, adalah suatu organisasi fungsional yang menyelenggarakan dalam upaya kesehatan masyarakat yang bersifat menyeluruh dan terintegral, terpadu, merata, dan dapat diterima serta terjangkau oleh masyarakat luas, dengan peran serta aktif masyarakat dan dapat menggunakan hasil pengembangan dalam ilmu pengetahuan dan teknologi yang tepat guna, dengan biaya

yang dapat ditanggulangi oleh pemerintah dan masyarakat. Dimana upaya kesehatan tersebut diselenggarakan dengan menitikberatkan kepada pelayanan yang terintegrasi untuk masyarakat luas guna mencapai derajat kesehatan yang maksimal, tanpa mengabaikan kualitas mutu pelayanan kepada perorangan atau kelompok masyarakat.

Dalam penelitian ini perlu dijelaskan tentang perkembangan Keluarga Berencana di Pusat Kesehatan Masyarakat Kota Bengkulu, data adalah peserta akseptor aktif Keluarga Berencana di Puskesmas. Pusat Kesehatan Masyarakat Sukamerindu yang beralamat di Jalan Jawa Kota Bengkulu adalah salah satu Puskesmas yang mendapat penghargaan dari Pemerintah Propinsi Bengkulu menjadi Puskesmas teladan se Propinsi Bengkulu.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan analisis kontingensi antara dua faktor yaitu B x K dimana faktor I dan faktor II, yaitu faktor I terbagi atas B taraf dan faktor II atas K taraf. [3]

Tabel 1 : Daftar Kontigensi B x K

		Faktor II (K taraf)				Jumlah
		1	2	...	K	
Faktor I (B taraf)	1	O_{11}	.	.	O_{1K}	n_{10}
	2	O_{21}	.	.	O_{2K}	n_{20}
	.	.	.	.	.	
	.	.	.	.	.	
	B	O_{B1}	.	.	O_{BK}	n_{B0}
Jumlah		n_{01}	.	.	n_{0K}	n

Statistik uji yang digunakan adalah Uji Chi-Kuadrat [1],

$$X^2 = \sum_{i=1}^B \sum_{j=1}^K \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}} \quad (1)$$

Dengan taraf nyata α dan derajat kebebasan adalah $(B-1)(K-1)$.

Teknik pengumpulan data dalam penelitian ini adalah dengan cara sistematis sampling pada Pusat Kesehatan Masyarakat Sukamerindu Bengkulu. Adapun data yang diambil sebanyak 140 akseptor yang dari 575 akseptor. Akseptor yang diambil dengan cara mencatat semua akseptor kemudian dipilih satu angka random sebagai angka pertama.

Interval sampel adalah $I = \frac{N}{n}$ [2]

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil penelitian ini adalah: (1). Hubungan antara pendidikan akseptor dengan jumlah anak yang hidup dengan menggunakan uji chi-kuadrat dua faktor adalah 20,253 hasil ini dibandingkan dengan nilai chi-kuadrat tabel adalah 26,2. Dari hasil ini memberikan bahwa tidak ada hubungan antara jumlah anak terhadap pendidikan akseptor, (2). Hubungan antara jumlah anak yang hidup dengan anak yang diinginkan lagi, dengan menggunakan uji chi-kuadrat didapat nilainya 114,91 dan chi-kuadrat tabel 57,3 ini memberikan bahwa ada hubungan antara jumlah anak dengan anak yang diinginkan lagi, (3). Hubungan antara pekerjaan suami akseptor dengan jumlah anak, dengan uji chi-kuadrat didapat nilainya 28,34 ini berarti bahwa tidak ada hubungan antara pekerjaan suami akseptor terhadap jumlah anak, dan (4). Hubungan antara pendidikan akseptor

terhadap keinginan punya anak lagi dengan menggunakan chi-kudrat diperoleh nilai 18,93 ini menghasilkan bahwa tidak ada hubungan antara pendidikan akseptor terhadap keinginan punya anak lagi.

KESIMPULAN

Peserta keluarga berencana yang aktif di Pusat Kesehatan Sukamerindu Bengkulu dengan menggunakan statistik uji Chi-kuadrat memberikan keterangan bahwa peserta akseptor masih belum maksimal dalam melaksanakan program Keluarga Berencana, ini dapat dilihat dari hasil penelitian dimana jumlah anak yang ada terhadap pendidikan akseptor dan suami akseptor (kesimpulan perlu dipertajam). Program kependudukan untuk masa kini dan masa yang akan datang dimana penduduk yang semakin bertambah dengan kebutuhan pangan dan sandang yang semakin terbatas jumlahnya maka suatu keluarga dengan jumlah anak yang sedikit jumlahnya akan lebih menguntungkan (kesimpulan pada kalimat kedua ini tidak ada relevansinya dengan hasil dan pembahasan, disarankan untuk dihilangkan)

PUSTAKA

- [1] Entjang, Indan. 1982. Pendidikan Kependudukan dan Keluarga Berencana, Penerbit Alumni Bandung.
- [2] Dayan, Anto. 1984. Pengantar Metode Statistik, Jilid I. Jakarta. Penelitian Pendidikan Dan Penerangan Ekonomi Dan Sosial.
- [3] Sudjana. 1982. Disain dan Analisis Eksperimen. Bandung Tarsito.
- [4] Surjadi, P.A. 1980. Pendahuluan Teori Kemungkinan dan Statistika. Bandung ITB
- [5] Yamano, Taro. 1973. Statistic An Introductory Analysis. 5 th Edition, Harper International Edition, Japan

PENGARUH PEMBELAJARAN *CONNECTING, ORGANIZING, REFLECTING, EXTENDING* (CORE) TERHADAP KEMAMPUAN KOMUNIKASI MATEMATIS SISWA KELAS X SMAN 9 PADANG TAHUN PEMBELAJARAN 2013/2014

THE INFLUENCE OF *CONNECTING, ORGANIZING, REFLECTING, EXTENDING* (CORE) LEARNING MODEL TO MATHEMATICAL COMMUNICATION SKILL OF STUDENTS AT X GRADE IN SENIOR HIGH SCHOOL 9 PADANG ON ACADEMIC YEAR 2013/2014

Jazwinarti¹, Suherman, Fadhilah Al Humaira

Universitas Negeri Padang, Padang¹

¹Email : jazwinarti1957@yahoo.com, Jl. Pepaya XI/No.236, Perumnas Belimbing, Kota Padang, Hp. 081374645520

ABSTRACT

This research was started by doing observation in Senior High School 9 Padang which showed that mathematical communication skill of students at class X was still weak. This condition happen because of the learning was not going optimally and students insufficient in constructing the knowledge and mathematical ideas orally or written. This condition had an influence to students' learning result, in order to increase the mathematical communication skill of students; the research was done by applying the learning models that enable students to learn actively, one of that was the CORE learning models. The aim of this research was to determine whether the mathematical communication skill of students who was taught by CORE learning model was better than students who was taught by conventional. The kind of this research was experiment with Randomized Control Group Only Design. The population of this research was students in grade X senior high school 9 Padang on academic year 2013/2014. Sample in this research was students at X.3 class as the experiment group and students at X.1 class as the control group. Instrument of the research was test of learning result by using essay question which was assessed by rubric of mathematical communication skill. The result of research showed that the average of mathematical communication skill of students in experiment group was 76,84 and control group was 67,49. Hypothesis testing used one way t test and was got the value of $t_{count} = 2,090$ was greater than $t_{table} = 1,669$. Because of $t_{count} > t_{table}$, so that H_0 was refused at 0,05 significance level. It was concluded that mathematical communication skill of students who was taught by using CORE learning model was better than the conventional model.

Keywords: CORE Learning Model, Mathematical Communications Skill of Student

ABSTRAK

Penelitian berawal dari observasi di SMAN 9 Padang yang menunjukkan bahwa kemampuan komunikasi matematis siswa di kelas X tergolong masih rendah, hal ini disebabkan karena pembelajaran masih belum optimal dan siswa kurang mengkonstruksi pengetahuan serta ide-ide matematisnya, baik secara lisan maupun tulisan dalam belajar. Hal ini berdampak kepada hasil belajar siswa, salah satu usaha untuk dapat meningkatkan kemampuan komunikasi matematis siswa adalah dilakukan penelitian dengan menerapkan model pembelajaran untuk mengaktifkan siswa dalam belajar. Salah satunya adalah model pembelajaran CORE. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui apakah kemampuan komunikasi matematis siswa yang belajar dengan model pembelajaran CORE lebih baik dari pada belajar dengan pembelajaran konvensional. Jenis penelitian ini adalah eksperimen dengan rancangan Randomized Control Group Only Design. Populasi penelitian ini adalah siswa kelas X SMAN 9 Padang tahun pelajaran 2013/2014. Sampel penelitian ini adalah siswa kelas X.3 sebagai kelas

eksperimen dan siswa kelas X.1 sebagai kelas kontrol. Instrumen penelitian menggunakan tes hasil belajar dengan bentuk soal essay yang penilaiannya menggunakan rubrik kemampuan komunikasi matematis. Hasil penelitian menunjukkan bahwa diperoleh rata-rata tes kemampuan komunikasi matematis siswa pada kelas eksperimen 76,84 dan kelas kontrol 67,49. Pengujian hipotesis menggunakan uji t satu pihak dan diperoleh nilai $t_{hitung} = 2,090$ lebih besar dari $t_{tabel} = 1,669$. Karena $t_{hitung} > t_{tabel}$ maka H_0 ditolak pada taraf signifikan 0,05. Jadi disimpulkan bahwa kemampuan komunikasi matematis siswa yang belajar dengan model pembelajaran CORE lebih baik dari pada belajar dengan pembelajaran konvensional.

Kata kunci: Model Pembelajaran CORE, Kemampuan Komunikasi Matematis Siswa

PENDAHULUAN

Matematika merupakan pelajaran yang mempunyai peranan penting dalam kehidupan sehari-hari dan dalam berbagai disiplin ilmu. Oleh sebab itu, matematika dipelajari dari jenjang pendidikan Sekolah Dasar hingga Perguruan Tinggi. Walaupun matematika memiliki peranan penting dalam kehidupan, kenyataannya pelajaran matematika masih merupakan pelajaran yang kurang disukai oleh siswa, salah satu faktor penyebabnya adalah karena bahasa yang digunakan dalam matematika berbeda dengan bahasa yang digunakan sehari-hari. Matematika lebih banyak menggunakan simbol-simbol atau notasi-notasi yang cukup rumit untuk dipahami sehingga siswa mengalami kesulitan dalam mengomunikasikannya.

Melalui komunikasi dapat tercermin ide yang dimiliki siswa. Namun kenyataannya pada pembelajaran sehari-hari siswa jarang diminta untuk mengomunikasikan ide-idenya sehingga siswa sulit memberikan penjelasan yang benar dan jelas terhadap konsep yang dimilikinya. Akibat dari jaranganya para siswa dituntut untuk memberikan penjelasan atas jawabannya, maka siswa agak sulit untuk mengomunikasikan ide-ide matematisnya. Hal ini terjadi di kelas X SMAN 9 Padang. Begitu juga hasil dari observasi yang dilakukan juga terlihat bahwa guru telah berusaha membantu siswa dalam mengoneksikan materi pelajaran sebelumnya dengan pelajaran yang akan dipelajari. Kemudian siswa juga dibantu mengorganisasikan kembali materi tersebut. Walaupun demikian, hendaknya siswa bisa berperan aktif dalam mengonstruksi pengetahuannya sendiri. Sedangkan guru diharapkan menjadi fasilitator bagi siswa, termasuk dalam membantu siswa mengoneksikan pengetahuan sebelumnya dengan pengetahuan yang akan dipelajari. Akan tetapi, kenyataannya guru lebih berperan dominan dibandingkan siswa, termasuk pada saat mengkoneksikan pengetahuan baru siswa dengan materi yang telah dipelajari sebelumnya. Begitu juga saat pengorganisasian materi pelajaran, sebaiknya siswa diminta untuk mengungkapkan ide terlebih dahulu dalam rangka melatih kemampuan komunikasi, akan tetapi hal ini belum tampak selama observasi dilakukan. Di akhir pembelajaran tidak ada siswa yang bertanya terhadap materi yang baru saja dipelajari, akibatnya guru tidak dapat mengetahui apakah siswa benar-benar paham tentang apa yang telah dipelajarinya sehingga terlihat bahwa refleksi di akhir pelajaran kurang berjalan dengan lancar.

Berdasarkan observasi yang dilakukan, dapat disimpulkan bahwa proses pembelajaran yang berlangsung belum bisa membantu siswa untuk dapat mengemukakan idenya baik secara lisan ataupun tulisan. Sehingga apabila siswa dihadapkan kepada soal-soal yang berbeda dengan apa yang telah diajarkan guru, maka

siswa akan mengalami kesulitan. Hal ini menunjukkan bahwa kemampuan komunikasi matematis sangatlah penting.

Komunikasi matematis adalah fondasi dalam membangun pengetahuan [1]. Dari pernyataan ini memberikan makna bahwa kemampuan komunikasi matematis tentu juga akan berpengaruh terhadap pencapaian hasil belajar siswa. Oleh sebab itu, guru perlu mengupayakan agar siswa dapat terbantu dalam melatih kemampuan komunikasi matematisnya selama proses pembelajaran matematika berlangsung. Mengacu pada permasalahan tersebut, maka dilakukan suatu penelitian yang dapat memberi siswa kesempatan mengonstruksi pengetahuannya serta melatih kemampuan komunikasi matematis. Salah satu solusi yang bisa digunakan adalah dengan menerapkan model pembelajaran CORE.

Kemampuan komunikasi matematis adalah kemampuan menyatakan dan menafsirkan ide matematis dari suatu persoalan ke dalam model matematis, seperti: gambar, diagram, tabel, grafik, dan persamaan atau sebaliknya. Qohar dalam [2] menyatakan bahwa agar siswa bisa terlatih kemampuan komunikasi matematisnya, maka dalam pembelajaran siswa perlu dibiasakan untuk memberikan argumen atas setiap jawabannya serta memberikan tanggapan atas jawaban yang diberikan orang lain, sehingga apa yang sedang dipelajari menjadi lebih bermakna baginya. Menurut [3], indikator yang menunjukkan kemampuan komunikasi matematis adalah: 1). menyajikan pernyataan matematika secara lisan, tertulis, gambar, dan diagram; 2). mengajukan dugaan; 3). manipulasi matematika; 4). menarik kesimpulan, menyusun bukti, memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran solusi; 5). menarik kesimpulan dari pernyataan; 6). memeriksa kesahihan suatu argumen; 7). menemukan pola atau sifat dari gejala matematis untuk membuat generalisasi.

Model pembelajaran CORE adalah model pembelajaran alternatif yang dapat digunakan untuk mengaktifkan siswa dalam membangun pengetahuannya sendiri [4]. CORE sebagai model pembelajaran merupakan singkatan dari empat kata yang memiliki kesatuan fungsi dalam proses pembelajaran, yaitu *connecting*, *organizing*, *reflecting*, dan *extending*. Model CORE ini menggabungkan empat unsur penting konstruktivis, yaitu terhubung ke pengetahuan siswa, mengatur konten (pengetahuan) baru siswa, memberikan kesempatan bagi siswa untuk merefleksikannya, dan memberi kesempatan siswa untuk memperluas pengetahuan [5].

Pada tahap *connecting*, informasi baru yang diterima oleh siswa dihubungkan dengan apa yang diketahui sebelumnya. Calfee dalam [5] menyatakan bahwa pada tahap *connecting*, guru mengidentifikasi apa yang siswa ketahui tentang pelajaran sebelumnya yang berkaitan dengan pelajaran yang akan dipelajari. Guru mengaktifkan kembali pengetahuan sebelumnya dengan mengondisikan siswa berbagi dengan orang lain, dan menulis pengetahuan dan pengalaman mereka karena berlaku untuk topik yang akan dipelajari. Selama tahap *organizing*, siswa mengambil kembali ide-ide mereka. Siswa secara aktif mengatur atau mengorganisasikan kembali pengetahuan mereka. Pada tahap *reflecting*, siswa dengan bimbingan guru bersama-sama meluruskan kekeliruan siswa dalam mengorganisasikan pengetahuannya tadi. Sedangkan tahap *extending* yaitu tahap yang bertujuan untuk berpikir, mencari, menemukan, dan menggunakan konsep yang telah pelajari pada permasalahan-permasalahan dengan materi yang telah dipelajari, seperti permasalahan dalam kehidupan nyata (sehari-hari). Tahap *extending* meliputi kegiatan dimana siswa menunjukkan bahwa mereka dapat menerapkan belajar untuk masalah yang signifikan dalam pengaturan yang baru.

Rumusan masalah pada penelitian adalah apakah kemampuan komunikasi matematis siswa kelas X SMAN 9 Padang tahun pelajaran 2013/2014 yang belajar dengan menggunakan model pembelajaran CORE lebih baik daripada kemampuan komunikasi matematis siswa yang belajar dengan pembelajaran konvensional. Sejalan dengan rumusan masalah, maka tujuan penelitian adalah mengetahui apakah kemampuan komunikasi matematis siswa kelas X SMAN 9 Padang tahun pelajaran 2013/2014 yang belajar dengan menggunakan model pembelajaran CORE lebih baik daripada kemampuan komunikasi matematis siswa yang belajar dengan pembelajaran konvensional.

Hipotesis penelitian adalah kemampuan komunikasi matematis siswa kelas X SMAN 9 Padang yang belajar dengan menggunakan model pembelajaran CORE lebih baik dari pada kemampuan komunikasi matematis siswa yang belajar dengan pembelajaran konvensional.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan penelitian eksperimen semu, karena jenis penelitian eksperimen sebenarnya tidak dapat dilakukan disebabkan tidak memungkinkan untuk mengontrol semua variabel yang relevan. Rancangan penelitian yang digunakan adalah *Randomized Control Group Only Design*. Pada rancangan penelitian ini sampel dipilih secara acak untuk diambil sebagai kelas eksperimen dan kelas kontrol. Kedua kelas diberikan instrumen berupa tes hasil belajar matematika yang penilaiannya dianalisis dengan berpedoman pada rubrik penskoran komunikasi matematis.

Populasi dalam penelitian ini adalah siswa kelas X SMAN 9 Padang tahun pelajaran 2013/2014. Sampelnya adalah kelas X.3 sebagai kelas eksperimen dan kelas X.1 sebagai kelas kontrol. Terdapat dua variabel dalam penelitian ini, yaitu variabel bebas dan variabel terikat. Variabel bebasnya adalah pembelajaran dengan model CORE, sedangkan variabel terikatnya adalah kemampuan komunikasi matematis siswa kelas X SMAN 9 Padang tahun pelajaran 2013/2014.

Data pada penelitian ini juga terdiri dari dua macam, yaitu data primer dan data sekunder. Data primer adalah data kemampuan komunikasi matematis siswa yang dilihat dari tes yang diberikan di akhir penelitian pada kedua kelas sampel yang penilaiannya berpedoman pada rubrik penskoran komunikasi matematis. Data sekunder yaitu data nilai ujian Mid Semester I mata pelajaran matematika dan jumlah siswa kelas X SMAN 9 Padang tahun pelajaran 2013/2014.

Prosedur penelitian terdiri atas tiga tahap yaitu: tahap persiapan, tahap pelaksanaan, dan tahap akhir. Instrumen yang digunakan dalam penelitian ini adalah tes kemampuan komunikasi matematis. Pada tes kemampuan komunikasi matematis, digunakan soal berbentuk essay yang berjumlah 7 butir soal. Materi yang diujikan dalam tes tersebut adalah materi yang diberikan selama berlangsungnya penelitian yaitu Sistem Persamaan Linear dan Kuadrat. Sebelum tes diberikan kepada kelas sampel, dilakukan uji coba soal tes untuk mengetahui soal layak digunakan atau tidak. Perhitungan indeks kesukaran dan daya pembeda butir soal menunjukkan bahwa semua soal dapat dipakai dan diperoleh reliabilitas tes sebesar 0,54 dengan kriteria sedang.

Pengujian hipotesis dilakukan dengan taraf signifikan $\alpha = 0,05$. Sebelum dilakukan pengujian hipotesis terlebih dahulu diuji persyaratan yaitu uji normalitas dan uji homogenitas variansi. Uji normalitas dan homogenitas variansi pada penelitian ini

dilakukan dengan bantuan software minitab. Pengujian hipotesis dilakukan dengan uji-t, karena diperoleh bahwa data tes kedua kelas sampel berdistribusi normal dan homogen.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Berdasarkan tes yang dilaksanakan di akhir penelitian, diperoleh bahwa gambaran kemampuan komunikasi matematis siswa seperti pada Tabel 1 dan dapat dilihat bahwa siswa kelas eksperimen memiliki nilai rata-rata lebih tinggi dari pada kelas kontrol. Simpangan baku kelas kontrol lebih tinggi daripada kelas eksperimen. Hal ini menunjukkan bahwa kemampuan komunikasi kelas kontrol lebih beragam daripada kelas eksperimen.

Tabel 1. Data Tes Kemampuan Komunikasi Matematis Siswa Kelas Sampel

Kelas	N	Xmaks	Xmin	$\bar{x}$	S
Eksperimen	33 orang	100	41,7	76,84	17,47
Kontrol	33 orang	97,9	33,3	67,49	18,81

Kemudian dilakukan pengujian hipotesis dari data tersebut. Sebelum menguji hipotesis, dilakukan uji normalitas dan homogenitas variansi terlebih dahulu, dan diperoleh bahwa data tes kemampuan komunikasi matematis kedua kelas sampel berdistribusi normal dan homogen. Oleh karena itu, digunakan uji-t untuk menguji hipotesis dengan taraf signifikan $\alpha = 0,05$ dengan kriteria pengujiannya, terima H_0 jika $t_{hitung} < t_{tabel}$ dan tolak H_0 jika sebaliknya. Berdasarkan perhitungan dengan menggunakan uji-t diperoleh $t_{hitung} = 2,090$ dengan $df = 64$ dan $t_{tabel} = 1,669$. Berarti H_0 ditolak dan H_1 diterima, dengan kata lain kemampuan komunikasi matematis siswa kelas eksperimen lebih baik daripada kelas kontrol.

Berdasarkan uji hipotesis terbukti bahwa kemampuan komunikasi matematis siswa yang belajar dengan model pembelajaran CORE lebih baik daripada kemampuan komunikasi matematis siswa yang belajar dengan pembelajaran konvensional. Dari data tes kemampuan komunikasi matematis juga dapat dihitung skala rata-rata kemampuan komunikasi matematis siswa untuk setiap indikator. Dalam tes tersebut terdapat empat indikator kemampuan komunikasi matematis, yaitu, 1). menyajikan pernyataan matematika secara tertulis atau gambar; 2). manipulasi matematika; 3). memberikan alasan/bukti terhadap solusi; dan 4). memeriksa kesahihan suatu argumen. Berdasarkan hasil tes diperoleh hasil perhitungan pada Tabel 2 sebagai berikut.

Tabel 2. Skala Rata-rata Kemampuan Komunikasi Matematis untuk Setiap Indikator

Indikator	Rata-rata	
	Kelas Eksperimen	Kelas Kontrol
1	3,27	2,88
2	3,10	2,76
3	2,71	2,26
4	2,91	2,55

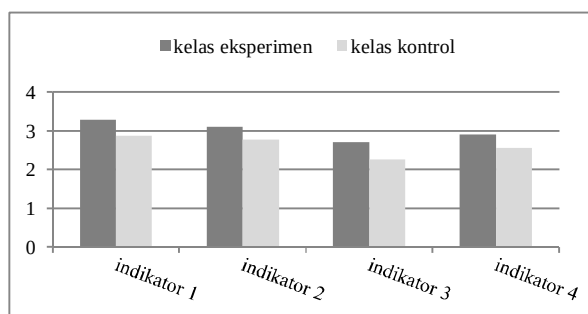
Keterangan:

- 1 : Menyajikan pernyataan matematika secara tertulis atau gambar
- 2 : Melakukan manipulasi matematika

3 : Memberikan alasan/bukti terhadap solusi

4 : Memeriksa kesahihan suatu argumen

Pada Tabel II terlihat bahwa skala rata-rata kemampuan komunikasi matematis siswa kelas eksperimen untuk setiap indikator lebih baik dari pada kelas kontrol. Berikut disajikan grafik dari data pada tabel II.



Gambar 1. Grafik Skala Rata-rata Kemampuan Komunikasi Matematis untuk Setiap Indikator

Dari penjelasan di atas dapat disimpulkan bahwa kemampuan komunikasi matematis siswa kelas eksperimen lebih baik dari pada siswa kelas kontrol walaupun perbedaannya tidak terlalu signifikan. Berdasarkan data tes, juga dapat dihitung persentase jumlah siswa yang memperoleh nilai dari tiap-tiap skala yaitu skala 4,3,2,1,dan 0. Hal ini dapat juga dilihat dari data pada Tabel 3 berikut.

Tabel 3. Persentase Jumlah siswa untuk Setiap skala per indikator Kemampuan Komunikasi Matematis

Ind	Persentase Jumlah Siswa Sesuai Skala (%)									
	Skala 4		Skala 3		Skala 2		Skala 1		Skala 0	
	E	K	E	K	E	K	E	K	E	K
1.	72,73	64,40	6,06	2,27	6,82	8,33	3,79	6,82	10,60	18,18
2.	63,64	52,73	10,91	13,94	8,48	9,09	5,45	5,45	11,52	18,79
3.	51,52	33,33	9,09	25,76	18,18	7,58	1,52	0,00	19,69	33,33
4.	45,46	45,46	30,30	21,21	6,06	3,03	6,06	3,03	12,12	27,27

Keterangan:

Ind : Indikator

1 : Menyajikan pernyataan matematika secara tertulis atau gambar

2 : Melakukan manipulasi matematika

3 : Memberikan alasan/bukti terhadap solusi

4 : Memeriksa kesahihan suatu argumen

E : Kelas Eksperimen

K : Kelas Kontrol

Berdasarkan Tabel 3 dapat dilihat bahwa jumlah siswa kelas eksperimen yang memperoleh skala 4 berkisar antara 45,46% sampai dengan 72,73%, untuk skala 3 berkisar antara 6,06% sampai dengan 30,30%, untuk skala 2 berkisar antara 6,06% sampai dengan 18,18%, untuk skala 1 berkisar antara 1,52% sampai 6,06%, dan untuk skala 0 berkisar antara 10,60% sampai dengan 19,69%. Sedangkan jumlah siswa kelas kontrol yang memperoleh skala 4 berkisar antara 33,33% sampai dengan 64,40%, untuk skala 3 berkisar antara 2,27% sampai dengan 25,76%, untuk skala 2 berkisar antara 3,03% sampai dengan 9,09%, untuk skala 1 berkisar antara 0,00% sampai 6,82%, dan untuk skala 0 berkisar antara 18,18% sampai dengan 33,33%.

Jumlah siswa yang memperoleh skala 4 dan skala 3 pada kelas eksperimen lebih banyak daripada kelas kontrol, sementara jumlah siswa yang memperoleh hasil skala 1 dan skala 0 pada kelas kontrol lebih banyak daripada kelas eksperimen. Jadi, dapat disimpulkan bahwa secara umum kemampuan komunikasi matematis siswa kelas eksperimen lebih baik daripada kelas kontrol. Pada indikator 1, siswa diharapkan dapat menyajikan pernyataan matematika secara tertulis atau gambar. Untuk dapat menyajikan pernyataan matematika secara tertulis, siswa terlebih dahulu harus menyajikan pernyataan matematika dengan membuat model matematika yang benar sesuai dengan situasi soal. Walaupun siswa kedua kelas mampu membuat model dengan benar, jika dilihat dari keefektifan jawaban, siswa kelas eksperimen lebih baik dibandingkan kelas kontrol.

Pada setiap pertemuan, siswa kelas eksperimen dilatih untuk dapat memperluas pengetahuannya. Seperti pada pertemuan pertama dan kedua, pada fase *extending* siswa telah dilatih untuk mengerjakan soal berkaitan permasalahan sehari-hari. Siswa belajar mengkonstruksi pengetahuan sendiri untuk membuat model matematika dari sebuah permasalahan. Sedangkan untuk menyajikan pernyataan matematika dalam bentuk gambar dapat dilihat pada soal nomor 2. Siswa diminta untuk menentukan himpunan penyelesaian sistem persamaan linear dua variabel dengan metode grafik. Untuk dapat mengerjakan soal dengan benar, siswa harus memiliki kemampuan komunikasi matematis yang baik, khususnya dalam menyajikan pernyataan matematika dalam bentuk gambar.

Untuk indikator 2, siswa diharapkan memiliki kemampuan dalam mengerjakan suatu persoalan dengan menggunakan suatu cara agar tercapai tujuan yang dikehendaknya karena manipulasi matematika meliputi pemahaman konsep siswa serta pengetahuan prosedural. Indikator ini dapat dilihat pada soal nomor 4. Soal inilah yang menunjukkan perbedaan kemampuan komunikasi matematis yang paling besar antara kelas eksperimen dan kelas kontrol, karena pada pembelajaran di kelas eksperimen siswa lebih terlatih untuk melakukan manipulasi matematika, khususnya dalam memanipulasi aljabar seperti memfaktorkan persamaan kuadrat.

Untuk indikator 3, siswa akan mampu memberikan alasan atau bukti dari hasil jawabannya apabila siswa mampu menunjukkan lewat suatu penyelidikan. Indikator ini terdapat pada soal nomor 1 dan 7. Pada soal ini, siswa diminta untuk mengemukakan alasan/bukti terhadap jawabannya.

Sedangkan untuk indikator 4, siswa dikehendaki untuk mampu menyelidiki kebenaran dari pernyataan yang diberikan pada soal. Siswa diharapkan untuk mampu untuk menyusun bukti dan memberikan penjelasan terhadap jawabannya. Indikator ini terdapat pada soal nomor 6. Penerapan model pembelajaran CORE pada kelas eksperimen berpengaruh terhadap kemampuan matematis siswa, dimana dapat dilihat

secara umum dari rata-rata tes yang diberikan, terlihat bahwa kemampuan komunikasi matematis siswa kelas eksperimen lebih baik dibandingkan kemampuan komunikasi matematis siswa kelas kontrol walaupun perbedaannya tidaklah signifikan.

PUSTAKA

- [1] Izzati N. 2010. Mengembangkan Kemandirian Belajar Siswa dalam Matematika Melalui Pembelajaran dengan Pendekatan Pendidikan Matematika Realistik. *Prosiding Seminar Nasional Pendidikan Matematika STKIP Siliwangi Bandung*.
- [2] Qoha A. 2011. *Asosiasi antara Koneksi Matematis dan Komunikasi Matematis serta Kemandirian Belajar Matematika Siswa SMP*. Peran ICT untuk Mendukung Implementasi Pendidikan Karakter dalam Pembelajaran Matematika. ISSN 978-979-17763-3-2.
- [3] Depdiknas. 2006. *Peraturan Menteri Pendidikan Nasional No. 22 Tahun 2006 tentang Standar Isi Sekolah Menengah Atas*. Jakarta
- [4] Azizah L. 2012. Pengembangan Perangkat Pembelajaran Model CORE Bernuansa Konstruktivistik untuk Meningkatkan Kemampuan Koneksi Matematis. *Unnes Journal of Mathematics Education Research* (ISSN 2252-6455). Universitas Negeri Semarang.
- [5] Calfee. 2010. *Increasing Teachers' Metacognition Develops Students' Higher Learning during Content Area Literacy Instruction: Findings from the Read-Write Cycle Project*. California: Chapman University

SAINS



ESTIMASI TINGKAT KEMATIAN BAYI DAN HARAPAN HIDUP BAYI PROVINSI JAWA BARAT 2010 DENGAN MENGGUNAKAN METODE BRASS

ESTIMATION OF INFANT MORTALITY RATE AND INFANT LIFE EXPECTANCY OF WEST JAVA IN 2010 USING THE BRASS'S METHOD

Ahmad Iqbal Baqi

Jurusan Matematika FMIPA Universitas Andalas Padang

ahmadiqbalbaqi@gmail.com

baqi@fmipa.unand.ac.id

ABSTRAK

Provinsi Jawa Barat merupakan provinsi dengan penduduk terbanyak di Indonesia, yakni 43.053.732 jiwa atau 18,12 persen penduduk Indonesia tahun 2010. Sedikit perubahan pada pertumbuhan berdampak pada penambahan penduduk. Selain fertilitas dan mobilitas penduduk, mortalitas mempengaruhi pertumbuhan penduduk. Penelitian ini bertujuan mengestimasi tingkat kematian bayi dan harapan hidup bayi di provinsi Jawa Barat tahun 2010. Karena estimasi metode langsung tidak dapat digunakan, maka estimasi dilakukan dengan metode tidak langsung dengan menggunakan metode Brass. Data yang digunakan adalah data sekunder, hasil Sensus Penduduk 2010, yakni rata-rata jumlah anak lahir hidup (ALH) dan rata-rata jumlah anak masih hidup (AMH) per perempuan kelompok umur interval 5 tahun provinsi Jawa Barat. Hasil estimasi adalah terdapat 22 kematian bayi perempuan dari 1.000 kelahiran bayi perempuan dengan harapan hidup 72,75 tahun dan 30 kematian bayi laki dari 1.000 kelahiran bayi laki-laki dengan harapan hidup 68,86 tahun. Tingkat kematian bayi tersebut baru mulai memasuki tahap *softrock*, yakni suatu tingkat kematian bayi yang tergolong rendah.

Kata kunci: estimasi mortalitas, metode Brass, tingkat kematian bayi (IMR), harapan hidup bayi, Jawa Barat.

ABSTRACT

West Java is the largest population in Indonesia, 43,053,732 persons or 18.12 percent of the population of Indonesia in 2010. A few change of the growth population impacts on increased population. In addition to fertility and population mobility, mortality affects on population growth. This study aimed to estimate infant mortality rate (IMR) and infant life expectancy in West Java province in 2010. Due to direct estimation can not be used, the estimation is calculated by the indirect Brass's method. The data required is the secondary data, based on the 2010 Indonesia Population Census, the average number of children ever born (CEB) and the average number of children surviving (CS), classified by five-year age interval group of women in West Java province. The estimation result of IMR are 22 female infant deaths of 1,000 female births and female infant life expectancy is 72.75 years old; and 30 male infant deaths of 1,000 male births and male life expectancy is 68.86 years old. The infant mortality rate is just beginning into the stage of *softrock*, that means the stage of a low infant mortality rate.

Keywords: estimation of mortality, Brass's method, infant mortality rate (IMR), infant life expectancy, West Java

PENDAHULUAN

Beberapa hasil sensus dan survei terdahulu yang dilakukan oleh Badan Pusat Statistik (BPS), provinsi Jawa Barat dan Banten secara bergantian menduduki tingkat

kematian bayi tertinggi di pulau Jawa. Berdasarkan hasil estimasi tingkat kematian bayi (*infat mortality rate/IMR*) yang dikeluarkan oleh BPS, tanpa menyebutkan metode dan jenis kelamin, tahun 2000, 2002, dan 2007, tingkat kematian bayi *both sexes*, berturut-turut provinsi Jawa Barat adalah 57, 44, dan 39; dan provinsi Banten adalah 66, 38, dan 46 dari 1.000 kelahiran [6]. Secara absolut jumlah kematian bayi di Jawa Barat jauh lebih besar daripada di Banten, karena penduduk Jawa Barat empat kali lebih banyak daripada penduduk Banten yang berjumlah 10.644.030 jiwa pada tahun 2010.

Dengan jumlah penduduk terbanyak di Indonesia dan tingkat kematian yang tertinggi di pulau Jawa, merupakan masalah yang harus mendapat perhatian khusus bagi pemerintah provinsi Jawa Barat. Hal ini karena tingkat kematian bayi berkaitan dengan kesejahteraan penduduk. Penelitian berikut berupaya mengungkapkan tingkat kematian bayi dan harapan hidup bayi di provinsi Jawa Barat tahun 2010 berdasarkan jenis kelamin dengan menggunakan metode Brass.

METODE PENELITIAN DAN DATA

Metode untuk menentukan estimasi tingkat kematian bayi (IMR) dan harapan hidup bayi (e^0) provinsi Jawa Barat tahun 2010 adalah menggunakan metode Brass [1]. Langkah-langkah yang dilakukan untuk estimasi:

1. Berdasarkan rata-rata jumlah ALH dan AMH, tentukan proporsi kematian bayi.
2. Berdasarkan kondisi demografis wilayah, tentukan faktor pengali Brass. Dalam estimasi ini dipilih faktor pengali Brass p_2/p_3 daripada p_1/p_2 .
3. Timbang (*adjusted*) proporsi yang anak mati dengan faktor pengali Brass sehingga data lebih *smoothing* dan layak dianalisis.
4. Berdasarkan jumlah anak yang bertahan masih hidup dari populasi radiks yang mencapai umur tepat 2 dan 3 tahun (l_2 dan l_3), tentukan *Level of Mortality* (LM).
5. Mengacu pada LM pola mortalitas *West* yang diperoleh dengan interpolasi, tentukan tingkat kematian bayi (IMR) dan harapan hidup bayi (e^0), baik untuk bayi laki-laki maupun untuk bayi perempuan.

Data yang digunakan adalah data sekunder, yakni data hasil Sensus Penduduk (SP) 2010 yang dilakukan oleh Badan Pusat Statistik (BPS) Indonesia. Data yang diperlukan adalah rata-rata jumlah anak lahir hidup (ALH) per perempuan [4] dan rata-rata jumlah anak masih hidup (AMH) per perempuan kelompok umur interval 5 tahun provinsi Jawa Barat tahun 2010 [5].

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil penelitian dan pembahasan selengkapnya dapat dilihat pada Tabel 1 yang terdiri atas 9 kolom. Estimasi tingkat kematian bayi dan harapan hidup bayi provinsi Jawa Barat dengan menggunakan metode Brass [1] berdasarkan data SP 2010 adalah:

Kolom (1): kelompok umur (15-49 tahun) interval 5 tahun.

Kolom (2): indeks kelompok umur.

Kolom (3): rata-rata ALH SP 2010 = p_i

Kolom (4): rata-rata AMH SP 2010 = s_i

Kolom (5): proporsi anak yang mati $q_i = 1 - (s_i/p_i)$

$$(5) = 1 - (4)/(3)$$

$$q_1 = 1 - (s_1/p_1) = 1 - (0,05253/0,05409) = 0,02884$$

$$q_2 = 1 - (s_2/p_2) = 1 - (0,50020/0,51324) = 0,02541$$

$$q_3 = 1 - (s_3/p_3) = 1 - (1,15384/1,18647) = 0,02750$$

$$q_4 = 1 - (s_4/p_4) = 1 - (1,85575/1,91964) = 0,03328$$

$$q_5 = 1 - (s_5/p_5) = 1 - (2,38809/2,49535) = 0,04298$$

$$q_6 = 1 - (s_6/p_6) = 1 - (2,76881/2,94198) = 0,05886$$

$$q_7 = 1 - (s_7/p_7) = 1 - (3,01587/3,26592) = 0,07656$$

Kolom (6): Faktor pengali Brass. Merupakan *adjusted* (penimbang) dari kolom (5) dengan menggunakan faktor pengali Brass. Diketahui $p_1=0,05409$, $p_2=0,51324$, dan $p_3=1,18647$, maka diperoleh: $p_1/p_2=0,05409/0,51324=0,10539$ dan $p_2/p_3=0,51324/1,18647=0,43258$. Faktor pengali Brass yang dipilih adalah $p_2/p_3=0,43258$ daripada $p_1/p_2=0,10539$. Hal ini karena pertimbangan asumsi bahwa penduduk provinsi Jawa Barat pada Sensus Penduduk 2010 diperkirakan (i) rata-rata usia perkawinan pertama perempuan tidak lagi rendah, (ii) tingkat mortalitas tidak lagi tinggi, dan (3) tingkat fertilitas tidak lagi tinggi. Sebaliknya dengan faktor pengali Brass $p_1/p_2=0,10539$ untuk provinsi Jawa Barat, cocok digunakan pada era 1970-an hingga pertengahan era 1980-an. Pada masa itu kondisi demografis, rerata usia perkawinan pertama perempuan cenderung rendah serta tingkat mortalitas dan fertilitas masih tergolong tinggi. Selanjutnya untuk menentukan *Level of Mortality* (LM) provinsi Jawa Barat tahun 2010 digunakan faktor pengali $p_2/p_3=0,43258$ West. Hasil $p_2/p_3=0,43258$ (hitung) terletak pada $p_2/p_3=0,441$ (tabel) dan $p_2/p_3=0,421$ (tabel) (lihat Tabel 2, Lampiran). Dengan menggunakan Tabel 2 (Lampiran) diperoleh angka pengali Brass K_i masing-masing menurut kelompok umur dengan cara interpolasi:

$$K_1 = 1,041 + [(0,441-0,433/0,441-0,421) / (1,129-1,041)] = 1,07620$$

$$K_2 = 1,043 + [(0,441-0,433/0,441-0,421) / (1,082-1,043)] = 1,05860$$

$$K_3 = 1,012 + [(0,441-0,433/0,441-0,421) / (1,033-1,012)] = 1,02040$$

$$K_4 = 1,016 + [(0,441-0,433/0,441-0,421) / (1,031-1,016)] = 1,02200$$

$$K_5 = 1,026 + [(0,441-0,433/0,441-0,421) / (1,040-1,026)] = 1,03160$$

$$K_6 = 1,004 + [(0,441-0,433/0,441-0,421) / (1,021-1,004)] = 1,01080$$

$$K_7 = 1,003 + [(0,441-0,433/0,441-0,421) / (1,021-1,003)] = 1,01020$$

Kolom (7): x = batas umur anak yang bertahan hidup. Yakni asumsi batas umur kumulatif anak yang meninggal sebelum mencapai umur x tahun, terhitung sejak kelahiran.

Kolom (8): Proporsi mati setelah ditimbang (*adjusted*) dengan faktor pengali Brass, ${}_5q_x$.

$$(8) = (5) \times (6)$$

$${}_5q_1 = 0,02884 \times 1,07620 = 0,03104$$

$${}_5q_2 = 0,02541 \times 1,05860 = 0,02690$$

$${}_5q_3 = 0,02750 \times 1,02040 = 0,02806$$

$${}_5q_5 = 0,03328 \times 1,02200 = 0,03401$$

$${}_5q_{10} = 0,04298 \times 1,03160 = 0,04434$$

$${}_5q_{15} = 0,05886 \times 1,01080 = 0,05950$$

$${}_5q_{20} = 0,07656 \times 1,01020 = 0,07734$$

Kolom (9): Jumlah yang berhasil hidup mencapai umur tepat x tahun; l_x dengan radix 100.000 (angka awal *life table*)

$$(9) = [1 - (8)] \times 100.000$$

Tabel 1 Estimasi Tingkat Kematian Bayi dan Harapan Hidup Bayi Provinsi Jawa Barat Tahun 2010 Dengan Menggunakan Metode Brass

Umur	Indeks umur i	Rata-rata ALH p_i	Rata-rata AMH s_i	Proporsi mati q_i	Faktor penggali Brass K_i	Umur x	Proporsi mati (<i>adjusted</i>) ${}_5q_x$	Jumlah yang hidup l_x
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
15-19	1	0,05409	0,05253	0,02884	1,07620	1	0,03104	96.896
20-24	2	0,51324	0,50020	0,02541	1,05860	2	0,02690	97.310
25-29	3	1,18647	1,15384	0,02750	1,02040	3	0,02806	97.194
30-34	4	1,91964	1,85575	0,03328	1,02200	5	0,03401	96.599
35-39	5	2,49535	2,38809	0,04298	1,03160	10	0,04434	95.566
40-44	6	2,94198	2,76881	0,05886	1,01080	15	0,05950	94.050
45-49	7	3,26592	3,01587	0,07656	1,01020	20	0,07734	92.266

Sumber: Kolom (1), (3), dan (4) dari [4] dan [5].

Untuk menentukan *Level of Mortality* (LM) penduduk provinsi Jawa Barat tahun 2010, dari kolom (9) pada Tabel 1 diperoleh harga l_2 dan l_3 , yakni $l_2=97.310$ (hitung) dan $l_3=97.194$ (hitung).

- (i) untuk $l_2=97.310$ menurut Tabel 3 (Lampiran), terletak antara $l_2=96.396$ (LM 21) dan $l_2=98.162$ (LM 23); sedangkan
(ii) untuk $l_3=97.194$ menurut Tabel 3 (Lampiran), terletak antara $l_3=96.020$ (LM 21) dan $l_3=98.040$ (LM 23).

Dengan demikian LM dari $l_2=97.310$ dan $l_3=97.194$, masing-masing dapat diketahui dengan cara interpolasi:

$$LM(l_2) = 21 + [(97.310-96.396)/(98.162-96.396)](23-21) = 22,04$$

$$LM(l_3) = 21 + [(97.194-96.020)/(98.040-96.020)](23-21) = 22,16$$

sehingga diperoleh LM_{akhir} ,

$$LM_{akhir} = \frac{1}{2} [LM(l_2)+LM(l_3)] = \frac{1}{2} (22,04+22,16) = 22,10$$

Jadi *Level of Mortality* (LM) penduduk provinsi Jawa Barat tahun 2010 dengan menggunakan metode Brass adalah 22,10 West. Berdasarkan *Level of Mortality* tersebut dengan menggunakan daftar *life table* level 21 dan 23 pola mortalitas West [3], dengan cara interpolasi dapat ditentukan tingkat kematian bayi (IMR) dan harapan hidup bayi (e^0) provinsi Jawa Barat.

(1) Tingkat Kematian Bayi/IMR

IMR Female: LM 21=0,0309 dan LM 23 = 0,0152

IMR Male : LM 21=0,0409 dan LM 23 = 0,0214

- (i) IMR Female = $0,0309 + [(22,10-21)/23-21](0,0152-0,0309) = 0,02227$

Jadi dari 1.000 kelahiran bayi perempuan, IMR Female = $0,02227 \times 1.000\text{‰} = 22,27\text{‰} \approx 22\text{‰}$ (terdapat 22 kematian bayi perempuan).

- (ii) IMR Male = $0,0409 + [(22,10-21)/23-21](0,0214-0,0409) = 0,03018$

Jadi dari 1.000 kelahiran bayi laki-laki, IMR Male = $0,03018 \times 1.000\text{‰} = 30,18\text{‰} \approx 30\text{‰}$ (terdapat 30 kematian bayi laki-laki).

(2) Harapan Hidup Bayi/ e^0

e^0 Female: LM 21=70,00 dan LM 23 = 75,00

e^0 Male : LM 21=66,02 dan LM 23 = 71,19

- (i) e^0 Female = $70,00 + [(22,10-21)/23-21](75,00-70,00) = 72,75$

Jadi harapan hidup bayi perempuan adalah 72,75 tahun.

(ii) $e^0 \text{ Male} = 66,02 + [(22,10-21)/23-21](71,19-66,02) = 68,86$

Jadi harapan hidup bayi laki-laki adalah 68,86 tahun.

Dengan rata-rata kematian 22 bayi perempuan per 1.000 kelahiran bayi perempuan dan kematian 30 bayi laki-laki per 1.000 kelahiran bayi laki-laki, maka IMR provinsi Jawa Barat baru mulai memasuki tahap rendah, karena IMR demikian masuk dalam kategori *softrock* (<30 per 1.000) [3]. Kategori *softrock* dalam kajian mortalitas adalah suatu tahap tingkat kematian bayi yang tergolong kategori rendah. Kategori ini berkaitan dengan kondisi kesejahteraan penduduk. Dengan demikian tingkat kesejahteraan penduduk dan akses kesehatan di provinsi Jawa Barat tahun 2010 diperkirakan mulai lebih baik.

Meski tingkat kematian bayi di provinsi Jawa Barat baru memasuki kategori tahap rendah (*softrock*), tetapi belum jaminan bahwa provinsi-provinsi lain di pulau Jawa tingkat kematian bayi akan lebih tinggi daripada Jawa Barat. Umumnya, dalam kawasan satu regional atau pulau yang sama menunjukkan kecenderungan (tren) yang sama, misalnya sama-sama menurun. Diperkirakan tingkat kematian bayi di provinsi-provinsi lain di pulau Jawa juga akan menurun. Dengan demikian, penurunan tingkat kematian bayi di provinsi Jawa Barat belum tentu menggeser kedudukannya sebagai provinsi dengan tingkat kematian tertinggi di pulau Jawa.

KESIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan hasil SP 2010, tingkat kematian bayi (IMR) di provinsi Jawa Barat, tahun 2010 adalah 22 kematian bayi perempuan dari setiap 1.000 kelahiran bayi perempuan dengan harapan hidup 72,75 tahun; dan 30 kematian bayi laki-laki dari setiap 1.000 kelahiran bayi laki-laki dengan harapan hidup 68,86 tahun. Estimasi tersebut baru mulai memasuki tahap rendah.

Penurunan itu belum tentu menggeser kedudukan Jawa Barat sebagai provinsi dengan tingkat kematian tertinggi di pulau Jawa. Untuk mengetahui hal itu diperlukan estimasi dengan metode yang sama terhadap provinsi-provinsi lain di pulau Jawa dengan data tahun yang sama. Setelah itu baru kemudian dapat dibandingkan satu provinsi dengan provinsi lainnya.

PUSTAKA

- [1]. Brass, W and A.J. Coale. 1968. "Methods of Analysis and Estimation", in W Brass et.al (eds.). *The Demography of Tropical Africa*. Princenton: Princenton University Press:127-132
- [2]. U.N. 1967. *Manual IV Methods of Estimating Basic Demographic Measures from Incompleted Data*. U.N., New York.
- [3]. Utomo, Budi. 1988. *Kelangsungan Hidup Anak di Indonesia: Pengertian, Masalah, Program dan Bahasan Metodologi*. Pusat Penelitian Kesehatan Universitas Indonesia, Jakarta.
- [4]. <http://sp2010.bps.go.id/index.php/site/tab?tid=304&wid=3200000000>; diakses pada tanggal 24 Februari 2014.
- [5]. <http://sp2010.bps.go.id/index.php/site/tab?tid=310&wid=3200000000>; diakses pada tanggal 24 Februari 2014.
- [6]. http://bps.go.id/tab.sub/viewphp?tabel=18.daftar=18id_subyek=12&notab=5; diakses pada tanggal 24 Februari 2014.

Lampiran

Table 2 Multiplying Factors for Estimating the Proportion of Children Born Alive Who Die By Age $a-q(a)$ from the Proportion Dead Among Children Ever Born Reported By Women Classified in Five-Year Age Interval

Mortality measure estimated	Exact limits of age interval of women	Multiplying factors					
q(1)	15-19	0,928	0,977	1,041	1,129	1,254	1,425
q(2)	20-24	0,983	1,010	1,043	1,082	1,129	1,188
q(3)	25-29	0,978	0,994	1,012	1,033	1,055	1,081
q(5)	30-34	0,988	1,002	1,016	1,031	1,046	1,063
q(10)	35-39	0,996	0,988	1,026	1,040	1,054	1,069
q(15)	40-44	0,971	0,986	1,004	1,021	1,037	1,052
q(20)	45-49	0,969	1,001	1,003	1,021	1,039	1,057
	p_1/p_2	0,268	0,205	0,143	0,090	0,045	0,014
	P_2/p_3	0,535	0,490	0,441	0,421	0,344	0,271

Sumber: [2]

Table 3 Value of the Function l_x (survival to age x) for $x=2,3$, and 5 in West Model Life Table at Various Level of Mortality for Both Sexes Assuming that the Sex Ratio at Birth is 105

Level	l_2	l_3	l_5	Level	l_2	l_3	l_5
13	87.088	83.901	82.489	19	94.144	93.453	93.011
15	89.740	87.421	86.389	21	96.396	96.020	95.822
17	92.137	90.584	89.862	23	98.162	98.040	97.970

Sumber: [2]

PERANCANGAN MODEL ZONA TARIF BRT TRANS MUSI DESIGN MODEL OF BRT TRANS MUSI

A qilah Zainab^{1*}, Sisca Octarina² dan Putra BJ Bangun³

Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Sriwijaya^{1*}

e-mail: q_lha_shahab@yahoo.co.id

Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Sriwijaya^{2,3}

ABSTRACT

Bus Rapid Transit (BRT) Trans Musi is using a unit tariff system or the same cost for the trip. The system tariff is annoying for the respective customers. This study aims to obtain a model of zone tariff for corridors that operate in Palembang. Based on results and analysis, the model of zone tariff for BRT Trans Musi is minimum $c(0) \in \{(0.7633x_3 + 0.2367x_1), x_2, (0.26808x_1 + 0.492x_2 + 0.23664x_3)\}$ for the trip in one zone, minimum $c(1) \in \{(0.6491x_4 + 0.3509x_2), x_2, (0.14454x_1 + 0.44964x_2 + 0.2979x_3 + 0.05958x_4)\}$ for the trip which passes one zone, minimum $c(2) \in \{(0.679x_4 + 0.3210x_2), x_3, (0.0236x_1 + 0.3068x_2 + 0.408x_3 + 0.278x_4)\}$ for the trip which passes two zones.

Keywords: Model, Unit Tariff, Zone Tariff

ABSTRAK

Bus Rapid Transit (BRT) Trans Musi menggunakan sistem tarif tetap atau tarif yang sama untuk setiap perjalanannya. Sistem tarif ini dianggap kurang adil bagi sebagian penumpang. Penelitian ini bertujuan untuk memperoleh model zona tarif untuk koridor-koridor yang beroperasi di kota Palembang. Berdasarkan hasil dan pembahasan diperoleh model zona tarif BRT Trans Musi untuk perjalanan satu zona, dua zona dan lebih dari dua zona. [bagian yang mengandung persamaan ini disarankan untuk tidak dicantumkan dalam abstrak; adalah minimum $c(0) \in \{(0,7633x_3 + 0,2367x_1), x_2, (0,26808x_1 + 0,492x_2 + 0,23664x_3)\}$ untuk perjalanan dalam satu zona, minimum $c(1) \in \{(0,6491x_4 + 0,3509x_2), x_2, (0,14454x_1 + 0,44964x_2 + 0,2979x_3 + 0,05958x_4)\}$ untuk perjalanan yang melewati satu zona, minimum $c(2) \in \{(0,679x_4 + 0,3210x_2), x_3, (0,0236x_1 + 0,3068x_2 + 0,408x_3 + 0,278x_4)\}$ untuk perjalanan yang melewati dua zona].

Kata Kunci: Model, Sistem Tarif Tetap, Zona Tarif

PENDAHULUAN

Bus merupakan alat transportasi massal yang paling banyak digunakan di seluruh dunia. Namun, keberadaan bus seringkali tidak menarik minat masyarakat untuk menggunakannya. Hal ini cenderung diakibatkan oleh pelayanannya yang tidak memuaskan, tidak nyaman dan tidak aman. Bus dapat menjadi suatu alternatif transportasi terjangkau di kota-kota yang padat penduduknya. Tujuan dari pengembangan bus di kota-kota di Indonesia yaitu untuk mengurangi penggunaan angkutan pribadi dengan angkutan massal yang cepat, berkualitas tinggi, aman, efisiensi dan murah.

Pemerintah Kota Palembang telah memfasilitasi masyarakatnya dengan sarana transportasi umum yaitu *Bus Rapid Transit* (BRT) Trans Musi. BRT Trans Musi memiliki 6 koridor, yaitu Koridor I Terminal Alang-alang Lebar – Ampera, Koridor II PIM – Sako, Koridor III Plaju – PS Mall, Koridor IV Terminal Karyajaya – Jakabaring, Koridor V Terminal Alang-Alang Lebar – Bandara Sultan Mahmud Badaruddin (SMB), dan Koridor VI PUSRI – PS Mall. Selain itu, terdapat pula aglomerasi Terminal Karyajaya – Inderalaya

(OI), aglomerasi Terminal Alang-Alang Lebar – Pangkalan Balai (Banyuasin), dan angkutan khusus Unsri Palembang – Unsri Inderalaya.

BRT Trans Musi menggunakan sistem tarif tetap, penumpang membayar tarif yang sama untuk setiap perjalanannya. Sistem ini cukup transparan dan mudah untuk dimengerti oleh para penumpang [1]. Selain itu, sistem ini juga memudahkan perusahaan untuk menentukan tarif yang harus dibayarkan oleh penumpang, akan tetapi tarif ini dianggap kurang adil bagi sebagian penumpang karena penumpang yang melakukan perjalanan jarak dekat diharuskan membayar tarif yang sama dengan penumpang lain yang melakukan perjalanan jauh.

Terdapat tiga buah sistem tarif yang sering digunakan oleh perusahaan transportasi umum, yaitu sistem tarif berdasarkan jarak, sistem tarif tetap, dan sistem tarif berdasarkan zona [1]. Schobel (2005) mengatakan beberapa kota di luar Indonesia seperti San Francisco di California, Saarland di Jerman dan Singapura telah menggunakan sistem tarif berdasarkan zona yang merupakan gabungan dari sistem tarif berdasarkan jarak dengan sistem tarif tetap.

Penelitian terdahulu [2], [3], [4] dan [5] berkaitan dengan permasalahan BRT Trans Musi telah banyak dilakukan. Kajian tentang zona transportasi telah dilakukan [6] dan [7]. Berdasarkan permasalahan yang ada, dilakukan perancangan model zona tarif BRT Trans Musi yaitu jaringan transportasi yang lengkap dibagi ke dalam zona-zona kemudian dimodelkan ke dalam zona tarif.

METODE PENELITIAN

Langkah-langkah yang dilakukan pada penelitian ini adalah sebagai berikut :

- Pendeskripsian data berupa data nama-nama koridor, nama halte awal dan akhir setiap koridor, nama halte transit yang beroperasi di kota Palembang dan data nama koridor yang melewati halte transit.
- Merancang zona berdasarkan data yang diperoleh. Zona dibagi menjadi 3 berdasarkan halte transit utama yaitu halte transit Simpang Polda, halte transit Masjid Agung, dan halte transit Jakabaring.
- Membuat pemodelan zona tarif BRT Trans Musi, dengan:
 - Jumlah zona (p) yang dilalui pada setiap koridor.
 - Membentuk matriks zona berdasarkan jumlah zona yang dilewati. Entri matriks bernilai 0 jika perjalanan yang dilakukan dalam satu zona, bernilai 1 jika perjalanan yang dilakukan melewati satu zona, dan bernilai 2 jika perjalanan yang dilakukan melewati dua zona.
 - Menghitung jarak perjalanan yang dilakukan dari halte v_i ke halte v_j .
 - Menghitung nilai $c_{maks}^*(p)$ menggunakan:

$$z_{ij} = c_{maks}^*(p) = \max_{\substack{v_i, v_j \in V, v_i \neq v_j \\ n_{ij}=p}} d_{ij} - \frac{z^*(p)}{W_{ij}}$$

$$\text{dengan } z^*(p) = \max_{\substack{v_{i1}, v_{j1}, v_{i2}, v_{j2} \in V, \\ n_{v_{i1}v_{j1}}=n_{v_{i2}v_{j2}}=p}} \frac{W_{i_1j_1}W_{i_2j_2}}{W_{i_1j_1}+W_{i_2j_2}} (d_{i_1j_1} - d_{i_2j_2}) \quad (1)$$

- Menghitung nilai $c_1^*(p)$ menggunakan:

$$z_{ij} = c_1^*(p) = \text{median}\{ \underbrace{d_{ij}, d_{ij}, \dots, d_{ij}}_{w_{ij} \text{ kali}} : v_i, v_j \in V, v_i \neq v_j, n_{ij} = p \}$$

dengan n_{ij} merupakan jumlah zona yang dilalui dari halte v_i ke halte v_j . (2)

- Menghitung nilai $c_2^*(p)$ menggunakan:

$$z_{ij} = c_2^*(p) = \frac{1}{W_p} \sum_{\substack{v_i, v_j \in V \\ n_{ij}=p}} W_{ij} d_{ij} \quad (3)$$

dengan W_p merupakan jumlah seluruh penumpang yang melewati p buah zona pada perjalanannya.

- Meminimumkan $c(p) \in \{c_{maks}^*(p), c_1^*(p), c_2^*(p)\}$ berdasarkan nilai $c^*(p)$ yang diperoleh.

HASIL DAN PEMBAHASAN

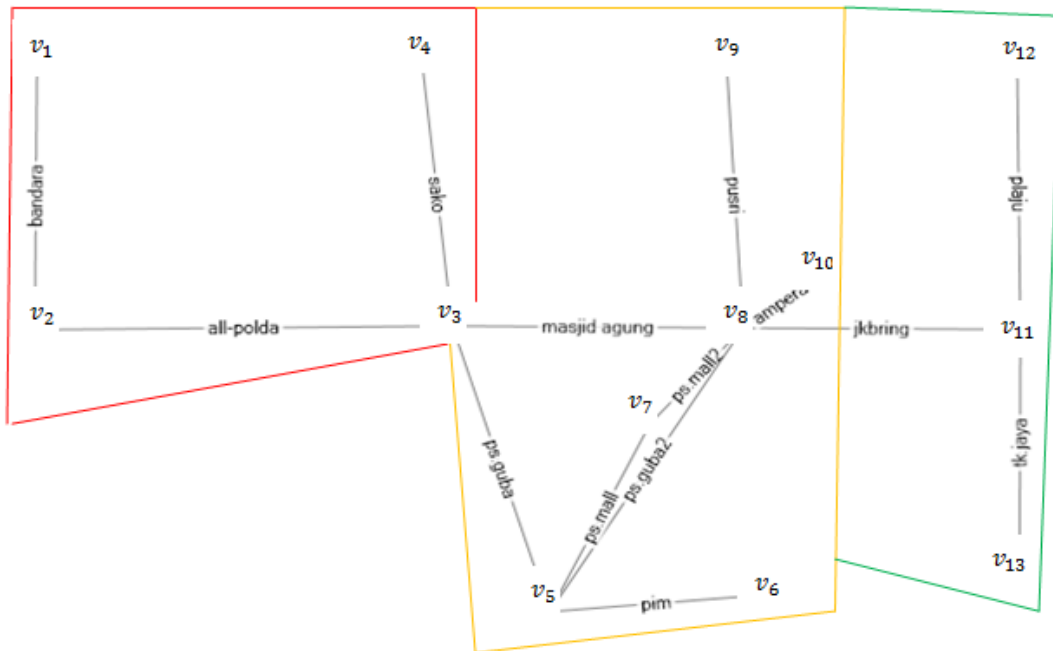
Model zona tarif BRT Trans Musi memerlukan data nama-nama koridor BRT Trans Musi, dan pengelompokan data berdasarkan nama-nama halte transit, data jarak dari halte awal dan halte akhir ke halte transit pada masing-masing koridor.

BRT Trans Musi memiliki 7 halte transit, yaitu halte transit Terminal Alang-alang Lebar, halte transit Simpang Polda, halte transit Bank BNI Syariah/Cinde, halte transit Pasar Gubah, halte transit MONPERA, halte transit Masjid Agung, halte transit Jakabaring. Setiap koridor melewati beberapa halte transit. Pada Tabel 1 dapat dilihat nama-nama halte transit yang dilalui bus Trans Musi pada setiap koridor.

Tabel 1 Nama-nama halte transit yang dilalui bus Trans Musi

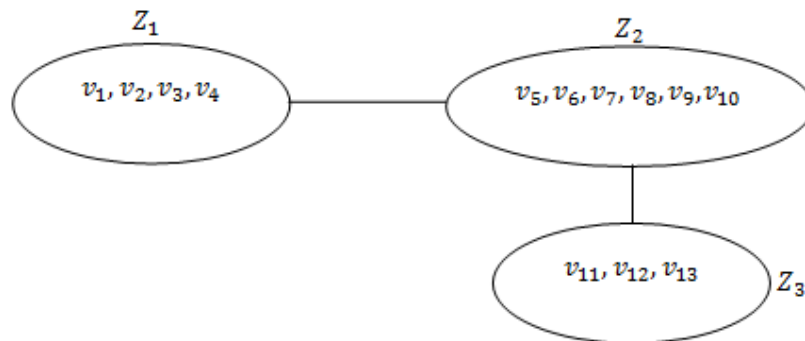
Koridor	Nama Halte Transit						
	Sim Polda	Masjid Agung	Cinde	Pasar Gubah	Jakabaring	Term AAL	MONPERA
I	✓	✓	✓				✓
II	✓			✓			
III		✓		✓	✓		✓
IV					✓		
V						✓	
VI		✓	✓				

Pemodelan zona BRT Trans Musi membutuhkan peta rute yang dibagi dalam zona-zona. Pada kasus ini BRT Trans Musi dibagi menjadi 3 zona. Pembagian 3 zona berdasarkan halte-halte transit utama yaitu halte transit Simpang Polda, halte transit Masjid Agung dan halte transit Jakabaring. Peta zona BRT Trans Musi dapat dilihat pada Gambar 1.



Gambar 1 Peta zona BRT Trans Musi

Gambar 2 merupakan ringkasan Gambar 1 yang dikelompokkan berdasarkan zona.



Gambar 2 Pengelompokan halte berdasarkan zona

Jumlah zona yang dilewati dari halte v_i menuju halte v_j (n_{ij}) dapat dinyatakan dalam bentuk matriks D berikut :

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Tarif BRT Trans Musi dimisalkan dengan x_1, x_2, x_3 dan x_4 . x_1 merupakan harga untuk jarak yang dilalui dari 0 km sampai 10 km. x_2 merupakan harga untuk jarak yang dilalui dari 10 km sampai 20 km. x_3 merupakan harga untuk jarak yang dilalui dari 20 km sampai 30 km. x_4 merupakan harga untuk jarak yang dilalui dari 30 km sampai 40 km. Semakin jauh perjalanan yang dilalui maka semakin besar pula harga yang dibayarkan, maka $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$. Jarak perjalanan yang dilakukan dari halte v_i menuju halte v_j dapat dilihat pada Tabel 2

Tabel 2 Jarak halte v_i ke halte v_j (dalam satuan km)

	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7	v_8	v_9	v_{10}	v_{11}	v_{12}	v_{13}
v_1	0	10,4	20,6	28,7	23,6	25	25	24,6	33,1	25	26,5	30,8	38,7
v_2	10,4	0	10,2	18,3	13,2	14,6	14,6	14,2	22,7	14,6	16,1	20,7	28,6
v_3	20,6	10,2	0	8,1	3	4,4	4,4	4	12,5	4	5,9	10,2	18,1
v_4	28,7	18,3	8,1	0	11,1	12,5	12,5	12,1	20,6	12,5	14	18,3	26,2
v_5	23,6	13,2	3	11,1	0	1,4	1,4	2,4	10,9	2,8	4,3	8,6	16,5
v_6	25	14,6	4,4	12,5	1,4	0	2,8	3,8	12,3	4,2	5,7	10	17,9
v_7	25	14,6	4,4	12,5	1,4	2,8	0	3,2	11,7	3,6	5,1	9,4	17,3
v_8	24,6	14,2	4	12,1	2,4	3,8	3,2	0	8,5	0,45	1,9	6,2	14,1
v_9	33,1	22,7	12,5	20,6	10,9	12,3	11,7	8,5	0	8,9	10,4	14,7	22,4
v_{10}	25	14,6	4	12,5	2,8	4,2	3,6	0,45	8,9	0	2,3	6,6	14,5
v_{11}	26,5	16,1	5,9	14	4,3	5,7	5,1	1,9	10,4	2,3	0	4,3	12,2
v_{12}	30,8	20,7	10,2	18,3	8,6	10	9,4	6,2	14,7	6,6	4,3	0	16,5
v_{13}	38,7	28,6	18,1	26,2	16,5	17,9	17,3	14,1	22,4	14,5	12,2	16,5	0

Pembentukan kumpulan pasangan halte (v_i, v_j) dilakukan berdasarkan perjalanan dari halte v_i ke halte v_j yang melewati p zona. Didefinisikan $M_p = \{(v_i, v_j) | v_i, v_j \in V, n_{ij} = p\}$ dimana p merupakan jumlah zona yang dilewati. Anggap n_p adalah jumlah anggota M_p , maka terdapat n_p buah tarif berdasarkan jarak dari pasangan-pasangan halte anggota M_p . Sehingga didapatkan :

$$\begin{aligned}
 M_0 &= \{(v_1, v_2), (v_1, v_3), (v_1, v_4), (v_2, v_3), (v_2, v_4), (v_3, v_4), (v_5, v_6), (v_5, v_7), (v_5, v_8), \\
 &\quad (v_5, v_9), (v_5, v_{10}), (v_6, v_7), (v_6, v_8), (v_6, v_9), (v_6, v_{10}), (v_7, v_8), (v_7, v_9), (v_7, v_{10}), \\
 &\quad (v_8, v_9), (v_8, v_{10}), (v_9, v_{10}), (v_{11}, v_{12}), (v_{11}, v_{13}), (v_{12}, v_{13})\}. \\
 M_1 &= \{(v_1, v_5), (v_1, v_6), (v_1, v_7), (v_1, v_8), (v_1, v_9), (v_1, v_{10}), (v_2, v_5), (v_2, v_6), (v_2, v_7), \\
 &\quad (v_2, v_8), (v_2, v_9), (v_2, v_{10}), (v_3, v_5), (v_3, v_6), (v_3, v_7), (v_3, v_8), (v_3, v_9), (v_3, v_{10}), \\
 &\quad (v_4, v_5), (v_4, v_6), (v_4, v_7), (v_4, v_8), (v_4, v_9), (v_4, v_{10}), (v_5, v_{11}), (v_5, v_{12}), (v_5, v_{13}), \\
 &\quad (v_6, v_{11}), (v_6, v_{12}), (v_6, v_{13}), (v_7, v_{11}), (v_7, v_{12}), (v_7, v_{13}), (v_8, v_{11}), (v_8, v_{12}), (v_8, v_{13}), \\
 &\quad (v_9, v_{11}), (v_9, v_{12}), (v_9, v_{13}), (v_{10}, v_{11}), (v_{10}, v_{12}), (v_{10}, v_{13})\}. \\
 M_2 &= \{(v_1, v_{11}), (v_1, v_{12}), (v_1, v_{13}), (v_2, v_{11}), (v_2, v_{12}), (v_2, v_{13}), (v_3, v_{11}), (v_3, v_{12}), \\
 &\quad (v_3, v_{13}), (v_4, v_{11}), (v_4, v_{12}), (v_4, v_{13})\}.
 \end{aligned}$$

d_{ij} adalah harga tiket perjalanan dari halte v_i ke halte v_j . Dalam kasus ini, nilai d_{ij} dimisalkan x_1, x_2, x_3 dan x_4 berdasarkan seberapa jauh penumpang melakukan perjalanan. Data berdasarkan perjalanan yang dilakukan dalam satu zona yang sama untuk $p = 0$ dapat dilihat pada Tabel 3.

Tabel 3 Jumlah jarak perjalanan dari halte v_i ke v_j dan harga, untuk $p = 0$

(v_i, v_j)	W_{ij}	d_{ij}
(v_1, v_2)	10,4	x_2
(v_1, v_3)	20,6	x_3
(v_1, v_4)	28,7	x_3
(v_2, v_3)	10,2	x_2
(v_2, v_4)	18,3	x_2
(v_3, v_4)	8,1	x_1
(v_5, v_6)	1,4	x_1
(v_5, v_7)	1,4	x_1
(v_5, v_8)	2,4	x_1
(v_5, v_9)	10,9	x_2
(v_5, v_{10})	2,8	x_1
(v_6, v_7)	2,8	x_1
(v_6, v_8)	3,8	x_1
(v_6, v_9)	12,3	x_2
(v_6, v_{10})	4,2	x_1
(v_7, v_8)	3,2	x_1
(v_7, v_9)	11,7	x_2
(v_7, v_{10})	3,6	x_1
(v_8, v_9)	8,5	x_1
(v_8, v_{10})	0,45	x_1
(v_9, v_{10})	8,9	x_1
(v_{11}, v_{12})	4,3	x_1
(v_{11}, v_{13})	12,2	x_2
(v_{12}, v_{13})	16,5	x_2

Berdasarkan data pada Tabel 3, maka didapat nilai $z^*(0) = 6,7933(x_3 - x_1)$. Berdasarkan nilai $z^*(0)$ yang telah didapat, maka dihitung nilai $c_{maks}^*(0)$ adalah $c_{maks}^*(0) = 0,7633x_3 + 0,2367x_1$

Data berdasarkan perjalanan yang dilakukan dari halte v_i ke halte v_j yang melewati satu zona, untuk $p = 1$ dapat dilihat pada Tabel 4.

Tabel 4 Jumlah Jarak Perjalanan dari Halte v_i ke v_j dan Harga, Untuk $p = 1$

(v_i, v_j)	W_{ij}	d_{ij}
(v_1, v_5)	23,6	x_3
(v_1, v_6)	25	x_3
(v_1, v_7)	25	x_3
(v_1, v_8)	24,6	x_3
(v_1, v_9)	33,1	x_4
(v_1, v_{10})	25	x_3
(v_2, v_5)	13,2	x_2
(v_2, v_6)	14,6	x_2
(v_2, v_7)	14,6	x_2
(v_2, v_8)	14,2	x_2
(v_2, v_9)	22,7	x_3
(v_2, v_{10})	14,6	x_2
(v_3, v_5)	3	x_1
(v_3, v_6)	4,4	x_1
(v_3, v_7)	4,4	x_1
(v_3, v_8)	4	x_1
(v_3, v_9)	12,5	x_2
(v_3, v_{10})	4,4	x_1
(v_4, v_5)	11,1	x_2
(v_4, v_6)	12,5	x_2
(v_4, v_7)	12,5	x_2
(v_4, v_8)	12,1	x_2
(v_4, v_9)	20,6	x_3
(v_4, v_{10})	12,5	x_2
(v_5, v_{11})	4,3	x_1
(v_5, v_{12})	8,6	x_1
(v_5, v_{13})	16,5	x_2
(v_6, v_{11})	5,7	x_1
(v_6, v_{12})	10	x_1
(v_6, v_{13})	17,9	x_2
(v_7, v_{11})	5,1	x_1
(v_7, v_{12})	9,4	x_1
(v_7, v_{13})	17,3	x_2
(v_8, v_{11})	1,9	x_1
(v_8, v_{12})	6,2	x_1
(v_8, v_{13})	14,1	x_2
(v_9, v_{11})	10,4	x_2
(v_9, v_{12})	14,7	x_2
(v_9, v_{13})	22,6	x_3
(v_{10}, v_{11})	2,3	x_1
(v_{10}, v_{12})	6,6	x_1
(v_{10}, v_{13})	14,5	x_2

Berdasarkan data pada Tabel 4 maka didapat nilai $z^*(1) = 11,6174(x_4 - x_2)$. Berdasarkan nilai $z^*(1)$ yang telah didapat, maka dihitung nilai $c_{maks}^*(1)$ adalah $c_{maks}^*(1) = 0,6491x_4 + 0,3509x_2$

Data berdasarkan perjalanan yang dilakukan dari halte v_i ke halte v_j yang melewati dua zona, untuk $p = 2$ dapat dilihat pada Tabel 5.

Tabel 5 Jumlah Jarak Perjalanan dari Halte v_i ke v_j dan Harga, Untuk $p = 2$

(v_i, v_j)	W_{ij}	d_{ij}
(v_1, v_{11})	26,5	x_3
(v_1, v_{12})	30,8	x_4
(v_1, v_{13})	38,7	x_4
(v_2, v_{11})	16,1	x_2
(v_2, v_{12})	20,7	x_3
(v_2, v_{13})	28,6	x_3
(v_3, v_{11})	5,9	x_1
(v_3, v_{12})	10,2	x_2
(v_3, v_{13})	18,1	x_2
(v_4, v_{11})	14	x_2
(v_4, v_{12})	18,3	x_2
(v_4, v_{13})	26,2	x_3

Berdasarkan data pada Tabel 5, maka didapat nilai $z^*(2) = 12,4247(x_4 - x_2)$. Berdasarkan nilai $z^*(2)$ yang telah didapat, maka dihitung nilai $c_{maks}^*(2)$ adalah $c_{maks}^*(2) = 0,679x_4 + 0,3210x_2$.

Dengan menggunakan Persamaan (2) maka didapat nilai $c_1^*(0) = x_2$, nilai $c_1^*(1) = x_2$, nilai $c_1^*(2) = x_3$.

Dengan menggunakan Persamaan (3) maka didapat nilai $c_2^*(0) = 0,26808x_1 + 0,492x_2 + 0,23664x_3$, nilai $c_2^*(1) = 0,14454x_1 + 0,44964x_2 + 0,2979x_3 + 0,05958x_4$, dan nilai $c_2^*(2) = 0,0236x_1 + 0,3068x_2 + 0,408x_3 + 0,278x_4$.

KESIMPULAN

Pemodelan zona tarif BRT Trans Musi untuk sistem tarif baru yang diperoleh dari perubahan sistem tarif tetap menjadi sistem tarif berdasarkan zona yaitu sebagai berikut :

1. Minimum $c(0) \in \{(0,7633x_3 + 0,2367x_1), x_2, (0,26808x_1 + 0,492x_2 + 0,23664x_3)\}$ untuk perjalanan dalam satu zona.
2. Minimum $c(1) \in \{(0,6491x_4 + 0,3509x_2), x_2, (0,14454x_1 + 0,44964x_2 + 0,2979x_3 + 0,05958x_4)\}$ untuk perjalanan yang melewati satu zona.
3. Minimum $c(2) \in \{(0,679x_4 + 0,3210x_2), x_3, (0,0236x_1 + 0,3068x_2 + 0,408x_3 + 0,278x_4)\}$ untuk perjalanan yang melewati dua zona.

PUSTAKA

- [1]. Schobel, A. 2005. *Optimization in Public Transportation*. New York: Springer.

- [2]. Bangun, P.B.J. Octarina, S. Melati, C. 2013. "Optimizing The Allocation of Gas Diseminarkan pada *The 2nd International Seminar of Operational Research, Interior*. Medan, Indonesia.
- [3]. Octarina, S. Cahyono, E. S. Nurhasanah. 2011. "The Income Optimization of Bus Rapid Transit (BRT) Trans Musi Palembang By Increasing The Operation Hours Using Goal Programming". Diseminarkan pada *The 6th SEAMS GMU 2011 International Conference of Mathematics and It's Application*. Yogyakarta, Indonesia.
- [4]. Octarina, S. Indrawati. Saputri, DP. 2013. "Goal Programming Modeling and Linier Programming 0-1 in Optimizing The Revenue and Bus Stop Placement of BRT Trans Musi. *Proceeding of International Conference on Computing Mathematics and Statistics*. Penang, Malaysia.
- [5]. Santoso, W.H. 2011. "Peranan Bus Trans Musi dalam Penataan Sarana Transportasi Publik Darat di Kota Palembang", *Skripsi*. FISIP Universitas Sriwijaya [Tidak Dipublikasikan].
- [6]. Saputra, A.W. 2012. "Pemodelan Sistem Tarif Berdasarkan Zona Pada Transportasi Umum", *Skripsi*. FMIPA Universitas Indonesia.
- [7]. Bangun, P.B.J. Octarina, S. 2013. "Kajian Perencanaan Sistem Zona Tarif dalam Optimasi Transportasi Publik". *Prosiding Seminar Bidang Matematika dan Informatika BKS PTN Barat*. Universitas Lampung.

SOLUSI POLINOMIAL PERSAMAAN DIFERENSIAL HERMIT YANG DIPERUMUM

POLYNOMIAL SOLUTIONS OF GENERALIZED HERMIT DIFFERENTIAL EQUATIONS

Aziskhan ^{1*}, Asmara Karma ¹, Suriyaamsah ²

¹ Dosen Program Studi S1 Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Riau
Kampus Binawidya Pekanbaru (28293) Indonesia
*aziskhan.ur@gmail.com

² Mahasiswa Program Studi S1 Matematika, Universitas Riau, Pekanbaru

ABSTRACT

We discuss the existence and uniqueness of the polynomial solution of Hermit differential equations. Some given examples indicate that the polynomial solution can be formed into a monic polynomial by choosing a certain value in the coefficient of polynomial we use.

Keywords: Polynomial solution, Generalized Hermit equation, Ordinary differential Equations

ABSTRAK

Makalah ini mendiskusikan keberadaan dan ketunggalan solusi polinomial dari persamaan diferensial Hermit yang diperumum. Beberapa contoh yang diberikan menunjukkan bahwa solusi yang diperoleh dapat dijadikan polinomial monic untuk koefisien polinomial tertentu.

Katakunci: Solusi Polinomial, Persamaan umum Hermite, Persamaan Diferensial Biasa.

PENDAHULUAN

Polinomial muncul dalam berbagai bidang ilmu pengetahuan. Didalam bidang matematika disebut juga sebagai persamaan suku banyak. Persamaan polinomial menyajikan berbagai masalah, dari masalah dasar sampai masalah yang rumit, sehingga juga dapat dipakai dalam berbagai bidang ilmu antara lain, muncul dalam bidang kimia dasar dan fisika dasar juga pada bidang ilmu ekonomi dan ilmu sosial. Pada bidang matematika hal ini dibahas didalam mata pelajaran kalkulus dan analisis numerik untuk mendekati fungsi lainnya. Dalam matematika canggih, polinomial digunakan untuk membangun sebuah konsep sentral dalam aljabar dan geometri aljabar. Sebuah polinomial dalam satu peubah dapat ditulis dalam bentuk

$$P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n \quad (1)$$

Dalam tulisan ini akan dibahas bagaimana mencari solusi polinomial dari persamaan diferensial Hermite orde dua yang diberikan dalam bentuk persamaan umum Hermite yaitu;

$$y'' - px^M y' + prx^{M-1}y = 0 \quad (2)$$

Teorema 1

Pandang persamaan diferensial tertentu dari persamaan (2) maka :

1. Terdapat solusi polinomial untuk persamaan (2) berderajat r jika dan hanya jika $r = k(M + 1)$ (3)

atau

$$r = k(M + 1) + 1 \quad (4)$$

untuk

$$k = 0, 1, 2, \dots \quad (5)$$

2. Selanjutnya, ada beberapa kasus dan dalam setiap kasus selalu ada solusi polinomial yang selalu berderajat r yang memiliki suku $(k + 1)$ yang mempunyai perbedaan derajat dengan suku $(M + 1)$, jika salah satu suku berderajat b maka istilah tertinggi derajat berikutnya adalah $b + M + 1$

Suatu persamaan yang dikembangkan untuk menemukan solusi polinomial dari persamaan diferensial Hermite orde dua. Sebuah solusi dari persamaan diferensial Hermite, dengan koefisien peubah dari persamaan orde ke- n dalam bentuk

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n \quad (6)$$

Dengan manipulasi yang memberikan

$$a_2 = a_3 = \dots = a_M = 0 \quad (7)$$

dan rumus rekursi

$$a_{n+M+1} = \frac{p(n-r)a_n}{(n+1)(n+M+1)} \quad (8)$$

PERSAMAAN DIFERENSIAL

Persamaan diferensial adalah suatu persamaan yang memuat satu atau beberapa fungsi dan turunannya yang tidak diketahui. Jika terdapat peubah bebas tunggal dan biasa maka disebut dengan persamaan diferensial biasa, kemudian jika terdapat dua atau lebih peubah bebas maka disebut persamaan diferensial parsial.

Berdasarkan sifat kelinearan dari peubah tak bebasnya, persamaan diferensial baik persamaan diferensial biasa maupun persamaan diferensial parsial dapat digolongkan menjadi persamaan diferensial linear dan persamaan diferensial tak linear. Suatu persamaan disebut linear apabila fungsi yang tidak diketahui dan turunannya muncul dalam pangkat satu, apabila tidak memenuhi syarat ini maka persamaan tersebut tak linear.

Berikut dijelaskan mengenai definisi persamaan diferensial.

Definisi 1 [1:h.209]

Misalkan $f(x)$ merupakan fungsi kontinu pada selang $I := [a, b]$ dan $A(x), B(x), \dots, R(x)$ adalah fungsi, dengan $A(x) \neq 0$ untuk setiap $x \in I$, kemudian $y^{(n)}$ adalah turunan ke- n dari y terhadap x , maka persamaan diferensial orde n dapat ditulis dalam bentuk

$$A(x)y^{(n)} + B(x)y^{(n-1)} + \dots + Q(x)y' + R(x)y = f(x) \quad (9)$$

Dalam tulisan ini hanya membahas suatu persamaan diferensial linear orde dua dalam bentuk persamaan umum Hermite. Selanjutnya diberikan definisi persamaan diferensial orde dua.

2.2 Persamaan Diferensial Linear Orde Dua

Definisi 2 (lihat [2])

Misalkan $f(x)$ merupakan fungsi kontinu pada selang $I := [a, b]$ dan $P(x), Q(x), \dots, R(x)$ adalah fungsi, dengan $P(x) \neq 0$ untuk setiap $x \in I$, kemudian y' dan y'' adalah turunan pertama dan kedua dari y terhadap x , maka persamaan linear orde dua dapat ditulis dalam bentuk

$$P(x)y'' + Q(x)y' + R(x)y = f(x) \quad (10)$$

Jika $f(x) \neq 0$ maka persamaan (10) disebut persamaan diferensial linear orde dua tak homogen dan jika fungsi $f(x) = 0$ maka persamaan (10) disebut dengan persamaan diferensial linear orde dua homogen yang ditulis dalam bentuk sebagai berikut

$$P(x)y'' + Q(x)y' + R(x)y = 0 \quad (11)$$

MENYELESAIKAN PERSAMAAN UMUM HERMITE ORDE DUA

Untuk menyelesaikan persamaan umum Hermite orde dua dilakukan melalui beberapa langkah berikut:

Langkah 1. Untuk menyelesaikan persamaan diferensial Hermite, terlebih dahulu kita substitusikan nilai p, M dan r ke persamaan (2) atau persamaan umum Hermite dengan syarat $p \neq 0, M$ dan r adalah bilangan bulat positif, yakni

$$y'' - px^M y' + prx^{M-1}y = 0$$

Langkah 2. Setelah mensubstitusikan nilai p, M dan r pada persamaan diferensial Hermite, maka selanjutnya kita gunakan teorema 2.1 untuk menentukan apakah persamaan tersebut mempunyai solusi atau tidak dengan cara mencari nilai k .

Langkah 3. Selanjutnya substitusikan nilai p, M dan r pada persamaan (8) atau rumus rekursi untuk mencari solusi persamaan diferensial Hermite, maka diperoleh nilai $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$

Langkah 4. Setelah itu substitusikan nilai $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ pada persamaan (6), yakni

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$$

Langkah 5. Setelah itu diperoleh solusi persamaan diferensial Hermite dalam bentuk polinomial, selanjutnya kita manipulasi persamaan tersebut dengan $a_2 = a_3 = \dots = a_M = 0$, selanjutnya dengan permisalan a_0 dan a_1 maka diperoleh solusi yang monik dari persamaan diferensial Hermite orde dua.

CONTOH

Tentukan penyelesaian dari persamaan diferensial Hermite orde dua jika diberikan nilai $p = 1, M = 5$ dan $r = 12$

Solusi

Langkah 1. Substitusikan nilai p, M dan r pada persamaan (2) sehingga diperoleh

$$y'' - x^5 y' + 12x^4 y = 0$$

Langkah 2. Selanjutnya gunakan teorema 1 untuk mencari nilai k atau substitusi nilai M dan r pada persamaan (3) atau (4) menjadi

$$r = k(M + 1)$$

$$12 = k(5 + 1)$$

$$k = 2$$

Karena memenuhi teorema 1 dan diperoleh nilai k maka persamaan diatas mempunyai solusi polinomial

Langkah 3. Selanjutnya substitusikan nilai p, M dan r pada persamaan (8) sehingga diperoleh persamaan

$$a_{n+6} = \frac{(n-12)a_n}{(n+6)(n+5)}$$

Substitusikan nilai $n = 0, 1, \dots, 6$ untuk mendapatkan nilai $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{12}$

$$n = 0 \rightarrow a_{0+6} = \frac{(0-12)a_0}{(0+6)(0+5)}$$

$$a_6 = -\frac{3}{2}a_0$$

$$a_0 = -\frac{2}{3}a_2$$

$$n = 1 \rightarrow a_{1+6} = \frac{(1-12)a_1}{(1+6)(1+5)}$$

$$a_7 = -\frac{11}{42}a_1$$

$$a_1 = -\frac{42}{11}a_7$$

$$n = 2 \rightarrow a_{2+6} = \frac{(2-12)a_2}{(2+6)(2+5)}$$

$$a_8 = -\frac{10}{56}a_2$$

$$a_2 = -\frac{56}{10}a_8$$

$$n = 3 \rightarrow a_{3+6} = \frac{(3-12)a_3}{(3+6)(3+5)}$$

$$a_9 = -\frac{9}{72}a_3$$

$$a_3 = -\frac{72}{9}a_9$$

$$n = 4 \rightarrow a_{4+6} = \frac{(4-12)a_4}{(4+6)(4+5)}$$

$$a_{10} = -\frac{8}{90}a_4$$

$$a_4 = -\frac{90}{8}a_{10}$$

$$n = 5 \rightarrow a_{5+6} = \frac{(5-12)a_5}{(5+6)(5+5)}$$

$$a_{11} = -\frac{7}{110}a_5$$

$$a_5 = -\frac{110}{7}a_{11}$$

$$n = 6 \rightarrow a_{6+6} = \frac{(6-12)a_6}{(6+6)(6+5)}$$

$$a_{12} = -\frac{6}{132}a_6$$

$$a_6 = -22a_{12}$$

Langkah 4. Selanjutnya substitusikan nilai $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{12}$ pada persamaan sehingga diperoleh

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$$

$$y = a_0 x^0 + a_1 x^1 + a_2 x^2 + a_3 x^3 + a_4 x^4 + a_5 x^5 + a_6 x^6 + a_7 x^7 + a_8 x^8 + a_9 x^9 + a_{10} x^{10} + a_{11} x^{11} + a_{12} x^{12}$$

$$y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + a_4 x^4 + a_5 x^5 + a_6 x^6 + a_7 x^7 + a_8 x^8 + a_9 x^9 + a_{10} x^{10} + a_{11} x^{11} + a_{12} x^{12}$$

$$\begin{aligned} y = & a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + a_4 x^4 + a_5 x^5 + \left(-\frac{2}{5}a_0\right)x^6 + \left(-\frac{11}{42}a_1\right)x^7 \\ & + \left(-\frac{10}{56}a_2\right)x^8 + \left(-\frac{9}{72}a_3\right)x^9 + \left(-\frac{8}{90}a_4\right)x^{10} + \left(-\frac{7}{110}a_5\right)x^{11} \\ & + \left(-\frac{6}{132}a_6\right)x^{12} \end{aligned}$$

Dengan manipulasi rumus $a_2, a_3, a_4, a_5 = 0$ sehingga persamaan menjadi

$$y = a_0 + a_1 x + 0 + 0 + 0 + 0 - \frac{2}{5}a_0 x^6 - \frac{11}{42}a_1 x^7 + 0 + 0 + 0 + 0 - \frac{6}{132}a_6 x^{12}$$

$$y = a_0 + a_1 x - \frac{2}{5}a_0 x^6 - \frac{11}{42}a_1 x^7 - \frac{6}{132}a_6 x^{12}$$

$$y = a_0 - \frac{2}{5}a_0 x^6 + a_1 x - \frac{11}{42}a_1 x^7 - \frac{6}{132}\left(-\frac{2}{5}a_0\right)x^{12}$$

Pisahkan sesuai koefisien yang sama sehingga menjadi

$$y = \left(1 - \frac{2}{5}x^6 + \frac{1}{55}x^{12}\right)a_0 + \left(x - \frac{11}{42}x^7\right)a_1$$

Karena menggunakan $r = k(M + 1)$ maka harus mengambil permisalan untuk a_0 sehingga $a_1 = 0$. Persamaan diatas menjadi

$$y = \left(1 - \frac{2}{5}x^6 + \frac{1}{55}x^{12}\right)a_0$$

Langkah 5. Untuk memperoleh solusi polinomial yang monik maka buat permisalan untuk $a_0 = 55$ sehingga persamaan menjadi

$$y = \left(1 - \frac{2}{5}x^6 + \frac{1}{55}x^{12}\right)55$$

$$y = (55 - 22x^6 - x^{12})$$

Solusi $y = (55 - 22x^6 - x^{12})$ merupakan solusi polinomial yang monik dari persamaan diferensial hermite orde dua.

KESIMPULAN

Persamaan diferensial Hermite dalam bentuk $y'' - px^M y' + prx^{M-1}y = 0$ dapat diselesaikan dengan mensubstitusikan nilai p, M dan r dimana $p \neq 0, M$ dan r adalah bilangan bulat positif. Selanjutnya gunakan teorema 1 untuk menentukan apakah persamaan tersebut punya solusi atau tidak dengan cara mencari nilai k , kemudian substitusikan nilai p, M dan r pada rumus rekursi umum untuk persamaan diferensial Hermite dengan memanipulasi rumus $a_2 = a_3 = \dots = a_M = 0$ diperoleh solusi polinomial dari persamaan diferensial Hermite, selanjutnya buat permisalan untuk a_0 atau a_1 sehingga diperoleh solusi polinomial yang monik dari persamaan diferensial Hermite orde dua.

PUSTAKA

- [1]. Boyce, W. E & Di Prima, R. C. 1977. *Elementary Differential Equation and Boundary Value Problems*, 3rd ed, John Wiley and Sons, New York.
- [2]. Boyce, W. E & Richard. 1992. *Differential Equation and Boundary Value Problems*, 5th ed, John Wiley and Sons, New York.

BEBERAPA SIFAT DARI JUMLAH YANG MEMUAT BILANGAN PELL-LUCAS

SOME PROPERTIES OF THE SUM INVOLVING PELL-LUCAS NUMBERS

Baki Swita¹, Zulfia Memimayasari², Sadiman Otami³

Jurusan Matematika FMIPA Universitas Bengkulu^{1,2,3}
email: bswita@ymail.com

ABSTRACT

Pell numbers are infinite sequences of integers defined by recurrence relation $P_n = 2P_{n-1} + P_{n-2}; n \geq 2; P_0 = 0; P_1 = 1$. Companion of this numbers are Pell-Lucas numbers Q_n defined by the same recurrence with initial condition $Q_0 = Q_1 = 2$. For integers $n \geq 0$, defined the sum involving Pell-Lucas numbers $J_n = \sum_{k=1}^n Q_k; n \geq 1; J_0 = 0$. This research investigates some properties of J_n for n even and $\sum Q_{2k+1}; k$ non negative integers. The result show that that J_n is the multiple of eight. For all integers $n \geq 0$, it also can be proved that $Q_{2n+1} \mid \sum_{k=0}^{2n} Q_{2k+1}$ and $S_{4n+1} \mid \sum_{k=0}^{2n} Q_{2k+1}$, where S_n is the sum of the first n Pell numbers which is not zero.

Key Words: Pell-Lucas numbers, The Sum Involving Pell-Lucas numbers

ABSTRAK

Bilangan Pell merupakan barisan *infinite* dari bilangan bulat yang didefinisikan sebagai $P_n = 2P_{n-1} + P_{n-2}; n \geq 2; P_0 = 0; P_1 = 1$. Bilangan Pell-lucas Q_n merupakan *companion* dari bilangan Pell yang didefinisikan dengan relasi rekursi yang sama dengan syarat awal $Q_0 = Q_1 = 2$. Untuk bilangan bulat $n \geq 0$, didefinisikan jumlah yang memuat bilangan Pell-Lucas $J_n = \sum_{k=1}^n Q_k; n \geq 1; J_0 = 0$. Penelitian ini menyelidiki beberapa sifat dari J_n untuk n genap dan $\sum Q_{2k+1}; k$ bilangan bulat tidak negatif. Hasil penelitian menunjukkan J_n kelipatan delapan. Hasil penelitian juga menunjukkan untuk semua bilangan bulat $n \geq 0$, $Q_{2n+1} \mid \sum_{k=0}^{2n} Q_{2k+1}$ dan $S_{4n+1} \mid \sum_{k=0}^{2n} Q_{2k+1}$, di mana S_n adalah jumlah n bilangan Pell yang pertama yang tidak nol.

Kata kunci: Bilangan Pell-Lucas, Jumlah yang Memuat Bilangan Pell-Lucas

PENDAHULUAN

Penyelidikan sifat-sifat berbagai jenis bilangan bulat terus dilakukan oleh para peneliti, diantaranya adalah sifat-sifat Bilangan Fibonacci, Bilangan Pell, dan Bilangan Pell-Lucas. Bilangan Pell P_n merupakan barisan *infinite* dari bilangan bulat yang didefinisikan dengan relasi rekursi $P_n = 2P_{n-1} + P_{n-2}; n \geq 2, P_0 = 0, P_1 = 1$. Bilangan Pell-Lucas Q_n adalah *companion* dari bilangan Pell yang didefinisikan dengan relasi rekursi $Q_n = 2Q_{n-1} + Q_{n-2}; n \geq 2; Q_0 = Q_1 = 2$ [1]. Rumus eksplisit untuk Q_n dan P_n (yang dikenal dengan rumus Binet) diberikan oleh [2].

$$Q_n = \alpha^n + \beta^n; \quad \alpha = 1 + \sqrt{2}, \quad \beta = 1 - \sqrt{2} \quad (1)$$

$$P_n = \frac{\alpha^n - \beta^n}{\alpha - \beta}; \text{ nilai } \alpha \text{ dan } \beta \text{ seperti pada Persamaan (1).}$$

Santana dan Barero [3] menyatakan jumlah dari n bilangan Pell pertama yang tidak nol dengan $S_n = P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_n$. Beberapa sifat dari S_n dan $\sum P_n$ dapat ditemukan pada [3], diantaranya adalah

$$(*) S_n = \frac{\alpha^{n+1} + \beta^{n+1} - 2}{4}; \alpha = 1 + \sqrt{2}; \beta = 1 - \sqrt{2} \quad (2)$$

(**) Jika $n \equiv 1 \pmod{4}$, maka $\{S_{4n+1}\}_{n \geq 0}$ merupakan bilangan kuadrat

Terinspirasi dari [3], didefinisikan jumlah yang memuat Bilangan Pell-Lucas J_n sebagai berikut.

Definisi 1. Untuk bilangan bulat $n \geq 0$, $J_0 = 0$, $J_n = \sum_{k=1}^n Q_k$; untuk $n \geq 1$.

Jumlah yang memuat Bilangan Pell-Lucas dengan indeks ganjil dinyatakan dengan $\sum Q_{2k+1}$; k bilangan bulat tidak negatif. Jumlah yang memuat bilangan Pell-Lucas berhubungan dengan Deret Geometri $\sum_{n=1}^{\infty} ar^{n-1}$. Jumlah parsial ke n dari Deret Geometri dinyatakan dengan $S_n = a + ar + ar^2 + \dots + ar^{n-1}$. Bila $r \neq 1$ diperoleh [4]

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r} \quad (3)$$

Penentuan bilangan Pell-Lucas dengan menggunakan Persamaan (1) melibatkan pemangkatan jumlah dua bilangan. Bila pangkat n cukup besar proses perhitungan akan lebih mudah menggunakan Teorema Binomial berikut [5].

Teorema Binomial. Untuk bilangan bulat positif $n \geq 1$,

$$(a + b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$$

Untuk sembarang bilangan bulat k yang memenuhi $0 \leq k \leq n$,

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Salah satu sifat dari bilangan yang sering diteliti adalah sifat keterbagian. Pengertian keterbagian dari suatu bilangan bulat dinyatakan pada definisi berikut [5].

Definisi 2. Sebuah bilangan bulat b dikatakan terbagi atau habis dibagi oleh bilangan bulat $a \neq 0$ jika terdapat bilangan bulat c sedemikian sehingga $b = ac$, ditulis $a|b$.

Misalkan n merupakan bilangan bulat positif tertentu, jika n membagi $a - b$; a, b bilangan bulat, maka a dan b dikatakan kongruen modulo n , dinotasikan dengan $a \equiv b \pmod{n}$; Tujuan dari penelitian ini adalah untuk menyelidiki sifat-sifat dari J_n dan sifat pembagian dari $\sum Q_{2k+1}$.

METODE PENELITIAN

Langkah pertama yang dilakukan pada penelitian ini adalah menentukan beberapa nilai dari J_n , Q_n , dan S_n dengan bantuan komputer. Berdasarkan nilai-nilai tersebut dipelajari sifat-sifat yang ingin diteliti. Sifat-sifat yang diperoleh dibuktikan dengan metode pembuktian langsung (*direct proof*).

HASIL PENELITIAN

3.1 Hasil Utama

Proposisi 1. Untuk bilangan bulat positif $n \geq 1$, $J_n = \frac{1}{2}\sqrt{2}(\alpha^{n+1} - \beta^{n+1} - 2\sqrt{2})$

Bukti. Dengan menggunakan Definisi (1) untuk $n \geq 1$, Persamaan (1) dan Persamaan (3) diperoleh

$$\begin{aligned} J_n &= Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots + Q_n \\ &= (\alpha^1 + \beta^1) + (\alpha^2 + \beta^2) + (\alpha^3 + \beta^3) + \dots + (\alpha^n + \beta^n) \\ &= \left(\frac{\alpha(1 - \alpha^n)}{1 - \alpha} \right) + \left(\frac{\beta(1 - \beta^n)}{1 - \beta} \right) = \frac{\alpha - \alpha^{n+1}}{1 - \alpha} + \frac{\beta - \beta^{n+1}}{1 - \beta} \end{aligned}$$

Berdasarkan Persamaan (1), $1 - \alpha = -\sqrt{2}$, $1 - \beta = \sqrt{2}$ dan $\beta - \alpha = -2\sqrt{2}$ sehingga

$$\begin{aligned} J_n &= \frac{-\alpha^{n+1} + \alpha}{-\sqrt{2}} + \frac{\beta - \beta^{n+1}}{\sqrt{2}} = \frac{\alpha^{n+1} - \beta^{n+1} + (\beta - \alpha)}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{1}{2}\sqrt{2}(\alpha^{n+1} - \beta^{n+1} - 2\sqrt{2}); n \geq 1 \blacksquare \end{aligned}$$

Beberapa nilai dari Q_n, J_n dan S_n yang dihitung dengan bantuan Program Maple dapat dilihat pada Tabel 1 berikut.

Tabel 1. Beberapa Nilai dari Q_n, J_n , dan S_n

n	Q_n	J_n	S_n	n	Q_n	J_n	S_n
1	2	2	1	16	1331714	2273376	803760
2	6	8	3	17	3215042	5488418	1940449
3	14	22	8	18	7761798	13250216	4684659
4	34	56	20	19	18738638	31988854	11309768
5	82	138	49	20	45239074	77227928	27304196
6	198	336	119	21	109216786	186444714	65918161
7	478	814	288	22	263672646	450117360	159140519
8	1154	1968	696	23	636562078	1086679438	384199200
9	2786	4754	1681	24	1536796802	2623476240	927538920
10	6726	11480	4059	25	3710155682	6333631922	2239277041
11	16238	27718	9800	26	8957108166	15290740088	5406093003
12	39202	66920	23660	27	21624372014	36915112102	13051463048
13	94642	161562	57121	28	52205852194	89120964296	31509019100
14	228486	390048	137903	29	126036076402	215157040698	76069501249
15	551614	941662	332928	30	304278004998	519435045696	183648021599

Tabel 1 menunjukkan bahwa untuk n genap dan $2 \leq n \leq 30$, J_n kelipatan delapan, seperti contoh berikut.

$$J_2 = 8 \qquad J_6 = 336 = (42) \cdot (8) \qquad J_{10} = 11480 = (1435) \cdot (8)$$

$$J_4 = 56 = (7) \cdot (8) \qquad J_8 = 1968 = (246) \cdot (8) \qquad J_{12} = 66920 = (8365) \cdot (8)$$

Sifat ini akan dibuktikan benar untuk semua $n \geq 0$ dan genap pada Proposisi 2 berikut.

Proposisi 2. J_n kelipatan delapan bila n genap.

Bukti.

Dengan menggunakan Persamaan (1) dan Teorema Binomial diperoleh

$$\begin{aligned} \alpha^{n+1} &= (1 + \sqrt{2})^{n+1} \\ &= \sum_{k=0}^{n+1} \binom{n+1}{k} (\sqrt{2})^k \\ &= \binom{n+1}{0} + \binom{n+1}{1} (\sqrt{2}) + \binom{n+1}{2} (\sqrt{2})^2 + \binom{n+1}{3} (\sqrt{2})^3 + \dots + \binom{n+1}{n+1} (\sqrt{2})^{n+1} \\ \beta^{n+1} &= \sum_{k=0}^n \binom{n+1}{k} (-\sqrt{2})^k \\ &= \binom{n+1}{0} + \binom{n+1}{1} (-\sqrt{2}) + \binom{n+1}{2} (-\sqrt{2})^2 + \dots + \binom{n+1}{n+1} (-\sqrt{2})^{n+1} \end{aligned}$$

Karena n genap maka,

$$\alpha^{n+1} - \beta^{n+1} = (n+1)2\sqrt{2} + 2\binom{n+1}{3}2\sqrt{2} + 2\binom{n+1}{5}2^2\sqrt{2} + \dots + 2\binom{n+1}{n+1}2^{n/2}\sqrt{2}$$

sehingga dengan menggunakan Proposisi 1, diperoleh

$$\begin{aligned} J_n &= \frac{\sqrt{2}}{2} \left((n+1)2\sqrt{2} + 2\binom{n+1}{3}2\sqrt{2} + 2\binom{n+1}{5}2^2\sqrt{2} + \dots + 2\binom{n+1}{n+1}2^{n/2}\sqrt{2} - 2\sqrt{2} \right) \\ &= 2n + \binom{n+1}{3}4 + \binom{n+1}{5}8 + \binom{n+1}{7}16 + \dots + \binom{n+1}{n+1}2^{\frac{n+2}{2}} \end{aligned}$$

$$\text{Untuk } n = 2 \text{ diperoleh } J_n = 4 + \binom{3}{3}4 = 8$$

Untuk $n > 2$ dan genap diperoleh

$$J_n = 2n + \binom{n+1}{3}4 + 8t = 2n + \frac{4(n+1)(n)(n-1)}{3!} + 8t; t \text{ bilangan bulat positif}$$

$$= \frac{8n+4n^3}{6} + 8t = \frac{8(2k)+4(2k)^3}{6} + 8t = 8\left(\frac{2k+k^3}{6}\right) + 8t; k \text{ bilangan bulat positif}$$

$$= 8s + 8t = 8j; \text{ di mana } s = \frac{2k+k^3}{6} \text{ dan } j = s + t \text{ adalah bilangan bulat positif} \blacksquare$$

Dengan menggunakan nilai yang terdapat pada Tabel 1, diperoleh

$$Q_3 = 14 \text{ membagi } Q_1 + Q_3 + Q_5 = 98$$

$$Q_5 = 82 \text{ membagi } Q_1 + Q_3 + Q_5 + Q_7 + Q_9 = 3362$$

$Q_7 = 478$ membagi $Q_1 + Q_3 + Q_5 + Q_7 + Q_9 + Q_{11} + Q_{13} = 114242$

$Q_9 = 2786$ membagi $Q_1 + Q_3 + Q_5 + Q_7 + Q_9 + Q_{11} + Q_{13} + Q_{15} + Q_{17} = 3880898$

Data ini memberikan indikasi bahwa Q_{2n+1} membagi $\sum_{k=0}^{2n} Q_{2k+1}$. Proposisi 3 berikut menunjukkan bahwa sifat ini benar untuk semua bilangan bulat tidak negatif.

Proposisi 3. $\forall$ bilangan bulat $n \geq 0$, berlaku

$$Q_{2n+1} \mid \sum_{k=0}^{2n} Q_{2k+1}$$

Bukti. Dengan menggunakan Persamaan (1) dan (3) diperoleh

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^{2n} Q_{2k+1} &= Q_1 + Q_3 + Q_5 + \dots + Q_{4n+1} \\ &= (\alpha^1 + \beta^1) + (\alpha^3 + \beta^3) + (\alpha^5 + \beta^5) + \dots + (\alpha^{4n+1} + \beta^{4n+1}) \\ &= (\alpha^1 + \alpha^3 + \alpha^5 + \dots + \alpha^{4n+1}) + (\beta^1 + \beta^3 + \beta^5 + \dots + \beta^{4n+1}) \\ &= \frac{\alpha((\alpha^2)^{2n+1} - 1)}{\alpha^2 - 1} + \frac{\beta((\beta^2)^{2n+1} - 1)}{\beta^2 - 1} \\ &= \frac{\alpha(\alpha^{4n+2} - 1)}{\alpha^2 - 1} + \frac{\beta(\beta^{4n+2} - 1)}{\beta^2 - 1} = \frac{\alpha^{4n+3} - \alpha}{2\alpha} + \frac{\beta^{4n+3} - \beta}{2\beta} \end{aligned}$$

Karena $\alpha^2 - 1 = 2\alpha$, $\beta^2 - 1 = 2\beta$ dan $\alpha\beta = -1$ diperoleh

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^{2n} Q_{2k+1} &= \frac{\alpha^{4n+2} - 1}{2} + \frac{\beta^{4n+2} - 1}{2} = \frac{1}{2}(\alpha^{4n+2} + \beta^{4n+2} - 2) \\ &= \frac{1}{2}(\alpha^{2n+1} + \beta^{2n+1})^2 = \frac{1}{2}(\alpha^{2n+1} + \beta^{2n+1})Q_{2n+1} \end{aligned}$$

Karena $\frac{1}{2}(\alpha^{2n+1} + \beta^{2n+1})$ bilangan bulat, maka menurut Definisi 2, $Q_{2n+1} \mid \sum_{k=0}^{2n} Q_{2k+1}$ ■

Berdasarkan nilai-nilai pada Tabel 1 juga dapat diperoleh informasi berikut.

$$Q_1 + Q_3 + Q_5 = 2 + 14 + 82 = 98 = 2(49) = 2(S_5)$$

$$Q_1 + Q_3 + Q_5 + Q_7 + Q_9 = 2 + 14 + 82 + 478 + 2786 = 3362 = 2(1681) = 2(S_9)$$

$$Q_1 + Q_3 + Q_5 + Q_7 + Q_9 + Q_{11} + Q_{13} = 114242 = 2(57121) = 2(S_{13})$$

$$Q_1 + Q_3 + Q_5 + Q_7 + Q_9 + Q_{11} + Q_{13} + Q_{15} + Q_{17} = 3880898 = 2(1940449) = 2(S_{17})$$

Sifat ini menunjukkan $S_{4n+1} \mid \sum Q_{2k+1}$ yang akan dibuktikan pada Proposisi 4 berikut.

Proposisi 4. $\forall$ bilangan bulat $n \geq 0$, berlaku

$$S_{4n+1} \mid \sum_{k=0}^{2n} Q_{2k+1}.$$

Bukti: Dengan menggunakan Persamaan (1), (2), (3), dan $\alpha^2 - 1 = 2\alpha$ dan $\beta^2 - 1 = 2\beta$ diperoleh:

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^{2n} Q_{2k+1} &= Q_1 + Q_3 + Q_5 + \dots + Q_{4n+1} \\ &= (\alpha^1 + \beta^1) + (\alpha^3 + \beta^3) + (\alpha^5 + \beta^5) + \dots + (\alpha^{4n+1} + \beta^{4n+1}) \\ &= (\alpha^1 + \alpha^3 + \alpha^5 + \dots + \alpha^{4n+1}) + (\beta^1 + \beta^3 + \beta^5 + \dots + \beta^{4n+1}) \\ &= \frac{\alpha((\alpha^2)^{2n+1} - 1)}{\alpha^2 - 1} + \frac{\beta((\beta^2)^{2n+1} - 1)}{\beta^2 - 1} \\ &= \frac{\alpha(\alpha^{4n+2} - 1)}{\alpha^2 - 1} + \frac{\beta(\beta^{4n+2} - 1)}{\beta^2 - 1} \\ &= \left(\frac{\alpha^{4n+3} - \alpha}{2\alpha} + \frac{\beta^{4n+3} - \beta}{2\beta} \right) \\ &= \left(\frac{\alpha^{4n+2} - 1}{2} + \frac{\beta^{4n+2} - 1}{2} \right) \\ &= \left(\frac{\alpha^{4n+2} + \beta^{4n+2} - 2}{2} \right) = 2 \left(\frac{\alpha^{4n+2} + \beta^{4n+2} - 2}{4} \right) = 2 \cdot S_{4n+1}. \end{aligned}$$

berarti $S_{4n+1} \mid \sum_{k=0}^{2n} Q_{2k+1}$ ■

Misalkan $n \equiv 1 \pmod{4}$, pada Tabel 1 dapat dilihat bahwa J_{2n+3} adalah kelipatan 3, sebagai contoh $J_5 = 138 = (46) \cdot (3)$, $J_{13} = 161562 = (53854) \cdot (3)$, $J_{21} = 186444714 = (62148238) \cdot (3)$, $J_{29} = 215157040698 = (71719013566) \cdot (3)$. Namun sifat ini belum dapat dibuktikan secara analitik. Berikut adalah hasil penyelidikan yang relevan.

3.2 Hasil yang Relevan

$$\text{Jika } n \equiv 1 \pmod{4}, \text{ maka } J_{2n+3} = J_{8s+5} = 10 + 16s + \sum_{j=0}^{4s+1} \binom{8s+6}{2j+3} 2^{j+2}; s \geq 0$$

Bukti.

Berdasarkan Proposisi 1 $J_{2n+3} = \frac{1}{2} \sqrt{2} (\alpha^{2n+4} - \beta^{2n+4} - 2\sqrt{2})$, $n \geq 1$. Dengan menggunakan Persamaan (1) dan Teorema Binomial diperoleh

$$\alpha^{2n+4} = \binom{2n+4}{0} + \binom{2n+4}{1} \sqrt{2} + \binom{2n+4}{2} (\sqrt{2})^2 + \dots + \binom{2n+4}{2n+4} (\sqrt{2})^{2n+4}$$

$$\beta^{2n+4} = \binom{2n+4}{0} + \binom{2n+4}{1} (-\sqrt{2}) + \binom{2n+4}{2} (-\sqrt{2})^2 + \dots + \binom{2n+4}{2n+4} (-\sqrt{2})^{2n+4}$$

$$\alpha^{2n+4} - \beta^{2n+4} = \binom{2n+4}{1} 2\sqrt{2} + \binom{2n+4}{3} 2^2\sqrt{2} + \binom{2n+4}{5} 2^3\sqrt{2} + \dots + \binom{2n+4}{2n+3} 2^{\frac{2n+4}{2}}\sqrt{2}$$

sehingga

$$J_{2n+3} = 4n + 6 + \binom{2n+4}{3} 2^2 + \binom{2n+4}{5} 2^3 + \dots + \binom{2n+4}{2n+3} 2^{n+2}$$

Ambil $n \equiv 1 \pmod{4}$, maka $n = 4s + 1; s \geq 0$, sehingga

$$\begin{aligned} J_{2n+3} &= J_{8s+5} = 4(4s+1) + 6 + \binom{8s+6}{3} 2^2 + \binom{8s+6}{5} 2^3 + \dots + \binom{8s+6}{8s+5} 2^{4s+3} \\ &= 10 + 16s + \sum_{j=0}^{4s+1} \binom{8s+6}{2j+3} 2^{j+2}; s \geq 0 \end{aligned}$$

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dilakukan diperoleh tiga sifat jumlah yang memuat bilangan Pell-Lucas seperti yang telah dibuktikan pada Proposisi 2, 3, dan 4. Sifat J_n , khususnya apakah J_{2n+3} merupakan kelipatan 3 bila $n \equiv 1 \pmod{4}$ masih terbuka untuk diteliti.

PUSTAKA

- [1] Cerin Z, Gianella, GM. 2006. On Sums of Square of Pell-Lucas Numbers. *Electronic Journal of Combinatorial Number Theory* 6. Diakses tanggal 23 Desember 2012.
- [2] Dasdemir, A. 2011. On the Pell, Pell-Lucas and Modified Pell Numbers By Matrix Method. *Applied Mathematical Sciences* 64(5): 3173-3181. Diakses tanggal 22 Desember 2012.
- [3] Santana SF, Barrero. 2006. Some Properties of Sum Involving Pell Numbers. *Missouri Journal of Mathematical Sciences Articles*, 18(1).
- [4] Purcell EJ, Vanberg D. and Rigdon S.E. 2003. *Calculus*. Prentice Hall.
- [5] Burton DM. 2002. *Elementary Number Theory*. University of New Hampshire. Mc Graw Hill.

PENJADWALAN OPTIMAL KAPAL PENYEBERANGAN: STUDI KASUS DI PELABUHAN MERAK DAN BAKAUHENI

FERRY SHIP OPTIMAL SCHEDULING: A CASE STUDY AT THE PORT OF MERAK AND BAKAUHENI

David Hendrayan ¹, Prapto Tri Supriyo ², Muhammad Ilyas ³

Departemen matematika FMIPA IPB, Bogor ¹
Email: hendrayandavid@gmail.com (085691906898)
Departemen matematika FMIPA IPB, Bogor ²
Departemen matematika FMIPA IPB, Bogor ³

ABSTRACT

At peak season, the number of passengers and vehicles that will use ferry transport services will rise significantly when compared to usual days. An increasing number of passengers and vehicles can cause problems such as congestion on roads leading to the port and also hoarding of passengers and vehicles at the port. In order to minimize the impact of the increase in the number of passengers and vehicles, then the ferry transport services provider must determine the optimum number of ships to be operated and to develop appropriate scheduling. This problem can be modeled as an integer linear programming. This model is implemented in the case of the ports of Merak Banten and Bakauheni Lampung. With this model obtained the optimum number of ships and ferry schedule from one port to the another port.

Keywords: scheduling, port, ship

ABSTRAK

Pada saat *peak season*, jumlah penumpang dan kendaraan yang akan menggunakan jasa angkutan penyeberangan akan mengalami peningkatan yang signifikan jika dibandingkan dengan hari-hari biasanya. Peningkatan jumlah penumpang dan kendaraan dapat menimbulkan permasalahan seperti terjadinya kemacetan di jalan-jalan menuju pelabuhan serta terjadinya penumpukan penumpang dan kendaraan di pelabuhan. Agar dampak yang ditimbulkan oleh peningkatan jumlah penumpang dan kendaraan dapat diminimumkan, maka perusahaan penyedia jasa angkutan penyeberangan harus menentukan jumlah kapal yang optimum yang harus dioperasikan serta menyusun penjadwalan kapal dengan tepat. Permasalahan ini dapat dimodelkan sebagai masalah *integer linear programming*. Model ini diimplementasikan pada kasus di pelabuhan Merak Banten dan Bakauheni Lampung. Dengan model ini dihasilkan jumlah kapal yang optimum dan jadwal pelayaran kapal dari pelabuhan yang satu ke pelabuhan lainnya.

Kata kunci: penjadwalan, pelabuhan, kapal

PENDAHULUAN

Ketika *peak season*, permasalahan yang muncul dalam penyeberangan yang menghubungkan dua pelabuhan seperti misalnya di pelabuhan Merak-Bakauheni, dan pelabuhan Ketapang-Gilimanuk adalah penentuan jumlah kapal yang harus dioperasikan serta masalah penjadwalan kapal yang optimal agar penumpukan jumlah penumpang dan kendaraan dapat diminimalisir.

Beberapa model terkait penentuan rute, penjadwalan dan penentuan jumlah kapal telah diberikan oleh beberapa peneliti. Rana dan Vickson [1] merancang rute pelayaran

kapal untuk memaksimalkan total pendapatan dengan mencari urutan pelabuhan yang akan dikunjungi dan jumlah kargo optimal yang dapat diangkut oleh setiap kapal ke pelabuhan tujuan. Perakis [2] memberikan model *integer linear programming* dengan mempertimbangkan penempatan kapal-kapal dengan jenis yang berbeda dalam rute pelayaran yang telah ditetapkan untuk meminimumkan biaya operasional. Agarwal dan Ergun [3] mengembangkan masalah penentuan jadwal kapal untuk pengiriman kargo yang dimodelkan sebagai masalah *integer linear programming* dengan menentukan rute pelayaran kapal sehingga diperoleh biaya pengiriman yang minimum.

Tulisan ini memberikan model *integer linear programming* untuk menyelesaikan masalah penentuan jumlah dan jadwal kapal fery untuk melayani penyeberangan yang menghubungkan dua pelabuhan, dengan memperhatikan kapasitas kapal, jumlah penumpang dan kendaraan yang harus diangkut, serta jumlah dermaga yang ada di setiap pelabuhan. Selanjutnya model diimplementasikan pada pelabuhan Merak dan Bakauheni untuk periode waktu seminggu menjelang Idul Fitri tahun 2014.

DESKRIPSI DAN FORMULASI MASALAH

Pandang dua pelabuhan penyeberangan, dimana masing-masing pelabuhan memiliki sejumlah dermaga sebagai tempat bersandar kapal untuk menaikkan serta menurunkan penumpang dan kendaraan. Kapal-kapal yang dapat dioperasikan memiliki kapasitas penumpang dan kendaraan yang berbeda-beda. Durasi waktu berlayar (*sailing time*) dari pelabuhan yang satu ke pelabuhan lainnya selalu sama untuk setiap kapal, begitu juga dengan durasi waktu bersandar di pelabuhan (*port time*).

Jumlah penumpang dan kendaraan yang akan menggunakan jasa penyeberangan dalam suatu periode waktu tertentu diasumsikan dapat diprediksi dengan memperhatikan pola kecenderungan dari tahun ke tahun. Selanjutnya akan ditentukan jumlah kapal yang harus dioperasikan beserta jadwal dimana dan kapan kapal akan bersandar serta kapan kapal akan berangkat.

Teknik jaringan ruang-waktu (*space-time network*) digunakan untuk membuat model pada masalah ini. Misalkan $\mathcal{P}$ menyatakan himpunan pelabuhan dengan $\mathcal{P} = \{p_1, p_2\}$, $\mathcal{Q}_1$ menyatakan himpunan dermaga yang ada di pelabuhan p_1 dimana $\mathcal{Q}_1 = \{r_1, r_2, \dots, r_m\}$, sedangkan $\mathcal{Q}_2$ menyatakan himpunan dermaga yang ada di pelabuhan p_2 dimana $\mathcal{Q}_2 = \{b_1, b_2, \dots, b_n\}$, serta $\mathcal{Q} = \mathcal{Q}_1 \cup \mathcal{Q}_2$. Himpunan kapal yang dapat dioperasikan dilambangkan dengan $\mathcal{A}$.

Misalkan $G = (V, E)$ menunjukkan jaringan ruang-waktu dengan himpunan simpul (*vertex*) V dan himpunan sisi (*edge*) E . Simpul $v_{q,i}$ adalah simpul yang merepresentasikan dermaga q pada periode waktu i , untuk $q \in \mathcal{Q}$ dan $i \in T$, dengan T menyatakan himpunan periode waktu dimana $T = \{1, 2, 3, \dots, t\}$. Satuan waktu yang digunakan diatur sedemikian sehingga satu satuan waktu sama dengan durasi waktu bersandar kapal di pelabuhan.

Jaringan $G = (V, E)$ terdiri dari dua macam sisi (*edge*) yaitu ground edges dan voyage edges. Ground edges menghubungkan $v_{q,i}$ ke $v_{q,i+1}$ dengan $1 \leq i \leq t-1$ untuk $\forall a \in \mathcal{A}$. Ground edges juga menghubungkan $v_{q,t}$ dengan $v_{q,1}$. Ground edges merepresentasikan kapal yang ada di dermaga selama satu satuan waktu sebelum melanjutkan pelayaran berikutnya. Durasi waktu berlayar dari dermaga r ke dermaga b untuk kapal a dilambangkan dengan $l_{(r,b)}^a$. Selanjutnya, untuk setiap kapal $a \in \mathcal{A}$, diberikan voyage edges $(v_{r,i}, u_{b,j})^a$ untuk $1 \leq i, j \leq t$ sedemikian sehingga $j - i =$

$l_{(r,b)}^a \bmod(t)$, dimana $r \in Q_1$ dan $b \in Q_2$. Voyage edges mewakili pergerakan kapal dari dermaga di suatu pelabuhan ke dermaga di pelabuhan lainnya.

Pada Gambar 1, diberikan contoh jaringan ruang-waktu dua *cycle*. Untuk setiap kapal $a \in \mathcal{A}$, panjang sisi *voyage edges* $(v_{r_1,i}, u_{b_2,j})^a$ dan $(v_{r_4,i}, u_{b_5,j})^a$ adalah 3 satu satuan waktu, sedangkan panjang sisi *ground edges* adalah satu satuan waktu. Satuan waktu yang digunakan diatur sedemikian sehingga satu satuan waktu sama dengan durasi waktu bersandar kapal di pelabuhan yaitu 40 menit. Selama 48 jam, pada setiap *cycle* tersebut terdapat 9 *trip* (perjalanan) dari pelabuhan p_1 ke pelabuhan p_2 dan 9 *trip* dari pelabuhan p_2 ke pelabuhan p_1 . *Cycle-cycle* pada Gambar 1 merepresentasikan pergerakan kapal setiap waktu yang kemudian kita sebut sebagai ruang lintasan. Kedua *cycle* pada Gambar 1 merupakan ruang lintasan yang sama karena simpul-simpulnya berada pada periode waktu yang sama. Pada ruang lintasan yang sama, bisa terjadi beberapa kapal beroperasi secara paralel. Himpunan semua ruang lintasan yang mungkin dilambangkan dengan L .

Variabel Keputusan

$$x_{i,j,k,l} = \begin{cases} 1 & ; \text{jika kapal } i \text{ bersandar di dermaga } j \text{ pelabuhan } p_1 \text{ dan} \\ & \text{bersandar di dermaga } k \text{ pelabuhan } p_2 \text{ pada ruang lintasan } l \\ 0 & ; \text{selainnya} \end{cases}$$

Parameter

$\mathcal{A}$ = himpunan kapal yang dapat dioperasikan = $\{1, 2, \dots, a\}$.

Q_1 = himpunan dermaga yang ada di pelabuhan $p_1 = \{1, 2, \dots, m\}$.

Q_2 = himpunan dermaga yang ada di pelabuhan $p_2 = \{1, 2, \dots, n\}$.

L = himpunan ruang lintasan kapal = $\{1, 2, \dots, l\}$.

P_i = kapasitas penumpang pada kapal i .

D_i = kapasitas kendaraan pada kapal i .

TM_l = jumlah *trip* (perjalanan) dari pelabuhan p_1 untuk ruang lintasan l .

TB_l = jumlah *trip* (perjalanan) dari pelabuhan p_2 untuk ruang lintasan l .

K_l = jumlah kapal yang dapat dioperasikan pada ruang lintasan l .

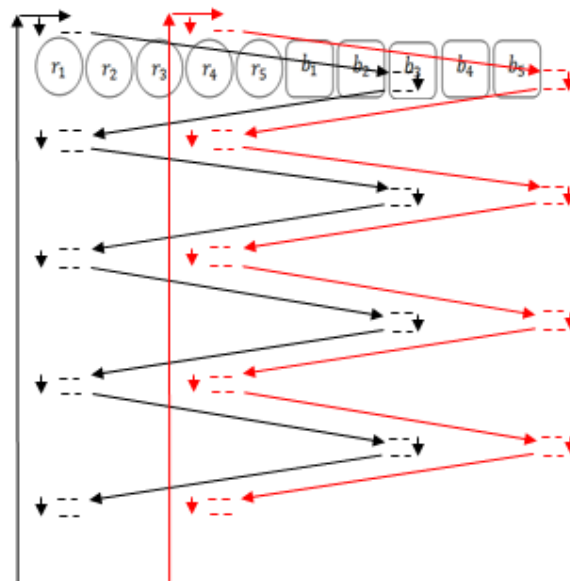
PM = Jumlah penumpang di pelabuhan p_1 .

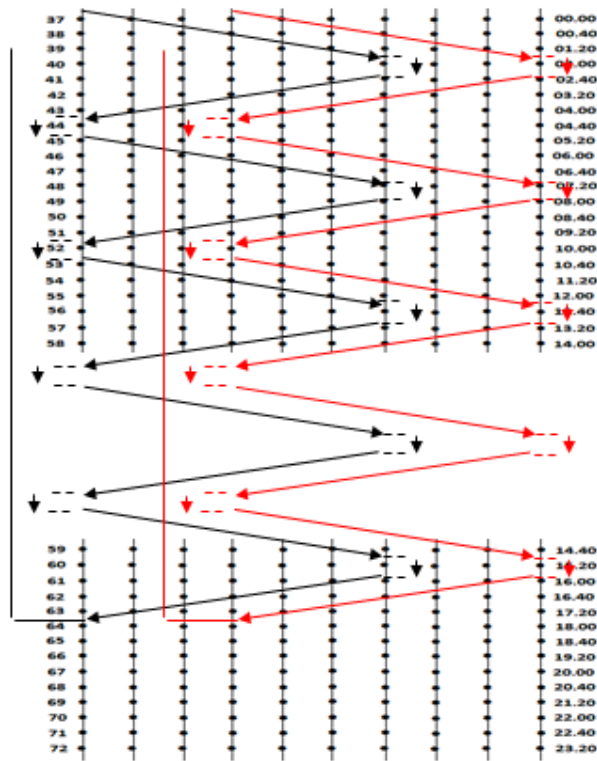
KM = jumlah kendaraan di pelabuhan p_1 .

PB = jumlah penumpang di pelabuhan p_2 .

KB = jumlah kendaraan di pelabuhan p_2 .

20	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	12.40
21	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	13.20
22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	14.00
23	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	14.40
24	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	15.20
25	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	16.00
26	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	16.40
27	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	17.20
28	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	18.00
29	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	18.40
30	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	19.20
31	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	20.00
32	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	20.40
33	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	21.20
34	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	22.00
35	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	22.40
36	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	23.20
1	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	00.00
2	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	00.40
3	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	01.20
4	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	02.00
5	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	02.40
6	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	03.20
7	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	04.00
8	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	04.40
9	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	05.20
10	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	06.00
11	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	06.40
12	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	07.20
13	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	08.00
14	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	08.40
15	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	09.20
16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	10.00
17	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	10.40
18	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	11.20
19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	12.00





Gambar 1 Jaringan ruang-waktu

Fungsi Objektif

Fungsi objektif dari masalah ini adalah meminimumkan jumlah kapal yang harus dioperasikan, yakni:

$$\text{Minimumkan } \sum_{i \in \mathcal{A}} \sum_{j \in Q_1} \sum_{k \in Q_2} \sum_{l \in L} x_{i,j,k,l}.$$

Kendala

1. Semua penumpang harus dapat diseberangkan dari pelabuhan asal ke pelabuhan tujuan.

$$\sum_{i \in \mathcal{A}} \sum_{j \in Q_1} \sum_{k \in Q_2} \sum_{l \in L} x_{i,j,k,l} P_i TM_l \geq PM, \text{ untuk penumpang di pelabuhan } p_1.$$

$$\sum_{i \in \mathcal{A}} \sum_{j \in Q_1} \sum_{k \in Q_2} \sum_{l \in L} x_{i,j,k,l} D_i TM_l \geq KM, \text{ untuk kendaraan di pelabuhan } p_1.$$

$$\sum_{i \in \mathcal{A}} \sum_{j \in Q_1} \sum_{k \in Q_2} \sum_{l \in L} x_{i,j,k,l} P_i TB_l \geq PB, \text{ untuk penumpang di pelabuhan } p_2.$$

$$\sum_{i \in \mathcal{A}} \sum_{j \in Q_1} \sum_{k \in Q_2} \sum_{l \in L} x_{i,j,k,l} D_i TB_l \geq KB, \text{ untuk kendaraan di pelabuhan } p_2.$$

2. Setiap kapal hanya bisa dioperasikan pada satu ruang lintasan pada ruang waktu tertentu.

$$\sum_{j \in Q_1} \sum_{k \in Q_2} \sum_{l \in L} x_{i,j,k,l} \leq 1, \forall i \in \mathcal{A}.$$

3. Jumlah kapal yang digunakan dalam satu ruang lintasan tidak boleh melebihi jumlah kapal yang dapat digunakan dalam ruang lintasan tersebut.

$$\sum_{i \in \mathcal{A}} \sum_{j \in Q_1} \sum_{k \in Q_2} x_{i,j,k,l} \leq K_l, \forall l \in L.$$

Jika jumlah dermaga yang ada di pelabuhan p_1 sebanyak m dan dermaga di pelabuhan p_2 sebanyak n maka $K_l = \min\{m, n\}$ untuk $\forall l \in L$.

4. Kapal-kapal yang dioperasikan di dalam ruang lintasan yang sama harus bersandar di dermaga yang berbeda.

$$\sum_{i \in \mathcal{A}} \sum_{k \in Q_2} x_{i,j,k,l} \leq 1, \forall j \in Q_1, \forall l \in L \text{ di dermaga pelabuhan } p_1.$$

$$\sum_{i \in \mathcal{A}} \sum_{j \in Q_1} x_{i,j,k,l} \leq 1, \forall k \in Q_2, \forall l \in L \text{ di dermaga pelabuhan } p_2.$$

5. Semua variabel keputusan adalah *integer* nol atau satu.

$$x_{i,j,k,l} \in \{0, 1\}, \forall i \in \mathcal{A}, \forall j \in Q_1, \forall k \in Q_2, \forall l \in L.$$

IMPLEMENTASI MODEL

Pelabuhan Merak dan Bakauheni masing-masing memiliki 5 dermaga. Jumlah kapal yang dapat digunakan untuk melayani penyeberangan di pelabuhan Merak-Bakauheni sebanyak 42 kapal dengan kapasitas yang berbeda-beda.

Asumsi yang digunakan dalam memformulasikan masalah ini adalah:

1. Kapal yang digunakan memiliki kecepatan yang sama sehingga waktu yang diperlukan untuk berlayar dari pelabuhan Merak ke pelabuhan Bakauheni atau sebaliknya adalah sama, yakni dua jam.
2. Semua kapal dapat dioperasikan selama tujuh hari dan mulai berlayar pada hari pertama.
3. Pada liburan hari raya Idul Fitri tahun 2014, selama tujuh hari (terhitung sejak H-7 s.d. H-1) jumlah penumpang dan kendaraan diperkirakan akan mengalami kenaikan sebesar 10% dibanding tahun 2013, yakni 621.053 penumpang dan 129.630 kendaraan yang akan menyeberang dari Merak ke Bakauheni. Sedangkan jumlah penumpang dan kendaraan dari Bakauheni ke Merak pada periode waktu yang sama diperkirakan mencapai 28.192 penumpang dan 29.179 kendaraan.

Data kapal yang digunakan dalam melayani penyeberangan di pelabuhan Merak-Bakauheni diberikan pada Tabel 1 berikut:

Tabel 1 Kapasitas kapal

Indeks	Nama Kapal	Kapasitas	
		Penumpang	Kendaraan
1	JATRA I	463	84
2	JATRA II	498	75
3	BSP I	580	115
4	BSP II	580	120
5	BSP III	556	210
6	VICTORIUS	493	40
7	BAHUGA PRATAMA	520	65
8	NUSA SETIA	250	100
9	MENGALA	773	110
10	MUFIDAH	530	110
11	DUTA BANTEN	502	129
12	JAGANTARA	325	183
13	GELIS RAUH	300	38
14	RAJA RAKARTA	585	150
15	NUSA DHARMA	344	100
16	NUSA MULIA	246	110
17	NUSA JAYA	334	150
18	NUSA AGUNG	212	110
19	TITIAN MURNI	669	90
20	MITRA NUSANTARA	893	140
21	PRIMA NUSANTARA	844	45
22	ROYAL NUSANTARA	598	163
23	P. NUSANTARA	1028	150
24	TITIAN NUSANTARA	607	140
25	WINDU KARSA II	318	75
26	WINDU KARSA DWITYA	200	85
27	SMS KARTANEGARA	355	60
28	RAJABASA I	550	95
29	TRIBUANA	395	175
30	HM. BARUNA	733	153
31	MUSTHIKA K.	588	60
32	D. KENCANA 9	532	35
33	DHARMA FERRY IX	459	30
34	BONTANG EXPRESS	490	35
35	LABITRA SALWA	350	25
36	CAITLYN	600	75
37	SHALEM	525	55
38	MUNIC I	327	55
39	ROSMALA	350	90
40	SAKURA EKSPRESS	450	50
41	PORTLINK III	1000	600
42	PORTLINK	1000	350

Sailing time yang ditetapkan oleh PT. ASDP cabang Merak dan Bakauheni yaitu selama 2 jam, sedangkan *port time* selama 40 menit. Agar lebih mudah dalam menentukan jadwal kapal maka satu satuan waktu yang digunakan adalah 40 menit, yaitu durasi waktu bersandar kapal di pelabuhan. Waktu-waktu ketika kapal bersandar di pelabuhan diberikan pada Tabel 2.

Tabel 2 Waktu bersandar di pelabuhan

Indeks	Waktu Bersandar	Indeks	Waktu bersandar	Indeks	Waktu Bersandar
1	00.00-00.40	13	08.00-08.40	25	16.00-16.40
2	00.40-01.20	14	08.40-09.20	26	16.40-17.20
3	01.20-02.00	15	09.20-10.00	27	17.20-18.00
4	02.00-02.40	16	10.00-10.40	28	18.00-18.40
5	02.40-03.20	17	10.40-11.20	29	18.40-19.20
6	03.20-04.00	18	11.20-12.00	30	19.20-20.00
7	04.00-04.40	19	12.00-12.40	31	20.00-20.40
8	04.40-05.20	20	12.40-13.20	32	20.40-21.20
9	05.20-06.00	21	13.20-14.00	33	21.20-22.00
10	06.00-06.40	22	14.00-14.40	34	22.00-22.40
11	06.40-07.20	23	14.40-15.20	35	22.40-23.20
12	07.20-08.00	24	15.20-16.00	36	23.20-24.00

Jika kapal bersandar di pelabuhan Merak pada jam 00.00-00.40 maka kapal tersebut akan bersandar di pelabuhan Bakauheni pada jam 02.40-03.20, kemudian akan bersandar kembali di pelabuhan Merak pada jam 05.20-06.00 dan begitu seterusnya. Masalah yang perlu diperhatikan adalah di dermaga mana kapal itu akan bersandar sehingga tidak terjadi *overlapping*.

Semua ruang lintasan yang mungkin diberikan pada Tabel 3. Dari Tabel 3 dapat ditentukan jumlah *trip* untuk masing-masing ruang lintasan selama tujuh hari. Jumlah *trip* untuk masing-masing ruang lintasan diberikan pada Tabel 4.

Tabel 3 Daftar ruang lintasan kapal

Pelabuhan	Ruang Lintasan			
	1	2	3	4
Merak	00.00-00.40	00.40-01.20	01.20-02.00	02.00-02.40
Bakauheni	02.40-03.20	03.20-04.00	04.00-04.40	04.40-05.20
Merak	05.20-06.00	06.00-06.40	06.40-07.20	07.20-08.00
Bakauheni	08.00-08.40	08.40-09.20	09.20-10.00	10.00-10.40
Merak	10.40-11.20	11.20-12.00	12.00-12.40	12.40-13.20
Bakauheni	13.20-14.00	14.00-14.40	14.40-15.20	15.20-16.00
Merak	16.00-16.40	16.40-17.20	17.20-18.00	18.00-18.40
Bakauheni	18.40-19.20	19.20-20.00	20.00-20.40	20.40-21.20
Merak	21.20-22.00	22.00-22.40	22.40-23.20	23.20-24.00
Bakauheni	00.00-00.40	00.40-01.20	01.20-02.00	02.00-02.40
Merak	02.40-03.20	03.20-04.00	04.00-04.40	04.40-05.20
Bakauheni	05.20-06.00	06.00-06.40	06.40-07.20	07.20-08.00
Merak	08.00-08.40	08.40-09.20	09.20-10.00	10.00-10.40
Bakauheni	10.40-11.20	11.20-12.00	12.00-12.40	12.40-13.20
Merak	13.20-14.00	14.00-14.40	14.40-15.20	15.20-16.00
Bakauheni	16.00-16.40	16.40-17.20	17.20-18.00	18.00-18.40
Merak	18.40-19.20	19.20-20.00	20.00-20.40	20.40-21.20
Bakauheni	21.20-22.00	22.00-22.40	22.40-23.20	23.20-24.00
Merak	00.00-00.40	00.40-01.20	01.20-02.00	02.00-02.40

Tabel 3 Daftar ruang lintasan kapal lanjutan

Pelabuhan	Ruang Lintasan			
	5	6	7	8
Merak	02.40-03.20	03.20-04.00	04.00-04.40	04.40-05.20
Bakauheni	05.20-06.00	06.00-06.40	06.40-07.20	07.20-08.00
Merak	08.00-08.40	08.40-09.20	09.20-10.00	10.00-10.40
Bakauheni	10.40-11.20	11.20-12.00	12.00-12.40	12.40-13.20
Merak	13.20-14.00	14.00-14.40	14.40-15.20	15.20-16.00
Bakauheni	16.00-16.40	16.40-17.20	17.20-18.00	18.00-18.40
Merak	18.40-19.20	19.20-20.00	20.00-20.40	20.40-21.20
Bakauheni	21.20-22.00	22.00-22.40	22.40-23.20	23.20-24.00
Merak	00.00-00.40	00.40-01.20	01.20-02.00	02.00-02.40
Bakauheni	02.40-03.20	03.20-04.00	04.00-04.40	04.40-05.20
Merak	05.20-06.00	06.00-06.40	06.40-07.20	07.20-08.00
Bakauheni	08.00-08.40	08.40-09.20	09.20-10.00	10.00-10.40
Merak	10.40-11.20	11.20-12.00	12.00-12.40	12.40-13.20
Bakauheni	13.20-14.00	14.00-14.40	14.40-15.20	15.20-16.00
Merak	16.00-16.40	16.40-17.20	17.20-18.00	18.00-18.40
Bakauheni	18.40-19.20	19.20-20.00	20.00-20.40	20.40-21.20
Merak	21.20-22.00	22.00-22.40	22.40-23.20	23.20-24.00
Bakauheni	00.00-00.40	00.40-01.20	01.20-02.00	02.00-02.40
Merak	02.40-03.20	03.20-04.00	04.00-04.40	04.40-05.20

Tabel 4 Jumlah *trip* untuk setiap lintasan selama tujuh hari

Ruang Lintasan	1	2	3	4	5	6	7	8
Dari Merak ke Bakauheni (TM)	32	32	32	32	31	31	31	31
Dari Bakauheni ke Merak (TB)	31	31	31	31	31	31	31	31

Hasil eksekusi model menggunakan bantuan *software* LINGO 11.0 menghasilkan jumlah kapal dan jadwal kapal yang harus dioperasikan selama tujuh hari. Jumlah kapal yang harus dioperasikan sebanyak 34, sedangkan jadwal kapal di pelabuhan Merak dan Bakauheni diberikan pada Tabel 5. Tabel 5 memberikan jadwal selama dua hari pertama, dimana jadwal tersebut akan terus berulang dengan pola yang sama untuk hari-hari berikutnya.

Tabel 5 Jadwal kapal di pelabuhan Merak dan Bakauheni

Kapal	Dermaga		Waktu bersandar di pelabuhan			
	M	B	M	B	M	B
BSP I	2	5	00.00-00.40	02.40-03.20	05.20-06.00	08.00-08.40
BSP II	1	2	10.40-11.20	13.20-14.00	16.00-16.40	18.40-19.20
BSP III	5	4	21.20-22.00	00.00-00.40	02.40-03.20	05.20-06.00
MENGGALA	4	1	08.00-08.40	10.40-11.20	13.20-14.00	16.00-16.40
RAJABASA I	3	3	18.40-19.20	21.20-22.00		
RAJA RAKARTA	4	1	00.40-01.20	03.20-04.00	06.00-06.40	08.40-09.20
PRIMA NUSANTARA	1	3	11.20-12.00	14.00-14.40	16.40-17.20	19.20-20.00
CAITLYN	2	5	22.00-22.40	00.40-01.20	03.20-04.00	06.00-06.40
SHALEM	3	4	08.40-09.20	11.20-12.00	14.00-14.40	16.40-17.20
PORTLINK III	5	2	19.20-20.00	22.00-22.40		
TITIAN MURNI	1	3	01.20-02.00	04.00-04.40	06.40-07.20	09.20-10.00
MITRA NUSANTARA	3	1	12.00-12.40	14.40-15.20	17.20-18.00	20.00-20.40
P. NUSANTARA	5	2	22.40-23.20	01.20-02.00	04.00-04.40	06.40-07.20
HM. BARUNA	2	5	09.20-10.00	12.00-12.40	14.40-15.20	17.20-18.00
D. KENCANA 9	4	4	20.00-20.40	22.40-23.20		
MUFIDA	3	1	02.00-02.40	04.40-05.20	07.20-08.00	10.00-10.40
ROYAL NUSANTARA	5	4	12.40-13.20	15.20-16.00	18.00-18.40	20.40-21.20
TITIAN NUSANTARA	1	5	23.20-24.00	02.00-02.40	04.40-05.20	07.20-08.00
MUSTHIKA K.	2	2	10.00-10.40	12.40-13.20	15.20-16.00	18.00-18.40
PORTLINK	4	3	20.40-21.20	23.20-24.00		
SMS KARTANEGARA	3	5	02.40-03.20	05.20-06.00	08.00-08.40	10.40-11.20
DHARMA FERRY IX	1	1	13.20-14.00	16.00-16.40	18.40-19.20	21.20-22.00
LABITRA SALWA	4	2	00.00-00.40	02.40-03.20	05.20-06.00	08.00-08.40
ROSMALA	2	3	10.40-11.20	13.20-14.00	16.00-16.40	18.40-19.20
			21.20-22.00	00.00-00.40		
JATRA I	2	3	03.20-04.00	06.00-06.40	08.40-09.20	11.20-12.00
BONTANG EXPRESS	4	2	14.00-14.40	16.40-17.20	19.20-20.00	22.00-22.40
SAKURA EKSPRESS	1	5	00.40-01.20	03.20-04.00	06.00-06.40	08.40-09.20
			11.20-12.00	14.00-14.40	16.40-17.20	19.20-20.00
			22.00-22.40	00.40-01.20		
JATRA II	3	1	04.00-04.40	06.40-07.20	09.20-10.00	12.00-12.40
BAHUGA PRATAMA	4	2	14.40-15.20	17.20-18.00	20.00-20.40	22.40-23.20
NUSA DHARMA	2	4	01.20-02.00	04.00-04.40	06.40-07.20	09.20-10.00
			12.00-12.40	14.40-15.20	17.20-18.00	20.00-20.40
			22.40-23.20	01.20-02.00		
VICTORIUS	1	1	04.40-05.20	07.20-08.00	10.00-10.40	12.40-13.20
DUTA BANTEN	4	5	15.20-16.00	18.00-18.40	20.40-21.20	23.20-24.00
JAGANTARA	5	4	02.00-02.40	04.40-05.20	07.20-08.00	10.00-10.40
TRIBUANA	3	2	12.40-13.20	15.20-16.00	18.00-18.40	20.40-21.20
			23.20-24.00	02.00-02.40		

Keterangan: M = Merak, B = Bakauheni.

KESIMPULAN

Masalah penentuan jumlah kapal dan penjadwalan kapal dapat diselesaikan dengan model *integer linear programming*. Model ini bertujuan meminimumkan jumlah kapal yang harus dioperasikan dan penentuan jadwal kapal untuk melayani penyeberangan yang menghubungkan dua pelabuhan.

Studi kasus yang dilakukan di pelabuhan Merak dan Bakauheni menghasilkan jadwal pelayaran kapal serta sedikitnya 34 kapal yang harus dioperasikan selama 7 hari menjelang hari raya Idul Fitri 2014.

PUSTAKA

- [1] Rana K, R. G. Vickson. 1991. Routing Container Ships Using Lagrangean Relaxation and Decomposition. *Transportation Sci.* 25(3): 201-214
- [2] Perakis A. N. 2002. Fleet Operations Optimization and Fleet Deployment. C. T. Grammenos, ed. *The Handbook of Maritime Economics and Business*. Lloyd's of London, 580-597.
- [3] Agrawal R, Ergun O. 2008. Ship Scheduling and Network Design for Cargo Routing in Linear Shipping. *Transportation Science*. 42(2): 175-196.

MODEL OPTIMASI PERSEDIAAN BIOSOLAR

OPTIMIZATION MODEL OF BIOSOLAR FUEL SUPPLY

Defri Ahmad ^{1*}

Universitas Negeri Padang, Padang^{1*}

defriahmad88@gmail.com, Kampung Jua, Nagari Pilubang, Padang Pariaman, Sumatera Barat,
Kode Pos: 25561, HP : +6281374333545

ABSTRACT

Vehicles of using biosolar as the fuel find difficulties to obtain the fuel. This was caused by a poor biosolar distribution. Although, public fuel station provide fuel on packages, but the stations that provide the solar in packages are still rarely found in the way. In this work, an optimization model will be used to solve this problem.

This paper described optimization of biosolar supplied. To create the model, will be use basic assumptions from supply theory as were described. By manipulating basic assumptions, the optimum condition in biosolar distributing case is possible to reach, that is condition when the consumer loss be cancelled without making loss for supplier.

Finding optimum condition in supplying biosolar case will be explained deterministically. Base on the result of deterministic parameter analysis, show that the optimum condition reach when the additional cost and the every cyclic needs proportionally with the square of the demand sum and the square of total cost biosolar supplier. Base on this relation, the optimum condition, both suppliers and the consumers would get benefit.

Keywords: Supply Theory, Biosolar, Optimization

ABSTRAK

Kendaraan yang menggunakan bahan bakar biosolar, mengalami kesulitan untuk menemukan biosolar. Hal ini disebabkan pendistribusian biosolar yang belum merata di sepanjang jalur yang dilalui. Untuk mengatasi hal tersebut, SPBU penyedia biosolar menyediakan biosolar dalam kemasan. Namun, SPBU seperti itu masih jarang ditemukan sehingga pengguna biosolar mengalami kesulitan dalam mengisi bahan bakar selama perjalanan. Untuk itu diperlukan model untuk masalah penyediaan biosolar tersebut.

Dalam tulisan ini dikaji teknik optimasi penyediaan biosolar. Untuk membangun model optimasi ini digunakan beberapa asumsi dasar dari teori persediaan. Dengan melakukan beberapa manipulasi pada asumsi dasar, penentuan kondisi optimum untuk kasus pendistribusian biosolar tersebut dapat dilakukan, yaitu kondisi dimana kerugian konsumen dapat dihindari tanpa merugikan penyedia biosolar.

Pencarian kondisi optimum dalam kasus penyediaan biosolar dikaji secara deterministik. Berdasarkan hasil analisis terhadap parameter deterministik, diperoleh hasil optimum ketika biaya tambahan dan kebutuhan setiap siklus berbanding lurus dengan kuadrat jumlah pesanan pihak penyedia biosolar dan kuadrat biaya total penyediaan biosolar. Berdasarkan kondisi optimum ini pihak konsumen dan penyedia dapat diuntungkan.

Katakunci: Teori Persediaan, Biosolar, Optimasi

PENDAHULUAN

Adanya kebijakan pemerintah tentang konversi bahan bakar minyak ke bentuk bahan bakar alternatif, diiringi dengan munculnya produk yang khusus memanfaatkan bahan bakar alternatif tersebut seperti kompor gas, mobil dengan bahan bakar biosolar dan lain-lain. Pelaksanaan program tersebut dimulai dengan menyediakan bahan bakar beserta produk-produk tersebut di kota besar dan selanjutnya direncanakan akan

dilaksanakan secara menyeluruh di wilayah Indonesia. Namun migrasi penduduk menimbulkan masalah baru bagi penggunaan produk-produk tersebut.

Dengan adanya migrasi yang dilakukannya, pengguna produk dengan bahan bakar biosolar mengalami kesulitan dalam menyediakan bahan bakarnya. Hal ini disebabkan migrasi yang dilakukan harus melewati dan atau menuju daerah yang belum merupakan target penyebaran biosolar, sehingga pada daerah tersebut biosolar tidak tersedia. Untuk mengatasi hal tersebut, pihak penyedia biosolar telah menyediakan biosolar dalam kemasan serta beberapa SPBU yang menyediakan biosolar dan biosolar dalam kemasan pada jalur-jalur migrasi tersebut, khususnya daerah yang sering dilewati oleh pengguna biosolar seperti jalur pantura dan lain sebagainya. Namun SPBU penyedia bahan bakar tersebut juga masih langka sehingga pengguna biosolar mengalami masih kesulitan dalam persediaan bahan bakarnya.

Kelangkaan SPBU penyedia biosolar tersebut mengakibatkan ketidakseimbangan antara pelayanan dan permintaan sehingga akan memunculkan antrian pada SPBU tersebut. Untuk itu diperlukan perkiraan dari jumlah pengguna biosolar yang akan melewati jalur tersebut.

Dengan adanya perkiraan terhadap jumlah pengguna ini, banyak biosolar yang harus disediakan dapat ditentukan. Informasi tentang banyak biosolar yang harus disediakan belum cukup. Untuk itu, diperlukan suatu model matematika untuk melakukan optimasi dalam masalah penyediaan biosolar tersebut. Karena koefisien kebutuhan diasumsikan dapat ditentukan berdasarkan data yang ada, untuk itu dalam penyusunan model ini digunakan metode deterministik.

Dalam Siswanto [1] telah dibahas model matematika terkait masalah persediaan. Dalam referensi ini dijelaskan asumsi-asumsi dalam penyusunan model persediaan deterministik. Searah dengan referensi ini disini penulis akan menyusun asumsi-asumsi untuk membangun model optimasi terhadap permasalahan persediaan biosolar, dengan mengikut sertakan adanya titik lonjakan akan kebutuhan biosolar.

Berdasarkan permasalahan di atas, maka penulis menuliskan tulisan yang berjudul **"Model Optimasi Dalam Masalah Persediaan Biosolar"**.

PERMASALAHAN DAN MODEL DETERMINISTIK PERSEDIAAN

Masalah persediaan merupakan salah satu permasalahan manajemen yang potensial. Pengelolaan persediaan yang baik akan meminimumkan biaya persediaan yang diperlukan. Sebaliknya, Manajemen yang tidak baik terhadap persediaan bisa berakibat serius terhadap organisasi penyedia maupun pihak pengguna persediaan tersebut. Beberapa masalah persediaan yang sering dikaji yaitu persediaan bahan baku, persediaan bahan pembantu, persediaan barang dalam proses dan persediaan barang jadi.

Dalam permasalahan persediaan barang jadi, masalah persediaan langsung melibatkan konsumen. Pada kasus ini, jika manajemen persediaan kurang baik konsumen juga akan ikut dirugikan. Dalam manajemen persediaan terdapat dua teknik dalam memodelkan yaitu;

1. Model deterministik
2. Model probabilistik

Pengelompokan model ini dilakukan berdasarkan periode kedatangan pesanan dan tingkat permintaan pelanggan.

Model deterministik ditandai oleh karakteristik tingkat permintaan dan periode kedatangan pesanan bisa diketahui secara pasti. Sebaliknya, jika salah satu atau kedua parameter itu tidak dapat diketahui secara pasti sebelumnya sehingga harus didekati dengan distribusi probabilitas, maka hal itu menandai kelompok model probabilistik.

Dengan demikian, dalam penyusunan model optimasi ini, harus diketahui terlebih dahulu komponen biaya yang mempengaruhinya. Dalam Siswanto [1] dijelaskan beberapa komponen biaya yang mempengaruhi biaya total persediaan yaitu;

- a. Biaya pesan
- b. Biaya simpan
- c. Biaya kehabisan stok
- d. Biaya pembelian

Untuk mendapatkan suatu model persediaan yang optimal akan digunakan komponen biaya tersebut di atas. Karena permasalahan migrasi penduduk terjadi secara berkala untuk itu pembahasan model persediaan ini diperhatikan secara periodik serta berdasarkan banyaknya persediaan yang diperlukan.

Manajemen persediaan meliputi manajemen yang berhubungan dengan pesanan atau perkiraan kebutuhan dan pengiriman barang yang harus disediakan. Dalam menyelesaikan permasalahan yang berhubungan dengan sistem yang periodik dengan total pesanan yang dapat dideterminasi. Oleh karena itu, dalam menyelesaikan masalah pemesanan secara bersamaan atau periodik (P sistem) dan secara kuantitas (Q sistem)) dengan mengidentifikasi hubungan antara kedua dan menentukan keseimbangan hubungan itu. Jadi pengiriman barang sebesar Q (jumlah pesanan setiap kali pesan) tersebut datang secara bertahap dalam selang waktu tertentu.

Sistem optimasi yang berhubungan dengan P sistem dan Q sistem diharuskan tingkat produksi (p) lebih besar dari pada tingkat permintaan (d). Karena kalau tidak demikian akan memunculkan masalah-masalah dalam persediaan barang. Karena tingkat produksi harus memenuhi tingkat permintaan atau $p > d$ dan tingkat pertambahan persediaan langsung digunakan, maka tingkat pertambahan persediaan adalah $p - d$. Dengan kata lain proses produksi dilakukan kembali sebelum persediaan habis. Jumlah persediaan akan bertambah secara bertahap dan juga berkurang secara bertahap untuk memenuhi permintaan. Tidak terjadi kekurangan persediaan karena permintaan selalu terpenuhi [2].

Misalkan D adalah kebutuhan setiap siklus pemesanan ulang dengan tingkat pemakaian persediaan sebesar d dan dimulai dari t_0 . Kebutuhan sebesar D itu harus terpenuhi sejak t_0 hingga t_2 secara bertahap dengan tingkat pertambahan p . secara kumulatif diperoleh jumlah pertambahan persediaan itu sebesar Q yaitu sesuai dengan jumlah permintaan D. karena itu pertambahan persediaan tidak selalu terjadi selama selang t_0 hingga t_2 , akan tetapi ada selang dimana tidak terjadi penambahan persediaan katakanlah selama t_1 hingga t_2 dengan $t_0 < t_1 < t_2$. Persediaan maksimum terjadi saat terjadi keseimbangan antara grafik p dengan grafik d .

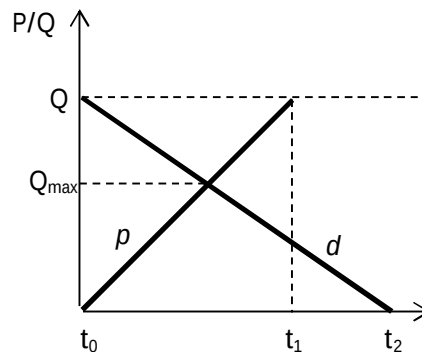
Dalam menentukan saat dimana harus memesan ulang dalam model deterministik seharusnya *lead time* (L) dapat diketahui. Sehingga pemesanan ulang harus sudah dilakukan semenjak $t_2 - L$ jika dihitung dari t_0 agar biaya kehabisan persediaan tidak perlu ada.

PEMBAHASAN PERMASALAHAN PERSEDIAAN BIOSOLAR

Dengan asumsi bahwa permintaan pelanggan (D) akan kebutuhan biosolar dan waktu kedatangan pesanan biosolar dapat diprediksi dan diketahui secara pasti. Sehingga kita dapat membuat P sistem dan Q sistem secara pasti pula. Diperkuat asumsi kedua pemakaian P sistem dalam pemodelan ini semakin sesuai. Pada P sistem digunakan dalam proses pemasokan barang dan Q sistem digunakan untuk mengatasi kebutuhan pelanggan.

Jika penambahan persediaan dilakukan dalam periode $t_0 - t_1$ maka tingkat pertambahan persediaan selama periode tersebut adalah $\frac{\Delta Q}{\Delta t}$. Agar persediaan tidak habis diasumsikan bahwa selama periode yang direncanakan tingkat produksi biosolar harus lebih besar dari tingkat permintaan atau $p > d$, dimana dengan $p = \frac{\Delta P}{\Delta t}$ dan $d = \frac{\Delta D}{\Delta t}$. Dengan demikian persediaan biosolar selalu ada.

Pemesanan biosolar dimulai pada waktu t_0 dan pada waktu ini diasumsikan banyak persediaan adalah nol dan secara berkala pemesanan dilakukan hingga jumlah persediaan mencapai Q di t_1 . Dan proses pemakaian persediaan juga dimulai dari t_0 juga diasumsikan nol dan persediaan yang berjumlah Q itu akan habis di t_2 . Seperti pada gambar berikut;



Gambar 1 Grafik Pertambahan persediaan secara bertahap dengan $Q_{\max}$ dicapai pada titik equilibrium.

Gambar di atas menunjukkan pertambahan persediaan secara bertahap. Dengan persediaan yang tersisa ; $p \cdot t_i - d \cdot t_i = t_i \cdot (p - d)$. Sehingga persediaan yang tersisa akan optimum saat t_i optimum.

$$Q_{\max} = t_p \cdot (p - d) \quad (1)$$

Dan selanjutnya persediaan maksimum itu akan habis dipakai. Oleh karena itu, persediaan rata-rata haruslah $\frac{Q_{\max}}{2}$. Sementara total persediaan dalam satu periode adalah $Q = t_p \cdot p$. Persediaan rata-rata akan dijelaskan sebagai berikut;

$$Q_{ave} = \frac{Q}{2} \cdot \left(1 - \frac{d}{p}\right) \quad (2)$$

Jika biaya simpan perunit (liter atau dex(dirigen)) perperiode adalah h , maka rata-rata biaya simpan (BS) adalah

$$BS = \frac{Q}{2} \left(1 - \frac{d}{p}\right) h = \frac{Q}{2} \cdot h \left(1 - \frac{d}{p}\right) \quad (3)$$

Kemudian dengan asumsi bahwa biaya pemesanan biosolar berbanding lurus dengan kebutuhan biosolar tersebut untuk setiap periode dan berbanding terbalik dengan banyaknya biosolar yang dipesan setiap kali pesan. Sehingga biaya pesan dapat dirumuskan dengan,

$$BP = D_k \cdot S$$

Dengan S adalah biaya tambahan untuk memulai proses penambahan persediaan secara bertahap (*setup cost*) dan D_k adalah kebutuhan biosolar tersebut untuk periode ke- k . dalam hal ini D_k dapat berbeda untuk k yang berbeda.

Perbedaan ini terjadi karena adanya perbedaan pada satu siklus tertentu seperti pada kasus migrasi penduduk pada waktu lebaran, titik puncak kebutuhan biosolar terjadi saat titik puncak mudik dan balik mudik. Oleh karena itu pada kasus ini D_k diasumsikan berbeda.

Asumsi terakhir yang digunakan untuk penyusunan model ini yaitu tidak ada biaya lagi saat persediaan yang ada digudang dipergunakan seperti biaya pemindahan barang dari gudang ke SPBU. Sehingga,

$$BG = Q \cdot G \cdot O \quad (4)$$

Dengan BG adalah biaya gudang (Rupiah), G adalah biaya gudang permeter kubik (Rupiah/m³) dan O adalah pemakaian ruangan perunit (m³).

Karena persediaan biosolar yang harus disediakan sudah diprediksi akan selalu ada sehingga biaya kehabisan persediaan tidak ada lagi. Akibatnya total biaya yang harus dikeluarkan adalah;

$$\begin{aligned} BTP &= BS + BP + BG \\ &= \frac{Q}{2} \cdot h \cdot \left(1 - \frac{d}{p}\right) + D_k \cdot S + Q \cdot G \cdot O \end{aligned}$$

Karena terdapat lonjakan-lonjakan pemesanan biosolar sepanjang siklus migrasi maka ditentukan beberapa titik lonjakan yaitu $\max_k D_k$ serta kemudian Q dipartisi menjadi beberapa bagian sesuai titik lonjakan. Dan kemudian periode pemesanan dilakukan berdasarkan hal tersebut.

Kita akan mengeset Q_k agar biaya total yang dikeluarkan minimum pada satu sub periode ke- k . Maka kita dapat membuat biaya total sebagai fungsi dalam Q_k , ($f(Q_k)$). Biaya total akan optimal saat $f'(Q_k) = 0$, sehingga

$$Q_k = \sqrt{\frac{D_k \cdot S}{\frac{1}{2} \cdot h \cdot \left(1 - \frac{d}{p}\right) + G \cdot O}}$$

Berdasarkan rumusan yang diperoleh maka banyaknya barang yang harus dipesan agar biaya total minimal bergantung pada jumlah kebutuhan, *setup* cost, biaya pesan perunit, tingkat kebutuhan, tingkat produksi dan biaya simpan perunit.

Selanjutnya akan dilakukan uji turunan kedua untuk melihat apakah nilai Q_k tersebut membuat biaya minimal atau malah maksimal.

$$f''(Q) = \frac{D}{Q^3} \cdot S$$

Menurut turunan kedua tersebut $f''(Q)$ akan bernilai positif untuk setiap Q positif sehingga nilai Q yang dimaksudkan di atas akan membuat biaya minimal.

Sedangkan biaya total minimal diperoleh dengan menyubsitusikan jumlah barang yang dipesan setiap kali pesan ke persamaan,

$$BTP = \frac{Q_k}{2} \cdot h \cdot \left(1 - \frac{d}{p}\right) + \frac{D_k}{Q_k} \cdot S + Q_k \cdot G \cdot O = Q_k \left(\frac{h}{2} \left(1 - \frac{d}{p}\right) + G \cdot O \right) + \frac{D_k}{Q_k} \cdot S$$

Sehingga model BTP minimum adalah;

$$BTP = 2 \cdot \sqrt{D_k \cdot S \left\{ \left(\frac{h}{2} \left(1 - \frac{d}{p}\right) + G \cdot O \right) \right\}}$$

Sama halnya dengan banyak barang yang harus dipesan berdasarkan rumusan yang diperoleh maka banyaknya barang yang harus dipesan agar biaya total minimal bergantung pada jumlah kebutuhan, *setup* cost, biaya pesan perunit, tingkat kebutuhan, tingkat produksi dan biaya simpan perunit.

Karena kita telah mengasumsikan model ini adalah model deterministik maka lead time dapat ditentukan, katakanlah lead time itu sebesar L . maka reorder point dapat kita lihat dari dua segi yaitu;

- Dari segi waktu reorder point = $\frac{Q_k}{d} - L$
- Dari segi unit barang yang tersisa = $d \cdot L$

KESIMPULAN

Adanya migrasi penduduk menimbulkan masalah baru dalam pemanfaatan produk-produk yang memanfaatkan biosolar. Pengendara yang menggunakan bahan bakar biosolar, mengalami kesulitan untuk menemukan biosolar sepanjang perjalanan mudik dan balik. Untuk itu diperlukan model untuk melakukan optimasi dalam masalah penyediaan biosolar tersebut.

Rumusan jumlah barang/biosolar yang dipesan dan biaya total minimal tersebut bergantung pada jumlah kebutuhan, *setup* cost, biaya pesan perunit, tingkat kebutuhan, tingkat produksi dan biaya simpan perunit. secara matematis hal tersebut dirumuskan sebagai;

$$Q_k = \sqrt{\frac{D_k \cdot S}{\frac{1}{2} \cdot h \cdot \left(1 - \frac{d}{p}\right) + G \cdot O}}$$

dan

$$BTP = 2 \cdot \sqrt{D_k \cdot S \left\{ \left(\frac{h}{2} \left(1 - \frac{d}{p} \right) + G \cdot O \right) \right\}}$$

Dengan indeks k melambangkan partisi pemesanan berdasarkan titik lonjakan.

Berdasarkan hasil di atas, diperoleh hasil bahwa kondisi optimum diperoleh ketika biaya tambahan dan kebutuhan setiap siklus berbanding lurus dengan kuadrat jumlah pesanan pihak penyedia biosolar dan kuadrat biaya total penyediaan biosolar pada periode yang ditetapkan.

PUSTAKA

- [1] Siswanto. 2007. *Operation Research* jilid II. Jakarta: Erlangga.
- [2] T. Baroto. 2012. *Perencanaan dan Pengendalian Produksi*. Jakarta : Ghalia Indonesia.

APLIKASI ALGORITMA *CUTTING PLANE* DALAM PEWARNAAN GRAF

THE APPLICATION OF CUTTING PLANE ALGORITHM FOR GRAPH COLORING

Eddy Roflin^{1*}, Sisca Octarina²

Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Sriwijaya^{1*}

e-mail: toska_0511@yahoo.co.id

Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Sriwijaya²

ABSTRACT

There are several graph-coloring algorithms commonly used, however, existing heuristic algorithms are rarely modeled in the form of mathematical models. The concept of graph coloring is actually almost identical to the concept of integer programming where two adjacent vertices should not be given the same color. This study aims to apply the Cutting Plane algorithm in graph coloring. The results show that the algorithm is effective for the graph where the chromatic number is much larger than the maximum clique size.

Keywords: Clique, Cutting Plane, Chromatic, Graph Coloring

ABSTRAK

Banyak algoritma pewarnaan graf yang umum dipakai. Akan tetapi, algoritma heuristik yang ada jarang dimodelkan ke dalam bentuk model Matematika. Konsep pewarnaan graf sebenarnya hampir sama dengan konsep pemrograman bilangan bulat dimana dua titik yang berdekatan tidak boleh diberikan warna yang sama. Penelitian ini bertujuan mengaplikasikan algoritma *Cutting Plane* dalam pewarnaan graf. Hasil penelitian menunjukkan bahwa algoritma ini efektif untuk graf yang bilangan kromatiknya lebih besar daripada ukuran maksimum *clique*.

Kata Kunci: Clique, Cutting Plane, Kromatik, Pewarnaan Graf

PENDAHULUAN

Persoalan pewarnaan graf merupakan persoalan yang paling umum dalam teori graf. Persoalan ini dapat diaplikasikan ke dalam banyak kasus seperti penjadwalan, perencanaan dan pengurutan. Banyak metode yang dapat dipakai dalam pewarnaan graf, tetapi sangat sedikit yang tepat dan dapat dimodelkan dalam bentuk model matematika.[2,3,4,5,6]

Diberikan sebuah graf $G = (V, E)$ dengan n titik dan m busur. Pewarnaan graf G adalah kegiatan memberikan warna ke setiap titik di G sehingga dua titik yang berdekatan memiliki warna yang berbeda. Sebuah pewarnaan k dari graf G adalah pewarnaan yang menggunakan k warna. Bilangan kromatik dari G adalah jumlah warna terkecil yang diperlukan untuk mewarnai graf G dan dinyatakan dalam $\chi(G)$. Persoalan pewarnaan adalah menentukan $\chi(G)$ dan mendapatkan sebuah pewarnaan G yang menggunakan $\chi(G)$ warna.

Persoalan pewarnaan graf dapat diformulasikan ke dalam persoalan pemrograman bilangan bulat linear. Dalam memformulasikan persoalan optimasi diskrit, tidak hanya membutuhkan model matematika yang tepat tetapi juga model yang terstruktur yang dapat diselesaikan secara efektif. Selama warna dalam persoalan pewarnaan graf dapat dibedakan, banyak pewarna simetris yang sama dengan jumlah warna yang diberikan. Jika persoalan pewarnaan graf dalam bentuk pemrograman

bilangan bulat juga memiliki kelemahan dalam hal simetri, maka algoritma *Cutting Plane* cenderung tidak sesuai. Alasan utama untuk kenyataan ini bahwa banyak iterasi dalam *Cutting Plane* mempunyai nilai optimal yang sama. Berdasarkan latar belakang inilah, maka dilakukan aplikasi algoritma *Cutting Plane* dalam pewarnaan graf.

Algoritma *Cutting Plane* adalah algoritma penting dalam persoalan pemrograman bilangan bulat linear [7]. Ide utamanya adalah mempertimbangkan relaksasi linear dan mencoba memperkuatnya dengan menambahkan pertidaksamaan. Polyhedra yang ada digabungkan dengan model pemrograman bilangan bulat. Algoritma ini diuji pada graf acak dan serangkaian persoalan dalam literatur.

NOTASI DAN TERMINOLOGI GRAF

Misalkan $G = (V, E)$ adalah sebuah graf dan $V' \subset V$. $G[V'] = (V', E')$ adalah subgraf induksi dari G oleh V' dengan $E' = \{\{u, v\} : \{u, v\} \in E \text{ dan } u, v \in V'\}$. $V' \subset V$ adalah sebuah *clique* dalam G jika $\forall u, v \in V', \{u, v\} \in E$. $V' \subset V$ adalah himpunan *stable* atau bebas dalam G jika $\forall u, v \in V', \{u, v\} \notin E$.

Sebuah *clique* (himpunan *stable*) K dalam G adalah maksimal jika tidak ada *clique* (himpunan *stable*) $K' \neq K$ dalam G dengan $K \subset K'$. Jumlah stabilitas G , $\alpha(G)$, adalah ukuran maksimum dari himpunan bebas G . Pembagian *clique* dari G adalah pembagian $(K_1, \dots, K_k)$ dari V sehingga K_i adalah sebuah *clique* di G untuk $i = 1, \dots, k$. Barisan $v_1, \dots, v_k$ dari pasangan titik berbeda adalah sebuah lintasan di G jika $\{v_1, v_2\}, \dots, \{v_{k-1}, v_k\} \in E$. Sebuah lintasan adalah sebuah siklus jika $\{v_1, v_k\} \in E$. Ketetanggaan dari v adalah $N(v) = \{u : u \in V \text{ dan } \{u, v\} \in E\}$. Sebuah graf G adalah *bipartite* jika $\chi(G) \leq 2$.

PEMROGRAMAN BILANGAN BULAT

Persoalan untuk menentukan pewarnaan minimum dalam graf dapat diformulasikan ke dalam banyak bentuk. Misalkan x_{ij} menyatakan variabel biner, dengan $i \in V$ dan $1 \leq j \leq n$ sehingga $x_{ij} = 1$ jika warna j diberikan kepada titik i dan $x_{ij} = 0$ jika lainnya. Didefinisikan n variabel biner w_j untuk $j = 1, \dots, n$, yang menyatakan apakah warna j digunakan pada titik yang sama, misalnya $w_j = 1$ jika $x_{ij} = 1$ untuk beberapa titik i .

Berikut ini adalah formula klasik dari pemrograman bilangan bulat:

$$\min \sum_{j=1}^n w_j$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad \forall i \in V, \quad (1)$$

$$x_{ij} + x_{kj} \leq w_j \quad \forall \{i, k\} \in E, 1 \leq j \leq n \quad (2)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in V, 1 \leq j \leq n, w_j \in \{0, 1\}, 1 \leq j \leq n.$$

Kendala (1) menyatakan bahwa setiap titik harus menerima tepat satu warna, dan kendala (2) menjamin bahwa setiap pasangan titik yang bertetangga tidak akan diberikan warna yang sama dan $w_j = 1$ ketika beberapa titik mempunyai warna j .

Diberikan sebuah k -pewarnaan, beberapa pilihan k warna dari $\{1, \dots, n\}$ memberikan solusi fisibel dan semuanya adalah penyelesaian yang ekuivalen. Untuk

mengeliminasi beberapa solusi, maka dipaksakan warna j diberikan ke sebuah titik yang memberikan warna $j - 1$. Dalam kasus ini, semua k – pewarnaan simetrik yang menggunakan warna lebih dari k tidak diperhatikan. Untuk mengkararakteristik solusi fisibel ini, cukup dengan menambah kendala berikut:

$$w_j \leq \sum_{i \in V} x_{ij} \quad \forall 1 \leq j \leq n \quad (3)$$

$$w_j \geq w_{j+1} \quad \forall 1 \leq j \leq n - 1 \quad (4)$$

Misal $\mathcal{CP} = \text{conv}(GCP \cap \{(x, w) : (x, w) \text{ memenuhi (3) dan (4)}\})$.

Proposisi 1.

Dimensi dari $\mathcal{CP}$ adalah $n^2 - \chi(G) - 1$ dan sistem persamaan minimal diberikan oleh:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n x_{ij} &= 1 \quad \forall i \in V, \\ w_j &= 1 \quad 1 \leq j \leq \chi(G), \\ \sum_{i=1}^n x_{in} &= w_n. \end{aligned}$$

Bukti:

Akan dibuktikan bahwa

- (a) setiap solusi fisibel memenuhi kendala ini.
- (b) semuanya saling bebas
- (c) ada $n^2 - \chi(G)$ solusi fisibel.

Kondisi (a) muncul dari definisi model, (b) sudah dibuktikan selama semuanya adalah himpunan solusi yang disjoint. Untuk membuktikan (c), perhatikan pewarnaan yang diberikan pada tabel berikut, dimana setiap baris terhubung ke sebuah pewarnaan dan setiap kolom terhubung ke warna-warna. Didefinisikan bahwa v_{n-1} dan v_n tidak bertetangga.

Himpunan 0: Sebarang (n) -pewarnaan. Dimisalkan v_i adalah titik yang diwarnai i , untuk $i = 1, \dots, n$.

Untuk $i = 1, \dots, n - 2$. Himpunan i : Untuk $j = 1, \dots, n - 1$ dan $i \neq j$, dari pewarnaan di atas, didefinisikan $(n) -$ pewarnaan dengan mengganti warna j, n dan i . Warna j diberikan ke v_n , warna i diberikan ke v_j dan warna n diberikan ke v_i . Dalam hal ini terdapat $(n - 1)(n - 2)$ pewarnaan.

Himpunan $n - 1$: Untuk $j = 1, \dots, n - 1$, diperhatikan (n) -pewarnaan dimana warna j diberikan ke v_n , warna n diberikan ke v_j , dan warna i diberikan ke v_i untuk $i \neq j, i \neq n$. Ada $n - 1$ pewarnaan.

Himpunan n : Diperhatikan bahwa $(n - 1) -$ pewarnaan dimana warna i diberikan ke v_i untuk $i = 1, \dots, n - 2$, dan warna $n - 1$ ke v_{n-1} dan v_n . Dari $(n - 1) -$ pewarnaan, definisikan $(n - 1) -$ pewarnaan dengan menukar warna i dan $n - 1$. Jika prosedur ini diaplikasikan untuk semua $i = 1, \dots, n - 2$, maka ada $n - 2$ pewarnaan.

	Warna 1	Warna 2	Warna 3	...	Warna i	...	Warna $n - 1$	Warna n
0	v_1	v_2	v_3	...	v_i	...	v_{n-1}	v_n
1	v_n	v_1	v_3	...	v_i	...	v_{n-1}	v_2
	v_n	v_2	v_1	...	v_i	...	v_{n-1}	v_3
	$\vdots$							
	v_n	v_2	v_3	...	v_1	...	v_{n-1}	v_i
	$\vdots$							
	v_n	v_2	v_3	...	v_i	...	v_1	v_{n-1}
	v_n	v_2	v_3	...	v_i	...	v_{n-1}	v_1
2	v_2	v_n	v_3	...	v_i	...	v_{n-1}	v_1
	v_1	v_n	v_2	...	v_i	...	v_i	v_3
	$\vdots$							
	v_1	v_n	v_3	...	v_2	...	v_{n-1}	v_i
	$\vdots$							
	v_1	v_n	v_3	...	v_i	...	v_2	v_{n-1}
	v_1	v_n	v_3	...	v_i	...	v_{n-1}	v_2
i	v_i	v_2	v_3	...	v_n	...	v_{n-1}	v_1
	v_1	v_i	v_3	...	v_n	...	v_{n-1}	v_2
	$\vdots$							
	v_1	v_2	v_3	...	v_n	...	v_i	v_{n-1}
	v_1	v_2	v_3	...	v_n	...	v_{n-1}	v_i
$n - 1$	v_{n-1}	v_2	v_3	...	v_i	...	v_n	v_1
	v_1	v_{n-1}	v_3	...	v_i	...	n	v_2
	$\vdots$							
	Warna 1	Warna 2	Warna 3	...	Warna i	...	Warna $n - 1$	Warna n
	v_1	v_2	v_3	...	v_{n-1}	...	v_n	v_i
	$\vdots$							
	v_1	v_2	v_3	...	v_i	...	v_n	v_{n-1}
n	v_{n-1}, v_n	v_2	v_3	...	v_i	...	v_1	-
	v_1	v_{n-1}, v_n	v_3	...	v_i	...	v_2	-
	$\vdots$							
	v_1	v_2	v_3	...	v_{n-1}, v_n	...	v_i	-
	v_1	v_2	v_3	...	v_i	...	v_{n-1}, v_n	-

Disamping itu, ambil satu j – pewarnaan untuk setiap $j = \chi(G), \dots, n - 2$.

Misalkan (X^{C^i}, W^{C^i}) untuk $i = 1, \dots, n^2 - \chi(G)$ adalah kumpulan solusi fisibel untuk setiap pewarnaan. Untuk melihat solusinya saling bebas, maka perhatikan kombinasi linear berikut.

$$\sum_{i=1}^{n^2 - \chi(G)} \alpha_i (X^{C^i}, W^{C^i}) = 0 \text{ sehingga } \sum_{i=1}^{n^2 - \chi(G)} \alpha_i = 0.$$

Terlihat bahwa $\alpha_i = 0$ untuk $i = 1, \dots, n^2 - \chi(G)$.

n – pewarnaan yang pertama adalah pewarnaan unik yang memberikan warna n ke v_n , maka $\alpha_i = 0$. Ada satu j – pewarnaan untuk setiap $j = \chi(G), \dots, n - 2$, maka mudah untuk mendapatkan $\alpha_i = 0$ untuk solusi ini.

$(n - 3)$ pewarnaan yang pertama dari himpunan j untuk $j = 1, \dots, n - 2$, adalah unik dalam pemberian warna ke v_j . Hal ini menunjukkan bahwa $\alpha_i = 0$ untuk semuanya.

ALGORITMA CUTTING PLANE

Langkah pertama dalam pengembangan algoritma *cutting plane* adalah relaksasi pemrograman linear awal. Diperoleh bahwa relaksasi linear dari $\mathcal{CP}$ mempunyai banyak

kendala yang sama. Untuk membandingkan hasilnya, algoritma ini diuji pada graf acak dengan 5 sampai 25 titik. Hasilnya menunjukkan bahwa algoritma ini menunjukkan perkembangan khususnya untuk graf yang memiliki bilangan kromatik lebih besar daripada ukuran maksimum *clique*-nya.

PUSTAKA

- [1] Díaz IM, Zabala P. 2008. A cutting plane algorithm for graph coloring. *Discrete Applied Mathematics* 156 : 159-179. Elsevier.
- [2] Brélaz D. 1979. New methods to color the vertices of a graph. *Comm. ACM* 22: 251–256.
- [3] Sager TJ, Lin S. 1991. A pruning procedure for exact graph coloring. *ORSA J. Comput.* 3 (3): 226–230.
- [4] Grotschel M, Wakabayashi Y. 1989. A cutting plane algorithm for clustering problem. *Mathematical Programming* 45: 59-96. North-Holland.
- [5] Díaz IM, Zabala P. 2006. A branch–and-cut algorithm for graph coloring. *Discrete Applied Mathematics* 154 : 826-847. Elsevier.
- [6] Sewell EC. 1996. An improved algorithm for exact graph coloring, in: D. Johnson, M. Trick (Eds.), DIMACS.
- [7] Hillier F, Lieberman GJ. 2001. *Introduction To Operation Research. Seventh Edition*. New York : McGraw Hill.

UJI KESTABILAN SISTEM MANGSA-PEMANGSA

STABILITY TEST FOR PREY-PREDATOR SYSTEM

Efendi

Jurusan Matematika, Universitas Andalas, Padang, Indonesia
email: efendi@fmipa.unand.ac.id;

ABSTRACT

In this paper, it is shown Lotka-Volterra model to explain the oscillation of population size of prey-predator. The stability of critical points was analyzed using Eigen values of matrix of linearized system. The simulation of oscillation graphs and phase portraits is given for Lotka-Volterra model and its modification.

Keywords: Lotka-Volterra model, stability analysis, graphs

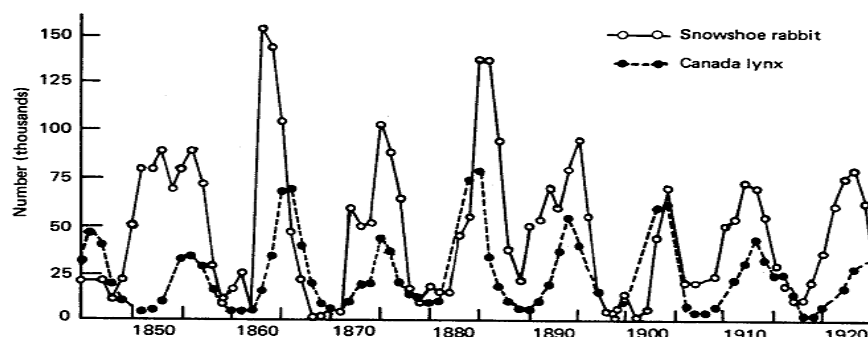
ABSTRAK

Pada makalah ini, disajikan model Lotka-Volterra untuk menjelaskan osilasi jumlah populasi mangsa-pemangsa. Kestabilan titik kritis dianalisis dengan memperhatikan nilai eigen matrik pelinearan. Simulasi diberikan dalam bentuk potret fase dan grafik osilasi jumlah populasi mangsa-pemangsa pada model Lotka-Volterra dan modifikasinya.

Kata Kunci : Model lotka-Volterra, analisis kestabilan, grafik

PENDAHULUAN

Pada Gbr. 1, dalam [1], ada data menarik yang bersumber dari perusahaan Hudson Bay, tentang perbandingan jumlah populasi hewan *Snowshoe rabbit* dan *Canadian lynx*. Perusahaan itu, selama hampir satu abad, mencatat hasil tangkapan *mangsa* dan *pemangsa* tersebut, yang memperlihatkan osilasi hampir periodik, jumlah masing-masing jenis hewan.



Gambar 1. Perbandingan jumlah populasi *snowshoe rabbit* dan *Canadian lynx* tahun 1850-1920 (sumber [1])

Data pada Gbr.1 memotivasi matematikawan untuk memodelkan sistem yang menggambarkan hubungan simbiosis antara mangsa dan pemangsa, sehingga dapat digunakan untuk menganalisis dan memprediksi hubungan jangka panjang antara suatu jenis mangsa dan pemangsa.

Diantara matematikawan yang berhasil mengembangkan model hubungan mangsa pemangsa adalah Alfred Lotka dan Vito Volterra pada tahun 1920-an. Mereka merumuskan model tersebut secara sendiri-sendiri. Model tersebut mempunyai karakteristik osilasi jumlah populasi mangsa dan pemangsa. Pada makalah ini, dijelaskan bagaimana posisi model Lotka-Volterra dalam memodelkan interaksi mangsa-pemangsa dalam kaitannya dengan data pada Gbr.1. Selanjutnya juga diberikan analisis kestabilan, interpretasi dan modifikasi model Lotka-Volterra.

MODEL DAN ASUMSI

Berikut asumsi-asumsi sederhana yang dipakai dalam model untuk osilasi jumlah populasi mangsa-pemangsa. Pertama, populasi mangsa akan tumbuh secara eksponensial dalam hal tidak ada pemangsa. Kedua, populasi pemangsa akan mati kelaparan dalam hal tidak ada populasi mangsa. Ketiga, pemangsa dapat memakan mangsa dalam jumlah tak hingga. Keempat, tidak ada kompleksitas lingkungan yang mempengaruhi hubungan mangsa dengan pemangsa. [3]. Selanjutnya model mangsa pemangsa tersebut lebih dikenal dengan model Lotka-Volterra [1], yang merupakan model klasik paling berpengaruh dalam bidang matematika ekologi. Model Lotka-Volterra dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}x' &= ax - bxy \\ y' &= -cy + dxy\end{aligned}\tag{1}$$

dimana x menyatakan jumlah populasi mangsa dan y menyatakan jumlah populasi pemangsa. Nilai a , b , c , dan d menyatakan parameter reproduksi dan interaksi kedua hewan.

ANALISIS KESTABILAN [2]

Titik kritis model (1) dapat ditentukan dengan menuliskan ruas kiri pada (1) sama dengan 0, kemudian menghitung nilai x dan y yang memenuhi persamaan tersebut.

$$\begin{aligned}0 &= x' = ax - bxy = x(a - by) \\ 0 &= y' = -cy + dxy = y(-c + dx)\end{aligned}$$

Sehingga diperoleh titik kritis: titik $(0,0)$ menyatakan kepunahan mangsa dan pemangsa dan titik $(c/d, a/b)$ menyatakan koeksistensi kedua mangsa pemangsa.

Matrik *Jacobian* untuk model (1) adalah:

$$J = \begin{pmatrix} a - by & -bx \\ dy & -c + dx \end{pmatrix}$$

di titik $(0,0)$ model (1) yang sudah dilinearkan mempunyai matrik koefisien $A = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & -c \end{pmatrix}$

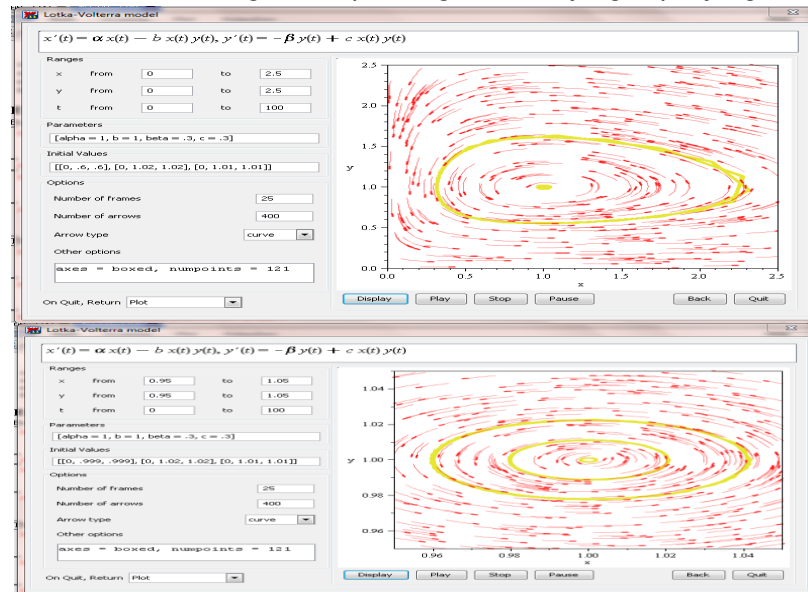
dengan nilai eigen a dan $-c$, sehingga titik $(0,0)$ adalah titik sadel tidak stabil.

Dengan cara yang sama pada titik $(c/d, a/b)$, diperoleh matrik pelinearan:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -bc/d \\ ad/b & 0 \end{pmatrix} \text{ dengan nilai eigen matrik pelineran tersebut adalah } \pm\sqrt{ac}.i,$$

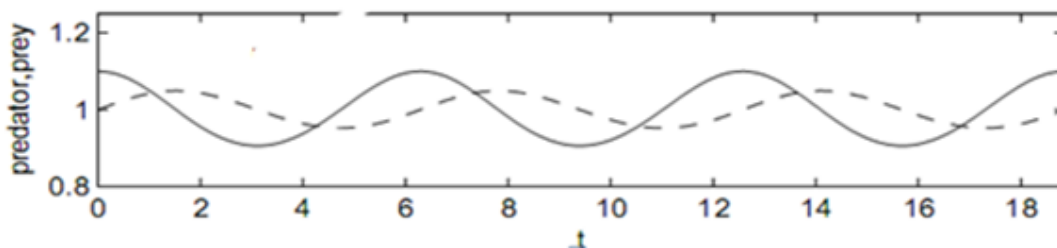
sehingga titik $(c/d, a/b)$ adalah center stabil.

Berikut diberikan contoh potret fase dari model (1), yang menggambarkan hubungan koeksistensi antara mangsa dan pemangsa dalam jangka panjang.



Gambar 2. Potret fase model (1), (sumber simulasi Maple)

Selanjutnya dapat dibandingkan data osilasi pada Gbr. 1 dengan grafik deret waktu dari hubungan mangsa pemangsa berikut untuk beberapa parameter reproduksi dan interaksi.



Gambar 3. Grafik deret waktu model (1), (sumber [1])

Dalam Gbr. 3 dapat dilihat bagaimana model (1) menjelaskan osilasi jumlah populasi mangsa dan pemangsa dari waktu ke waktu. Siklus terjadi sebagai berikut: ketika jumlah mangsa banyak, maka pemangsa menikmati periode tersedianya cukup makanan, sehingga jumlah populasi pemangsa meningkat. Dengan meningkatnya jumlah pemangsa, maka mangsa yang dimakan semakin banyak, sehingga jumlah mangsa menurun. Dengan menurunnya jumlah mangsa, maka ketersediaan makanan untuk pemangsa berkurang, sehingga populasi pemangsa juga berkurang. Berkurangnya populasi pemangsa memberi kesempatan bagi populasi mangsa untuk kembali berkembang, sehingga terjadi siklus seperti pada Gbr. 3.

Sebagai sebuah model yang sederhana, model (1) cukup baik dalam menjelaskan terjadinya osilasi hubungan jumlah populasi mangsa dan pemangsa. Untuk simulasi yang lebih baik, diperlukan data ekologi kedua spesies, *snowshoe rabbit* dan *Canadian lynx*, dan diperlukan perubahan asumsi pada model. Misal asumsi ke empat berkaitan dengan

kompleksitas lingkungan. Pada kenyataannya lingkungan sangat berpengaruh untuk kedua jenis populasi. Oleh karena itu, banyak literatur mencoba memodifikasi model (1), diantaranya dengan memperhatikan pemanenan pada mangsa atau pemangsa, adanya waktu tunda, adanya infeksi penyakit pada populasi mangsa atau pemangsa [4]. Selanjutnya pada makalah ini, disajikan modifikasi model (1) dalam versi diskrit yaitu dalam bentuk persamaan beda (*difference equations*).

Perhatikan model (2) berikut yang menjelaskan interaksi dua spesies dalam bentuk persamaan beda.

$$\begin{aligned}x(n+1) &= (r+1)x(n) - r(x(n))^2 - bx(n)y(n) \\y(n+1) &= cx(n)y(n) + (1-d)y(n)\end{aligned}\quad (2)$$

dimana $0 < d < 1$. Pada model (2), disamping dipertimbangkan reproduksi dan interaksi mangsa dan pemangsa, juga dipertimbangkan kompetisi sesama mangsa yang diabaikan pada model (1).

Titik kritis $E_0 = (0,0)$ menyatakan kepunahan mangsa dan pemangsa, titik kritis $E_1 = (1,0)$ menyatakan kepunahan pemangsa dan titik kritis $E_2 = (d/c, r(c-d)/bc)$ menyatakan koeksistensi kedua spesies. Jadi model (2) lebih rumit dari pada model (1) dalam hal jumlah titik kritis. Disamping itu, juga akan ditunjukkan kerumitan model (2) dalam hal perilaku solusi.

Matrik *Jacobi* untuk pelinearan model (2) adalah:

$$J(x,y) = \begin{pmatrix} (r+1) - 2rx - by & -bx \\ cy & 1 + cx - d \end{pmatrix}$$

Oleh karena itu di titik kritis E_0 , diperoleh matrik pelinearan

$$J(E_0) = \begin{pmatrix} (r+1) & 0 \\ 0 & 1-d \end{pmatrix}$$

dimana $J(E_0)$ mempunyai nilai eigen λ dengan $|\lambda| > 1$, sehingga E_0 tidak stabil.

Dengan cara yang sama diperoleh :

$$J(E_1) = \begin{pmatrix} (1-r) & -b \\ 0 & 1+c-d \end{pmatrix}$$

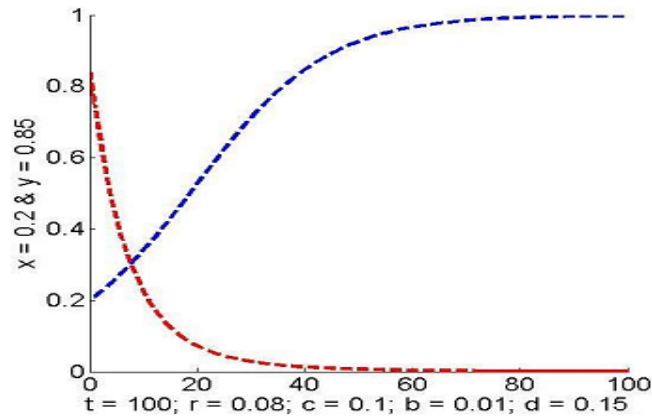
Nilai eigen $J(E_1)$ adalah $\lambda_1 = 1-r$ dan $\lambda_2 = 1+c-d$. Oleh karena itu, syarat kestabilan titik E_1 adalah $r > 0$ dan $c > d$.

Sementara untuk E_2 diperoleh :

$$J(E_2) = \begin{pmatrix} 1 - dr/c & -bd/c \\ r(c-d)/b & 1 \end{pmatrix}$$

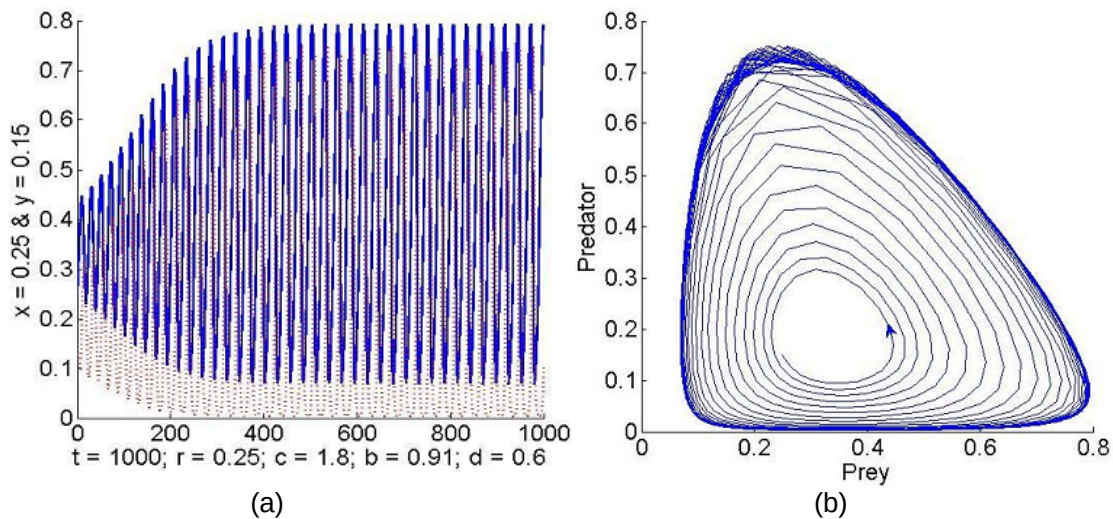
Titik E_2 stabil asimtotik jika $d < c < 1+d$, dan tidak stabil jika sebaliknya.

Untuk mensimulasikan kestabilan titik E_1 , pilih $r = 0.08$, $c = 0.1$, $b = 0.01$ dan $d = 0.15$, sehingga kondisi $r > 0$ dan $c > d$ terpenuhi. Perhatikan grafik pada Gbr.4 berikut.



Gambar 4. Kestabilan titik E_1 mangsa eksis, sementara predator punah (sumber [3])

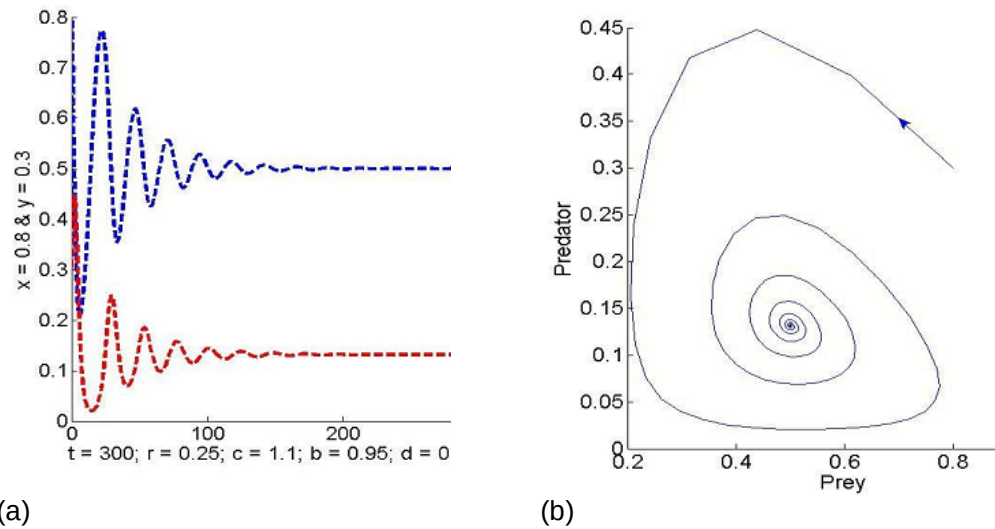
Pada Gbr.4 jumlah populasi mangsa tidak mencukupi kebutuhan pemangsa, sehingga meskipun populasi mangsa meningkat secara logistik, tetapi pemangsa bergulat dengan kekurangan makanan sehingga akhirnya punah. Perilaku lain dari solusi mungkin saja muncul, yaitu jika divariasikan nilai-nilai parameter $r = 0.25$, $c = 1.8$, $b = 0.91$ dan $d = 0.6$, diperoleh grafik berikut.



Gambar 5. (a) Osilasi $r = 0.25$, $c = 1.8$, $b = 0.91$ dan $d = 0.6$ dan (b) potret fase (sumber [3])

Pada Gbr. 5, jumlah kedua populasi berosilasi mula-mula meningkat dan kemudian periodik. Orbit pada potret fase mangsa-pemangsa berbentuk spiral dan menuju limit siklus. Perubahan perilaku kestabilan titik tetap, ini perlu dianalisis lebih lanjut dengan grafik bifurkasi, untuk mengetahui batasan nilai parameter yang membuat perubahan perilaku dinamik jumlah populasi.

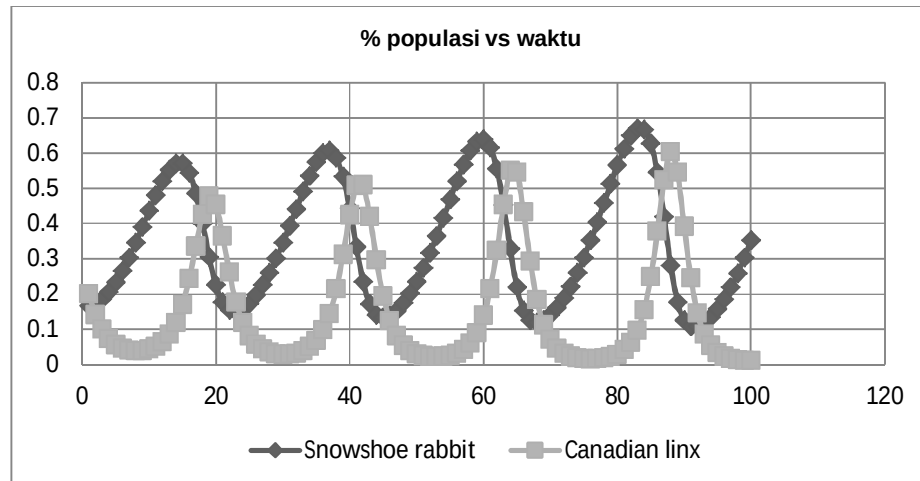
Selanjutnya untuk titik E_2 , pilih parameter $r = 0.25$, $c = 1.1$, $b = 0.95$ dan $d = 0.55$, sehingga syarat kestabilan $d < c < 1+d$ terpenuhi. Berikut diberikan grafik untuk titik E_2 .



(a) (b)
Gambar 6. (a) Kestabilan titik E_2 dan (b) potret fase E_2 (Sumber [3])

Pada Gbr. 6 (a), mula-mula populasi mangsa pemangsa berosilasi disekitar titik E_2 , kemudian konvergen menuju titik tetap E_2 . Potret fase, pada Gbr. 6(b), orbit trayektori bergerak menuju titik kritis E_2 yang menunjukkan titik kritis E_2 stabil.

Selanjutnya, dengan mengambil interval waktu 100, dan nilai parameter $r = 0.25$, $c = 1.8$, $b = 0.91$ dan $d = 0.6$, serta dengan mentransformasi data jumlah populasi dalam bentuk persentase grafik *time series* untuk model bagi Gbr. 1 dapat diplotkan sebagai berikut:



Gambar 7. Model grafik untuk data Snowshoe rabbit dan Canadian lynx

Pada Gbr. 7 terlihat bahwa pola fluktuasi grafik model hampir mengikuti data asli, dalam hal puncak jumlah populasi *Snowshoe rabbit* mendahului *Canadian lynx*. Tetapi masih banyak kelemahan model, misalnya jumlah puncak populasi dalam kurun waktu 100 hanya 4, padahal pada data asli ada 8. Demikian juga, kecenderungan populasi berfluktuasi naik kemudian tetap, padahal data asli cenderung berfluktuasi turun.

KESIMPULAN

Dari analisis nilai eigen dan grafik ditentukan kestabilan titik kritis dari model (1) dan (2) sehingga dapat diprediksi perilaku jangka panjang dari solusi model (1) dan (2). Berdasarkan perumusan model (1) dan (2), data hubungan jumlah mangsa dan pemangsa dapat dimodelkan dengan cukup baik dalam hal pola osilasi. Namun tidak begitu bagus dalam hal frekuensi osilasi dan kecenderungan penurunan osilasi data asli.

REFERENSI

- [1] Chasnov, J. R. 2009. *Mathematical Biology*, Lecture Notes for Math 4333, Hongkong University.
- [2] Wiggins S. 1990. *Introduction to Applied Nonlinear Dynamical System and Chaos*. New York: Springer-Verlag.
- [3] Reni, M. S. R., Selvam, A. G. M., Janagaraj, R. 2013. Stability in A Discrete Prey-Predator Model, *Int. Journal of Latest Research an Technology*, Vol. 2, page 482-485.
- [4] Agnihotri, K. B. 2012. The Dynamic of Disease Transmission in A Prey-Predator System with Harvesting of Prey, *Int. Journal of Advaced Research n Computer Engineering and Technology*, Vol.1.

NILAI TUNAI ASURANSI JIWA DWIGUNA DENGAN METODE NONFORFEITURE BENEFIT

ENDOWMENT LIFE INSURANCE CASH VALUE WITH NONFORFEITURE BENEFIT METHOD

Nurhasanah^{1*}, Endang Sri Kresnawati², Des Alwine Zayanti³

Universitas Sriwijaya, Palembang^{1*}
sanah_nurhasanah02@yahoo.co.id/08566989351
Universitas Sriwijaya, Palembang²
Universitas Sriwijaya, Palembang²

ABSTRACT

Endowment life insurance participants will get benefit if death within n -years or survive until the end of contract. If the insured cancel the insurance contract before expires, they will get resignation called cash value. One method that was used to calculate the cash value is the *Nonforfeiture Benefit*. This method was used to get the great cash value for insured out of member without diverting insurance contract to the another product. The calculation was carried out using age when they start contract with calculation probability are withdrawal and died. The result of cash value from the insured who terminate the contract in the first year is 0,3% from the actuarial present value of benefit insurance or 0,2% up to 0,3% from benefit insurance. The cash value in the second year is doubling of the cash value in the first year or about 0,5% from benefit insurance.

Keywords: Endowment Life Insurance, Nonforfeiture Benefit Method, Cash Value

ABSTRAK

Peserta asuransi jiwa dwiguna akan mendapatkan pertanggungan berupa santunan jika meninggal dalam masa kontrak n tahun atau bertahan hidup sampai akhir kontrak. Jika peserta asuransi membatalkan kontrak sebelum masanya berakhir maka akan mendapat manfaat pengunduran diri yang disebut nilai tunai. Salah satu metode perhitungan nilai tunai adalah *nonforfeiture benefit*. Metode ini menghitung nilai tunai peserta asuransi yang keluar dari kontrak tanpa mengalihkan ke kontrak lainnya. Perhitungan dilakukan berdasarkan data usia masuk kontrak dengan menghitung peluang mengundurkan diri dan meninggal. Hasilnya, nilai tunai peserta yang keluar kontrak di tahun pertama sebesar 0,3% dari nilai sekarang aktuarial atau 0,2%-0,3% dari santunan, sedangkan nilai tunai di tahun kedua sebesar 2 kali lipat nilai tunai tahun pertama atau 0,5% dari santunan.

Kata kunci : asuransi jiwa dwiguna, metode nonforfeiture benefit, nilai tunai

PENDAHULUAN

Asuransi merupakan perjanjian pemindahan sebagian risiko dari tertanggung (nasabah asuransi) kepada penanggung (perusahaan asuransi). Asuransi terbagi dua kelompok yaitu asuransi jiwa dan asuransi non jiwa. Salah satu produk asuransi jiwa adalah asuransi jiwa dwiguna. Asuransi ini memberikan dua pilihan pertanggungan, yaitu jika tertanggung meninggal dalam masa kontrak n tahun atau bertahan hidup setelah kontrak berakhir.

Peserta asuransi yang meninggal akan mendapatkan uang pertanggungan yang dinamakan santunan. Peserta asuransi membatalkan kontrak sebelum kontrak berakhir akan mendapatkan santunan pengunduran diri yang disebut nilai tunai. Nilai tunai merupakan jumlah jaminan yang diberikan oleh perusahaan asuransi atas kebijakan dari perusahaan itu sendiri. Salah satu metode untuk menghitung nilai tunai adalah metode *nonforfeiture benefit*. Metode ini digunakan untuk menghitung nilai tunai peserta asuransi yang keluar dari keanggotaan asuransi tanpa mengalihkan kontrak produk lainnya. Pemberian nilai tunai tidak wajib dalam industri asuransi dan murni kebijakan dari perusahaan asuransi saja.. Namun, hal ini merupakan bentuk penghargaan perusahaan asuransi terhadap kontribusi premi nasabah. Selain itu, nilai tunai menjadi daya tarik bagi nasabah perusahaan asuransi.

Model dasar perhitungan nilai tunai hanya menggunakan satu decrement kematian. Untuk hal terjadi pengunduran diri dalam kontrak, terdapat dua decrement kematian dan pengunduran diri. Model dasar nilai tunai tidak dapat digunakan. Karenanya perlu dibangun model nilai tunai dengan dua decrement sebagai alat perhitungannya, khususnya dalam metode *nonforfeiture benefit*.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan data dari [1] dalam [2] dengan variabel usia masuk program asuransi, jumlah awal peserta di setiap usia masuk, jumlah peserta yang meninggal dunia, dan jumlah peserta yang mengundurkan diri dalam periode 2003 sampai dengan 2006. Penyelesaian perhitungan nilai tunai dilakukan dengan tahapan berikut: menyusun tabel dua *decrement* mengundurkan diri dan meninggal, menghitung peluang kematian dan peluang pengunduran diri, menghitung peluang total, menurunkan rumus nilai sekarang aktuarial dan anuitas, penerapan model pada data nasabah asuransi tahun 2002 sampai 2006 dari sisa pembayaran asuransi jiwa dwiguna. Asumsi yang digunakan adalah nilai sekarang aktuarial dihitung di akhir tahun kematian dan premi yang disesuaikan di peroleh dari *fully discrete Premium*.

Tabel 1. Jumlah Awal Peserta Asuransi, Jumlah Peserta yang Meninggal, dan Jumlah Peserta yang Mengundurkan Diri Periode 2003-2006

Usia Masuk	Jumlah Awal (l_0)	Tahun							
		2003		2004		2005		2006	
		$d_x^{(1)}$	$d_x^{(2)}$	$d_x^{(1)}$	$d_x^{(2)}$	$d_x^{(1)}$	$d_x^{(2)}$	$d_x^{(1)}$	$d_x^{(2)}$
35	10	1	1	1	1	0	1	0	1
36	6	0	0	0	0	1	1	0	0
37	6	0	0	0	0	0	0	0	1
38	11	1	1	2	2	1	1	0	0
39	7	0	1	1	0	2	1	1	0
40	6	0	0	0	0	2	0	1	0
41	5	0	0	1	0	1	0	0	0
42	8	0	1	1	0	0	0	1	0
43	9	0	1	2	0	0	2	1	0
44	5	1	0	1	1	0	0	0	1
45	4	0	0	0	0	1	1	0	0
46	2	0	0	0	0	0	0	0	0
47	1	0	0	0	0	0	0	0	0
48	5	0	0	0	0	1	1	0	0
49	4	0	0	0	1	0	0	0	0
50	3	0	0	0	0	0	0	1	1

HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Tabel Dua Decrement

Tabel dua decrement adalah tabel yang memuat peluang mortality dan peluang pengunduran diri yang dihitung berdasarkan data di Tabel 1. Bentuk umum peluang peserta keluar dari kumpulan sebab mengundurkan diri, dan peluang peserta keluar dari kumpulan sebab meninggal dinyatakan dalam [3] sebagai berikut:

$$q_x^{(1)} = \frac{d_x^{(1)}}{l_x^{(T)}}$$

$$q_x^{(2)} = \frac{d_x^{(2)}}{l_x^{(T)}} \quad (1)$$

Misalkan peserta asuransi masuk program asuransi usia 35 tahun, maka peluang peserta keluar dari kumpulan sebab mengundurkan diri dan meninggal adalah:

$$q_{35}^{(1)} = \frac{d_{35}^{(1)}}{l_{35}^{(T)}} = \frac{1}{10}$$

$$q_{35}^{(2)} = \frac{d_{35}^{(2)}}{l_{35}^{(T)}} = \frac{1}{10}$$

Perhitungan peluang peserta asuransi keluar dari kumpulan usia masuk dihitung dengan cara yang sama menggunakan *Microsoft Excel* sampai usia 50 tahun. Hasil perhitungan disajikan pada Tabel 2.

Tabel 2 Tabel peluang dua *decrement*

Usia Masuk	Tahun							
	2003		2004		2005		2006	
	$q_x^{(1)}$	$q_x^{(2)}$	$q_x^{(1)}$	$q_x^{(2)}$	$q_x^{(1)}$	$q_x^{(2)}$	$q_x^{(1)}$	$q_x^{(2)}$
35	0,100	0,100	0,125	0,125	0,000	0,167	0,000	0,250
36	0,000	0,000	0,000	0,000	0,167	0,167	0,000	0,000
37	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,200
38	0,091	0,091	0,222	0,222	0,200	0,200	0,000	0,000
39	0,000	0,143	0,167	0,000	0,400	0,200	0,500	0,000
40	0,000	0,000	0,000	0,000	0,333	0,000	0,333	0,000
41	0,000	0,000	0,200	0,000	0,250	0,000	0,000	0,000
42	0,000	0,125	0,143	0,000	0,000	0,000	0,200	0,000
43	0,000	0,111	0,250	0,000	0,000	0,333	0,333	0,000
44	0,200	0,000	0,250	0,250	0,000	0,000	0,000	1,000
45	0,000	0,000	0,000	0,000	0,250	0,250	0,000	0,000
46	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,250
47	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
48	0,000	0,000	0,000	0,000	0,200	0,200	0,000	0,200
49	0,000	0,000	0,000	0,250	0,000	0,000	0,000	0,000
50	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,500	0,000

3.1 Menghitung Peluang Total

Peluang total peserta keluar dari kumpulan merupakan gabungan dari peluang pengunduran diri dan peluang meninggal. Persamaan yang menyatakan peluang total peserta keluar atau tetap bertahan dalam kumpulan yaitu persamaan (2) dan (3):

$$q_x^{(T)} = q_x^{(1)} + q_x^{(2)} \quad (2)$$

$$p_x^{(T)} = (1 - q_x^{(T)}) \quad (3)$$

Contoh: peserta asuransi masuk usia 35 tahun dengan kontrak asuransi selama 3 tahun, maka peluang total peserta asuransi keluar dari kumpulan dan tetap berada dalam kumpulan adalah:

Usia masuk 35 tahun

$$\begin{aligned} q_{35}^{(T)} &= q_{35}^{(1)} + q_{35}^{(2)} \\ &= 0,100 + 0,100 = 0,200 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p_{35}^{(T)} &= (1 - q_{35}^{(T)}) \\ &= (1 - 0,200) = 0,800 \end{aligned}$$

Tahun pertama kontrak (usia 36 tahun)

$$\begin{aligned} q_{36}^{(T)} &= q_{36}^{(1)} + q_{36}^{(2)} \\ &= 0,125 + 0,125 = 0,250 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p_{36}^{(T)} &= (1 - q_{36}^{(T)}) \\ &= (1 - 0,250) \\ &= 0,750 \end{aligned}$$

Table 3 berisikan hasil perhitungan peluang total dihitung dari usia 35 tahun sampai usia 50 tahun menggunakan *Microsoft Excel*.

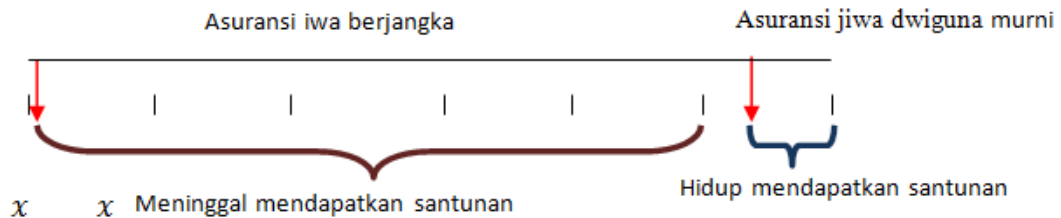
Tabel 3 Tabel peluang total dua *decrement* menurut usia masuk asuransi

Usia Masuk 35 Tahun			Usia Masuk 36 Tahun			Usia Masuk 37 Tahun		
x	$q_x^{(T)}$	$p_x^{(T)}$	x	$q_x^{(T)}$	$p_x^{(T)}$	x	$q_x^{(T)}$	$p_x^{(T)}$
35	0,200	0,800	36	0,000	1,000	37	0,000	1,000
36	0,250	0,750	37	0,000	1,000	38	0,000	1,000
37	0,167	0,833	38	0,333	0,667	39	0,000	1,000
38	0,200	0,800	39	0,000	1,000	40	0,167	0,833
Usia Masuk 38 Tahun			Usia Masuk 39 Tahun			Usia Masuk 40 Tahun		
x	$q_x^{(T)}$	$p_x^{(T)}$	x	$q_x^{(T)}$	$p_x^{(T)}$	x	$q_x^{(T)}$	$p_x^{(T)}$
38	0,182	0,818	39	0,143	0,857	40	0,000	1,000
39	0,444	0,556	40	0,167	0,833	41	0,000	1,000
40	0,400	0,600	41	0,600	0,400	42	0,333	0,667
41	0,000	1,000	42	0,500	0,500	43	0,250	0,750
Usia Masuk 41 Tahun			Usia Masuk 42 Tahun			Usia Masuk 43 Tahun		
x	$q_x^{(T)}$	$p_x^{(T)}$	x	$q_x^{(T)}$	$p_x^{(T)}$	x	$q_x^{(T)}$	$p_x^{(T)}$
41	0,000	1,000	42	0,125	0,875	43	0,111	0,889
42	0,200	0,800	43	0,143	0,857	44	0,250	0,750
43	0,250	0,750	44	0,000	1,000	45	0,333	0,667
44	0,000	1,000	45	0,167	0,833	46	0,250	0,750
Usia Masuk 44 Tahun			Usia Masuk 45 Tahun			Usia Masuk 46 Tahun		
x	$q_x^{(T)}$	$p_x^{(T)}$	x	$q_x^{(T)}$	$p_x^{(T)}$	x	$q_x^{(T)}$	$p_x^{(T)}$
44	0,200	0,800	45	0,000	1,000	46	0,000	0,000
45	0,500	0,500	46	0,000	1,000	47	0,000	0,000
46	0,000	1,000	47	0,500	0,500	48	0,000	0,000
47	0,500	0,500	48	0,000	1,000	49	0,000	0,000
Usia Masuk 47 Tahun			Usia Masuk 48 Tahun			Usia Masuk 49 Tahun		
x	$q_x^{(T)}$	$p_x^{(T)}$	x	$q_x^{(T)}$	$p_x^{(T)}$	x	$q_x^{(T)}$	$p_x^{(T)}$
47	0,000	1,000	48	0,000	1,000	49	0,000	1,000
48	0,000	1,000	49	0,000	1,000	50	0,250	0,750
49	0,000	1,000	50	0,400	0,600	51	0,000	1,000
50	0,000	1,000	51	0,000	1,000	52	0,000	1,000
Usia Masuk 50 Tahun								
x	$q_x^{(T)}$	$p_x^{(T)}$						
50	0,000	1,000						
51	0,000	1,000						
52	0,000	1,000						
53	0,667	0,333						

Hasil yang diperoleh menunjukkan peluang total keluar atau tetap menjadi anggota asuransi jiwa dwiguna berdasarkan usia masuk 35 sampai 50 tahun. Peluang total pada Tabel 3 ada yang bernilai nol. Nilai peluang sama dengan nol dikarenakan peserta tidak ada yang keluar dari kumpulan dan dapat diartikan bahwa peserta tetap berada dalam kumpulan sehingga peluang total peserta tetap berada dalam kumpulan bernilai satu.

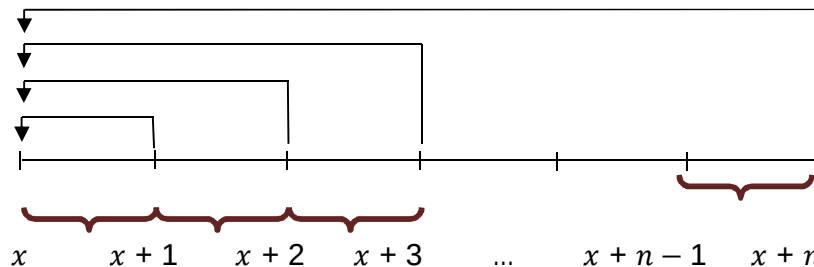
3.3 Rumus Umum Asuransi Jiwa Dwiguna

Peserta asuransi asuransi jiwa dwiguna n tahun mendapatkan santunan sesuai yang dijanjikan dalam polis jika meninggal dalam jangka waktu n tahun atau bertahan hidup setelah n tahun seperti yang dinyatakan dalam [1]. Ilustrasi dilihat pada Gambar 1.



Gambar 1. Santunan untuk Asuransi Jiwa Dwiguna

Nilai sekarang aktuarial dari asuransi jiwa dwiguna dengan kontrak n tahun adalah besarnya nilai di masa n tahun yang akan datang dihitung pada waktu sekarang. Perhitungan nilai sekarang aktuarial untuk asuransi jiwa dwiguna dengan kontrak n tahun seseorang peserta yang berusia x tahun dapat dilihat pada Gambar 2.



Gambar 2. Nilai Sekarang Aktuarial untuk Asuransi Jiwa Dwiguna

Persamaan untuk menghitung besarnya nilai sekarang aktuarial untuk asuransi jiwa dwiguna dengan santunan sebesar b_k seperti yang dinyatakan dalam [3].

$$A_{x:\overline{n}|} = A_{x:\overline{n}|}^1 + A_{x:\overline{n}|}^{\frac{1}{n}} \\ = b_k \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1} {}_k p_x^{(T)} q_{x+k}^{(T)} + b_k v^n {}_n p_x^{(T)} \quad (4)$$

Asumsi untuk menghitung besar premi disesuaikan untuk kontrak asuransi n tahun ditulis sebagai berikut

$$P_{x:\overline{n}|} = \frac{A_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}} = \frac{b_k \left(\sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1} {}_k p_x^{(T)} q_{x+k}^{(T)} + v^n {}_n p_x^{(T)} \right)}{\sum_{k=0}^{n-1} v^k {}_k p_x^{(T)}} \quad (5)$$

3.4 Rumus Umum Anuitas Sisa Pembayaran

Jika peserta asuransi membatalkan kontrak sebelum masa kontrak berakhir maka dari waktu pembatalan kontrak sampai akhir kontrak terdapat pembayaran yang belum dibayarkan peserta asuransi. Hal ini akan dihitung sebagai anuitas sisa pembayaran. Anuitas yang digunakan dalam penelitian ini adalah anuitas *due* di mana anuitas dihitung

pada titik awal waktu pembatalan kontrak sampai sebelum kontrak berakhir. Merunut pada [4], besar anuitas sisa pembayaran adalah perkalian faktor diskonto dengan peluang peserta tetap berada dalam kumpulan. Anuitas sisa pembayaran dari kontrak asuransi selama n tahun dan peserta asuransi yang membatalkan kontrak di tahun pertama kontrak diilustrasikan pada Gambar 3.

$$x \quad x + 1 \quad x + 2 \quad \dots \quad x + n - 1 \quad x + n$$

Gambar 3 Anuitas Sisa Pembayaran Peserta Asuransi Usia x yang Membatalkan Kontrak di Tahun Pertama

Anuitas sisa pembayaran peserta yang membatalkan kontrak di tahun pertama kontrak yaitu penjumlahan dari sisa pembayaran pada usia $x + 1$, $x + 2$ sampai usia $x + n - 1$ ditulis sebagai berikut

$$\ddot{a}_{x+1:\overline{n-1}|} = v^0 {}_0p_{x+1}^{(T)} + v^1 {}_1p_{x+1}^{(T)} + \dots + v^{n-1} {}_{n-1}p_{x+1}^{(T)} \quad (6)$$

Anuitas sisa pembayaran tahun-tahun selanjutnya menggunakan cara yang sama ketika peserta membatalkan kontrak tahun pertama hanya saja tahun pembayarannya disesuaikan dengan waktu titik pembatalan dilakukan. Anuitas sisa pembayaran peserta asuransi usia x tahun dengan kontrak asuransi n tahun yang membatalkan kontrak pada salah satu titik di usia x sampai $x + n - 1$ secara umum dapat dirumuskan berikut:

Misalkan : j = tahun pembatalan kontrak ke j

a = titik dilakukan perhitungan anuitas sisa pembayaran

$$\begin{aligned} \ddot{a}_{x+j:\overline{n-j}|} &= v^0 {}_1p_{x+j}^{(T)} + \dots + v^{n-1} {}_{n-1}p_{x+j}^{(T)} \\ \ddot{a}_{x+j:\overline{n-j}|} &= \sum_{a=0}^{n-1-j} v^a {}_ap_{x+j}^{(T)} \end{aligned} \quad (7)$$

Rumus umum nilai tunai asuransi jiwa dwiguna

$$\begin{aligned} {}_jCV &= A_{x:\overline{n}|}^1 - \left\{ P \left(A_{x:\overline{n}|}^1 \right) \cdot \ddot{a}_{x+j:\overline{n-j}|} \right\} \\ &= b_k \left(\sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1} {}_kp_x^{(T)} q_{x+k}^{(T)} + v^n {}_np_x^{(T)} \right) - \left\{ \frac{\sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1} {}_kp_x^{(T)} q_{x+k}^{(T)}}{\sum_{k=0}^{n-1} v^k {}_kp_x^{(T)}} \cdot \sum_{a=0}^{n-1-j} v^a {}_ap_{x+j}^{(T)} \right\} \end{aligned} \quad (8)$$

3.5 Contoh Kasus

Peserta asuransi membeli produk asuransi jiwa dwiguna berjangka 3 tahun dengan tingkat bunga sebesar 7%. Berapakah besar nilai tunai yang akan diterima pemegang polis jika usia masuk menjadi anggota usia 35 sampai 50 tahun yang membatalkan kontrak sebelum peserta berusia tepat 50 tahun dengan santunan sebesar Rp.10.000.000?

Penyelesaian:

Untuk usia masuk 35 tahun

Nilai tunai peserta yang membatalkan kontrak tahun pertama

$$\begin{aligned}
 {}_1CV &= A_{35:\overline{3}|} - \left\{ \frac{A_{35:\overline{3}|}}{\ddot{a}_{35:\overline{3}|}} \cdot \ddot{a}_{36:\overline{2}|} \right\} \\
 &= b_k \left(\sum_{k=0}^2 v^{k+1} {}_k p_{35}^{(T)} q_{35+k}^{(T)} + v^3 \cdot {}_3 p_{35}^{(T)} \right) \\
 &\quad - \left\{ \frac{b_k \left(\sum_{k=0}^2 v^{k+1} {}_k p_{35}^{(T)} q_{35+k}^{(T)} + v^3 \cdot {}_3 p_{35}^{(T)} \right)}{\sum_{k=0}^2 v^k {}_k p_{35}^{(T)}} \cdot \sum_{a=0}^1 v^a {}_a p_{35+1}^{(T)} \right\}
 \end{aligned}$$

Nilai tunai peserta yang membatalkan kontrak tahun kedua

$$\begin{aligned}
 {}_2CV &= A_{35:\overline{3}|} - \left\{ \frac{A_{35:\overline{3}|}}{\ddot{a}_{35:\overline{3}|}} \cdot \ddot{a}_{37:\overline{1}|} \right\} \\
 &= b_k \left(\sum_{k=0}^2 v^{k+1} {}_k p_{35}^{(T)} q_{35+k}^{(T)} + v^3 \cdot {}_3 p_{35}^{(T)} \right) - \left(\frac{b_k \left(\sum_{k=0}^2 v^{k+1} {}_k p_{35}^{(T)} q_{35+k}^{(T)} + v^3 \cdot {}_3 p_{35}^{(T)} \right)}{\sum_{k=0}^2 v^k {}_k p_{35}^{(T)}} \right)
 \end{aligned}$$

Langkah-langkah untuk menyelesaikan kasus di atas sebagai berikut:

1. Menghitung nilai sekarang aktuarial untuk asuransi jiwa dwiguna peserta berusia 35 tahun dengan kontrak asuransi 3 tahun dan santunan sebesar Rp.10.000.000:

$$A_{35:\overline{3}|} = A_{35:\overline{3}|}^1 + A_{35:\overline{1}|}^{\frac{1}{3}}$$

Asuransi jiwa berjangka 3 tahun dengan usia masuk 35 tahun

$$A_{35:\overline{3}|}^1 = v^1 {}_0 p_{35}^{(T)} q_{35}^{(T)} + v^2 {}_1 p_{35}^{(T)} q_{36}^{(T)} + v^3 {}_2 p_{35}^{(T)} q_{37}^{(T)}$$

$$\begin{aligned}
 &= \left\{ \left(\frac{1}{1+0,07} \right)^1 \cdot 1,00.0,200 \right\} + \left\{ \left(\frac{1}{1+0,07} \right)^2 \cdot 0,800.0,250 \right\} + \left\{ \left(\frac{1}{1+0,07} \right)^3 \cdot 0,600.0,167 \right\} \\
 &= 0,443
 \end{aligned}$$

Asuransi jiwa dwiguna murni kontrak asuransi 3 tahun dengan usia masuk 35 tahun

$$\begin{aligned}
 A_{35:\overline{1}|}^{\frac{1}{3}} &= v^3 {}_3 p_{35}^{(T)} \\
 &= \left(\frac{1}{1+0,07} \right)^1 \cdot 0,519 \\
 &= 0,408
 \end{aligned}$$

Nilai sekarang aktuarial untuk asuransi jiwa dwiguna dengan santunan sebesar Rp.10.000.000,-

$$b_k A_{35:\overline{3}|} = 10000000 \cdot (0,443 + 0,408) = 8513824$$

Jadi, diperoleh besarnya nilai sekarang aktuarial untuk asuransi jiwa dwiguna sebesar Rp. 8.513.824,-.

2. Menghitung besarnya premi disesuaikan usia masuk 35 tahun

$$P^a \left(A_{35:\overline{3}|} \right) = \frac{A_{35:\overline{3}|}}{\ddot{a}_{35:\overline{3}|}}$$

$$\ddot{a}_{35:\overline{3}|} = v^0 {}_0p_{35}^{(T)} + v^1 {}_1p_{35}^{(T)} + v^2 {}_2p_{35}^{(T)}$$

$$= \left\{ \left(\frac{1}{1+0,07} \right)^0 \cdot 1,000 \right\} + \left\{ \left(\frac{1}{1+0,07} \right)^1 \cdot 0,800 \right\} + \left\{ \left(\frac{1}{1+0,07} \right)^2 \cdot 0,600 \right\} = 2,272$$

Sehingga diperoleh

$$P^a \left(A_{35:\overline{3}|} \right) = 3747732$$

Jadi, diperoleh besarnya premi disesuaikan dari asumsi *fully diskrit premium* peserta asuransi masuk usia 35 tahun adalah Rp. 3.747.732,-.

3. Menghitung anuitas sisa pembayaran ketika pembatalan kontrak:

- a. Menghitung anuitas sisa pembayaran peserta yang membatalkan kontrak tahun pertama

$$\ddot{a}_{36:\overline{2}|} = v^0 {}_0p_{36}^{(T)} + v^1 {}_1p_{36}^{(T)}$$

$$= \left\{ \left(\frac{1}{1+0,07} \right)^0 \cdot 1,000 \right\} + \left\{ \left(\frac{1}{1+0,07} \right)^1 \cdot 0,750 \right\} = 1,701$$

- b. Menghitung anuitas sisa pembayaran peserta yang membatalkan kontrak tahun kedua kontrak

$$\ddot{a}_{37:\overline{1}|} = v^0 {}_0p_{37}^{(T)} = 1,000(1,000) = 1,000$$

4. Menghitung nilai tunai asuransi jiwa dwiguna

- a. Nilai tunai tertanggung peserta membatalkan kontrak tahun pertama

$${}_1CV = A_{35:\overline{3}|} - \left\{ P \left(A_{35:\overline{3}|} \right) \cdot \ddot{a}_{36:\overline{2}|} \right\} = 2139176$$

- b. Nilai tunai tertanggung peserta membatalkan kontrak tahun kedua

$${}_2CV = A_{35:\overline{3}|} - \left\{ P \left(A_{35:\overline{3}|} \right) \cdot \ddot{a}_{37:\overline{1}|} \right\} = 4766091$$

Nilai tunai usia masuk 36 sampai 50 dihitung dengan cara yang sama menggunakan Microsoft Excel dan hasil perhitungan nilai tunai yang disajikan pada Tabel 4.

Tabel 4 Nilai tunai peserta asuransi usia masuk 35 sampai 50 tahun

x	${}_jCV$	
	$j = 1$ (Rupiah)	$j = 2$ (Rupiah)
35	2139176	4766091
36	2539108	5255954
37	2539108	5255954
38	2551759	4613981
39	2241827	4943996
40	2539108	5255954
41	2783887	5133994
42	2277115	4992523
43	2485185	4931420
44	2591055	4513682
45	2539108	5255954
46	2539108	5255954
47	2539108	5255954
48	2539108	5255954
49	2850411	5098523
50	2539108	5255954

KESIMPULAN

1. Perhitungan nilai tunai asuransi jiwa dwiguna dengan dua penyebab, kematian dan pengunduran diri, dilakukan melalui pengembangan model nilai tunai dengan penyebab tunggal sebagai berikut:

$${}_jCV = b_k \left(\sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1} {}_k p_x^{(T)} q_{x+k}^{(T)} + v^n {}_n p_x^{(T)} \right) - \left\{ \frac{\sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1} {}_k p_x^{(T)} q_{x+k}^{(T)}}{\sum_{k=0}^{n-1} v^k {}_k p_x^{(T)}} \cdot \sum_{a=0}^{n-1-j} v^a {}_a p_{x+j}^{(T)} \right\}$$

2. Berdasarkan hasil perhitungan diperoleh besarnya nilai tunai peserta ketika keluar program di tahun pertama rata-rata 25% dari manfaat kematian dan rata-rata 50% dari manfaat kematian jika peserta keluar di tahun kedua. Selain itu, nilai tunai di tahun kedua meningkat dua kali lipat nilai tunai yang diperoleh di tahun pertama.

PUSTAKA

- [1] Newton LB, Hans UG, James CH, Donald AJ, Cecil JN. 1997. *Actuarial Mathematics*. United States of America: The Society of Actuaries.
- [2] Nurhasanah. 2014. *Perhitungan Nilai Tunai Asuransi Jiwa Dwiguna Menggunakan Metode Nonforfeiture Benefit*. Palembang: Universitas Sriwijaya.
- [3] Sri RR. 2007. *Perhitungan Benefit dengan Penebusan pada Asuransi Jiwa Dwiguna*. Palembang: Universitas Sriwijaya.
- [4] Stepen GK. 1991. *The Theory of Interest*. 2nd ed. Illinois: Richard D. Irwin, Inc.

PENENTUAN LOKASI GUDANG DAN RUTE PENDISTRIBUSIAN MENGUNAKAN *INTEGER PROGRAMMING*

DETERMINATION OF THE WAREHOUSE LOCATION AND DISTRIBUTION ROUTE USING *INTEGER PROGRAMMING*

Ermi Rodita Hayati, Farida Hanum, Toni Bakhtiar

Departemen Matematika Institut Pertanian Bogor

Email: ermiroditahayati@ymail.com

ABSTRACT

Distributing is one of important activities in a company. The efficiency of distribution costs can increase company profits. In this context the problems faced by the company are to reduce distribution costs including the determination of the warehouse location and the distribution route. In this paper, two mathematical models are studied. Those are the model for determining the warehouse location and the distribution route. Models are formulated in term of integer programming. In implementation, we consider a logistic company which has 1 distribution center, 2 warehouses, 3 suppliers, 40 customers, and 24 trucks with different capacities. The company plans to establish at most 3 new warehouses. It is demonstrated that, by using the models, two new locations of warehouse are recommended and an optimal distribution route is provided.

Keywords: distribution, distribution routing, warehouse location.

ABSTRAK

Pendistribusian produk merupakan salah satu kegiatan yang penting dalam sebuah perusahaan. Pengefisienan biaya pendistribusian dapat meningkatkan keuntungan perusahaan. Permasalahan yang dihadapi perusahaan untuk mengefisienkan biaya pendistribusian di antaranya ialah masalah penentuan lokasi gudang dan masalah penentuan rute pendistribusian produk. Dalam tulisan ini dibahas dua model matematika, yaitu model untuk menentukan lokasi gudang dan model untuk menentukan rute pendistribusian yang optimal. Kedua model tersebut diformulasikan dalam bentuk *integer programming*. Dalam implementasinya, kita mempertimbangkan sebuah perusahaan logistik dengan 1 pusat distribusi, 2 gudang, 3 pemasok, 40 pelanggan, dan 24 kendaraan dengan kapasitas yang berbeda. Perusahaan merencanakan mendirikan paling banyak 3 gudang baru. Hal tersebut ditunjukkan pada model, 2 lokasi baru untuk gudang yang dianjurkan dan disediakan untuk mengoptimalkan rute pendistribusian.

Kata kunci: distribusi, lokasi gudang, rute pendistribusian.

PENDAHULUAN

Pendistribusian produk yang efisien merupakan salah satu kegiatan produksi yang dapat meningkatkan keuntungan perusahaan. Permasalahan yang dihadapi perusahaan untuk mengefisienkan biaya pendistribusian di antaranya ialah menentukan lokasi gudang pusat, menentukan lokasi gudang penyimpanan di setiap daerah sehingga dapat mengoptimalkan jarak tempuh ke pelanggan, menentukan rute pendistribusian, dan lain sebagainya. Lokasi gudang pusat dan gudang wilayah akan sangat memengaruhi jarak atau rute yang akan dilalui untuk mendistribusikan produk ke pelanggan. Kapasitas gudang juga perlu ditentukan. Permasalahan jaringan logistik yang dihadapi ini bertujuan

menentukan lokasi gudang yang akan digunakan dan rute yang akan ditempuh agar diperoleh biaya yang minimal.

TINJAUAN PUSTAKA

Salah satu masalah dalam jaringan logistik ialah menentukan pendistribusian yang meminimumkan biaya dengan cara menentukan lokasi gudang agar rute yang ditempuh dari gudang ke pelanggan berjarak minimum. Dalam [1] masalah logistik diformulasikan ke dalam *integer programming* dan diselesaikan dengan metode *branch and bound* dan dekomposisi Benders. Pada masalah sistem distribusi, penentuan lokasi depot dan rute kendaraan dapat diselesaikan dengan kombinasi relaksasi Lagrange dan metode heuristik *Tabu Search* [2]. Dalam [3], meminimuman total biaya pendistribusian diselesaikan menggunakan model yang terintegrasi untuk menentukan lokasi gudang, jarak pengecer dari gudang, menentukan banyak kendaraan yang digunakan untuk mengirimkan permintaan, serta menentukan rute kendaraan yang dimodelkan dalam *mixed integer linear programming*. Model tersebut diselesaikan dengan metode relaksasi Lagrange. Masalah lokasi dan rute juga dapat diselesaikan dengan pendekatan *neural network* [4], serta algoritme *particle swarm optimization* dengan *path relinking* [5].

Dalam tulisan ini akan dibahas dua model matematika masalah jaringan logistik menggunakan *integer programming*. Model matematika yang pertama, yaitu model untuk menentukan lokasi gudang, dimodifikasi dari [6] sedangkan model kedua, yaitu model untuk menentukan rute distribusi, dimodifikasi dari model *Vehicle Routing Problem* (VRP) dalam [7]. Kedua model tersebut kemudian diimplementasikan dan diselesaikan menggunakan *software* LINGO 11.0.

PEMODELAN

2.1 Deskripsi Masalah

Misalkan terdapat sejumlah pemasok yang biasa bekerjasama dengan perusahaan logistik yang memiliki sejumlah kendaraan, 1 pusat distribusi, sejumlah gudang wilayah dan sejumlah pelanggan. Selain menggunakan gudang wilayah yang dimiliki, perusahaan juga akan membangun gudang wilayah baru dengan tujuan meminimumkan jarak pendistribusian produk ke pelanggan.

Kegiatan pendistribusian pada perusahaan logistik ini dimulai dari pengiriman barang oleh pemasok ke pusat distribusi, kemudian barang dikirim ke gudang wilayah dan terakhir dikirim ke setiap pelanggan sesuai dengan permintaan. Perusahaan logistik ini menginginkan biaya pendistribusian seminimum mungkin. Pemilihan lokasi gudang diharapkan dapat memperpendek rute yang akan dilalui dari gudang ke pelanggan.

Beberapa asumsi yang digunakan adalah sebagai berikut:

- 1 Permintaan pelanggan sudah diketahui dan dapat dipenuhi.
- 2 Jarak antara pemasok, pusat distribusi, gudang wilayah, dan pelanggan diketahui.
- 3 Jarak antarpelanggan simetrik,
- 4 Jenis produk yang didistribusikan perusahaan adalah homogen.

2.2 Masalah Penentuan Lokasi Gudang Wilayah

2.2.1 Himpunan

$I = \{1, \dots, m\}$: himpunan pemasok, $J = \{1, \dots, n\}$: himpunan lokasi gudang wilayah,

$K = \{1, \dots, r\}$: himpunan pelanggan, $L = \{1, \dots, p\}$: himpunan jenis gudang wilayah

2.2.2 Indeks

i indeks untuk menyatakan pemasok, j indeks untuk lokasi gudang wilayah, k indeks untuk pelanggan, dan l indeks untuk menyatakan jenis gudang wilayah.

2.2.3 Parameter

D_k : permintaan produk per bulan dari pelanggan $k \in K$,
 S_i : pasokan per bulan dari pemasok $i \in I$,
 C_i : jarak tempuh dari pemasok $i \in I$ ke pusat distribusi,
 M_j : jarak tempuh dari pusat distribusi ke gudang wilayah $j \in J$,
 G_{jk} : jarak tempuh dari gudang wilayah $j \in J$ ke pelanggan $k \in K$,
 F_{lj} : biaya tetap pengoperasian jenis gudang wilayah $l \in L$ di lokasi $j \in J$,
 CAP_{lj} : kapasitas jenis gudang wilayah $l \in L$ di lokasi $j \in J$,
 B : biaya pengangkutan 1 unit produk per kilometer.

2.2.4 Variabel keputusan

X_i : banyaknya produk yang dikirim dari pemasok $i \in I$ ke pusat distribusi,
 Y_j : banyaknya produk yang dikirim dari pusat distribusi ke gudang wilayah $j \in J$,
 $Z_{lj} = \begin{cases} 1, & \text{jika gudang wilayah dengan jenis } l \in L \text{ dibangun di lokasi } j \in J, \\ 0, & \text{selainnya,} \end{cases}$
 T_{jk} : banyaknya produk yang dikirim dari gudang $j \in J$ ke pelanggan $k \in K$.

2.2.5 Fungsi objektif

Fungsi objektif dari model jaringan logistik ini ialah meminimumkan biaya yang dikeluarkan perusahaan yang terdiri atas biaya transportasi dari pemasok sampai pada pelanggan dan biaya tetap untuk pengoperasian gudang, yaitu:

$$\min FO_1 : B \left(\sum_{i=1}^m C_i X_i + \sum_{j=1}^n M_j Y_j + \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^r G_{jk} T_{jk} \right) + \sum_{l=1}^p \sum_{j=1}^n Z_{lj} F_{lj},$$

dengan B merupakan biaya transportasi 1 unit produk per km. Biaya ini dapat ditentukan sebagai rasio biaya transportasi kendaraan per km dengan kapasitas beban kendaraan.

2.2.6 Kendala

1. Banyaknya produk yang dikirim ke pusat distribusi tidak melebihi banyaknya produk dari pemasok: $X_i \leq S_i, \quad \forall i.$
2. Banyaknya produk yang dikirim dari pemasok ke pusat distribusi sama dengan yang dikirim dari pusat distribusi ke gudang wilayah: $\sum_{i=1}^m X_i = \sum_{j=1}^n Y_j.$
3. Banyaknya produk yang dikirim dari pusat distribusi ke gudang wilayah tidak kurang dari banyaknya produk yang akan dikirim ke pelanggan: $Y_j \geq \sum_{k=1}^r T_{jk}, \quad \forall j.$
4. Banyaknya produk dikirim ke pelanggan lebih besar atau sama dengan permintaan pelanggan per bulan: $\sum_{j=1}^n T_{jk} \geq D_k, \quad \forall k.$
5. Jenis gudang wilayah yang dapat dibangun pada setiap lokasi maksimal satu jenis gudang wilayah: $\sum_{l=1}^p Z_{lj} \leq 1, \quad \forall j.$

6. Banyaknya produk yang dikirim dari pusat distribusi ke gudang wilayah tidak akan melebihi kapasitas gudang wilayah yang dipilih: $Y_j \leq \sum_{l=1}^p CAP_{lj} Z_{lj}$, $\forall j$.

7. Batasan untuk variabel: $Y_j \geq 0$, $\forall j$, $X_i \geq 0$, $\forall i$, $T_{jk} \geq 0$, $\forall j, k$, $Z_{lj} \in \{0,1\}$, $\forall l, j$.

Setelah lokasi gudang ditentukan selanjutnya akan ditentukan banyaknya kendaraan yang akan digunakan dan rute pendistribusiannya dalam formulasi masalah 2. Banyaknya kendaraan yang akan digunakan ditentukan dengan cara membagi total permintaan dengan rata-rata kapasitas kendaraan.

2.3 Masalah Penentuan Rute Pendistribusian

2.3.1 Himpunan:

$H = \{1, \dots, a\}$: himpunan kendaraan; $K^* = \{2, \dots, r\}$: himpunan pelanggan; $N = \{1\} \cup K^*$: himpunan gudang wilayah dan pelanggan, dengan angka 1 menyatakan gudang wilayah.

2.3.2 Indeks

h : indeks untuk kendaraan; p, q, o : indeks untuk pelanggan dan gudang wilayah.

2.3.3 Parameter

$COST_{pq}$: biaya perjalanan dari pelanggan p ke pelanggan q ,

d_p : permintaan dari pelanggan $p \in K^*$,

U_{pq} : jarak antara pelanggan p dan pelanggan q ,

V_h : kapasitas kendaraan $h \in H$,

VM_{ph} : muatan kendaraan ke- h sebelum mengunjungi pelanggan p ,

W_h : biaya penggunaan kendaraan $h \in H$.

2.3.4 Variabel keputusan

$A_h = \begin{cases} 1, & \text{jika kendaraan } h \text{ digunakan} \\ 0, & \text{selainnya,} \end{cases}$

$E_{pqh} = \begin{cases} 1, & \text{jika pelanggan } p \text{ dilayani setelah pelanggan } q \text{ oleh kendaraan } h \\ 0, & \text{selainnya.} \end{cases}$

2.3.5 Fungsi objektif

Fungsi objektif masalah ini ialah meminimumkan total biaya pendistribusian yang terdiri atas biaya tetap dan biaya perjalanan yang harus dikeluarkan oleh perusahaan logistik untuk mendapatkan rute optimal. Biaya perjalanan $COST_{pq}$ diperoleh dengan cara mengalikan biaya transportasi dengan jarak antarpelanggan.

$$\min FO_2 : \sum_{h \in H} W_h A_h + \sum_{p \in N} \sum_{q \in N} \sum_{h \in H} COST_{pq} E_{pqh}.$$

2.3.6 Kendala

1. Tidak ada pelanggan yang dilayani oleh kendaraan yang tidak dijalankan:

$$E_{pqh} \leq A_h, \quad \forall p, q; p \neq q; \forall h.$$

2. Rute kendaraan berawal dari gudang wilayah: $\sum_{p=2}^r E_{p1h} = 1, \forall h$.

3. Setiap pelanggan dilayani tepat satu kali oleh satu kendaraan:

$$\sum_{h \in H} \sum_{\substack{p \in N \\ p \neq q}} E_{pqh} = 1, \quad \forall p, \quad \sum_{h \in H} \sum_{\substack{q \in N \\ p \neq q}} E_{pqh} = 1, \quad \forall q.$$

4. Rute harus kontinu: $\sum_{\substack{p \in N \\ p \neq q}} E_{poh} - \sum_{\substack{q \in N \\ p \neq q}} E_{oqh} = 0, \quad \forall o, h$.

5. Total permintaan semua pelanggan tidak melebihi kapasitas kendaraan yang digunakan: $\sum_{p \in N} \sum_{\substack{q \in N \\ p \neq q}} d_p E_{pqh} \leq V_h, \forall h.$

6. Setiap rute kendaraan berakhir di gudang wilayah: $\sum_{q=2}^r E_{1qh} = 1, \forall h.$

7. Muatan kendaraan antara dua pelanggan q dan p harus memenuhi kendala berikut:

$$VM_{ph} - VM_{qh} + V_h E_{pqh} \leq V_h - d_q, \quad \forall p, q; p \neq q; p > 1; q > 1, \forall h.$$

$$d_p \leq VM_{ph} \leq V_h, \quad \forall p, \forall h$$

8. Batasan variabel keputusan: $E_{pqh} \in \{0,1\}, \forall p, q, h, \quad A_h \in \{0,1\}, \forall h.$

HASIL DAN PEMBAHASAN

Misalkan Perusahaan Logistik MATH memiliki 24 kendaraan, 3 pemasok, 1 pusat distribusi, 2 gudang wilayah berkapasitas besar, yaitu G1 dan G2, dan 40 pelanggan (T1, T2, ..., T40). Terdapat sebanyak-banyaknya 3 lokasi baru (G3, G4, G5) yang menjadi pertimbangan perusahaan untuk dibangun gudang wilayah. Selain itu kapasitas gudang-wilayah-baru juga akan ditentukan, yaitu kapasitas besar, sedang, ataukah kecil. Alur pendistribusian pada perusahaan logistik ini dimulai dari pemasok mengirim barang ke pusat distribusi kemudian ke gudang wilayah dan terakhir dikirim ke setiap pelanggan.

Data yang digunakan dalam masalah penentuan lokasi gudang wilayah dan masalah penentuan rute pendistribusian pada tulisan ini merupakan data hipotetik. Data jarak dari pemasok ke pusat distribusi dan kapasitas pasokan per bulan ialah sebagai berikut: Pemasok S1 dengan kapasitas 23560 unit berjarak 116 km dari pusat distribusi, Pemasok S2 dapat memasok 13428 unit berjarak 52 km dari pusat distribusi, dan Pemasok S3 berkapasitas 8214 unit dan berjarak 153 km dari pusat distribusi. Gudang G1 dan G2 berturut-turut berjarak 5 km dan 50 km dari pusat distribusi dan merupakan gudang berkapasitas besar dan milik sendiri. Lokasi calon gudang yang akan dibangun (G3, G4, dan G5) berturut-turut berjarak 16, 43, dan 67 km dari pusat distribusi. Gudang jenis besar berkapasitas 11500 unit, gudang jenis sedang berkapasitas 7500 unit, dan gudang jenis kecil berkapasitas 3000 unit. Data dari biaya operasional gudang wilayah yang per bulan disediakan pada Tabel 1. Data jarak dari gudang ke pelanggan dan permintaan pelanggan per bulan dapat dilihat pada Tabel 2.

Tabel 1 Biaya operasional gudang wilayah per bulan

Gudang	Biaya operasional gudang wilayah berdasarkan kapasitas gudang (Rp/ bulan)		
	Besar	Sedang	Kecil
G1	500 000	-	-
G2	500 000	-	-
G3	1 800 000	1 500 000	1 200 000
G4	1 700 000	1 300 000	1 100 000
G5	2 000 000	1 700 000	1 300 000

Tabel 2 Jarak dari gudang wilayah ke pelanggan dan permintaan pelanggan per bulan

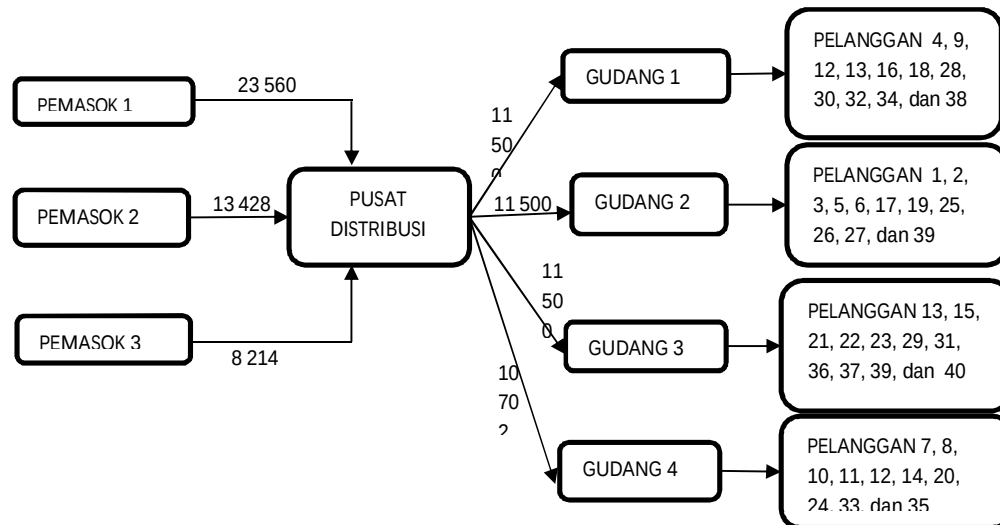
Pelanggan	Jarak dari gudang wilayah (km)					Permintaan (unit)
	G1	G2	G3	G4	G5	
T1	246	183	239	274	203	836
T2	155	79	153	183	84	634
T3	150	95	147	165	107	1 016
T4	37	29	40	70	14	1 726
T5	160	84	158	188	89	1 190
T6	141	77	109	168	73	905
T7	17	69	22	7	55	1 705
T8	95	164	60	70	94	929
T9	43	40	44	76	19	1 676
T10	33	73	41	12	95	595
T11	51	132	59	33	110	364
T12	47	33	47	67	21	1 549
T13	21	72	20	45	51	1 949
T14	56	33	52	70	11	875
T15	52	28	48	85	15	1 850
T16	33	48	34	54	32	533
T17	78	12	68	110	21	444
T18	35	50	36	56	34	1 715
T19	93	24	85	129	47	1 908
T20	19	71	22	28	65	432
T21	22	61	17	39	49	514
T22	26	31	20	46	27	491
T23	34	40	30	54	29	1 939
T24	24	82	30	17	72	1 694
T25	69	14	60	100	18	1 488
T26	107	32	100	140	56	1 468
T27	110	35	103	143	59	1 167
T28	27	51	28	47	36	1 199
T29	25	60	19	55	43	794
T30	52	56	51	85	39	976
T31	43	33	38	62	21	627
T32	48	39	49	69	14	1 009
T33	46	110	47	15	101	1 115
T34	35	43	36	56	28	242
T35	60	31	52	65	23	1 738
T36	19	58	14	36	46	224
T37	30	65	24	55	44	1 911
T38	51	42	52	72	17	1 839
T39	54	28	51	88	13	734
T40	28	33	22	48	29	1 202

Masalah penentuan lokasi gudang wilayah

Masalah jaringan logistik ini diselesaikan menggunakan *software* LINGO 11.0. Solusi yang diperoleh ialah solusi optimal dengan nilai fungsi objektif atau total biaya yang dibutuhkan untuk melakukan pendistribusian sebesar Rp10 750 600 dan iterasi yang dibutuhkan sebanyak 490. Total variabelnya sebanyak 223 variabel dan total kendalanya sebanyak 268. Solusi optimal yang diperoleh ialah: gudang wilayah baru yang akan dibangun ialah Gudang 3 dan Gudang 4, masing-masing berkapasitas besar. Jadi gudang yang digunakan yaitu, Gudang 1, Gudang 2, Gudang 3, dan Gudang 4. Solusi masalah penentuan lokasi gudang wilayah dapat dilihat pada Tabel 3 dan Gambar 1.

Tabel 3 Jumlah produk yang dikirim dari gudang wilayah ke pelanggan

Pelanggan	Produk yang dikirim dari gudang (unit)				Pelanggan	Produk yang dikirim dari gudang (unit)			
	G1	G2	G3	G4		G1	G2	G3	G4
T1	0	836	0	0	T21	0	0	514	0
T2	0	634	0	0	T22	0	0	491	0
T3	0	1016	0	0	T23	0	0	1939	0
T4	1726	0	0	0	T24	0	0	0	1694
T5	0	1190	0	0	T25	0	1488	0	0
T6	0	905	0	0	T26	0	1468	0	0
T7	0	0	0	1705	T27	0	1167	0	0
T8	0	0	0	929	T28	1199	0	0	0
T9	1676	0	0	0	T29	0	0	794	0
T10	0	0	0	595	T30	976	0	0	0
T11	0	0	0	364	T31	0	0	627	0
T12	294	0	0	1255	T32	1009	0	0	0
T13	291	0	1658	0	T33	0	0	0	1115
T14	0	0	0	875	T34	242	0	0	0
T15	0	0	1850	0	T35	0	0	0	1738
T16	533	0	0	0	T36	0	0	224	0
T17	0	444	0	0	T37	0	0	1911	0
T18	1715	0	0	0	T38	1839	0	0	0
T19	0	1908	0	0	T39	0	444	290	0
T20	0	0	0	432	T40	0	0	1202	0
					Jumlah	11 500	11 500	11 500	10 702



Gambar 1 Solusi formulasi masalah penentuan lokasi gudang

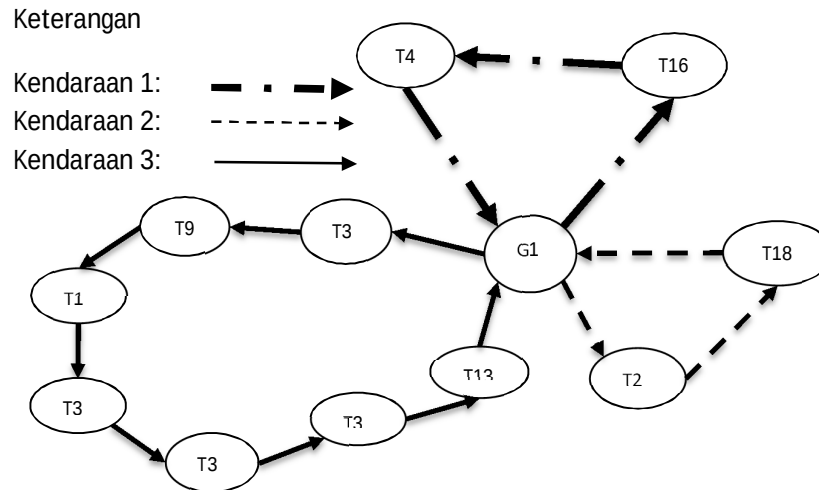
Masalah penentuan rute pendistribusian

Setelah diperoleh lokasi gudang wilayah baru, akan ditentukan rute pendistribusian barang dari setiap gudang ke semua pelanggan yang harus dilayani gudang tersebut. Pada setiap gudang terdapat 6 unit kendaraan, akan tetapi banyak kendaraan yang akan digunakan ditentukan dengan cara membagi total permintaan dengan rata-rata kapasitas kendaraan. Sebagai contoh pada masalah pendistribusian barang pada Gudang 1 total permintaan ialah 11500 dan rata-rata kapasitas kendaraan ialah 5000, maka diperlukan 3 kendaraan. Misalkan kendaraan yang dipilih ialah 2 kendaraan boks kecil (berkapasitas 3000, biaya tetap Rp100000,00) dan 1 kendaraan boks besar (berkapasitas 7000, biaya tetap Rp300000,00) dan biaya transportasi semua jenis kendaraan Rp24000,00/km. Dari penyelesaian model dengan LINGO 11.0, diperoleh rute optimal pendistribusian untuk keempat gudang yang digunakan. Sebagai contoh, rute pendistribusian dari Gudang 1 ke semua pelanggannya diberikan pada Gambar 2.

KESIMPULAN DAN PROSPEK

Masalah penentuan lokasi dan rute pendistribusian produk dapat dimodelkan ke dalam *integer programming*. Penyelesaian masalah ini menggunakan *software* LINGO 11.0 dapat menentukan lokasi gudang yang dipilih dan rute pendistribusian yang optimal, sehingga total biaya pendistribusian minimal.

Penelitian ini masih dapat dikembangkan, misalnya dengan memperhatikan kendala waktu, *demand* pelanggannya bersifat stokastik, pendistribusian produk juga memperhitungkan *pick-up & delivery*, dan lain-lain.



Gambar 2 Rute pendistribusian Perusahaan Logistik MATH dari Gudang 1

PUSTAKA

- [1] Cordeau J-F, Pasin F, Solomon M-F. 2006. An integrated model for logistics network design. *Annals of Operations Research*, 144(1):59-82.doi:10.1007/s10479-006-0001-3.
- [2] Prins C, Prodhon C, Ruiz A, Soriano P, Calvo R W. 2007. Solving the capacitated location-routing problem by a cooperative Lagrangean relaxation-granular tabu search heuristic. *Transportation Science*, 41(4):470-483. doi: 10.1287/trsc.1060.0187.
- [3] Lashine S H, Fattouh M, Issa A. 2006. Location/allocation and routing decisions in supply chain network design. *Journal of Modelling in Management*, 1(2):173-183. doi: 10.1108/17465660610703495.
- [4] Schwardt M, Fischer K.2009. Combined location-routing problems-a neural network approach. *Annals of Operations Research* 167(1):253-269.doi:10.1007/s10479-008-0377-3.
- [5] Marinakis Y, Marinaki M. 2008. A particle swarm optimization algorithm with path relinking for the location routing problem. *Journal of Mathematical Modelling and Algorithms*, 7(1):59-78. doi: 10.1007/s10852-007-9073-6.
- [6] Samanlioglu F, Yucekaya A, Ayag Z. 2012. A network model for the location-routing decision of a logistics company. Di dalam: Lim G, Herrmann J W, editor. *Proceedings of the 2012 Industrial and System Engineering Research Conference*[Internet]. Norcross(US): IIE. Hlm 1-6; [diunduh 2013 Feb 20].
- [7] Christofides N, Mingozzi A, Toth P. 1981. Exact algorithms for the vehicle routing problem, based on spanning tree and shortest path relaxations. *Mathematical Programming* 20:255-282.

RING REGULER STABLE RANGE ONE PADA $\mathbb{Z}_n$ REGULAR RINGS STABLE RANGE ONE ON $\mathbb{Z}_n$

Evi Yuliza

Jurusan Matematika FMIPA Unsri, Inderalaya
 Email: evibc3@yahoo.com
 Jl. Raya Palembang–Prabumulih km.32 Ogan Ilir 30662
 Telp:(0711) 581077 Fax: 0711 580053

ABSTRACT

A ring R is said to satisfy the properties stable range one if every $a, b \in R$ satisfy $aR + bR = R$ then exist $y \in R$ so that $a + by \in U(R)$. A set $U(R)$ is defined as follow: $U(R) = \{x \in R \mid (\exists u \in R) xu = 1\}$. A ring R is called to regular (Von Neumann) if for any $x \in R$ exist $y \in R$ such that $x = xyx$. In this study would be investigated the relationship between regular rings with stable range one in $\mathbb{Z}_n$.

Key words: regular rings, stable range one

ABSTRAK

Suatu ring R dikatakan memenuhi sifat *stable range one*, jika untuk setiap $a, b \in R$ memenuhi $aR + bR = R$ maka terdapat $y \in R$ sehingga $a + by \in U(R)$. Himpunan $U(R)$ didefinisikan sebagai berikut: $U(R) = \{x \in R \mid (\exists u \in R) xu = 1\}$. Suatu ring R disebut ring reguler (Von Neumann) jika untuk setiap $x \in R$ terdapat $y \in R$ sedemikian hingga $x = xyx$. Penelitian ini akan diselidiki keterkaitan antara ring reguler dengan sifat *stable range one* pada $\mathbb{Z}_n$.

Kata kunci : ring reguler, *stable range one*

PENDAHULUAN

Suatu ring R dikatakan memenuhi sifat *stable range one* apabila kondisi berikut dipenuhi: jika $aR + bR = R$ dengan $a, b \in R$ maka terdapat suatu $y \in R$ sehingga $a + by \in U(R)$. Dalam hal ini, ring R yang dimaksud adalah ring dengan elemen satuan, yaitu: $(\exists 1 \in R)(\forall a \in R) a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$. Suatu ring R dikatakan ring reguler apabila untuk setiap $x \in R$ terdapat suatu $y \in R$ sehingga $xyx = x$. Suatu ring R dikatakan unit reguler apabila untuk setiap $x \in R$ terdapat suatu unit $u \in R$ sehingga $xux = x$.

Beberapa peneliti telah menyelidiki ring yang memenuhi sifat *stable range one*, diantaranya adalah Chen [1], Chen dan Chin [2], Goodearl dan Menal [3]. Keterkaitan antara ring reguler R dengan sifat *stable range one* dikemukakan oleh Chen [1]. Goodearl [4] menyelidiki keterkaitan antara ring reguler yang memenuhi sifat *stable range one* dengan unit reguler, yaitu: Jika R ring reguler memenuhi sifat *stable range one* maka R merupakan unit ring reguler. Suatu ring R dikatakan unit reguler apabila untuk setiap $x \in R$ terdapat suatu unit $u \in R$ sehingga $xux = x$. Selanjutnya, Chen dan Chin [2] memberikan bukti yang lain yang menunjukkan keterkaitan antara ring reguler yang memenuhi sifat *stable range one* dengan unit reguler. Evi Yuliza [5] telah menyelidiki ring reguler yang memenuhi sifat *stable range one*. Syarat perlu ring reguler R mempunyai sifat *stable range one* apabila ring reguler adalah unit reguler sedangkan ring reguler R adalah unit reguler merupakan syarat cukup ring reguler R mempunyai sifat *stable range one*.

Pengembangan berikutnya yang akan dilakukan dalam penelitian ini adalah menyelidiki ring reguler *stable range one* pada himpunan bilangan bulat $\mathbb{Z}$ modulo n .

LANDASAN TEORI

Definisi 1

Misalkan R ring dengan elemen satuan. Suatu elemen $u \in R$ disebut unit di R jika u mempunyai invers di R terhadap perkalian, yaitu: $(\exists u^{-1} \in R) u \cdot u^{-1} = u^{-1} \cdot u = 1$. [6]

Definisi 2

Elemen x di suatu ring R disebut elemen idempoten apabila memenuhi $x^2 = x$. [7]

Definisi 3

Suatu ring R disebut ring reguler (Von Neumann) jika untuk setiap $x \in R$ terdapat $y \in R$ sedemikian hingga $x = xyx$. [3]

Definisi 4

Suatu ring R dikatakan memenuhi sifat *stable range one*, jika untuk setiap $a, b \in R$ memenuhi $aR + bR = R$ maka terdapat $y \in R$ sehingga $a + by \in U(R)$. [1]

Definisi 5

Suatu ring R disebut unit reguler apabila untuk setiap $x \in R$ terdapat unit $u \in R$ (elemen invertibel) sehingga $xux = x$. [4]

Teorema 6

Jika suatu ring reguler R mempunyai sifat *stable range one* maka R merupakan ring unit reguler. [4]

Bukti:

Ambil sebarang $a \in R$. Mengingat R reguler, maka terdapat $x \in R$ sehingga $axa = a$. Sementara itu, $aR + (1 - ax)R = R$ maka terdapat $y \in R$ sehingga $a + (1 - ax)y \in U(R)$.

Akibatnya, terdapat unit $u \in R$ sehingga $[a + (1 - ax)y]u = 1$. Dari sini diperoleh,

$$\begin{aligned} a &= axa = ax \cdot 1 \cdot a \\ &= ax[a + (1 - ax)y]ua \\ &= ax(a + (y - ax)y)ua \\ &= (axa + axy - axaxy)ua \\ &= (axa + axy - axy)ua \\ &= (axa)ua = aua. \end{aligned}$$

Jadi, R merupakan ring unit reguler.

Proposisi 7

Suatu ring R mempunyai sifat *stable range one* jika dan hanya jika untuk suatu $a, x, b \in R$ memenuhi $ax + b = 1$, terdapat $y \in R$ sedemikian hingga $a + by$ adalah invertibel. [2]

Bukti:

($\Rightarrow$) Diketahui bahwa R mempunyai sifat *stable range one* dan ambil $a, x, b \in R$ memenuhi $ax + b = 1$. Maka $aR + bR = R$ dan menurut yang diketahui bahwa terdapat $y \in R$ sedemikian hingga $a + by$ adalah invertibel. Hal ini juga berlaku untuk $a + by$ adalah invertibel kiri.

($\Leftarrow$) Diketahui untuk suatu $a, x, b \in R$ memenuhi $ax + b = 1$ sehingga $aR + bR = R$, terdapat $y \in R$ sedemikian hingga $a + by$ adalah invertibel yang berarti $a + by \in U(R)$. Dengan demikian ring R mempunyai sifat *stable range one*.

Proposisi 8

Misalkan R suatu ring, maka R adalah unit reguler. Jika R adalah unit reguler maka setiap elemen di R adalah hasil kali dari suatu idempoten dan elemen invertibel (tidak perlu komutatif). [2]

Bukti:

Diketahui R adalah unit reguler. Ambil sebarang $x \in R$ maka terdapat unit $u \in R$ sehingga $ux = 1$. Selanjutnya,

$$\begin{aligned} 1x &= x \\ (ux)x &= x \\ u x^2 &= x \end{aligned}$$

Hal ini berakibat x adalah hasil kali dari elemen idempoten dan u adalah elemen invertibel. Jadi, untuk setiap $x \in R$ berlaku $x = eu$ untuk suatu elemen idempoten $e \in R$ dan elemen invertibel.

Teorema 9

Suatu ring reguler R yang mempunyai sifat *stable range one* jika dan hanya jika ring reguler adalah unit reguler. [5]

Bukti:

($\Rightarrow$) Diasumsikan bahwa R mempunyai sifat *stable range one* dan ambil $a \in R$. Karena R adalah reguler, maka terdapat $x \in R$ sedemikian hingga $axa = a$. Jelas, $ax + (1 - ax) = 1$. Berdasarkan asumsi dan proposisi 7, maka terdapat $y \in R$ sedemikian hingga $u = a + (a - ax)y = 1$ adalah invertibel. Dengan demikian, $axu = ax[a + (1 - ax)y] = axa = a$. Ini berarti $ax = au^{-1}$ sehingga $ax = a u^{-1}a = axa = a$.

($\Leftarrow$) Diasumsikan bahwa R adalah unit reguler dan andaikan bahwa $ax + b = 1$ untuk suatu $a, x, b \in R$. Berdasarkan Proposisi 8, diperoleh $a = eu$, $b = gv$ untuk suatu elemen idempoten $e, g \in R$ dan untuk suatu elemen invertibel $u, v \in R$.

Di peroleh,

$$e(ux + b) + (1 - e)gv = eux + eb + (1 - e)b = ax + b = 1. \quad (1)$$

Karena R reguler, maka terdapat $c \in R$ sedemikian hingga $(1 - e)g = (1 - e)gc(1 - e)$. Misalkan $f = (1 - e)gc(1 - e)$. Berdasarkan (1) diperoleh,

$$\begin{aligned} e(ux + b) + fb &= e(ux + b) + (1 - e)gc(1 - e)gv \\ &= 1 - (1 - e)gv + (1 - e)gv = 1. \end{aligned} \quad (2)$$

Catat bahwa $0 = feux = fax = f(1 - b)$, sehingga $fb = f$. Selanjutnya, diperoleh $e = e \cdot 1 = e(ax + b) = e(ux + b)$.

$$\text{Jadi, } e + f = e(ux + b) + fb = 1. \quad (3)$$

Jelas bahwa $1 + ebv^{-1}c(1 - e)$ adalah invertibel dengan invers $1 - ebv^{-1}c(1 - e)$. Karena $e + f = 1$ diperoleh $e + (1 - e)gc(1 - e) = 1$ sehingga $e + (1 - e)gvv^{-1}c(1 - e) = 1$. Tetapi, karena $b = gv$ diperoleh $e + (1 - e)bv^{-1}c(1 - e) = 1$. Oleh karena itu,

$$e + bv^{-1}c(1 - e) = 1 + ebv^{-1}c(1 - e) \quad (4)$$

$$\begin{aligned} &\text{Karena } (1 - e)e = 0, \text{ dapat tulis} \\ e + bv^{-1}c(1 - e)[1 + ebv^{-1}c(1 - e)] &= 1 + ebv^{-1}c(1 - e). \end{aligned} \quad (5)$$

$$a + bv^{-1}c(1 - e)[1 + ebv^{-1}c(1 - e)]u = [1 + ebv^{-1}c(1 - e)]u \quad (6)$$

adalah invertibel. Berdasarkan Proposisi 7 diperoleh bahwa R mempunyai sifat *stable range one*.

Definisi 10 (kongruensi Modulo n)

Misalkan $n_1, n_2 \in \mathbb{Z}$ dan $m \in \mathbb{Z}^+$, didefinisikan n_1 kongruensi n_2 modulo m ditulis $n_1 \equiv n_2 \pmod{m}$ jika dan hanya jika $n_1 - n_2 = k.m$ ($n_1 - n_2$ kelipatan m) untuk suatu $k \in \mathbb{Z}$. [8]

Relasi kongruen ' $\equiv$ ' merupakan relasi ekuivalensi yang memenuhi relasi refleksif, simetris dan transitif. Relasi ekuivalensi ' $\equiv$ ' ini mengakibatkan $\mathbb{Z}$ terpecah menjadi partisi-partisi pada $\mathbb{Z}$. Semua elemen yang berada dalam relasi $\equiv$.

Dengan setiap elemen $n \in \mathbb{Z}$, didefinisikan sebagai $\mathbb{Z}_n$

$$\bar{n} = \{x \in \mathbb{Z} | x \equiv n \pmod{m}\}$$

Himpunan kelas-kelas ekuivalensi lebih dikenal sebagai himpunan bilangan bulat modulo n , dan biasanya ditulis sebagai $\mathbb{Z}_n$.

Langkah-langkah yang akan dilakukan dalam penelitian ini sebagai berikut:

1. Bentuk himpunan $\mathbb{Z}_n$ untuk suatu n bilangan bulat positif.
2. Selidiki apakah $\mathbb{Z}_n$ merupakan ring.
3. Menyelidiki apakah ring $\mathbb{Z}_n$ merupakan ring reguler, yaitu untuk setiap x di $\mathbb{Z}_n$ terdapat y di $\mathbb{Z}_n$ sehingga $x = xyx$.
4. Menyelidiki apakah $\mathbb{Z}_n$ memenuhi sifat *stable range one*.
 - 4.1 Selidiki bahwa $a\mathbb{Z}_n + b\mathbb{Z}_n = \mathbb{Z}_n$ untuk setiap $a, b \in \mathbb{Z}_n$.
 - 4.2 Selidiki bahwa $a + by \in U(\mathbb{Z}_n)$ untuk suatu $y \in \mathbb{Z}_n$ dengan $U(\mathbb{Z}_n)$ himpunan semua unit dalam $\mathbb{Z}_n$.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Telah ditunjukkan bahwa jika suatu ring reguler R mempunyai sifat *stable range one* maka ring reguler adalah unit reguler [8]. Berikut ini akan diselidiki keterkaitan antara ring reguler R yang mempunyai sifat *stable range one* dengan unit reguler pada $\mathbb{Z}_n$. Bentuk himpunan $\mathbb{Z}_n$ untuk suatu n bilangan bulat positif. Misalkan akan diselidiki himpunan $\mathbb{Z}_5$. Himpunan $\mathbb{Z}_5$ merupakan suatu ring terhadap operasi penjumlahan (+) dan perkalian (.). Kemudian diselidiki apakah ring $\mathbb{Z}_5$ merupakan ring reguler.

Ambil $1 \in \mathbb{Z}_5, \exists 1 \in \mathbb{Z}_5$ sehingga $1.1.1 = 1$.

Ambil $2 \in \mathbb{Z}_5, \exists 3 \in \mathbb{Z}_5$ sehingga $2.3.2 = 2$.

Ambil $3 \in \mathbb{Z}_5, \exists 2 \in \mathbb{Z}_5$ sehingga $3.2.3 = 3$.

Ambil $4 \in \mathbb{Z}_5, \exists 4 \in \mathbb{Z}_5$ sehingga $4.4.4 = 4$.

Di peroleh bahwa ring $\mathbb{Z}_5$ merupakan ring reguler. Ring $\mathbb{Z}_5$ juga merupakan ring unit reguler, karena untuk setiap elemen x di $\mathbb{Z}_5$ terdapat unit $u \in \mathbb{Z}_5$ sehingga $xux = x$ [2]. Kemudian akan diselidiki apakah ring $\mathbb{Z}_5$ memenuhi sifat *stable range one*.

Ambil $2, 3 \in \mathbb{Z}_5$ memenuhi $2.2 + 3.2 = 0 \in \mathbb{Z}_5$ maka $\exists 2 \in \mathbb{Z}_5$ sehingga $2 + 3.2 = 3 \in U(R)$.

Ambil $2, 4 \in \mathbb{Z}_5$ memenuhi $2.3 + 4.2 = 4 \in \mathbb{Z}_5$ maka $\exists 4 \in \mathbb{Z}_5$ sehingga $2 + 4.4 = 3 \in U(R)$.

Ambil $1, 3 \in \mathbb{Z}_5$ memenuhi $1.2 + 3.2 = 3 \in \mathbb{Z}_5$ maka $\exists 2 \in \mathbb{Z}_5$ sehingga $1 + 3.2 = 2 \in U(R)$.

Di peroleh bahwa ring reguler $\mathbb{Z}_5$ memenuhi sifat *stable range one*.

Misalkan akan diselidiki himpunan $\mathbb{Z}_6$. Himpunan $\mathbb{Z}_6$ merupakan suatu ring terhadap operasi penjumlahan (+) dan perkalian (.). Kemudian diselidiki apakah ring $\mathbb{Z}_6$ merupakan ring reguler.

Ambil $1 \in \mathbb{Z}_6, \exists 1 \in \mathbb{Z}_6$ sehingga $1.1.1 = 1$.

Ambil $2 \in \mathbb{Z}_6$, $\exists 4 \in \mathbb{Z}_6$ sehingga $2.4.2 = 2$.

Ambil $3 \in \mathbb{Z}_6$, $\exists 3 \in \mathbb{Z}_6$ sehingga $3.3.3 = 3$.

Ambil $4 \in \mathbb{Z}_6$, $\exists 4 \in \mathbb{Z}_6$ sehingga $4.4.4 = 4$.

Ambil $5 \in \mathbb{Z}_6$, $\exists 5 \in \mathbb{Z}_6$ sehingga $5.5.5 = 5$.

Di peroleh bahwa ring $\mathbb{Z}_6$ merupakan ring reguler. Kemudian akan diselidiki apakah ring $\mathbb{Z}_6$ memenuhi sifat *stable range one*.

Ambil $2, 3 \in \mathbb{Z}_6$ memenuhi $2.2 + 3.4 = 4 \in \mathbb{Z}_6$ maka $\exists 1 \in \mathbb{Z}_6$ sehingga $2 + 3.1 = 5 \in U(R)$.

Ambil $3, 4 \in \mathbb{Z}_6$ memenuhi $3.2 + 4.5 = 2 \in \mathbb{Z}_6$ maka $\exists 2 \in \mathbb{Z}_6$ sehingga $3 + 4.2 = 5 \in U(R)$.

Ambil $4, 5 \in \mathbb{Z}_6$ memenuhi $4.3 + 5.2 = 4 \in \mathbb{Z}_6$ maka $\exists 3 \in \mathbb{Z}_6$ sehingga $4 + 5.3 = 5 \in U(R)$.

Di peroleh bahwa ring reguler $\mathbb{Z}_5$ memenuhi sifat *stable range one*.

KESIMPULAN

Ring reguler $\mathbb{Z}_n$ untuk setiap n bilangan bulat positif memenuhi sifat *stable range one*. Untuk kasus $n =$ ganjil, ring reguler $\mathbb{Z}_n$ memenuhi sifat *stable range one*, sebab ring reguler merupakan ring unit reguler. Untuk kasus $n =$ genap, ring reguler $\mathbb{Z}_n$ memenuhi sifat *stable range one* tetapi ring reguler $\mathbb{Z}_n$ bukan ring unit reguler. Oleh karena itu, Ring reguler $\mathbb{Z}_n$ memenuhi sifat *stable range one* apabila n prima dan ring reguler $\mathbb{Z}_n$ merupakan ring unit reguler.

PUSTAKA

- [1] Chen H., 2000, *On Generalized Stable Rings*, Comm. Algebra (28), 1907 – 1917.
- [2] Chen H, Chin A.Y.M, 2002, *A Note On Regulars Rings With A Stable Range One*, IJMMS.Hindawi.Com (31:7): 449 – 450
- [3] Goodearl K R., Menal P., 1988, *Stable Range One for Rings with Many Units*, J Pure Applic. Algebra (54), 261 – 287.
- [4] Goodearl K.R., 1991, *Von Neumann Regular Rings*, 2nd edition, Malabar, Florida, Krieger.
- [5] Yuliza, E., 2010, *Ring Reguler Yang Memenuhi Sifat Stable Range One*, *Jurnal Penelitian Sains*, ISSN: 1410-7058, Vol.13 No.3 September.
- [6] Fraleigh J.B., 2000, *A First Course in Abstract Algebra*, 6th edition.
- [7] Bhattacharya P.B., Jain S.K. dan Nagpaul S.R., 1994, *Basic Abstract Algebra*, 2nd edition.
- [8] Matakupan R.W., 2005, *Laporan Magang Penulisan Buku Ajar pengantar Struktur Aljabar*, Jurusan Matematika FMIPA UNPATTI.

**PEMODELAN MASALAH PENJADWALAN PERAWAT MENGGUNAKAN
NONPREEMPTIVE GOAL PROGRAMMING: STUDI KASUS DI RUMAH SAKIT
PERMATA BEKASI**

**NURSE SCHEDULING PROBLEM WITH NONPREEMPTIVE GOL PROGRAMMING:
CASE STUDY IN PERMATA BEKASI HOSPITAL**

Ihsan Caisario^{1*}, Farida Hanum², Toni Bakhtiar³

Departemen Matematika FMIPA IPB, Bogor^{1,2,3}
ihsancaisario01@gmail.com

ABSTRACT

In some cases, nurse scheduling is conducted manually by either the hospital manager or head of nurse. With this way, it may occur that some scheduling regulations for the nurses are not accommodated. The primary objective of this paper is to model the nurse scheduling problem in the form of non-preemptive goal programming framework, where the key feature under consideration is the arrangement of the day-offs. We distinct the day-off between a (pure) day-off, where nurses get 24 hours for rest, and a free-time, a non-full-day rest which can be gained after a night shift in the day before. We also consider an occasion where some units in the hospital are off in several certain days. Our model is then implemented in the nurse scheduling of Permata Bekasi Hospital. Solving by Lingo 11.0, it is shown that almost all of the hospital regulations are satisfied.

Keywords: Day-off, Goal Programming, Hospital, Nurse, Scheduling

ABSTRAK

Dalam beberapa kasus, penjadwalan perawat dilakukan secara manual baik oleh manajer rumah sakit atau kepala perawat. Dengan cara ini, bisa terjadi bahwa beberapa peraturan penjadwalan untuk perawat tidak terakomodasi. Tujuan utama dari makalah ini ialah memodelkan masalah penjadwalan perawat dalam bentuk *non-preemptive goal programming*. Perbedaan mendasar dalam masalah penjadwalan dalam makalah ini ialah mengenai pengaturan waktu libur. Kami membedakan waktu libur menjadi hari libur (penuh), di mana perawat mendapatkan 24 jam untuk istirahat, dan waktu luang/hari lepas, yaitu istirahat 14 jam yang dapat diperoleh setelah perawat bertugas pada *shift* malam di hari sebelumnya. Kami juga mempertimbangkan kesempatan di mana beberapa unit di rumah sakit diliburkan dalam hari tertentu. Model kami kemudian diimplementasikan pada masalah penjadwalan perawat di Rumah Sakit Permata Bekasi. Penyelesaian masalah tersebut dengan LINGO 11.0 memperlihatkan bahwa hampir semua peraturan rumah sakit dapat dipenuhi.

Katakunci: Goal Programming, Hari libur, Penjadwalan, Perawat, Rumah sakit

PENDAHULUAN

Masalah penjadwalan karyawan ataupun pekerja telah banyak dibahas dalam riset operasi, terutama pekerja pada perusahaan-perusahaan pelayanan publik. Contoh perusahaan pelayanan publik ini ialah rumah sakit. Rumah sakit memiliki beberapa unit, seperti instalasi gawat darurat, rawat inap, ruang operasi atau *operatie kamer* (OK), poliklinik, dan lain-lain. Semua unit ini bertujuan memberikan pelayanan kesehatan bagi publik atau masyarakat. Umumnya, unit-unit di rumah sakit ini memberikan pelayanan selama 24 jam dalam satu harinya, tetapi juga ada beberapa unit yang hanya memberikan pelayanan pada jam-jam tertentu saja.

Selain dokter, setiap unit membutuhkan perawat, agar dapat memberikan pelayanan yang optimal kepada masyarakat. Oleh karena itu, dibutuhkan penjadwalan yang tepat dan efisien untuk memenuhi kebutuhan perawat di tiap unit, namun tidak memberatkan para perawat. Penjadwalan yang tidak tepat dapat menyebabkan perawat kelelahan dan berdampak buruk pada performa kerja berikutnya. Pada umumnya, tiap rumah sakit membuat jadwal jaga atau kerja untuk perawatnya secara manual yang dilakukan oleh manajer atau kepala perawat. Dengan cara seperti ini biasanya tidak semua regulasi atau aturan rumah sakit tentang penjadwalan perawat dapat dipenuhi. Dalam tulisan ini masalah penjadwalan perawat akan dimodelkan menggunakan metode *nonpreemptive goal programming* serta diaplikasikan pada masalah penjadwalan perawat di Rumah Sakit Permata Bekasi.

NONPREEMPTIVE GOAL PROGRAMMING

Goal programming diperkenalkan pertama kali oleh Abraham Charnes dan William Cooper pada tahun 1950-an. Dalam [1] dijelaskan bahwa prinsip dasar *goal programming* ialah mengubah model linear yang memiliki fungsi objektif yang lebih dari satu ke dalam bentuk fungsi objektif yang tunggal. Solusi dari model *goal programming* biasanya bukan merupakan solusi yang optimum, tetapi merupakan solusi yang cukup efisien sehingga beberapa dari tujuan dapat dicapai secara bersamaan.

Secara umum *goal programming* terbagi atas dua macam. Pertama, *preemptive goal programming* yaitu metode *goal programming* dengan menentukan tingkatan prioritas *goal* yang ingin dicapai. Kedua, *nonpreemptive goal programming* atau lebih dikenal dengan metode pembobotan. Dalam *preemptive goal programming*, pembuat keputusan harus mengurutkan hierarki *goal* dari yang terpenting yang ingin dicapai. Pendekatan untuk mencari solusi dari metode ini dilakukan melalui beberapa tahap. Pertama, *goal* prioritas utama dimasukkan ke dalam model. Setelah solusi diperoleh, dilanjutkan ke prioritas kedua, dengan memasukkan fungsi objektif prioritas kedua dan menghapus variabel deviasi dari prioritas pertama, dan seterusnya.

Pada metode pembobotan atau *nonpreemptive goal programming*, fungsi objektifnya berupa penjumlahan dari nilai-nilai variabel deviasi yang telah diberikan bobot. Pemberian bobot pada setiap variabel deviasi berdasarkan pada tingkat seberapa penting *goal* tersebut untuk dicapai. Semakin tinggi nilai bobot yang diberikan, semakin penting *goal* tersebut untuk dicapai, begitu juga sebaliknya.

Dalam tulisan ini, *goal programming* yang digunakan adalah *nonpreemptive goal programming* dengan bentuk umum mengacu pada [1] adalah sebagai berikut.

Fungsi objektif: $\min \sum_t w_t d_t$

Kendala utama: $f_j(x_i) \geq 0$, atau $f_j(x_i) \leq 0$, atau $f_j(x_i) = 0$, $\forall i$ dan $\forall j$

Kendala tambahan: $g_j(x_i) - d_t = 0$, $\forall i$ dan $\forall j$

dengan $d_t = d_t^+ - d_t^-$ merupakan variabel deviasi dari tujuan ke- t yang ingin dicapai. Variabel d_t^+ disebut juga dengan variabel deviasi positif. Variabel deviasi positif adalah variabel yang menyatakan kelebihan dari nilai tujuan ke- t yang telah ditentukan, sedangkan d_t^- merupakan variabel deviasi negatif yang menyatakan nilai yang diperoleh kurang dari target atau tujuan ke- t yang telah ditentukan. Parameter w_t merupakan bobot yang diberikan untuk setiap variabel deviasi. Fungsi $f_j(x_i)$ dan $g_j(x_i)$ pada kendala berbentuk fungsi linear. Variabel x_i adalah variabel keputusan untuk model *nonpreemptive goal programming* ini.

Fungsi objektif dari *goal programming* ini ialah meminimumkan deviasi atau penyimpangan dari target atau tujuan yang telah ditentukan. Secara umum terdapat tiga kemungkinan tujuan atau *goal* yang ingin dicapai, yaitu (1) $g_j(x_i) \geq 0$, (2) $g_j(x_i) \leq 0$, (3) $g_j(x_i) = 0$. Setelah diberi variabel deviasi, maka kendala tambahan dari tiga kemungkinan *goal* tersebut ialah sebagai berikut.

- (1) $g_j(x_i) + d_t^- - d_t^+ = 0$, dengan meminimumkan nilai dari d_t^- ,
- (2) $g_j(x_i) + d_t^- - d_t^+ = 0$, dengan meminimumkan nilai dari d_t^+ ,
- (3) $g_j(x_i) + d_t^- - d_t^+ = 0$, dengan meminimumkan nilai dari $d_t^+ + d_t^-$.

MODEL PENJADWALAN

3.1 Deskripsi Masalah

Umumnya, rumah sakit di Indonesia membagi jadwal *shift* kerja menjadi tiga bagian, yaitu *shift* pagi, *shift* sore, dan *shift* malam. Pada umumnya, “waktu libur” didefinisikan sebagai tidak bekerja selama 24 jam. Namun di beberapa rumah sakit, waktu libur terbagi atas dua macam, yaitu waktu libur yang diberikan dalam rentang waktu satu hari (24 jam terhitung dari pukul 00.00 dari hari tersebut hingga pukul 24.00 atau pukul 00.00 di hari berikutnya), dan waktu libur yang kurang dari 24 jam yang biasanya dinamakan dengan “waktu lepas”. Waktu lepas merupakan libur yang diberikan oleh rumah sakit ketika perawat telah mendapatkan *shift* malam pada hari sebelumnya.

Dalam masalah penjadwalan perawat ini diberikan aturan serta asumsi yang digunakan pada tulisan ini.

Aturan umum rumah sakit tentang penjadwalan perawat

1. Rumah sakit terdiri dari beberapa unit. Setiap perawat yang telah ditugaskan untuk satu unit tertentu, tidak bisa berpindah tugas ke unit lainnya.
2. Beberapa unit pada rumah sakit tertentu, ada yang dijadwalkan libur pada hari tertentu. Misalnya seperti unit Poliklinik pada umumnya diliburkan pada hari Minggu.
3. Perawat dijadwalkan bekerja dengan total jam kerja sebanyak $\pm A^{tot}$ jam per bulan
4. Terdapat tiga *shift* kerja: *shift* pagipukul 07.00 – 14.00 (7 jam kerja), *shift* sore pukul 14.00 – 21.00 (7 jam kerja), dan *shift* malampukul 21.00 – 07.00 (10 jam kerja).
5. Sistem penjadwalan perawat menggunakan sistem enam hari kerja dengan rincian *shift*: dua kali *shift* pagi, dua kali *shift* sore, dan dua kali *shift* malam.
6. Perawat tidak boleh mendapatkan *shift* malam lebih dari tiga kali berturut-turut.
7. Perawat yang telah mendapatkan *shift* malam tidak akan mendapatkan *shift* sore atau *shift* pagi di hari berikutnya, tetapi mendapatkan waktu lepas atau *shift* malam.
8. Dengan sistem penjadwalan enam hari kerja, perawat diusahakan tidak bekerja lebih dari enam hari berturut-turut.
9. Perawat yang ingin mendapatkan waktu lepas pada umumnya juga ingin mendapatkan hari libur pada hari berikutnya. Dengan kata lain, perawat ingin mendapatkan libur selama satu setengah hari.

Asumsi dari kondisi perawat

1. Dalam tulisan ini, perawat yang akan dijadwalkan ialah perawat yang melayani pasien secara langsung (bukan kepala perawat)
2. Perawat diasumsikan dalam kondisi dan kemampuan yang sama sehingga tidak ada perawat yang dikhususkan dalam menjadwalkan perawat tersebut.

3.2 Model Matematik

Model penjadwalan perawat dalam tulisan ini dikembangkan dari model 0 – 1 *goal programming* untuk penjadwalan perawat yang dibahas Azaiez dan Al-Sharif dalam [2]. Dalam memodelkan masalah penjadwalan perawat ini, diperlukan beberapa himpunan, indeks, parameter, dan variabel keputusan.

Himpunan:

I : himpunan semua hari dalam model penjadwalan, D : himpunan dari beberapa hari yang diliburkan, dengan $D \subset I$, J : himpunan semua perawat yang akan dijadwalkan.

Indeks

t = indeks dari tujuan (*goal*), i = indeks dari hari, j = indeks dari perawat.

Parameter

rp_i : banyaknya perawat yang diperlukan pada *shift* pagi di hari- i

rs_i : banyaknya perawat yang diperlukan pada *shift* sore di hari- i

rm_i : banyaknya perawat yang diperlukan pada *shift* malam di hari- i

n : banyaknya hari dalam model penjadwalan perawat

m : banyaknya perawat yang akan dijadwalkan pada unit tertentu

d : banyaknya hari libur pada unit tertentu.

$w_{t,j}$: bobot untuk variabel deviasi positif pada *goal* ke- t untuk perawat- j

$v_{t,j}$: bobot untuk variabel deviasi negatif pada *goal* ke- t untuk perawat- j

$w_{t,i,j}$: bobot untuk variabel deviasi positif pada *goal* ke- t untuk perawat- j di hari- i

$v_{t,i,j}$: bobot untuk variabel deviasi negatif pada *goal* ke- t untuk perawat- j di hari- i

A^{tot} : total jumlah jam kerja untuk seorang perawat dalam susunan penjadwalan.

Variabel-variabel Keputusan

Variabel-variabel keputusan yang digunakan ialah sebagai berikut.

$p_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{jika perawat } j \text{ bertugas pada } \textit{shift} \text{ pagi di hari } i \\ 0, & \text{jika perawat } j \text{ tidak bertugas pada } \textit{shift} \text{ pagi di hari } i \end{cases}$

$s_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{jika perawat } j \text{ bertugas pada } \textit{shift} \text{ sore di hari } i \\ 0, & \text{jika perawat } j \text{ tidak bertugas pada } \textit{shift} \text{ sore di hari } i \end{cases}$

$m_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{jika perawat } j \text{ bertugas pada } \textit{shift} \text{ malam di hari } i \\ 0, & \text{jika perawat } j \text{ tidak bertugas pada } \textit{shift} \text{ malam di hari } i \end{cases}$

$l_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{jika perawat } j \text{ mendapatkan libur di hari } i \\ 0, & \text{jika perawat } j \text{ tidak mendapatkan libur di hari } i \end{cases}$

$le_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{jika perawat } j \text{ mendapatkan hari lepas di hari } i \\ 0, & \text{jika perawat } j \text{ tidak mendapatkan hari lepas di hari } i \end{cases}$

Variabel-variabel Deviasi

$\rho_{t,j}$ = variabel yang menyatakan nilai kelebihan dari target- t untuk perawat- j .

$\eta_{t,j}$ = variabel yang menyatakan nilai kekurangan dari target- t untuk perawat- j .

$\rho_{t,i,j}$ = variabel yang menyatakan nilai kelebihan dari target- t pada hari- i untuk perawat- j .

$\eta_{t,i,j}$ = variabel yang menyatakan nilai kekurangan dari target- t pada hari- i untuk perawat- j .

Fungsi Objektif:

Secara umum, fungsi tujuan dari *goal programming* ini adalah meminimumkan deviasi dari tujuan yang ingin dicapai.

$$\min \sum_t \sum_j w_{t,j} \cdot \rho_{t,j} + \sum_t \sum_j v_{t,j} \cdot \eta_{t,j} + \sum_t \sum_i \sum_j w_{t,i,j} \cdot \rho_{t,i,j} + \sum_t \sum_i \sum_j \rho_{t,i,j} \cdot \eta_{t,i,j}$$

untuk setiap t, i , dan j .

Kendala dalam masalah penjadwalan ini terbagi menjadi dua: (1) Kendala Utama yang berisi aturan yang harus dipenuhi dan (2) Kendala Tambahan yang berisi aturan yang sedapat mungkin dapat dipenuhi.

Kendala Utama:

1. Banyaknya perawat yang bertugas untuk *shift* pagi pada hari i harus memenuhi kebutuhan: $\sum_{j=1}^m p_{i,j} \geq rp_i$, untuk setiap $i = 1, 2, \dots, n$.
2. Banyaknya perawat yang bertugas untuk *shift* sore pada hari i harus memenuhi kebutuhan: $\sum_{j=1}^m s_{i,j} \geq rs_i$, untuk setiap $i = 1, 2, \dots, n$.
3. Banyaknya perawat yang bertugas untuk *shift* malam pada hari i harus memenuhi kebutuhan: $\sum_{j=1}^m m_{i,j} \geq rm_i$, untuk setiap $i = 1, 2, \dots, n$.
4. Setiap perawat hanya bertugas untuk satu *shift* kerja, libur, atau lepas setiap harinya: $p_{i,j} + s_{i,j} + m_{i,j} + l_{i,j} + le_{i,j} = 1$, untuk setiap $i = 1, 2, \dots, n$ dan perawat $j = 1, 2, \dots, m$.
5. Jika perawat telah ditugaskan pada *shift* malam, maka ia tidak boleh ditugaskan kembali pada *shift* pagi di hari berikutnya: $m_{i,j} + p_{i+1,j} \leq 1$, untuk setiap hari $i = 1, 2, \dots, (n-1)$ dan perawat $j = 1, 2, \dots, m$.
6. Jika perawat telah ditugaskan pada *shift* malam, maka ia tidak boleh ditugaskan kembali pada *shift* sore di hari berikutnya: $m_{i,j} + s_{i+1,j} \leq 1$, untuk setiap hari $i = 1, 2, \dots, (n-1)$ dan perawat $j = 1, 2, \dots, m$.
7. Waktu lepas dapat diberikan setelah perawat tersebut bertugas pada *shift* malam selama satu hingga tiga kali berturut-turut: $m_{i,j} + m_{i+1,j} + m_{i+2,j} - (le_{i+1,j} + le_{i+2,j} + le_{i+3,j}) \leq 2$, untuk setiap hari $i = 1, 2, \dots, (n-3)$ dan perawat $j = 1, 2, \dots, m$.
8. Waktu lepas hanya diperoleh perawat setelah mendapatkan *shift* malam, bukan *shift* pagi, *shift* sore, dan hari libur: $p_{i,j} + le_{i+1,j} \leq 1$; $s_{i,j} + le_{i+1,j} \leq 1$, $l_{i,j} + le_{i+1,j} \leq 1$, untuk setiap hari $i = 1 \dots, (n-1)$ dan perawat $j = 1, 2, \dots, m$.
9. Perawat mendapatkan waktu lepas setelah *shift* malam, bukannya hari libur: $m_{i,j} + l_{i+1,j} \leq 1$, untuk setiap hari $i = 1, 2, \dots, (n-1)$ dan perawat $j = 1, 2, \dots, m$.
10. Jika pada hari tertentu suatu unit diliburkan, maka semua perawat untuk unit tersebut tidak ada yang bertugas: $\sum_{i \in D} l_{i,j} = d$, untuk setiap perawat $j = 1, 2, \dots, m$ dan $D \subset I$.

Kendala Tambahan:

1. Total jam kerja setiap perawat dalam satu bulan sebanyak A^{tot} jam, dengan deviasi yang diberikan ± 3 jam. Total jam kerja seorang perawat selama satu bulan dihitung dari total kerja ia mendapatkan jadwal *shift* pagi (7 jam), *shift* sore (7 jam), dan *shift* malam (10 jam): $7 \cdot \sum_{i=1}^n p_{i,j} + 7 \cdot \sum_{i=1}^n s_{i,j} + 10 \cdot \sum_{i=1}^n m_{i,j} \geq A^{tot} - 3$, dan $7 \cdot \sum_{i=1}^n p_{i,j} + 7 \cdot \sum_{i=1}^n s_{i,j} + 10 \cdot \sum_{i=1}^n m_{i,j} \leq A^{tot} + 3$, untuk setiap perawat $j = 1, 2, \dots, m$.

2. Perawat diusahakan bekerja tidak lebih dari enam hari berturut-turut: $l_{i,j} + l_{i+1,j} + l_{i+2,j} + l_{i+3,j} + l_{i+4,j} + l_{i+5,j} + l_{i+6,j} \geq 1$ untuk setiap hari $i = 1, 2, \dots, (n-6)$ dan perawat $j = 1, 2, \dots, m$.
3. Jika perawat telah mendapatkan waktu lepas, maka perawat tersebut ingin mendapatkan hari libur pada hari berikutnya: $le_{i,j} + l_{i+1,j} \leq 0$, untuk setiap hari $i = 1, 2, \dots, (n-1)$ dan perawat $j = 1, 2, \dots, m$.

Kendala-kendala tambahan ini tidak mutlak harus dipenuhi, sehingga dibutuhkan suatu variabel deviasi untuk mengetahui seberapa besar kendala tersebut dilanggar. Berikut diberikan bentuk kendala tambahan setelah diberi variabel deviasi.

1. $7 \cdot \sum_{i=1}^n p_{i,j} + 7 \cdot \sum_{i=1}^n s_{i,j} + 10 \cdot \sum_{i=1}^n m_{i,j} + \eta_{1,j} - \rho_{1,j} = A^{tot} - 3$
2. $7 \cdot \sum_{i=1}^n p_{i,j} + 7 \cdot \sum_{i=1}^n s_{i,j} + 10 \cdot \sum_{i=1}^n m_{i,j} + \eta_{2,j} - \rho_{2,j} = A^{tot} + 3$
3. $l_{i,j} + l_{i+1,j} + l_{i+2,j} + l_{i+3,j} + l_{i+4,j} + l_{i+5,j} + l_{i+6,j} + \eta_{3,i,j} - \rho_{3,i,j} = 1$
4. $le_{i,j} + l_{i+1,j} + \eta_{4,i,j} - \rho_{4,i,j} = 0$

Keempat kendala inilah yang akan dimasukkan ke dalam model dengan meminimumkan variabel deviasi $\eta_{1,j}$, $\rho_{2,j}$, $\eta_{3,i,j}$, dan $\rho_{4,i,j}$ sebagai fungsi objektif dan memberikan nilai bobot $v_{1,j}$, $w_{2,j}$, $v_{3,i,j}$, dan $w_{4,i,j}$ sehingga fungsi objektifnya menjadi:

$$\min z = v_{1,j} \sum_{j=1}^m \eta_{1,j} + w_{2,j} \sum_{j=1}^m \rho_{2,j} + v_{3,i,j} \cdot \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \eta_{3,i,j} + w_{4,i,j} \cdot \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \rho_{4,i,j}$$

STUDI KASUS

Studi kasus pada tulisan ini adalah masalah penjadwalan perawat Rumah Sakit Permata Bekasi. Rumah sakit ini merupakan rumah sakit bersalin yang sebagian besar pelayanan ditujukan kepada para ibu dan anak-anak. Rumah sakit tersebut menyediakan fasilitas berupa unit-unit dalam pelayanan kesehatan kepada masyarakat. Unit-unit pada rumah sakit ini terdiri atas unit Instalasi Gawat Darurat (IGD), unit Poliklinik, unit Rawat Inap, unit Ruang Operasi atau *Operatie Kamer* (OK), unit *Verlos Kamer* (VK), dan kamar perawatan perkembangan bayi dan balita (perina). Setiap unit di Rumah Sakit Permata Bekasi memerlukan penjadwalan perawat yang tepat agar pihak rumah sakit dapat memberikan pelayanan kesehatan secara optimal. Dari unit-unit tersebut, unit Instalasi Gawat Darurat, unit Rawat Inap, Ruang Operasi (OK), dan *Verlos Kamer* (VK) memiliki aturan atau regulasi yang sama, sedangkan unit Poliklinik memiliki aturan yang sedikit berbeda. Pada unit Poliklinik terdapat *shift* kerja pagi dan sore saja, dan tidak memiliki *shift* malam. Unit Poliklinik ini juga diliburkan pada hari Minggu.

Model penjadwalan dengan *nonpreemptive goal programming* akan diaplikasikan untuk unit poliklinik dan salah satu dari keempat unit lainnya, yaitu unit Rawat Inap. Unit Rawat Inap ini termasuk unit yang sibuk, sehingga membutuhkan perawat yang lebih banyak dibandingkan dengan unit yang lainnya.

4.1 Masalah Penjadwalan Perawat pada Unit Rawat Inap Rumah Sakit Permata Bekasi

Unit Rawat Inap tidak diliburkan pada hari tertentu, sehingga kendala utama ke-10 dihapuskan. Data banyaknya perawat yang dibutuhkan per hari diberikan pada Tabel 1.

Tabel 1 Kebutuhan terhadap perawat Unit Rawat Inap pada Rumah Sakit Permata Bekasi

Shift	Rentang waktu	Hari						
		Minggu	Senin	Selasa	Rabu	Kamis	Jumat	Sabtu
Pagi	07.00 - 14.00	4	5	5	5	5	5	4
Sore	14.00 - 21.00	3	4	4	4	4	4	4
Malam	21.00 - 07.00	3	3	3	3	3	3	3

Data tersebut merupakan data hipotetis yang diperkirakan dari susunan jadwal perawat yang biasa disusun oleh Rumah Sakit ini.

Asumsi Pemodelan pada unit Rawat Inap

1. Diasumsikan hari pertama ($i = 1$) ialah hari Minggu, hari kedua ($i = 2$) ialah hari Senin, dan seterusnya hingga hari ke-30.
2. Jam kerja pada tiap *shift* ialah: *shift* pagi dengan jam kerja 7 jam, *shift* sore dengan jam kerja 7 jam, dan *shift* malam 10 jam.
3. Perawat tiap unit tidak boleh berpindah tugas ke unit lainnya. Tiap unit sudah dialokasikan perawat yang bekerja pada unit masing-masing.

Parameter:

rp_i : kebutuhan jumlah perawat pada *shift* pagi di hari i ; rs_i : kebutuhan jumlah perawat pada *shift* sore di hari i ; rm_i : kebutuhan jumlah perawat pada *shift* malam di hari i ; $n = 30$ hari; $m = 16$ orang perawat, $A^{tot} = 173$ jam dalam satu bulan, nilai bobot tujuan dimisalkan: $v_{1,j} = 1$, $w_{2,j} = 1$, $v_{3,i,j} = 2$, dan $w_{4,i,j} = 2$. Penyelesaian model dengan *software* LINGO 11.0 menghasilkan jadwal untuk 16 perawat seperti pada Tabel 2.

Tabel 2 Solusi dari model penjadwalan unit Rawat Inap Rumah Sakit

Hari ke-	Perawat															
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	L	S	L	S	P	M	M	M	P	P	L	S	L	L	P	L
2	P	S	S	P	P	LE	M	M	S	P	S	M	S	P	L	P
3	S	L	P	L	S	L	M	LE	P	S	P	M	P	S	M	P
4	S	M	P	P	S	P	LE	L	L	P	L	M	S	P	M	S
5	P	M	S	P	P	S	L	S	S	M	P	LE	M	P	LE	L
6	P	M	M	P	L	S	S	S	P	LE	P	L	M	S	L	P
7	S	LE	LE	P	P	L	P	L	S	L	S	M	M	P	M	S
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
26	L	S	M	P	P	LE	S	L	S	P	L	S	P	P	M	M
27	S	S	M	S	M	L	P	P	L	S	P	L	P	P	M	LE
28	S	S	LE	S	LE	M	L	M	P	P	M	P	S	P	M	L
29	P	S	L	L	L	M	S	M	P	P	M	S	P	L	LE	M
30	P	S	S	S	M	M	L	M	P	P	M	S	P	P	L	M
Total jam kerja	174	172	171	173	173	170	170	176	173	176	171	171	173	170	170	170

Keterangan: P = pagi S = sore M = malam LE = lepas L = libur

Dari solusi optimal yang diperoleh, semua kendala, baik kendala utama maupun kendala tambahan, dapat dipenuhi. Jika dibandingkan dengan penjadwalan yang dibuat secara manual oleh pihak Rumah Sakit tersebut untuk periode: Minggu 16 Juni 2013 s.d. Senin 15 Juli 2013, hasil dengan model *goal programming* ini jauh lebih baik. Pada penjadwalan yang dibuat secara manual, 5 dari 9 kendala utama tidak dipenuhi dan semua kendala tambahan tidak ada yang dipenuhi.

4.2 Masalah Penjadwalan Perawat pada Unit Poliklinik Rumah Sakit Permata Bekasi

Asumsi masalah penjadwalan pada unit Poliklinik ini adalah sebagai berikut.

1. Hari pertama ($i = 1$) pada unit Poliklinik ini ialah hari Minggu, hari kedua ($i = 2$) ialah hari Senin, dan seterusnya hingga hari ke-30.
2. Perawat pada unit ini juga tidak dapat berpindah tugas ke unit lainnya.

Parameter yang hanya berlaku pada Unit Poliklinik ini ialah: banyaknya perawat $m = 8$ orang perawat dan maksimum jam kerja $A^{tot} = \pm 150$ jam dalam satu bulan. Karena Unit Poliklinik ini diliburkan pada hari Minggu, maka himpunan hari libur $D = \{1, 8, 15, 22, 29\}$ dan total hari libur dalam 1 bulan, $d = 5$ hari. Data kebutuhan perawat unit Poliklinik diberikan pada Tabel 3 berikut.

Tabel 3 Kebutuhan perawat unit Poliklinik pada Rumah Sakit Permata Bekasi

Shift	Rentang waktu	Hari						
		Minggu	Senin	Selasa	Rabu	Kamis	Jumat	Sabtu
Pagi	07.00 - 14.00	0	2	3	2	3	3	3
Sore	14.00 - 21.00	0	3	3	4	4	4	3

Shift kerja pada Unit Poliklinik hanya shift pagi (7 jam) dan shift sore dengan jam kerja 7 jam. Karena tidak ada shift malam untuk unit Poliklinik ini, maka kendala pada model utama yang terkait dengan shift malam harus dihilangkan. Jadi hanya terdapat 4 kendala utama dan 2 kendala tambahan, yaitu kendala total jam kerja dan kendala yang terkait dengan bekerja maksimum tidak lebih dari 6 hari berturut-turut. Setelah model diselesaikan dengan LINGO 11.0 diperoleh solusi penjadwalan perawat sebagai berikut.

Tabel 4 Solusi dari model penjadwalan Unit Poliklinik Rumah Sakit Permata Bekasi

Perawat	Hari ke															Total jam kerja
	1	2	3	4	5	6	7	...	24	25	26	27	28	29	30	
1	L	L	S	L	S	S	S		S	S	S	S	P	L	L	147
2	L	S	S	S	S	S	P		L	L	S	P	P	L	L	147
3	L	S	S	S	P	P	S		P	P	L	S	S	L	P	147
4	L	S	P	P	P	S	S		S	P	P	S	S	L	S	147
5	L	P	P	S	S	P	P		S	S	S	L	S	L	P	147
6	L	L	P	P	P	P	P		P	S	P	P	P	L	P	147
7	L	P	L	P	P	S	P		P	S	S	S	S	L	S	147
8	L	P	P	S	S	P	P		L	P	P	P	L	L	S	147

Keterangan: P = pagi S = sore L = libur

Seperti pada Unit Rawat Inap, dari solusi optimal yang diperoleh pada Unit Poliklinik ini, semua kendala, baik kendala utama maupun kendala tambahan, dapat

dipenuhi. Jika dibandingkan dengan penjadwalan yang dibuat secara manual oleh pihak Rumah Sakit tersebut untuk periode: Minggu 16 Juni 2013 s.d. Senin 15 Juli 2013, hasil dengan model *goal programming* ini juga jauh lebih baik. Pada penjadwalan yang dibuat secara manual, 1 dari 4 kendala utama tidak dipenuhi dan 1 dari 2 kendala tambahan tidak dipenuhi.

KESIMPULAN DAN PROSPEK

Masalah penjadwalan perawat di rumah sakit dapat dimodelkan ke dalam bentuk *nonpreemptive goal programming*. Studi kasus yang dilakukan untuk menyelesaikan masalah penjadwalan perawat di Rumah Sakit Permata Bekasi menghasilkan solusi optimal yang dapat mengakomodir semua kendala tambahan.

Secara umum, model penjadwalan perawat pada rumah sakit ini masih dapat dikembangkan karena setiap rumah sakit memiliki aturan, kondisi dan keinginan dari perawat atau aturan tambahan yang berbeda dengan rumah sakit lain. Beberapa aturan tambahan tersebut misalkan pembagian *shift* yang merata tiap perawat, menghindari pola penjadwalan libur – masuk – libur, menghindari pola penjadwalan masuk – libur – masuk, menghindari jadwal *shift* malam yang melebihi 8 hari selama satu bulan, dan lain-lain.

PUSTAKA

- [1] Taha HA. 2003. *Operations Research: An Introduction*. 7th Edition. Arkansas (US): Pearson Education.
- [2] Azaiez MN, Al-Sharif SS. 2005. A 0 – 1 Goal programming model for nurse scheduling. *Computers & Operations Research* 32: 491 – 507. doi: 10.1016/S0305-0548(03)00249-1.

MODEL OPTIMASI SKEMA PEMBIAYAAN INTERNET BERDASARKAN FUNGSI UTILITAS *PERFECT SUBSTITUTE*

OPTIMIZATION MODEL OF INTERNET PRICING SCHEME USING PERFECT SUBSTITUTE UTILITY FUNCTION

Indrawati^{1*}, Irmeilyana¹, Fitri Maya Puspita¹ and Clara Alverina Gozali¹

Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Sriwijaya Jln. Raya Prabumulih KM 32 Inderalaya Ogan Ilir Sumatera Selatan¹

*e-mail: indrawati1006@gmail.com

ABSTRACT

Internet Service Providers (ISPs) do not only consider consumer's satisfaction but also consider their profit. By taking into account the all factors available, ISPs have choices in determining the internet flat fee, usage based, and two part tariff pricing schemes. In this paper, we analyze the two types of consumers which are homogeneous and heterogeneous consumers. In heterogeneous consumers, we divide into high end and low end consumers and also high and low demand consumers. In willingness to pay case, ISPs have the right to choose the right pricing schemes since for each schemes provides the same profit. In different level of consumption case for heterogeneous consumers, the usage based and two part tariff scheme yield better profit that can be adopted by ISPs.

Keywords: pricing scheme, perfect substitute, maximum profit

ABSTRAK

Penyedia layanan internet (ISP) diharapkan tidak hanya memperhitungkan kepuasan konsumen saja, tetapi juga memperhitungkan keuntungan yang diperolehnya. Dengan tetap mempertimbangkan semua faktor yang ada, ISP diberikan pilihan dalam menentukan skema pembiayaan, yaitu skema pembiayaan *flat fee*, *usage based*, dan *two part tariff*. Pada penelitian ini, dilakukan analisis terhadap dua jenis konsumen, yaitu konsumen homogen dan konsumen heterogen. Konsumen heterogen dibagi menjadi dua, yaitu kasus heterogen, pelanggan memiliki dua segmen menurut keinginan untuk membayar (*high end* dan *low end*) dan level konsumsi (*high demand* dan *low demand*). Pada kasus konsumen homogen dan konsumen heterogen dengan keinginan untuk membayar ISP bebas untuk memilih tiga jenis skema pembiayaan yang ada karena keuntungan maksimum yang dihasilkan sama. Untuk konsumen heterogen dengan tingkat konsumsi yang berbeda, skema pembiayaan *usage based* dan *two part tariff* dapat dipilih untuk menghasilkan keuntungan maksimum yang optimal.

Katakunci: Skema pembiayaan, perfect substitute, keuntungan maksimum

PENDAHULUAN

Perusahaan Penyedia Layanan Internet (ISP, *Internet Service Provider*) dituntut untuk bersaing menyediakan layanan yang maksimal namun dengan biaya yang minimum, karena dengan biaya yang minimum akan meningkatkan minat konsumen untuk menggunakannya. Namun, sekarang ini terdapat berbagai macam permintaan pengguna internet dan berbagai macam aplikasi yang membuat penyediaan internet harus memperhitungkan kualitas dalam pelayanan (*Quality of Service*, QoS). Pada dasarnya, QoS memungkinkan untuk memberikan layanan yang lebih baik untuk permintaan tertentu. Dalam menunjukkan efisiensi ISP dalam pelayanan harus ada interaksi antara

harga dan QoS [1]. Tidak hanya ISP, harus ada pertimbangan tersendiri untuk konsumen yang menggunakan layanan internet tersebut. Harus ada kesesuaian antara harga yang diberikan dengan kepuasan konsumen yang di dapat. Sebagaimana kepuasan konsumen dapat dilihat dengan menggunakan fungsi utilitas [2-6]. Fungsi utilitas sendiri menggambarkan tingkat kepuasan konsumen dalam mengkonsumsi suatu produk [7]. Internet Service Provider (ISP) saat ini menangani permintaan yang tinggi untuk mempromosikan informasi yang berkualitas baik. Namun, skema baru untuk mengembangkan harga baru yang melibatkan jaringan QoS [8-15] dan skema baru melibatkan QoS dalam jaringan multi layanan [16-20] hanya sedikit.

Dengan mempertimbangkan semua faktor dari sisi penyedia maupun konsumen dipilih tiga tipe skema pembiayaan yang paling sering digunakan, yaitu *flat fee*, *usage-based*, dan *two-part tariff*. Pada dasarnya, penelitian ini menganalisis situasi yaitu penyedia layanan dapat memperoleh keuntungan yang lebih baik jika memiliki satu skema pembiayaan dan berapa besar ongkos menyediakan skema tersebut. Analisis strategi pembiayaan dibagi menjadi dua bagian yang mempertimbangkan pelanggan, yaitu pelanggan homogen dan pelanggan heterogen. Dalam kasus homogen, semua pelanggan memiliki utilitas yang sama mengenai level konsumsi per hari. Sedangkan dalam kasus heterogen, pelanggan memiliki dua segmen menurut keinginan untuk membayar (*willingness to pay*) dan level konsumsi (*consumption level*). Pada penelitian ini dicari model skema pembiayaan yang lebih baik dengan menggunakan fungsi utilitas *Perfect substitute*.

METODE PENELITIAN

Langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Memformulasikan fungsi utilitas *Perfect Substitute* berdasarkan skema pembiayaan *flat fee*, *usage-based*, dan *two-part tariff* untuk konsumen homogen dan heterogen.
2. Melakukan analisis terhadap fungsi utilitas yang dipilih sehingga diperoleh model skema berdasarkan fungsi utilitas tersebut.
3. Membuat kesimpulan sesuai analisis dan perbandingan yang diperoleh.

HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Parameter dan Variabel Tetap

Parameter-parameter dan variabel tetap yang digunakan adalah:

P : biaya yang dikeluarkan jika mengikuti layanan yang diberikan

P_x : harga yang diberikan penyedia layanan saat jam sibuk

P_y : harga yang diberikan penyedia layanan saat jam tidak sibuk

$\bar{X}_i$: tingkat tertinggi konsumen i dalam menggunakan layanan saat jam sibuk

$\bar{Y}_i$: tingkat tertinggi konsumen i dalam menggunakan layanan saat bukan jam sibuk

$X_i^* = X_i(P_x, P_y, P)$: tingkat konsumsi layanan konsumen i pada jam sibuk

$Y_i^* = Y_i(P_x, P_y, P)$: tingkat konsumsi layanan konsumen i bukan pada jam sibuk

$Z_i^* = Z_i(P_x, P_y, P)$: variabel tujuan konsumen i sehubungan dengan keikutsertaannya

$U_i(X_i, Y_i)$: fungsi utilitas dari konsumen i dengan X_i adalah tingkat penggunaan layanan saat jam sibuk dan Y_i adalah tingkat penggunaan layanan saat bukan jam sibuk

3.2 Fungsi Utilitas *Perfect Substitute*

Pada kasus ini akan digunakan fungsi utilitas *Perfect Substitute* dengan bentuk:
 $U(x, y) = ax + by$.

3.2.1 Konsumen Homogen

Anggap semua konsumen memiliki tingkat kepuasan yang sama dan tingkat maksimum penggunaan yang sama di jam sibuk dan tidak sibuk, yaitu $\bar{X}$ dan $\bar{Y}$.

Optimasi Masalah Konsumen :

$$\max_{X,Y,Z} aX + bY - P_X X - P_Y Y - PZ, \text{ dengan kendala} \quad (1)$$

$$X \leq \bar{X}Z \quad (2)$$

$$Y \leq \bar{Y}Z \quad (3)$$

$$aX + bY - P_X X - P_Y Y - PZ \geq 0 \quad (4)$$

$$Z = 0 \text{ atau } 1 \quad (5)$$

Optimasi Masalah Produsen

$$\max_{P_X, P_Y} \sum_i (P_X X_i^* + P_Y Y_i^* + PZ_i^*) \quad (6)$$

$$\text{dimana } (X^*, Y^*, Z^*) = \arg\max aX + bY - P_X X - P_Y Y - PZ \quad (7)$$

Dengan kendala:

$$X \leq \bar{X}Z$$

$$Y \leq \bar{Y}Z$$

$$aX + bY - P_X X - P_Y Y - PZ \geq 0$$

$$Z = 0 \text{ atau } 1$$

Pemilihan skema yang terbaik ditentukan secara derivatif seperti berikut ini:

Lemma 1a: Jika ISP menggunakan skema pembiayaan *flat fee*, biaya yang dibayarkan akan menjadi $a\bar{X} + b\bar{Y}$ dan keuntungan maksimum $\sum_i (a\bar{X} + b\bar{Y})$.

Pembuktian Lemma 1a

Jika ISP memilih untuk menggunakan skema pembiayaan *flat fee* maka ditetapkan $P_X = 0$, $P_Y = 0$, dan $P > 0$ maka tingkat konsumsi konsumen akan menjadi $X = \bar{X}$ dan $Y = \bar{Y}$ sehingga persamaan (8) menjadi :

$$\max_{X,Y,Z} a\bar{X} + b\bar{Y} - 0 \cdot X - 0 \cdot Y - PZ = \max_{X,Y,Z} a\bar{X} + b\bar{Y} - PZ \quad (8)$$

Berdasarkan kendala pada Persamaan (11) diperoleh:

$$a\bar{X} + b\bar{Y} - 0 \cdot X - 0 \cdot Y - PZ \geq 0 \text{ menjadi } a\bar{X} + b\bar{Y} - PZ \geq 0 \quad (9)$$

Untuk tetap membuat tingkat kepuasan konsumen maksimum maka diambil batas bawah dari Persamaan (4) sehingga $a\bar{X} + b\bar{Y} - PZ = 0$ maka $PZ = a\bar{X} + b\bar{Y}$. Maka biaya yang dikenakan pada skema pembiayaan *flat fee* adalah $a\bar{X} + b\bar{Y}$. Untuk fungsi tujuan (6) yang memaksimumkan keuntungan yang diperoleh ISP karena $PZ = a\bar{X} + b\bar{Y}$ maka menjadi :

$$\max_{P_X, P_Y} \sum_i (0 \cdot X_i^* + 0 \cdot Y_i^* + a\bar{X} + b\bar{Y}) = \max \sum_i (a\bar{X} + b\bar{Y}) \quad (10)$$

Lemma 2a : Jika ISP menggunakan skema pembiayaan *usage based*, harga optimal adalah $P_X = a$ dan $P_Y = b$ dengan keuntungan maksimum adalah $\sum_i (a\bar{X} + b\bar{Y})$.

Pembuktian Lemma 2a

Jika ISP memilih menggunakan skema pembiayaan *usage based* maka ditetapkanlah $P_X > 0$, $P_Y > 0$, dan $P = 0$. Dengan ketentuan tersebut persamaan (6) menjadi :

$$\max_{X,Y,Z} aX + bY - P_X X - P_Y Y \quad (11)$$

Penyedia harus memperkecil nilai P_X dan P_Y . Pertama, untuk mengoptimalkan masalah konsumen lakukan penurunan Persamaan (12) terhadap x dan y .

$$\frac{\partial(aX+bY-P_X X-P_Y Y)}{\partial x} = 0 \rightarrow a - P_X = 0 \rightarrow a = P_X \quad (12)$$

$$\frac{\partial(aX+bY-P_X X-P_Y Y)}{\partial y} = 0 \rightarrow b - P_Y = 0 \rightarrow b = P_Y \quad (13)$$

Optimasi Masalah Produsen menjadi :

$$\max_{P_X, P_Y} \sum_i (P_X X^* + P_Y Y^*) = \max_{P_X, P_Y} \sum_i (aX^* + bY^*) \quad (14)$$

Karena X dan Y dibatasi, maka X^* dan Y^* akhirnya akan menjadi $\bar{X}$ dan $\bar{Y}$. Dengan kata lain, P_X dan P_Y menjadi $P_X = a$ dan $P_Y = b$ dengan keuntungan maksimum adalah $\sum_i (a\bar{X} + b\bar{Y})$.

Lemma 3a: Jika ISP menggunakan skema pembiayaan *two part tariff*, harga optimal adalah $P_X = a$ dan $P_Y = b$ dengan keuntungan maksimum adalah $\sum_i (a\bar{X} + b\bar{Y})$.

Pembuktian Lemma 3a

Jika ISP memilih menggunakan skema pembiayaan *two part tariff* maka $P_X > 0$, $P_Y > 0$, dan $P > 0$.

$$\frac{\partial(aX+bY-P_X X-P_Y Y-PZ-P)}{\partial x} = 0 \rightarrow a - P_X = 0 \rightarrow a = P_X \quad (15)$$

$$\frac{\partial(aX+bY-P_X X-P_Y Y-PZ-P)}{\partial y} = 0 \rightarrow b - P_Y = 0 \rightarrow b = P_Y \quad (16)$$

Optimasi Masalah Produsen menjadi :

$$\max_{P_X, P_Y, P} \sum_i (aX^* + bY^* + P) \quad (17)$$

Karena X dan Y dibatasi, maka X^* dan Y^* akhirnya akan menjadi $\bar{X}$ dan $\bar{Y}$. Dengan kata lain, P_X dan P_Y akan menjadi $P_X = a$ dan $P_Y = b$ sedangkan $P = 0$ dengan keuntungan maksimum adalah $\sum_i (a\bar{X} + b\bar{Y})$. Maka tipe skema pembiayaan *flat fee*, *usage based*, dan *two-part tariff* menghasilkan besar keuntungan yang sama dari sudut memaksimalkan kuntungan bagi ISP.

3.2.2 Konsumen Heterogen

3.2.2.1 Konsumen Heterogen : *High-end* dan *Low-end*

Misalkan terdapat m konsumen *high-end* ($i=1$) dan n konsumen *low-end* ($i=2$). Diasumsikan bahwa setiap konsumen heterogen tersebut mempunyai batas atas yang sama $\bar{X}$ dan $\bar{Y}$ dengan masing-masing adalah tingkat konsumsi pada jam sibuk dan bukan jam sibuk dan $a_1 > a_2$, $b_1 > b_2$.

Optimasi Masalah Konsumen :

$$\max_{X_i, Y_i, Z_i} a_i X_i + b_i Y_i - P_X X_i - P_Y Y_i - PZ_i \quad (18)$$

dengan kendala :

$$X_i \leq \bar{X}_i Z_i \quad (19)$$

$$Y_i \leq \bar{Y}_i Z_i \quad (20)$$

$$a_i X_i + b_i Y_i - P_X X_i - P_Y Y_i - PZ_i \geq 0 \quad (21)$$

$$Z_i = 0 \text{ atau } 1 \quad (22)$$

Optimasi Masalah Produsen

$$\max_{P_X, P_Y, P} m(P_X X_1^* + P_Y Y_1^* + PZ_1^*) + n(P_X X_2^* + P_Y Y_2^* + PZ_2^*) \quad (23)$$

$$\text{dimana } (X_i^*, Y_i^*, Z_i^*) = \arg\max a_i X_i + b_i Y_i - P_X X_i - P_Y Y_i - PZ_i \quad (24)$$

Dengan kendala:

$$\begin{aligned}
X_i &\leq \bar{X}_i Z_i \\
Y_i &\leq \bar{Y}_i Z_i \\
a_i X_i + b_i Y_i - P_x X_i - P_y Y_i - P Z_i &\geq 0 \\
Z_i &= 0 \text{ atau } 1
\end{aligned}$$

Lemma 4a : Jika ISP menggunakan skema pembiayaan *flat fee*, harga yang dikenakan kepada konsumen menjadi $a_2 \bar{X} + b_2 \bar{Y}$ dan keuntungan maksimum $(m + n)(a_2 \bar{X} + b_2 \bar{Y})$.

Pembuktian Lemma 4a

Karena menggunakan skema pembayaran *flat fee* maka $P_x=0$, $P_y=0$, dan $P>0$. Jika konsumen memilih untuk bergabung ke dalam program yang diberikan, tingkat kepuasan maksimum akan diperoleh dengan memilih tingkat konsumsi $X_1 = \bar{X}$, $Y_1 = \bar{Y}$ atau $X_2 = \bar{X}$, $Y_2 = \bar{Y}$. Hal ini membuat ISP dapat memberikan harga untuk setiap konsumen *high-end* tidak lebih dari $a_1 \bar{X} + b_1 \bar{Y}$ dan setiap konsumen *low-end* tidak lebih dari $a_2 \bar{X} + b_2 \bar{Y}$. Dengan demikian dapat menjadi lebih mudah dengan mengansumsikan bahwa $a_1 < \frac{m+n}{m} a_2$ dan $b_1 < \frac{m+n}{m} b_2$. ISP mengenakan biaya $a_2 \bar{X} + b_2 \bar{Y}$ kepada konsumen *high-end* dan konsumen *low-end* yang membuat keuntungan maksimum yang didapat ISP menjadi $(m + n)(a_2 \bar{X} + b_2 \bar{Y})$.

Lemma 5a : Jika ISP menggunakan skema pembiayaan *usage based*, harga optimal $P_x = a_2$ dan $P_y = b_2$ dengan keuntungan maksimum adalah $(m + n)(a_2 \bar{X} + b_2 \bar{Y})$.

Pembuktian Lemma 5a

Jika ISP memilih menggunakan skema pembiayaan *usage based* maka ditetapkanlah $P_x > 0$, $P_y > 0$, dan $P = 0$. Dengan ketentuan tersebut persamaan (23) menjadi :

$$(a_1 X_1 + b_1 Y_1 - P_x X_1 - P_y Y_1) + (a_2 X_2 + b_2 Y_2 - P_x X_2 - P_y Y_2) \quad (25)$$

$$a_1 - P_x = 0 \rightarrow a_1 = P_x \quad (26)$$

$$b_1 - P_y = 0 \rightarrow b_1 = P_y \quad (27)$$

$$a_2 - P_x = 0 \rightarrow a_2 = P_x \quad (28)$$

$$b_2 - P_y = 0 \rightarrow b_2 = P_y \quad (29)$$

Optimasi Masalah Produsen menjadi :

$$\max_{P_x, P_y} m(a_1 X_1^* + b_1 Y_1^*) + n(a_2 X_2^* + b_2 Y_2^*) \quad (30)$$

Untuk memaksimumkan persamaan (30), ISP memperkecil nilai P_x dan P_y . Karena X_1 , X_2 , Y_1 , dan Y_2 dibatasi, maka X_1^* , X_2^* , Y_1^* , dan Y_2^* tidak dapat melebihi $\bar{X}$ dan $\bar{Y}$.

Optimasi Masalah Produsen :

$$\max_{P_x} m(a_1 X_1^*) + n(a_2 X_2^*) \quad (31)$$

Jika produsen memberikan harga dibawah a_2 maka keuntungan yang diperoleh tidaklah optimal (maksimum) karena X_1^* dan X_2^* tidak dapat lebih dari $\bar{X}$ dan permintaan pengguna akan meningkat dengan menurunnya harga. Dengan kata lain, P_x dan P_y akan menjadi $P_x = a_2$ dan $P_y = b_2$ dengan keuntungan maksimum adalah $(m + n)(a_2 \bar{X} + b_2 \bar{Y})$.

Lemma 6a : Jika ISP menggunakan skema pembiayaan *two part tariff*, harga optimal adalah $P_x = a_2$, $P_y = b_2$ dan $P = 0$ dengan keuntungan maksimum adalah $(m + n)(a_2 \bar{X} + b_2 \bar{Y})$.

Pembuktian Lemma 6a

Jika ISP memilih menggunakan skema pembiayaan *two part tariff* maka ditetapkanlah $P_x > 0$, $P_y > 0$, dan $P > 0$. Pertama, untuk mengoptimalkan masalah konsumen lakukan penurunan persamaan (4.30) terhadap x dan y sehingga diperoleh

persamaan (33)-(36). P_X dan P_Y akan menjadi $P_X = a_2$, $P_Y = b_2$ dan $P = 0$. Selain itu juga diasumsikan $a_1 < \frac{m+n}{m} a_2$ dan $b_1 < \frac{m+n}{m} b_2$. Jadi keuntungan maksimum yang sebesar $(m+n)(a_2\bar{X} + b_2\bar{Y})$. Tipe skema pembiayaan *flat fee*, *usage based*, dan *two-part tariff* menghasilkan besar keuntungan yang sama dari sudut memaksimalkan keuntungan bagi ISP.

3.2.2.2 Konsumen Heterogen : *High-demand* dan *Low-demand*

Diasumsikan terdapat dua tipe konsumen, yaitu konsumen *high-demand* (tipe 1) dan konsumen *low-demand* (tipe 2) dengan tingkat maksimum pemakaian $\bar{X}_1$ dan $\bar{Y}_1$ untuk tipe 1 serta $\bar{X}_2$ dan $\bar{Y}_2$ dimana $\bar{X}_1 > \bar{X}_2$ dan $\bar{Y}_1 > \bar{Y}_2$. Misalkan terdapat m konsumen *high-demand* dan n konsumen *low-demand* dengan $a_1 = a_2 = a$ dan $b_1 = b_2 = b$.

Lemma 7a : Jika ISP menggunakan skema pembiayaan *flat fee*, biaya yang dibayarkan akan menjadi $P = a\bar{X}_2 + b\bar{Y}_2$ dan keuntungan maksimum $(m+n)[a\bar{X}_2 + b\bar{Y}_2]$.

Pembuktian Lemma 7a

Karena menggunakan skema pembayaran *flat fee* maka sudah pasti diberikan $P_X = 0$, $P_Y = 0$, dan $P > 0$. Jika konsumen memilih untuk bergabung ke dalam program yang diberikan, maka tingkat kepuasan maksimum diperoleh dengan memilih tingkat konsumsi $X_1 = \bar{X}_1$, $Y_1 = \bar{Y}_1$ atau $X_2 = \bar{X}_2$, $Y_2 = \bar{Y}_2$ dengan tingkat kepuasan maksimum yang diperoleh $a\bar{X}_1 + b\bar{Y}_1$ atau $a\bar{X}_2 + b\bar{Y}_2$. Oleh karena itu, ISP tidak dapat mengenakan biaya lebih dari $a\bar{X}_1 + b\bar{Y}_1$ kepada setiap konsumen *high demand* dan $a\bar{X}_2 + b\bar{Y}_2$ kepada setiap konsumen *low demand*. Karena menggunakan skema pembiayaan *flat fee* maka ISP tidak dapat membedakan pembiayaan antara konsumen maka ISP harus memilih untuk mengenakan biaya sebesar $a\bar{X}_1 + b\bar{Y}_1$ pada konsumen *high demand* yang dapat menggunakan layanan tersebut atau mengenakan biaya sebesar $a\bar{X}_2 + b\bar{Y}_2$ sehingga konsumen *high demand* dan konsumen *low demand* dapat bergabung ke dalam program yang diberikan. Jika diasumsikan $m[a\bar{X}_1 + b\bar{Y}_1] < (m+n)[a\bar{X}_2 + b\bar{Y}_2]$, maka harga terbaik yang dapat dikenakan oleh ISP adalah $a\bar{X}_2 + b\bar{Y}_2$ untuk konsumen *high demand* dan konsumen *low demand*. Keuntungan maksimum yang diperoleh ISP $(m+n)(a\bar{X}_2 + b\bar{Y}_2)$.

Lemma 8a : Jika ISP menggunakan skema pembiayaan *usage based*, harga optimalnya adalah $P_X = a$ dan $P_Y = b$ dengan keuntungan maksimum yang diperoleh adalah $m(a\bar{X}_1 + b\bar{Y}_1) + n(a\bar{X}_2 + b\bar{Y}_2)$.

Pembuktian lemma 8a

Jika ISP memilih menggunakan skema pembiayaan *usage based* maka $P_X > 0$, $P_Y > 0$, $P = 0$.

$$a - P_X = 0 \rightarrow a = P_X \quad (32)$$

$$b - P_Y = 0 \rightarrow b = P_Y \quad (33)$$

$$a - P_X = 0 \rightarrow a = P_X \quad (34)$$

$$b - P_Y = 0 \rightarrow b = P_Y \quad (35)$$

Optimasi Masalah Produsen menjadi :

$$\max m(aX_1^* + bY_1^*) + n(aX_2^* + bY_2^*) \quad (36)$$

Karena X_1, X_2, Y_1 dan Y_2 dibatasi, maka X_1^*, X_2^*, Y_1^* dan Y_2^* akhirnya akan menjadi $\bar{X}_1, \bar{X}_2, \bar{Y}_1$ dan $\bar{Y}_2$. Dengan kata lain, P_X dan P_Y akan menjadi $P_X = a$ dan $P_Y = b$ dengan keuntungan maksimum yang diperoleh adalah $m(a\bar{X}_1 + b\bar{Y}_1) + n(a\bar{X}_2 + b\bar{Y}_2)$.

Lemma 9a : Jika ISP menggunakan skema pembiayaan *two part tariff*, harga optimalnya adalah $P_X = a, P_Y = b$ dan $P = 0$ dengan keuntungan maksimum yang diperoleh adalah $m(a\bar{X}_1 + b\bar{Y}_1) + n(a\bar{X}_2 + b\bar{Y}_2)$.

Pembuktian Lemma 9a

Jika ISP memilih menggunakan skema pembiayaan *two part tariff* maka ditetapkanlah $P_X > 0, P_Y > 0$, dan $P > 0$. Optimasi Masalah Produsen menjadi :

$$\max m(aX_1^* + bY_1^* + P) + n(aX_2^* + bY_2^* + P) \quad (37)$$

Karena X_1, X_2, Y_1 dan Y_2 dibatasi, maka X_1^*, X_2^*, Y_1^* dan Y_2^* akhirnya akan menjadi $\bar{X}_1, \bar{X}_2, \bar{Y}_1$ dan $\bar{Y}_2$. Dengan kata lain, P_X dan P_Y akan menjadi $P_X = a$ dan $P_Y = b$ dengan keuntungan maksimum yang diperoleh adalah $m(a\bar{X}_1 + b\bar{Y}_1) + n(a\bar{X}_2 + b\bar{Y}_2)$.

Tabel 1 Rekapitulasi Skema-skema pembiayaan untuk setiap jenis Konsumen

Jenis Konsumen	Skema Pembiayaan	Fungsi Utilitas <i>Perfect Substitute</i>
Homogen	<i>Flat fee</i>	$\sum_i (a\bar{X} + b\bar{Y})$
	<i>Usage based</i>	
	<i>Two part tariff</i>	
Heterogen: <i>High end & Low end</i>	<i>Flat fee</i>	$(m + n)(a_2\bar{X} + b_2\bar{Y})$
	<i>Usage based</i>	
	<i>Two part tariff</i>	
Heterogen: <i>High demand & Low demand</i>	<i>Flat fee</i>	$(m + n)[a\bar{X}_2 + b\bar{Y}_2]$
	<i>Usage Based</i>	$m(a\bar{X}_1 + b\bar{Y}_1) + n(a\bar{X}_2 + b\bar{Y}_2)$
	<i>Two part tariff</i>	

KESIMPULAN

Berdasarkan analisis yang telah dilakukan berdasarkan fungsi utilitas *perfect substitute* dengan menggunakan tiga jenis skema pembiayaan yang ada pada konsumen homogen dan konsumen heterogen diperoleh skema pembiayaan yang optimal pada masing-masing konsumen. Untuk konsumen homogen berdasarkan tiga jenis skema pembiayaan yang ada memiliki keuntungan maksimum yang sama, maka ISP bebas untuk memilih untuk menggunakan skema pembiayaan *flat fee, usage based* ataupun *two part tariff*. Untuk konsumen heterogen dengan keinginan untuk membayar (*high end* dan *low end*) berdasarkan tiga jenis skema pembiayaan yang ada menghasilkan keuntungan maksimum yang sama, maka ISP bebas untuk menentukan skema pembiayaan yang akan digunakan. Untuk konsumen heterogen dengan level konsumsi yang berbeda (*high demand* dan *low demand*) skema pembiayaan optimal ada ketika ISP memilih menggunakan skema pembiayaan *usage based* atau *two part tariff*.

PUSTAKA

- [1] Barth D, Deschinkel K, Diallo M, Echabbi L. 2004. *Pricing, QoS and utility models for the Internet*. Université de Versailles St-Quentin.

- [2] Indrawati, Irmeilyana, Puspita FM. 2013. *Analisa Teori Fungsi Utilitas Baru Dalam Model Skema Pembiayaan Untuk Layanan Informasi (Information Services)*, Laporan Tahun Pertama Hibah Fundamental. DIKTI: Inderalaya, Ogan Ilir.
- [3] Indrawati, Irmeilyana, Puspita FM, Gozali CA. 2013. *Optimasi Model Skema Pembiayaan Internet Berdasarkan Functions of Bandwidth Diminished with Increasing Bandwidth*, in *Seminar Hasil Penelitian dalam rangka Dies Natalies Universitas Sriwijaya*. Universitas Sriwijaya, Inderalaya, Sumatera Selatan.
- [4] Indrawati, Irmeilyana, Puspita FM, Lestari MP. 2013. *Optimasi Model Skema Pembiayaan Internet Berdasarkan Fungsi Utilitas Quasi-Linier*, in *Seminar Hasil Penelitian dalam rangka Dies Natalis Universitas Sriwijaya*. Universitas Sriwijaya.
- [5] Indrawati, Irmeilyana, Puspita FM, Lestari MP. 2014. *Cobb-Douglass Utility Function in Optimizing the Internet Pricing Scheme Model*. TELKOMNIKA. **12**(1).
- [6] Indrawati, Irmeilyana, Puspita FM, Lestari MP. 2014. *Perbandingan Fungsi Utilitas Cobb-Douglass Dan Quasi-Linear Dalam Menentukan Solusi Optimal Masalah Pembiayaan Layanan Informasi*. in *Seminar Nasional Matematika dan Statistika 2014*. Universitas Tanjung Pura, Pontianak Kalimantan Barat.
- [7] Chugh SK. *Microeconomics of Consumer Theory. A Short Course in Representative-Agent Macroeconomics*. . 2012, Cambridge MIT Press.
- [8] Puspita FM, Seman K, Sanugi B. 2011. *Internet Charging Scheme Under Multiple QoS Networks*. in The International Conference on Numerical Analysis & Optimization (ICeMATH 2011). Universitas Ahmad Dahlan, Yogyakarta.
- [9] Puspita FM, Seman K, Taib BM. 2011. *A Comparison of Optimization of Charging Scheme in Multiple QoS Networks*. in 1st AKEPT 1st Annual Young Researchers International Conference and Exhibition (AYRC X3 2011) Beyond 2020: Today's Young Researcher Tomorrow's Leader. PWTC, Kuala Lumpur.
- [10] Puspita FM, Seman K, Taib BM, Shafii Z. 2012. *Models of Internet Charging Scheme under Multiple QoS Networks*. in International Conferences on Mathematical Sciences and Computer Engineering Kuala Lumpur, Malaysia.
- [11] Puspita FM, Seman K, Taib BM, Shafii Z. 2013. *The Improved Formulation Models of Internet Pricing Scheme of Multiple Bottleneck Link QoS Networks with Various Link Capacity Cases*, in *Seminar Hasil Penyelidikan Sektor Pengajian Tinggi Kementerian Pendidikan Malaysia ke-3*. Universiti Utara Malaysia.
- [12] Puspita FM, Seman K, Taib BM, Shafii Z. 2013. *Improved Models of Internet Charging Scheme of Single Bottleneck Link in Multi QoS Networks*. *Journal of Applied Sciences*. **13**(4): p. 572-579.
- [13] Puspita FM, Seman K, Taib BM, Shafii Z. 2013. *Improved Models of Internet Charging Scheme of Multi bottleneck Links in Multi QoS Networks*. *Australian Journal of Basic and Applied Sciences*. **7**(7): p. 928-937.
- [14] Irmeilyana, Puspita FM, Indrawati. 2013. *Model Optimasi Skema Pembiayaan Internet Menurut Multiple QOS Network*, Laporan Tahun Pertama Hibah Bersaing. DIKTI: Inderalaya, Ogan Ilir.
- [15] Irmeilyana, Indrawati, Puspita, FM, Herdayana L. 2014. *The New Improved Models of Single Link Internet Pricing Scheme in Multiple QoS Network*, in *International Conference Recent trends in Engineering & Technology (ICRET'2014)*, Batam (Indonesia).

- [16] Irmeilyana, Indrawati, Puspita, FM, Juniwati. 2014. Model and optimal solution of single link pricing scheme multiservice network. *TELKOMNIKA*. **12**(1).
- [17] Puspita FM, Seman K, Taib BM, Shafii Z. 2012. A new approach of optimization model on internet charging scheme in multi service networks. *International Journal of Science and Technology*. **2** (6): p. 391-394.
- [18] Puspita FM, Seman K, Taib BM, Shafii Z. 2012. *An improved optimization model of internet charging scheme in multi service networks*. *TELKOMNIKA*. **10**(3): p. 592-598.
- [19] Puspita FM, Seman K, Taib BM, Shafii Z. 2013. *An Improved Model of Internet Pricing Scheme of Multi Service Network in Multiple Link QoS Networks*. in The 2013 International Conference on Computer Science and Information Technology (CSIT-2013). Universitas Teknologi Yogyakarta.
- [20] Irmeilyana, Indrawati, Puspita, FM, Herdayana L. 2013. *Model yang Diperbaiki dan Solusi Skema Pembiayaan Internet Link Tunggal pada Jaringan Multi Layanan (Multi Service Network)*, in Seminar Hasil Penelitian Universitas Sriwijaya. Universitas Sriwijaya, Inderalaya, Indonesia

PENYELESAIAN MASALAH PENGOPTIMUMAN KUADRATIK YANG MEMUAT FAKTOR DISKON TERKENDALA SISTEM DESKRIPTOR LINEAR

THE SOLUTION OF QUADRATIC OPTIMIZATION PROBLEM WITH DISCOUNT FACTOR SUBJECT TO LINEAR DESCRIPTOR SYSTEM

Muhafzan

Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Andalas
Kampus UNAND, Limau Manis, Padang, 25163
muhafzan@fmipa.unand.ac.id

ABSTRACT

The main objective of this article is to solve the quadratic optimization problem with discount factor subject to linear descriptor system. This study uses the technique of singular value decomposition in order to transform initial problem into a new simple problem. A sufficient condition guaranteeing the existence of the solution is established.

Keywords: quadratic optimization, discount factor, singular value decomposition.

ABSTRAK

Tujuan dari artikel ini adalah untuk menyelesaikan masalah pengoptimuman kuadratik yang memuat faktor diskon terkendala sistem deskriptor linear. Kajian dilakukan dengan memanfaatkan teknik dekomposisi nilai singular dari suatu matriks untuk mentransformasikan permasalahan awal menjadi masalah baru yang lebih sederhana. Selanjutnya dikonstruksi suatu syarat cukup yang menjamin eksistensi solusi masalah tersebut.

Kata kunci: pengoptimuman kuadratik, faktor diskon, dekomposisi nilai singular.

PENDAHULUAN

Masalah pengoptimuman kuadratik terkendala sistem deskriptor linear merupakan suatu masalah optimasi dinamis khusus di mana fungsi tujuan berbentuk kuadratik dan kendala berbentuk suatu sistem persamaan diferensial yang dikenal dengan sistem deskriptor linear. Seperti yang telah diketahui bahwa masalah pengoptimuman kuadratik ini menjadi sorotan banyak peneliti dikarenakan aplikasinya meliputi berbagai bidang. Dalam [1] dipapar aplikasi dari masalah pengoptimuman ini dalam ekonomi makro dan mikro, aplikasi dalam keuangan dilaporkan dalam [2], dan beberapa aplikasi lainnya dalam [3]. Penyelesaian masalah pengoptimuman kuadratik terkendala sistem deskriptor linear telah dilaporkan oleh berbagai pengarang, lihat [4] dan [5] untuk informasi secara detil. Dalam artikel ini permasalahan ini ditinjau kembali tetapi dalam fungsi tujuannya disisipkan suatu faktor diskon. Sepanjang pengetahuan penulis permasalahan pengoptimuman ini belum terselesaikan. Untuk masalah pengoptimuman standar dengan fungsi tujuan memuat faktor diskon telah diselesaikan oleh William dan Hopkins dalam [6] untuk periode waktu berhingga. Dalam artikel ini periode waktu yang digunakan adalah tak hingga.

Beberapa notasi akan digunakan sepanjang makalah ini. Simbol $\mathbb{R}^{p \times q}$ menyatakan himpunan matriks riil berukuran $p \times q$, $\mathbb{R}^p \equiv \mathbb{R}^{p \times 1}$, 0 menyatakan matriks nol, $\mathbf{0}$ menyatakan vektor nol. Selain itu, simbol $\langle \cdot, \cdot \rangle$ menyatakan hasil kali dalam yang didefinisikan sebagai $\langle \mathbf{w}, \mathbf{v} \rangle \equiv \mathbf{w}' \mathbf{v}$, di mana $\mathbf{w}'$ menyatakan transpos dari vektor $\mathbf{w}$.

PERUMUSAN MASALAH

Diberikan masalah pengoptimuman kuadratik terkendala sistem deskriptor linear kontinu berikut:

$$\min_{(\mathbf{u}, \mathbf{x})} \int_0^{\infty} e^{-\rho t} (< \mathbf{x}(t), Q\mathbf{x}(t) > + < \mathbf{u}(t), R\mathbf{u}(t) >) dt, \quad (1)$$

s. t. $E\dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) + B\mathbf{u}(t), \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0, t \in [0, \infty],$

di mana $e^{-\rho t}$ menyatakan faktor diskon dengan $0 \leq \rho < 1$, $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$ menyatakan variabel keadaan, $\mathbf{u}(t) \in \mathbb{R}^m$ menyatakan variabel input (pengontrol), matriks Q adalah simetris positif semidefinit, R adalah matriks simetris positif definit, $E, A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$ dan $\text{rank}(E) < n$. Selain itu diasumsikan juga bahwa

$$\int_0^{\infty} e^{-\rho t} (< \mathbf{x}(t), Q\mathbf{x}(t) > + < \mathbf{u}(t), R\mathbf{u}(t) >) dt < \infty.$$

Dalam makalah ini akan ditentukan suatu pengontrol $\mathbf{u}^*(t) \in \mathbb{R}^m$ dan keadaan $\mathbf{x}^*(t) \in \mathbb{R}^n$ yang meminimumkan fungsional objektif (1) dan memenuhi sistem deskriptor (2). Jika $\mathbf{u}^*(t)$ dan $\mathbf{x}^*(t) \in \mathbb{R}^n$ ini ada, untuk selanjutnya mereka disebut sebagai pengontrol optimal dan keadaan optimal.

PEMBAHASAN

Untuk menyelesaikan masalah di atas, misalkan $\text{rank}(E) = k < n$, maka dengan menggunakan Teorema Dekomposisi Nilai Singular [7], ada matriks nonsingular $K, L \in \mathbb{R}^{n \times n}$ sedemikian sehingga

$$KEL = \begin{pmatrix} I_k & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \equiv \hat{E}. \quad (2)$$

Hal ini mengakibatkan

$$KAL = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \equiv \hat{A}, \quad KB = \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \end{pmatrix} \equiv \hat{B} \quad \text{dan} \quad L^{-1}\mathbf{x} = \begin{pmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{pmatrix} \equiv \boldsymbol{\xi}, \quad (3)$$

di mana $A_{11} \in \mathbb{R}^{k \times k}$, $A_{22} \in \mathbb{R}^{(n-k) \times (n-k)}$, $\mathbf{x}_1 \in \mathbb{R}^k$ dan $\mathbf{x}_2 \in \mathbb{R}^{(n-k)}$. Oleh karena itu, persamaan ke dua dalam (1) dapat ditulis menjadi bentuk berikut:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_1(t) &= A_{11}\mathbf{x}_1(t) + A_{12}\mathbf{x}_2(t) + B_1\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{0} &= A_{21}\mathbf{x}_1(t) + A_{22}\mathbf{x}_2(t) + B_2\mathbf{u}(t), \end{aligned} \quad (4)$$

dan masalah pengoptimuman (1) berubah menjadi masalah pengoptimuman berikut ini:

$$\min_{(\mathbf{u}, \boldsymbol{\xi})} \int_0^{\infty} e^{-\rho t} (< \boldsymbol{\xi}(t), \hat{Q}\boldsymbol{\xi}(t) > + < \mathbf{u}(t), R\mathbf{u}(t) >) dt,$$

$$\text{s. t.} \quad \hat{E}\dot{\boldsymbol{\xi}}(t) = \hat{A}\boldsymbol{\xi}(t) + \hat{B}\mathbf{u}(t), \quad \boldsymbol{\xi}(0) = \boldsymbol{\xi}_0, \quad t \in [0, \infty], \quad (5)$$

di mana $\hat{Q} = L'QL \equiv \begin{pmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{12} & Q_{22} \end{pmatrix}$. Dengan asumsi bahwa sistem deskriptor dalam persamaan ke dua dari (1) adalah terkontrol impuls, maka $\text{rank} \begin{pmatrix} A_{22} & B_2 \end{pmatrix} = n - k$ [9]. Sehingga persamaan ke dua dari (4) dapat ditulis sebagai:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{x}_2(t) \\ \mathbf{u}(t) \end{pmatrix} = -\hat{A}^\dagger A_{21}\mathbf{x}_1(t) + W\mathbf{v}(t) \quad (6)$$

untuk suatu vektor $\mathbf{v}(t) \in \mathbb{R}^m$ dan untuk suatu matriks $W \in \mathbb{R}^{(n-k+m) \times m}$ yang memenuhi $W \in \ker(A_{22} \ B_2)$, $\text{rank}(W) = m$, dan $\hat{A}^\dagger = (A_{22} \ B_2)'[(A_{22} \ B_2)A_{22} \ B_2]^{-1}$ adalah generalized invers dari matriks $(A_{22} \ B_2)$. Dengan menggunakan ekspresi (6), diperoleh transformasi berikut:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{x}_1(t) \\ \mathbf{x}_2(t) \\ \mathbf{u}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_k & 0 \\ -\hat{A}^\dagger A_{21} & W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x}_1(t) \\ \mathbf{v}(t) \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Dengan menggunakan (7), maka masalah pengoptimuman (5) berubah menjadi masalah pengoptimuman standar yang memuat faktor diskon berikut ini:

$$\min_{(\mathbf{v}, \mathbf{x}_1)} \int_0^\infty e^{-\rho t} (< \mathbf{x}_1(t), \bar{Q}_{11}\mathbf{x}_1(t) > + 2 < \mathbf{x}_1(t), \bar{Q}_{12}\mathbf{v}(t) > + < \mathbf{v}(t), \bar{Q}_{22}\mathbf{v}(t) >) dt, \quad (8)$$

$$\text{s. t. } \dot{\mathbf{x}}_1(t) = \bar{A}\mathbf{x}_1(t) + \bar{B}\mathbf{v}(t), \quad \mathbf{x}_1(0) = \mathbf{x}_{10}, \quad t \in [0, \infty],$$

di mana

$$\bar{Q}_{11} = Q_{11} - (\hat{A}^\dagger A_{21})' \begin{pmatrix} Q_{12} & 0 \\ 0 & R \end{pmatrix} - (Q_{12} \ 0) \hat{A}^\dagger A_{21} + (\hat{A}^\dagger A_{21})' \begin{pmatrix} Q_{22} & 0 \\ 0 & R \end{pmatrix} \hat{A}^\dagger A_{21},$$

$$\bar{Q}_{12} = (Q_{12} \ 0)W - (\hat{A}^\dagger A_{21})' \begin{pmatrix} Q_{22} & 0 \\ 0 & R \end{pmatrix} W,$$

$$\bar{Q}_{22} = W' \begin{pmatrix} Q_{22} & 0 \\ 0 & R \end{pmatrix} W,$$

$$\bar{A} = A_{11} - (A_{12} \ B_1) \hat{A}^\dagger A_{21},$$

$$\bar{B} = (A_{12} \ B_1)W.$$

Untuk periode waktu berhingga, masalah pengoptimuman (8) sudah diselesaikan dalam [6] untuk matriks $\bar{Q}_{22}$ yang positif definit. Sebaliknya, untuk masalah dengan periode waktu tak hingga dilakukan dengan mentransformasikan (8) menjadi masalah pengoptimuman tanpa faktor diskon dengan mendefinisikan variabel baru berikut:

$$\mathbf{y}(t) = e^{-0,5\rho t} \mathbf{x}_1(t) \quad \text{dan} \quad \mathbf{z}(t) = e^{-0,5\rho t} \mathbf{v}(t). \quad (9)$$

Transformasi ini mengakibatkan masalah pengoptimuman (8) berubah menjadi masalah pengoptimuman standar tanpa faktor diskon berikut ini:

$$\min_{(\mathbf{z}, \mathbf{y})} \int_0^\infty (< \mathbf{y}(t), \bar{Q}_{11}\mathbf{y}(t) > + 2 < \mathbf{y}(t), \bar{Q}_{12}\mathbf{z}(t) > + < \mathbf{z}(t), \bar{Q}_{22}\mathbf{z}(t) >) dt, \quad (10)$$

$$\text{s. t. } \dot{\mathbf{y}}(t) = (\bar{A} - 0,5\rho I)\mathbf{y}(t) + \bar{B}\mathbf{z}(t), \quad \mathbf{y}(0) = \mathbf{y}_0, \quad t \in [0, \infty],$$

Berdasarkan teori kontrol optimal untuk sistem standar [8], eksistensi kontrol optimal $\mathbf{z}^* \in \mathbb{R}^m$ dijamin jika $\bar{Q}_{22} > 0$, pasangan matriks $(\bar{A} - 0,5\rho I, \bar{B})$ dapat distabilkan secara asimtotik dan pasangan matriks $(\bar{A} - 0,5\rho \bar{B} \bar{Q}_{22}^{-1} \bar{Q}_{12}', \bar{Q}_{11} \bar{Q}_{22}^{-1} \bar{Q}_{12}')$. Jika syarat ini berlaku maka kontrol optimal untuk masalah pengoptimuman (10) adalah

$$\mathbf{z}^*(t) = -\bar{Q}_{22}^{-1}(\bar{Q}_{12} + \bar{B}'P)\mathbf{y}^*(t),$$

untuk suatu matriks positif definit P , di mana $\mathbf{y}^*(t)$ memenuhi persamaan diferensial

$$\dot{\mathbf{y}}(t) = (\bar{A} - 0,5\rho I - \bar{B} \bar{Q}_{22}^{-1}(\bar{Q}_{12} + \bar{B}'P))\mathbf{y}(t), \quad \mathbf{y}(0) = \mathbf{y}_0,$$

dan P merupakan solusi dari persamaan Riccati

$$P(\bar{A} - 0,5\rho I) + (\bar{A}' - 0,5\rho I)P + \bar{Q}_{11} - (P\bar{B} + \bar{Q}_{12})\bar{Q}_{22}^{-1}(P\bar{B} + \bar{Q}_{12})' = 0. \quad (11)$$

Eksistensi pengontrol optimal $\mathbf{z}^*(t)$ dan keadaan optimal $\mathbf{y}^*(t)$ untuk masalah pengoptimuman (10) ini mengakibatkan adanya pengontrol optimal $\mathbf{u}^*(t)$ dan keadaan optimal $\mathbf{x}^*(t)$ untuk masalah pengoptimuman (1) yang diperoleh dengan menggunakan kembali transformasi (9), (7) dan (3), di mana kontrol optimal $\mathbf{u}^*(t)$ diperoleh dari persamaan (7) dan $\mathbf{x}_1(t)$ memenuhi persamaan diferensial berikut:

$$\dot{\mathbf{x}}_1(t) = (\bar{A} - \bar{B}\bar{Q}_{22}^{-1}(\bar{Q}_{12} + \bar{B}'P))\mathbf{x}_1(t), \quad \mathbf{x}_1(0) = \mathbf{x}_{10}, \quad t \in [0, \infty], \quad (12)$$

serta P adalah solusi definit positif dari persamaan Riccati (11).

KESIMPULAN

Jaminan eksistensi kontrol optimal untuk masalah pengoptimuman kuadratik yang memuat faktor diskon terkendala sistem deskriptor linear kontinu adalah keterkontrolan impuls dari sistem kedua dalam (1) dan eksistensi pengontrol optimal $\mathbf{z}^*(t)$ dan keadaan optimal $\mathbf{y}^*(t)$ untuk masalah pengoptimuman (10). Kontrol optimal $\mathbf{u}^*(t)$ diperoleh dari persamaan (7) dan $\mathbf{x}_1(t)$ memenuhi persamaan diferensial (12).

PUSTAKA

- [1] Pau LF. 1979. Research on optimal control adapted to macro and microeconomics. *Journal of Economic Dynamics and Control*. 1: 243-269.
- [2] Boyle PP, Tian W, Guan F. 2002. The Riccati equation in mathematical finance. *Journal of Symbolic Computation*. 33: 343-355.
- [3] Anita S, Arnautu V, Capasso V. 2011. *An Introduction to Optimal Control Problem in Life Sciences and Economics*. New York: Springer-Verlag.
- [4] Bender. DJ, Laub. AJ. 1987. The Linear quadratic optimal regulator for descriptor systems. *IEEE Transaction on Automatic Control*. 32(8): 672-688.
- [5] Jonckheere E. 1988. Variational calculus for descriptor problems. *IEEE transaction on Automatic Control*. 33(5): 491-495.
- [6] William E, Hopkin JR. 1994. Exponential linear quadratic optimal control with discounting. *IEEE Transaction on Automatic Control*. 39(1):175-178.
- [7] Klema VC, Laub AJ. 1980. The Singular value decomposition: Its computation and some applications. *IEEE Transaction on Automatic Control*. 25:164-176.
- [8] Liberzon D. 2012. *Calculus of variations and optimal control theory*. Princeton: New Jersey.
- [9] Ishihara J Y, Terra MH. 2001. Impulse controllability and observability of rectangular descriptor systems. *IEEE Transaction on Automatic Control*. 46: 991-994.

BIFURKASI HOPF PADA MODEL MANGSA-PEMANGSA HOLLING-TANNER TIPE II

HOPF BIFURCATION IN PREY-PREDATOR MODEL OF HOLLING-TANNER TYPE II

Muhammad Buchari Gaib^{1*}, Ali Kusnanto², Paian Sianturi³

Departemen Matematika, FMIPA-IPB, Bogor^{1*}

m.barigaib@gmail.com, 085697262800

Departemen Matematika, FMIPA-IPB, Bogor²

Departemen Matematika, FMIPA-IPB, Bogor³

ABSTRACT

In this paper a mathematical prey-predator model of Holling-Tanner type II and the existence of Hopf bifurcation were studied. In this model, three fixed points are obtained, in which one of them is a saddle point. The prey-predator population dynamics was simulated based on four cases, by increasing the interaction value of prey and predator. In the third case, the stable spiral changed into an unstable spiral and also observed the presence of limit cycles. This is known as Hopf bifurcation. Furthermore, for the fourth case both populations were almost extincted due to the increase of the interaction rate. Generally, it can be concluded that increasing the value of prey and predator interaction rate would change the stability of population. The prey-predator population will be stable when the prey and predator interaction rate is low, whereas the higher interaction rate would cause the extinction of both prey and predator populations.

Keywords: Hopf bifurcation, Holling-Tanner type II, limit cycle, prey-predator

ABSTRAK

Dalam paper ini dipelajari model mangsa-pemangsa Holling-Tanner tipe II dan keberadaan dari bifurkasi Hopf. Dari model ini, diperoleh tiga titik tetap, dengan salah satu titik bersifat sadel. Dinamika populasi mangsa-pemangsa model ini dibagi menjadi empat kasus, dimana setiap kasusnya dilakukan menaikkan nilai parameter tingkat interaksi antara mangsa dan pemangsa. Pada kasus ketiga, terjadi perubahan kestabilan titik dari spiral stabil menjadi spiral tak stabil dan kemunculan *limit cycle*. Ini merupakan sifat bifurkasi Hopf. Selanjutnya, pada kasus keempat hampir terjadi kepunahan kedua populasi, karena tingkat interaksi kedua populasi ini semakin tinggi. Secara umum, dapat disimpulkan bahwa menaikkan nilai parameter interaksi antara mangsa dan pemangsa memengaruhi kestabilan populasi. Populasi mangsa dan pemangsa akan stabil ketika tingkat interaksi kedua populasi rendah, sedangkan tingkat interaksi yang tinggi menyebabkan kepunahan terhadap kedua populasi.

Katakunci: bifurkasi Hopf, Holling-Tanner tipe II, limit cycle, mangsa-pemangsa

PENDAHULUAN

Ada beberapa jenis hubungan yang dapat terjadi antarspesies, salah satunya adalah mangsa (*prey*) dan pemangsa (*predator*). Pemangsa merupakan suatu organisme yang mencari, memburu, dan memakan organisme lain. Sedangkan mangsa adalah organisme yang diburu dan dimakan oleh pemangsa. Interaksi antara mangsa dan pemangsa merupakan kejadian berulang yang terjadi secara terus-menerus dan kehadiran keduanya dapat saling memengaruhi populasi satu sama lain.

Dalam mempelajari interaksi antara mangsa dan pemangsa, sangat penting untuk menentukan bentuk spesifik dari respon fungsional yang menggambarkan jumlah mangsa

yang dikonsumsi setiap pemangsa. Respon fungsional itu sendiri bergantung pada beberapa faktor, di antaranya jumlah dari masing-masing mangsa dan pemangsa, daya dukung lingkungan, tingkat kejenuhan pemangsa, dan tingkat persaingan antarpemangsa.

Fenomena mangsa-pemangsa menjadi salah satu fenomena alam yang patut dipelajari, bukan hanya untuk upaya pelestarian organisme tersebut tetapi juga dampak keseimbangan alam yang diakibatkan oleh populasi keduanya di masa yang datang. Alfred Lotka dan Vito Volterra dalam [1] mengembangkan sepasang persamaan diferensial yang menggambarkan fenomena mangsa-pemangsa untuk pertama kalinya yang dikenal sebagai model Lotka-Volterra. Setelah itu, berkembang beberapa model yang merupakan modifikasi dari model Lotka-Volterra, salah satunya adalah model Holling-Tanner yang mampu memberikan gambaran adanya kompetisi yang terjadi di antara para mangsa saat kepadatan yang tinggi. Pada saat kepadatan yang tinggi, para mangsa akan bersaing untuk mempertahankan sumber daya mereka. Dalam tulisan ini, direkonstruksi model mangsa-pemangsa Holling-Tanner tipe II yang disusun oleh Kuang dan Li [2]. Dari model ini akan dianalisis karakteristik dan kestabilan serta dinamika populasi mangsa pemangsa dari model tersebut serta menunjukkan terjadinya bifurkasi Hopf.

PERMODELAN

Dalam paper ini dibahas model mangsa-pemangsa Holling-Tanner tipe II yang menggambarkan suatu rantai makanan antara satu spesies pemangsa dan satu spesies mangsa. Berikut ini adalah sistem persamaan modelnya:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= rx \left(1 - \frac{x}{K}\right) - \frac{cxy}{x + my}, \\ \dot{y}(t) &= y \left(\frac{fx}{x + my} - d\right),\end{aligned}\tag{1}$$

dimana $x, y \geq 0$, dan $c, d, f, r, K > 0$, dengan:

- x : banyaknya populasi mangsa,
- y : banyaknya populasi pemangsa,
- r : laju pertumbuhan intrinsik mangsa,
- K : daya dukung lingkungan,
- c : koefisien interaksi antara mangsa dan pemangsa yang berpengaruh terhadap laju pertumbuhan mangsa,
- f : koefisien interaksi antara mangsa dan pemangsa yang berpengaruh terhadap laju pertumbuhan pemangsa,
- m : tingkat kejenuhan pemangsaan,
- d : laju kematian pemangsa.

Respon fungsional pada model di atas dinyatakan dengan $p(x) = \frac{cx}{x+my}$ yang menggambarkan laju pemangsaan dan ketersediaan makanan (mangsa). Laju pertumbuhan intrinsik mangsa (r) dipengaruhi oleh laju pertumbuhan pemangsa y , dimana x tumbuh secara logistik. Laju pertumbuhan populasi pemangsa dipengaruhi oleh kemampuan maksimum pemangsa dalam mencari mangsa (f) dan tingkat kejenuhan pemangsaan (m) dikurangi laju kematian pemangsa (d).

Dalam melakukan analisis, persamaan (1) dengan banyak parameter ditransformasikan ke bentuk yang lebih sederhana dengan cara melakukan penondimensialan model. Skala parameter yang digunakan, yaitu:

$$x \rightarrow Kx, \quad y \rightarrow \frac{Ky}{m}, \quad t \rightarrow \frac{mt}{c}.$$

Sistem persamaan (1) menjadi:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \alpha x(1-x) - \frac{xy}{x+y}, \\ \dot{y}(t) &= -\beta y + \frac{\delta xy}{x+y}, \end{aligned} \quad (2)$$

dengan

$$\alpha = \frac{rm}{c}, \quad \beta = \frac{dm}{c}, \quad \delta = \frac{fm}{c}. \quad (3)$$

Dalam persamaan (3), parameter α merepresentasikan tingkat pertumbuhan mangsa, parameter β merepresentasikan tingkat kematian pemangsa, dan parameter δ merepresentasikan tingkat interaksi antara mangsa dan pemangsa.

PEMBAHASAN

3.1 Titik Tetap dan Kestabilan

Titik tetap model (2) di atas adalah $T_1(0,0)$, $T_2(1,0)$, dan $T_3(x^*, y^*)$, dengan:

$$\begin{aligned} x^* &= \frac{\alpha\delta + \beta - \delta}{\alpha\delta}, \\ y^* &= -\frac{(\alpha\delta + \beta - \delta)(\beta - \delta)}{\alpha\delta\beta}. \end{aligned}$$

Titik tetap $T_3(x^*, y^*)$ akan berada di kuadran pertama jika memenuhi:

$$x^* > 0 \text{ atau } \frac{\alpha\delta + \beta - \delta}{\alpha\delta} > 0, \quad (4)$$

$$y^* > 0 \text{ atau } -\frac{(\alpha\delta + \beta - \delta)(\beta - \delta)}{\alpha\delta\beta} > 0. \quad (5)$$

Agar persamaan (4) dan (5) terpenuhi, maka:

$$\alpha > 1 - \frac{\beta}{\delta} \text{ dan } \beta < \delta. \quad (6)$$

Dari persamaan (5), pada saat $\beta = \delta$, titik tetap T_3 akan menyatu dengan titik tetap T_2 . Dari persamaan (4), pada saat $\alpha = 1 - \frac{\beta}{\delta}$, titik tetap T_3 akan menyatu dengan titik tetap T_1 .

Dengan melakukan pelinearan ([3]) pada persamaan (2), diperoleh matriks Jacobi sebagai berikut:

$$J = \begin{pmatrix} \alpha - 2\alpha x - \frac{y}{x+y} + \frac{xy}{(x+y)^2} & -\frac{x}{x+y} + \frac{xy}{(x+y)^2} \\ \frac{\delta y}{x+y} - \frac{\delta xy}{(x+y)^2} & -\beta + \frac{\delta x}{x+y} - \frac{\delta xy}{(x+y)^2} \end{pmatrix}.$$

Kestabilan titik tetap dapat dilihat dari nilai eigen yang dihasilkan oleh matriks Jacobi persamaan (2) yang dievaluasi pada titik tetap tersebut [3]. Matriks Jacobi titik tetap $T_1(0,0)$ adalah

$$J_{(0,0)} = \begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & -\beta \end{pmatrix}.$$

Dengan menyelesaikan persamaan karakteristik $\det(J_{(0,0)} - \lambda I) = 0$, diperoleh nilai eigen untuk matriks $J_{(0,0)}$, yaitu:

$$\lambda_1 = \alpha, \quad \lambda_2 = -\beta.$$

Karena parameter diasumsikan tidak negatif, maka $\lambda_1 > 0$ dan $\lambda_2 < 0$. Karena kedua nilai eigen real berbeda tanda, maka kestabilan titik tetap $T_1(0,0)$ bersifat sadel [3].

Matriks Jacobi titik tetap $T_2(1,0)$ adalah

$$J_{(1,0)} = \begin{pmatrix} -\alpha & -1 \\ 0 & -\beta + \delta \end{pmatrix}.$$

Dengan menyelesaikan persamaan karakteristik $\det(J_{(1,0)} - \lambda I) = 0$, diperoleh nilai eigen untuk matriks $J_{(1,0)}$ yaitu $\lambda_1 = -\alpha$, $\lambda_2 = -\beta + \delta$. Karena parameter diasumsikan bernilai positif, maka $\lambda_1 < 0$ dan λ_2 bergantung pada nilai parameter β dan δ yang digunakan. Jika $\beta < \delta$, maka kestabilan titik tetap T_2 bersifat sadel, dan bersifat simpul stabil jika $\beta > \delta$ [3].

Matriks Jacobi titik tetap $T_3(x^*, y^*)$ adalah

$$J_{(x^*, y^*)} = \begin{pmatrix} 2 - \alpha - \frac{2\beta}{\delta} + \frac{(\beta - \delta)}{\delta} - \frac{(\beta - \delta)}{\beta\delta^2} & -\frac{\beta}{\delta} - \frac{\beta(\beta - \delta)}{\delta^2} \\ -\alpha\delta - \beta + \delta + \frac{\beta(\beta - \delta)}{\delta} & \frac{\beta(\beta - \delta)}{\delta} \end{pmatrix}.$$

Dengan menyelesaikan persamaan karakteristik $\det(J_{(x^*, y^*)} - \lambda I) = 0$, diperoleh nilai eigen untuk matriks $J_{(x^*, y^*)}$, yaitu:

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2} \frac{1}{\delta^2} (A \pm \sqrt{B}), \quad (7)$$

dengan

$$A = \delta^2 - \alpha\delta^2 - \beta^2 + \beta^2\delta - \beta\delta^2, \\ B = 2\alpha\beta^2\delta^2 - 2\beta^2\delta^2 + \beta^4 + 2\alpha\beta^2\delta^3 - 2\alpha\beta\delta^4 - 2\alpha\delta^4 - 6\beta^3\delta^2 + 2\beta\delta^4 + \alpha^2\delta^4 \\ - 2\beta^4\delta + 6\beta^3\delta^2 + \beta^4\delta^2 - 2\beta^3\delta^3 + \beta^2\delta^4 - \delta^4.$$

Berdasarkan nilai eigen yang diperoleh, kestabilan titik tetap $T_3(x^*, y^*)$ bergantung pada nilai A dan B yang didalamnya terdapat parameter α , β dan δ . Jika $A < 0$, maka titik tetap menjadi stabil dan ketika $A > 0$ titik tetap menjadi tidak stabil. Kemudian, jika $B > 0$ titik tetap bersifat simpul dan jika $B < 0$ bersifat spiral [3].

Dari kondisi $A < 0$, diperoleh $\alpha > 1 - \beta - \frac{\beta^2(1-\delta)}{\delta^2}$. Sedangkan dari kondisi $A > 0$, diperoleh $\alpha < 1 - \beta - \frac{\beta^2(1-\delta)}{\delta^2}$. Dari kedua kondisi ini diperoleh 4 kasus, yaitu:

$$\alpha > 1 - \beta - \frac{\beta^2(1-\delta)}{\delta^2} \text{ dan } B > 0,$$

$$\alpha > 1 - \beta - \frac{\beta^2(1-\delta)}{\delta^2} \text{ dan } B < 0,$$

$$\alpha < 1 - \beta - \frac{\beta^2(1-\delta)}{\delta^2} \text{ dan } B < 0,$$

$$\alpha < 1 - \beta - \frac{\beta^2(1-\delta)}{\delta^2} \text{ dan } B > 0$$

Tabel kondisi kestabilan titik tetap $T_3(x^*, y^*)$ dapat dilihat pada Tabel 1 berikut..

Tabel 5. Kondisi kestabilan titik tetap T_3

Kasus		Kondisi	T_3
1	$\delta > \beta$ dan $\alpha > \frac{\delta-\beta}{\delta}$	$\alpha > 1 - \beta - \frac{\beta^2(1-\delta)}{\delta^2}$ dan $B > 0$	Simpul stabil
2	$\delta > \beta$ dan $\alpha > \frac{\delta-\beta}{\delta}$	$\alpha > 1 - \beta - \frac{\beta^2(1-\delta)}{\delta^2}$ dan $B < 0$	Spiral stabil
3	$\delta > \beta$ dan $\alpha > \frac{\delta-\beta}{\delta}$	$\alpha < 1 - \beta - \frac{\beta^2(1-\delta)}{\delta^2}$ dan $B < 0$	Spiral tak stabil
4	$\delta > \beta$ dan $\alpha > \frac{\delta-\beta}{\delta}$	$\alpha < 1 - \beta - \frac{\beta^2(1-\delta)}{\delta^2}$ dan $B > 0$	Simpul sak stabil

3.2 Bifurkasi Hopf

Dari pembahasan di atas, nilai eigen titik tetap $T_3(x^*, y^*)$ adalah sebagai berikut:

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2} \frac{1}{\delta^2} (A \pm \sqrt{B}).$$

Jika $A = 0$ dan $B < 0$, maka dihasilkan nilai eigen yang bernilai imajiner murni. Nilai eigen yang bernilai imajiner murni mengakibatkan kestabilan bersifat *center*. Ketika $A < 0$ dan $B < 0$, kestabilan titik tetap bersifat spiral stabil. Sedangkan ketika $A > 0$ dan $B < 0$, kestabilan titik tetap berubah menjadi spiral tak stabil. Dalam kasus ini, fenomena perubahan kestabilan tersebut dikenal sebagai bifurkasi Hopf [3],[4].

Bifurkasi Hopf terjadi ketika kesetimbangan mengalami perubahan stabilitas dan terjadi kemunculan *limit cycle* [3]. Perubahan stabilitas yang dimaksud adalah ketika titik tetap yang semula memiliki kestabilan spiral stabil menjadi spiral tidak stabil atau sebaliknya. Syarat perlu agar bifurkasi Hopf tercapai adalah jika:

$$A = 0 \text{ dan } B < 0 \quad (8)$$

Dari persamaan (7) dan (8), akan diperoleh :

$$\alpha = 1 - \beta - \frac{\beta^2(1 - \delta)}{\delta^2}, \quad (9)$$

dan

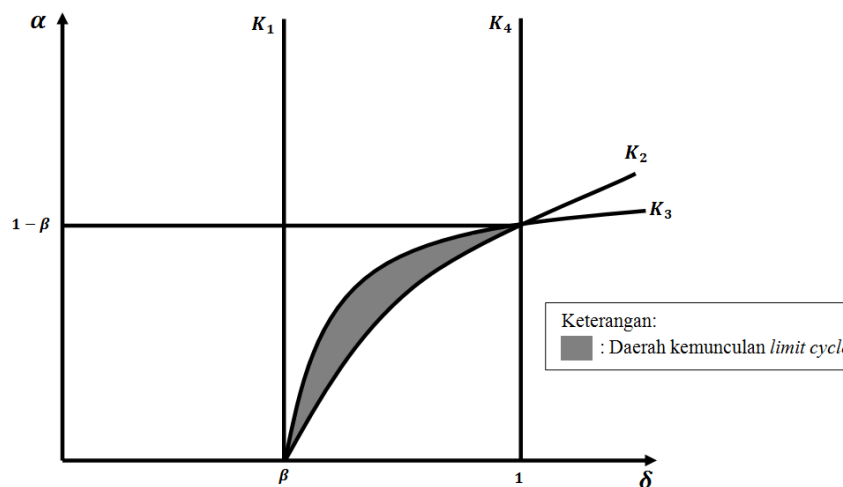
$$4\delta\beta^2(\delta - 1)(\beta - \delta)^2 < 0. \quad (10)$$

Karena semua parameter bernilai positif, maka $4\delta\beta^2 > 0$ dan $(\beta - \delta)^2 > 0$. Persamaan (10) akan dipenuhi jika

$$\delta < 1. \quad (11)$$

Dari persamaan (9) dan (10) diperoleh suatu parameter batas yang mengakibatkan terjadinya bifurkasi Hopf pada T_3 .

Misalkan parameter batas keberadaan T_3 pada persamaan (6) digambarkan sebagai kurva $K_1: \delta = \beta$ dan $K_2: \delta = \frac{\beta}{1-\alpha}$, serta parameter batas terjadinya bifurkasi Hopf pada T_3 pada persamaan (9) digambarkan sebagai kurva $K_3: \alpha = 1 - \beta - \frac{\beta^2(1-\delta)}{\delta^2}$ dan $K_4: \delta = 1$. Hubungan antara parameter-parameter yang terlibat dapat dilihat pada Gambar 1, yang menunjukkan daerah kemunculan *limit cycle*.



Gambar 1. Hubungan antar parameter

Sumbu horizontal pada Gambar 1 merepresentasikan nilai parameter δ dan sumbu vertikal merepresentasikan nilai parameter α . Terdapat 2 kurva yang membatasi nilai δ , yaitu kurva $K_1: \delta = \beta$ yang merupakan syarat batas keberadaan titik tetap T_3 dan

kurva K_4 : $\delta = 1$ yang merupakan syarat batas terjadinya bifurkasi Hopf pada titik tetap T_3 . Fenomena bifurkasi Hopf terjadi diselang daerah $\beta < \delta < 1$. Kurva K_3 berada di sebelah kiri kurva K_2 sehingga jika nilai parameter δ bergerak dari kiri ke kanan melalui kurva K_3 , maka di sebelah kanan kurva K_3 akan muncul *limit cycle* yang bentuknya dari kecil membesar. Fenomena ini dikenal sebagai bifurkasi Hopf. Bifurkasi Hopf terjadi pada daerah yang dibatasi oleh kurva K_2 dan K_3 . Pada saat melewati kurva K_2 , titik tetap T_3 akan menghilang karena menyatu dengan titik tetap T_1 sehingga *limit cycle* akan ikut menghilang.

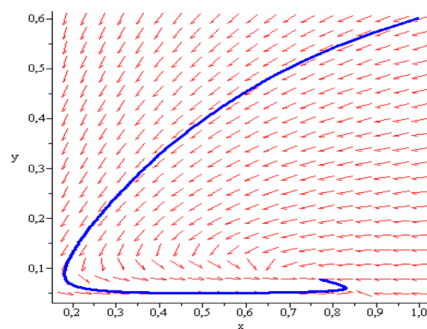
SIMULASI

Dalam simulasi ini, nilai-nilai parameter yang digunakan harus terlebih dahulu memenuhi parameter batas keberadaan titik tetap T_3 , yaitu $\beta < \delta$ yang mengartikan tingkat kematian pemangsa lebih kecil daripada tingkat interaksi antara mangsa dan pemangsa, dan $\alpha > \frac{\delta - \beta}{\delta}$ yang mengartikan laju pertumbuhan mangsa lebih besar daripada pemangsa. Parameter α diasumsikan bernilai 0.4, parameter β diasumsikan bernilai 0.5, dan parameter δ dipilih bernilai antara 0.55 sampai dengan 0.9. Pemilihan nilai-nilai parameter ini ditujukan untuk memperlihatkan perubahan struktur titik tetap dan kestabilannya sekaligus menunjukkan keberadaan bifurkasi Hopf. Pemilihan nilai parameter dalam simulasi dapat dilihat pada Tabel 2 berikut.

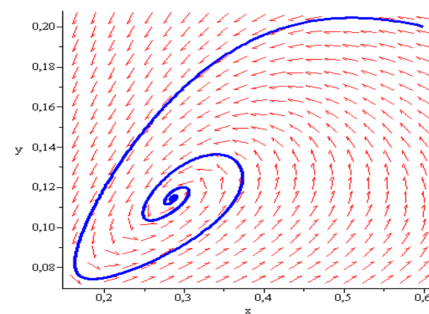
Tabel 6 Pemilihan nilai parameter model

Kasus	α	β	δ	T_3
1	0.4	0.5	0.55	Simpul stabil
2	0.4	0.5	0.7	Spiral stabil
3	0.4	0.5	0.77	Spiral tak stabil
4	0.4	0.5	0.832	Simpul tak stabil

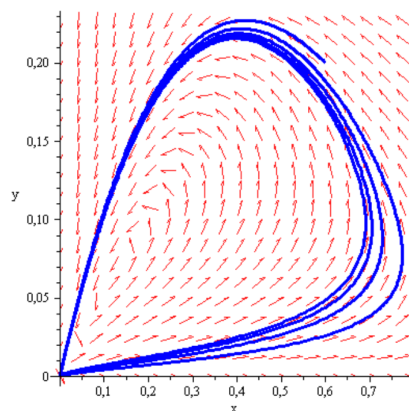
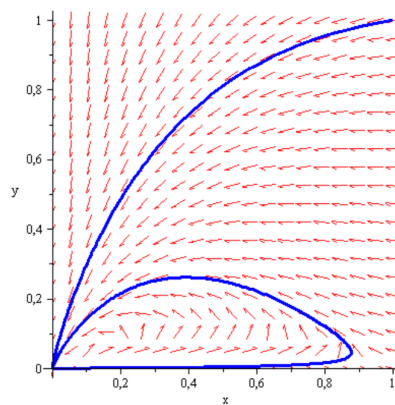
Gambar bidang fase masing-masing kasus dapat ditunjukkan dalam Gambar 1, Gambar 2, Gambar 3 dan Gambar 4.



Gambar 2. Bidang fase $\delta = 0.55$



Gambar 3. Bidang fase $\delta = 0.7$

Gambar 4. Bidang fase $\delta = 0.77$ Gambar 5. Bidang fase $\delta = 0.832$

Pada Gambar 2, diberikan ilustrasi bidang fase di sekitar titik tetap dimana kedua populasi stabil menuju titik tetap T_3 . Diperlihatkan bahwa jenis kestabilan titik tetapnya adalah stabil. Pada Gambar 3, diberikan ilustrasi bidang fase di sekitar titik tetap dimana kedua populasi stabil menuju titik tetap T_3 . Diperlihatkan bahwa jenis kestabilan titik tetap kasus ini adalah spiral stabil. Pada Gambar 4, kenaikan nilai parameter δ ini menyebabkan munculnya *limit cycle*. Fenomena keberadaan *limit cycle* dengan berubahnya nilai suatu parameter sistem merupakan sifat bifurkasi Hopf. Jika nilai δ terus dinaikkan maka bentuk *limit cycle* akan semakin membesar sampai suatu kondisi yang mengakibatkan bentuk *limit cycle* mengecil kembali dan selanjutnya menghilang. Pada Gambar 5, diberikan ilustrasi bidang fase di sekitar titik tetap dimana kedua populasi tidak mencapai kestabilan pada suatu nilai tertentu. Diperlihatkan bahwa jenis kestabilan titik tetap T_3 adalah tak stabil. Gambar ini juga memperlihatkan bahwa hampir terjadi kepunahan populasi mangsa dan pemangsa di awal dan di akhir waktu. Hal ini disebabkan karena tingkat interaksi antara mangsa dan pemangsa di kasus ini sangat tinggi.

KESIMPULAN

Dari hasil analisis model Holling-Tanner tipe I diperoleh tiga titik tetap, yaitu T_1 , T_2 dan T_3 . Kestabilan titik tetap T_1 selalu bersifat sadel, sedangkan kestabilan titik tetap T_2 dan T_3 bergantung dari parameter laju pertumbuhan maksimum mangsa dan pemangsa dan tingkat kepunahan pemangsa.

Dinamika populasi mangsa-pemangsa model ini dipengaruhi oleh tingkat pertumbuhan maksimum mangsa dan pemangsa dan tingkat kepunahan pemangsa. Dalam mengamati dinamika populasi mangsa pemangsa ini, terlebih dahulu dibagi dalam 4 kasus yang memiliki jenis kestabilan yang berbeda-beda.

Dengan memilih nilai parameter yang tepat, dapat ditunjukkan keberadaan dari bifurkasi Hopf. Pada kasus ketiga terjadi perubahan kestabilan titik tetap T_3 dari spiral stabil menjadi spiral tak stabil dan kemunculan *limit cycle*. Fenomena ini merupakan sifat dari bifurkasi Hopf. Pada kasus keempat, hampir terjadi kepunahan populasi mangsa dan pemangsa yang disebabkan karena tingkat interaksi antara mangsa dan pemangsa sangat tinggi.

PUSTAKA

- [1] Gotelli NJ. 1998. *A Primer of Ecology*. Ed ke-2. Sunderland (BG): Sinauer Associates Inc.
- [2] Kuang Y, Li B. 2007. Heteroclinic bifurcation in the Michaelis-Menten-type-ratio-dependent predator-prey system. *Society for Industrial and Applied Mathematics*. 67(5):1453-1464.doi:10.1137/060662460.
- [3] Strogatz SH. 1994. *Nonlinear Dynamics and Chaos with Application to Physics, Biology, Chemistry, and Engineering*. Massachusetts (US): Addison-Wesley Publishing Company.
- [4] Tu PNV. 1994. *Dynamical Systeman Introduction with Application in Economics and Biology*. Heidelberg (DE): Springer-Verlag.

HIPERGRAF INTEGRAL HASIL OPERASI KALI KARTESIUS BIDANG FANO DAN HIPERGRAF 3-SERAGAM LENGKAP BERORDE 4

INTEGRAL HYPERGRAPHS OF THE CARTESIAN PRODUCT OF FANO PLANE AND COMPLETE 3-UNIFORM HYPERGRAPH OF ORDER 4

Mulia Astuti

Jurusan Matematika FMIPA Universitas Bengkulu, Bengkulu
Gedung FMIPA Universitas Bengkulu,
Jl. M. T. Haryono Kandang Limun Kota Bengkulu 38121
Email: assamulia@yahoo.com; mulia220478@gmail.com

ABSTRACT

The Hypergraph products have been a good way to construct a larger hypergraph from small ones. One of commonly studied hypergraph products is Cartesian product. A hypergraph is called integral if all the eigenvalues of its adjacency matrix are integers. In this paper, We study two classes of hypergraphs, namely, Fano Plane and Complete 3-uniform Hypergraph of Order 4. We show that two classes of hypergraphs are integral. Furthermore, we determine the Cartesian Product for both of them. We prove that the hypergraph Cartesian products preserve the integrality

Keywords: Integral Hypergraphs, the Cartesian Product, Fano Plane, Complete 3-uniform Hypergraph.

ABSTRAK

Operasi pada hipergraf adalah suatu cara untuk mengkonstruksi suatu hipergraf dengan struktur yang lebih besar. Salah satu operasi pada hipergraf yang biasa dipelajari adalah operasi kali Kartesius. Suatu hipergraf dikatakan integral jika semua nilai karakteristik dari matriks ketetanggaannya adalah bilangan bulat. Dalam makalah ini, dipelajari dua kelas hipergraf yaitu, bidang Fano dan hipergraf 3-seragam lengkap berorde 4. Dapat ditunjukkan bahwa kedua kelas hipergraf tersebut adalah integral. Selanjutnya, ditentukan hipergraf hasil operasi kali Kartesius dari kedua hipergraf tersebut. Dapat dibuktikan bahwa operasi kali Kartesius pada hipergraf mempertahankan sifat keintegralan.

Kata Kunci: Hipergraf integral, Operasi Kali Kartesius, bidang Fano, hipergraf 3-seragam lengkap.

PENDAHULUAN

Kajian tentang hipergraf integral diinspirasi dari hasil-hasil penelitian yang berkaitan dengan graf integral. Suatu graf dikatakan integral jika semua nilai karakteristik dari matriks ketetanggaannya adalah bilangan bulat. Penelitian graf integral diperkenalkan oleh [1] dalam makalahnya yang berjudul "*Which graphs have integral spectra?*". Mereka telah memberikan beberapa contoh graf integral, diantaranya adalah graf lengkap K_n , graf bintang $K_{1,n}$, graf bipartit lengkap $K_{m,n}$, dan graf lingkaran C_n .

Secara umum, graf integral sangat jarang dan tidak mudah ditemukan. Hal tersebut terjadi karena penentuan graf integral tergantung pada struktur graf tersebut. Sebagai contoh, dalam [2] ditemukan hanya 325 graf integral dari 164.059.830.476 graf terhubung berorde 12. Namun demikian, penelitian graf integral terus berkembang baik secara teori maupun aplikasinya. Secara teori, perkembangan hasil penelitian graf

integral hingga tahun 2002, dapat ditemukan dalam [3]. Dalam hal aplikasinya, sifat graf integral telah digunakan pertama kali oleh Saxena, untuk menentukan sifat Perfect State Transfer (PST) pada sistem spin kuantum [4].

Hipergraf adalah perumuman dari graf. Teori hipergraf pertama kali dibangun oleh Berge [5]. Perbedaan graf dan hipergraf terletak pada sisinya. Sisi, pada hipergraf biasa disebut hipersisi, dapat menghubungkan lebih dari dua titik.

Definisi 1. [5] Misalkan n dan m adalah dua bilangan bulat positif. Suatu hipergraf berorde n dan berukuran m adalah struktur $H(V, \varepsilon)$, dengan $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ adalah himpunan hingga dan $\varepsilon = \{E_1, E_2, \dots, E_m\}$ adalah koleksi hingga dari himpunan bagian V yang memenuhi

$$E_i \neq \emptyset, \forall i \in \{1, 2, \dots, m\} \text{ dan } \bigcup_i E_i = V$$

Unsur-unsur di V disebut titik dan unsur-unsur di E disebut hipersisi.

Hipergraf yang didefinisikan dalam makalah ini adalah hipergraf sederhana. Suatu hipergraf dikatakan sederhana, jika tidak ada hipersisi yang merupakan subhimpunan atau sama dengan hipersisi lainnya dan setiap hipersisi memuat paling sedikit dua titik. Sedangkan suatu hipergraf dikatakan linear, jika tidak terdapat dua hipersisi yang beririsan pada lebih dari satu titik. Suatu hipergraf yang semua hipersisinya mempunyai kardinalitas sama, yaitu r , disebut hipergraf r -seragam. Derajat titik $v_i \in V$, dinotasikan sebagai $\delta(v_i)$, menyatakan jumlah hipersisi yang memuat titik v_i . Suatu hipergraf dikatakan δ -reguler jika setiap titik $v_i \in V$ mempunyai derajat sama, yaitu, δ .

Sama halnya dengan graf, suatu hipergraf juga dapat direpresentasikan dalam matriks ketetanggaan. Dua titik dikatakan bertetangga, jika terdapat suatu hipersisi yang memuat kedua titik tersebut. Definisi matriks ketetanggaan suatu hipergraf dapat ditemukan dalam [6].

Definisi 2. [6] Misalkan $H(V, \varepsilon)$ adalah hipergraf berorde n , berukuran m . Matriks ketetanggaan dari $H(V, \varepsilon)$ adalah matriks M yang entri-entrinya m_{ij} , dengan

$$m_{ij} = \begin{cases} |\{E_k \in \varepsilon : (v_i, v_j) \subset E_k\}|, & \text{jika } i \neq j \\ 0, & \text{jika } i = j \end{cases}$$

Misalkan nilai karakteristik yang berbeda dari M adalah $\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_s$ dan

Multiplisitasnya berturut-turut adalah $m(\lambda_1) > m(\lambda_2) > \dots > m(\lambda_s)$. Spektrum dari hipergraf $H(V, E)$, didefinisikan sebagai

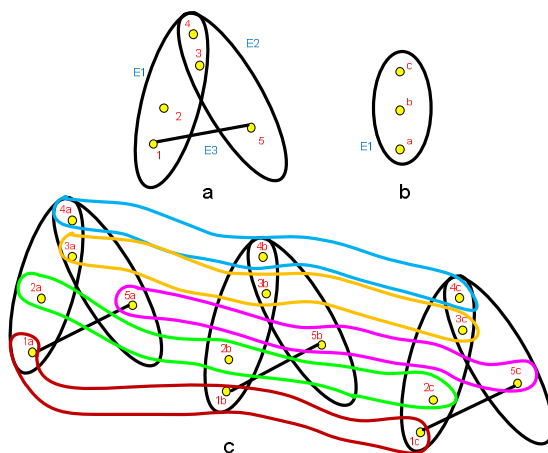
$$Sp H = \begin{pmatrix} \lambda_1 & \lambda_2 & \dots & \lambda_s \\ m(\lambda_1) & m(\lambda_2) & \dots & m(\lambda_s) \end{pmatrix}$$

Suatu hipergraf dikatakan *integral*, jika semua nilai karakteristik dari matriks ketetanggaannya adalah bilangan bulat. Dalam makalah ini, dipelajari dua kelas hipergraf yaitu, bidang Fano dan hipergraf 3-seragam lengkap berorde 4. Dapat ditunjukkan bahwa kedua kelas hipergraf tersebut adalah integral.

Operasi pada hipergraf adalah suatu cara untuk mengkonstruksi suatu hipergraf dengan struktur yang lebih besar. Salah satu operasi pada hipergraf yang biasa dipelajari

adalah operasi kali Kartesius. Definisi hipergraf hasil operasi Kartesius dapat ditemukan dalam [7].

Definisi 3. [7] Misalkan $H_1(V_1, \varepsilon_1)$ adalah hipergraf orde s dan $H_2(V_2, \varepsilon_2)$ adalah hipergraf orde t . Operasi Kartesius $H_1(V_1, \varepsilon_1)$ dan $H_2(V_2, \varepsilon_2)$ adalah $H(V, \varepsilon) = H_1(V_1, \varepsilon_1) \times H_2(V_2, \varepsilon_2)$ dengan himpunan titik $V = V_1 \times V_2$ dan hipersisi $\varepsilon = \{x \times F : x \in V_1, F \in \varepsilon_1\} \cup \{E \times y : E \in \varepsilon_2, y \in V_2\}$, sehingga himpunan $\{(x_1, y), (x_2, y), \dots, (x_p, y)\}, p \leq s$ atau $\{(x, y_1), (x, y_2), \dots, (x, y_q)\}, q \leq t$ adalah hipersisi di ε . Contoh hipergraf hasil operasi Kartesius dapat diperlihatkan dalam Gambar 1.



Gambar 1. a. Hipergraf $H_1(V_1, \varepsilon_1)$; b. Hipergraf $H_2(V_2, \varepsilon_2)$; c. Hipergraf hasil kali kartesius $H(V, \varepsilon) = H_1(V_1, \varepsilon_1) \times H_2(V_2, \varepsilon_2)$

Sifat-sifat yang dipenuhi oleh operasi kali Kartesius tersebut adalah sifat komutatif, assosiatif, dan distributif. Dalam makalah ini juga ditentukan hipergraf hasil operasi kali Kartesius dari bidang Fano dan hipergraf 3-seragam lengkap berorde 4. Selanjutnya, dapat dibuktikan bahwa operasi kali Kartesius pada hipergraf mempertahankan sifat keintegralan.

Pendekatan yang digunakan untuk mendapatkan hasil-hasil tersebut adalah dengan memanfaatkan sifat nilai karakteristik dari matriks jumlah Kronecker dari dua matriks.

Teorema 1. [8] Misalkan A adalah matriks real berukuran $n \times n$ dan B adalah matriks real berukuran $m \times m$. Misalkan pula

$$\sigma(A) = \{\lambda_i : i = 1, 2, \dots, k_A\}$$

adalah himpunan semua nilai karakteristik yang berbeda dari A dan

$$\sigma(B) = \{\mu_i : i = 1, 2, \dots, k_B\}$$

adalah himpunan semua nilai karakteristik yang berbeda dari B . Jika $\lambda \in \sigma(A)$

bersesuaian dengan vektor karakteristik $x \in R^n$ dan $\mu \in \sigma(B)$ bersesuaian dengan vektor karakteristik $y \in R^m$ maka $\lambda + \mu$ adalah nilai karakteristik dari hasil jumlah

Kronecker, $(I_m \otimes A) + (B \otimes I_n)$, yang bersesuaian dengan vektor karakteristik $x \otimes y \in R^{mn}$. Lebih lanjut,

$$\sigma((I_m \otimes A) + (B \otimes I_n)) = \{\lambda_i + \mu_j : i = 1, 2, \dots, k_A; j = 1, 2, \dots, k_B\}$$

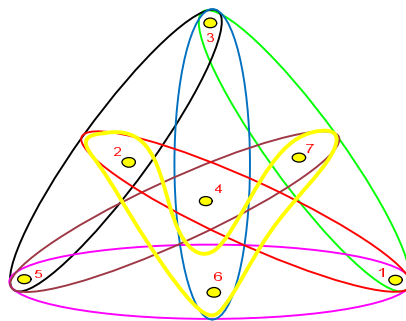
adalah himpunan semua nilai karakteristik dari $(I_m \otimes A) + (B \otimes I_n)$.

HIPERGRAF INTEGRAL HASIL OPERASI KALI KARTESIUS BIDANG FANO DAN HIPERGRAF 3-SERAGAM LENGKAP BERORDE 4

Dalam makalah ini, dipelajari dua kelas hipergraf. Kelas hipergraf pertama adalah bidang Fano. Bidang Fano atau bidang proyektif berorde 2, $P_2(V, \varepsilon)$, adalah suatu hipergraf linear berorde 7 dan berukuran 7, 3-seragam, 3-reguler, dan untuk sebarang dua titik $u, v \in V$, terdapat tepat satu hipersisi $E \in \varepsilon$ sehingga $u \in E$ dan $v \in E$. Misalkan himpunan titik dari bidang Fano adalah $V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ dan hipersisi dari bidang Fano tersebut adalah $\varepsilon = \{E_1, E_2, E_3, E_4, E_5, E_6, E_7\}$ dengan

$$\begin{aligned} E_1 &= \{1, 2, 4\} \\ E_2 &= \{2, 3, 5\} \\ E_3 &= \{3, 4, 6\} \\ E_4 &= \{4, 5, 7\} \\ E_5 &= \{5, 6, 1\} \\ E_6 &= \{6, 7, 2\} \\ E_7 &= \{7, 1, 3\} \end{aligned}$$

Bidang Fano tersebut dapat diperlihatkan dalam Gambar 2.



Gambar 2. Bidang Fano

Matriks ketetanggaan dari bidang fano tersebut adalah

$$M_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Spektrum dari bidang Fano tersebut adalah

$$Sp P_2(V, \varepsilon) = \begin{pmatrix} -1 & 6 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}$$

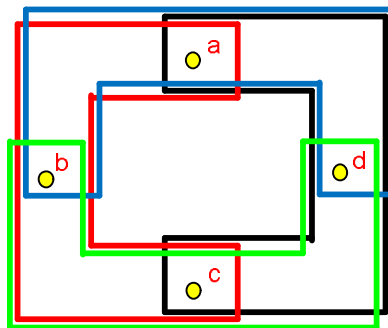
Berdasarkan spektrum dari bidang Fano, jelas terlihat bahwa bidang Fano merupakan hipergraf integral.

Kelas hipergraf kedua yang diselidiki sifat keintegralannya adalah hipergraf 3-seragam lengkap berorde 4, $K_4^3(V, \varepsilon)$. Hipergraf 3-seragam lengkap berorde 4 adalah hipergraf yang hipersisinya adalah semua subhimpunan dengan kardinalitas 3 dari himpunan V dengan kardinalitas n . Dengan demikian, jumlah hipersisi pada hipergraf 3-seragam lengkap berorde 4, $K_4^3(V, \varepsilon)$ adalah $\binom{4}{3} = 4$. Misalkan himpunan titik dari

hipergraf 3-seragam lengkap berorde 4 adalah $V = \{a, b, c, d\}$ dan hipersisi dari hipergraf 3-seragam lengkap berorde 4 tersebut adalah $\varepsilon = \{E_1, E_2, E_3, E_4\}$ dengan

$$\begin{aligned} E_1 &= \{a, b, c\} \\ E_2 &= \{a, b, d\} \\ E_3 &= \{a, c, d\} \\ E_4 &= \{b, c, d\} \end{aligned}$$

Hipergraf 3-seragam lengkap berorde 4 tersebut dapat diperlihatkan dalam Gambar 3.



Gambar 3. Hipergraf 3-seragam lengkap berorde 4

Matriks ketetanggaan dari hipergraf 3-seragam lengkap berorde 4 tersebut adalah

$$M_2 = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Spektrum dari hipergraf 3-seragam lengkap berorde 4 tersebut adalah

$$Sp P_2(V, \varepsilon) = \begin{pmatrix} -2 & 6 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Berdasarkan spektrum dari hipergraf 3-seragam lengkap berorde 4, jelas terlihat bahwa hipergraf 3-seragam lengkap berorde 4 adalah juga hipergraf integral. Selanjutnya, ditentukan sifat keintegralan dari hipergraf hasil operasi Kartesius bidang Fano dan hipergraf 3-seragam lengkap berorde 4, yang diuraikan dalam Teorema 2.

Teorema 2

Misalkan $P_2(V, \varepsilon)$ adalah bidang Fano dengan matriks ketetanggaan M_1 dan $K_4^3(V, \varepsilon)$ adalah hipergraf 3-seragam lengkap berorde 4 dengan matriks ketetanggaan M_2 . Matriks ketetanggaan dari hipergraf hasil operasi Kartesius $H^* = P_2(V, \varepsilon) \square K_4^3(V, \varepsilon)$, dapat diekspresikan sebagai

$$M = I_{4 \times 4} \otimes M_1 + M_2 \otimes I_{7 \times 7}$$

Bukti.

Karena terdapat 4-salinan bidang Fano pada hipergraf H^* , matriks ketetanggaan dari hipergraf H^* berbentuk matriks bloks. Misalkan matriks ketetanggaan tersebut adalah matriks $M = [M_{ij}]$, untuk $i = 1, \dots, 4$ dan $j = 1, \dots, 4$. Ukuran matriks M adalah 28×28 dan ukuran matriks M_{ij} adalah 7×7 . Dengan demikian $M_{ij} = M_1$ untuk $i = j$. Karena hipersisi yang menghubungkan titik dari setiap salinan $P_2(V, \varepsilon)$ bersesuaian dengan hipersisi dari $K_4^3(V, \varepsilon)$ maka untuk $i \neq j$, M_{ij} adalah matriks diagonal dengan entri diagonalnya menyatakan hubungan ketetanggaan titik dari $K_4^3(V, \varepsilon)$, yakni $m = \left| \left\{ \{y_i, y_j\} \subset E : E \in \varepsilon_2 \right\} \right|$. Karena itu $M_{ij} = m[I]_{7 \times 7}$. Sehingga Matriks ketetanggaan dari hipergraf H^* , dapat dituliskan sebagai

$$M = I_{4 \times 4} \otimes M_1 + M_2 \otimes I_{7 \times 7} \quad \blacksquare$$

Teorema 3

Misalkan $P_2(V, \varepsilon)$ adalah bidang Fano dengan matriks ketetanggaan M_1 dan $K_4^3(V, \varepsilon)$ adalah hipergraf 3-seragam lengkap berorde 4 dengan matriks ketetanggaan M_2 . Hipergraf hasil operasi kali kartesius bidang fano dan hipergraf 3-seragam lengkap berorde 4 adalah hipergraf integral

Bukti.

Misalkan M_1 adalah matriks ketetanggaan dari bidang Fano dengan nilai karakteristik $\{\lambda_i\}; i \in \{1, 2, \dots, 7\}$ yang bersesuaian dengan vektor karakteristik $x_i \in R^7; i \in \{1, 2, \dots, 7\}$ dan M_2 adalah matriks ketetanggaan dari hipergraf 3-seragam lengkap berorde 4 dengan nilai karakteristik $\{\mu_j\}; j \in \{1, 2, \dots, 4\}$ yang bersesuaian dengan vektor karakteristik $y_j \in R^4; j \in \{1, 2, \dots, 4\}$. Karena matriks ketetanggaan dari hipergraf hasil operasi kali kartesius bidang fano dan hipergraf 3-seragam lengkap berorde 4, dapat

diekspresikan sebagai $M = I_{4 \times 4} \otimes M_1 + M_2 \otimes I_{7 \times 7}$, berdasarkan Teorema 1, nilai karakteristik M adalah $\lambda_i + \mu_j; i \in \{1, 2, \dots, 7\}, j \in \{1, 2, \dots, 4\}$ yang bersesuaian dengan vektor karakteristik $x_i \otimes y_j \in R^{28}$. Karena $\{\lambda_i; i \in \{1, 2, \dots, 7\}\}$ dan $\{\mu_j; j \in \{1, 2, \dots, 4\}\}$ adalah bilangan bulat, $\lambda_i + \mu_j; i \in \{1, 2, \dots, 7\}, j \in \{1, 2, \dots, 4\}$ adalah bilangan bulat. Akibatnya hipergraf hasil operasi kali kartesius bidang fano dan hipergraf 3-seragam lengkap berorde 4 adalah hipergraf integral.

PENUTUP

Dari Teorema 3, dapat disimpulkan bahwa operasi kali Kartesius pada bidang fano dan hipergraf 3-seragam lengkap berorde 4 dapat mengawetkan sifat keintegralan. Artinya, karena bidang Fano dan hipergraf 3-seragam lengkap berorde 4 adalah hipergraf integral, maka hipergraf hasil operasi kali Kartesiusnya juga bersifat integral. Pertanyaan yang kemudian muncul adalah apakah ada hipergraf integral yang dibangun dari operasi kali Kartesius dari dua hipergraf yang tidak bersifat integral?

PUSTAKA

- [1] Harary, F., dan Schwenk, A., (1974): Which graphs have integral spectra?, *Lecture Notes in Mathematics*, 406, 45 – 51.
- [2] Balinska, K. T., Kupczyk, M., Simic, S. K., dan Zwierzynski, K., (2001): On generating all integral graphs on 12 vertices, *Computer Science Center Report, Technical University of Poznan*, (482), 1 – 36.
- [3] Balinska, K. T., Cvetkovic, D., Radosavljevic, Z., Simic, S. K., dan Stevanovic, D., (2002): A survey on integral graphs, *Univ. Beograd. Publ. Elektrotehn. Fak. Ser. Mat.*, 13, 42 – 65.
- [4] Saxena, N., Saverini, S., dan Shparlinski, I., (2007): Parameters of integral circulant graph and periodic quantum dynamics, *International Journal of Quantum Information*, 5(3), 417 – 430.
- [5] Berge, C., (1973): *Graphs and Hypergraphs*, North-Holland Publishing Company, Amsterdam.
- [6] Rodriguez, J., Estrada, E., dan Gutiérrez, A., (2007): Functional centrality in graphs, *Linear and Multilinear Algebra*, 55, 293 – 302.
- [7] Gringmann, L., (2010): *Hypergraph Products*, Diplomarbeit, Universität Leipzig, Fakultät f r Mathematik und Informatik, Mathematisches Institut.
- [8] Graham, A., (1981): *Kronecker Product and Matrix Calculus: with Applications*, Ellis Horwood Limited, England.

PENGARUH PROGRAM REHABILITASI TERHADAP DINAMIKA JUMLAH PEMAKAI NARKOBA DENGAN LAJU TRANSMISI NONLINIER

EFFECT OF REHABILITATION PROGRAM ON DYNAMICS USER NUMBER OF DRUGS WITH NONLINEAR TRANSMISSION RATE

Riry Sriningsih

FMIPA Universitas Negeri Padang, Padang
sriyrsriningsih@yahoo.com dan telp. 0852 7283 2235

ABSTRACT

This research discusses about the dynamics of the number of drug users using an assumption nonlinear transmission rate with availability of rehabilitation programs. The goal is to see how much influence the rehabilitation programs and nonlinear transmission rate change dynamics of the number of drug users. Models formed were analyzed to study the dynamic properties of the model. This is done to investigate the existence and stability of equilibrium point. The results obtained that the model has two types of equilibrium point, ie the free equilibrium point of drug users and endemic equilibrium point. Local stability of the equilibrium point is influenced by the basic reproduction number.

Keywords: stability analysis, nonlinear transmission rates, drugs, rehabilitation programs, equilibrium point.

ABSTRAK

Penelitian ini membahas dinamika jumlah pengguna narkoba dengan menggunakan asumsi bahwa laju transmisinya nonlinier dan tersedianya program rehabilitasi untuk pengguna narkoba. Tujuannya untuk melihat seberapa besar pengaruh program rehabilitasi tersebut terhadap dinamika jumlah pengguna narkoba dengan laju transmisi nonlinier. Model yang terbentuk dianalisis untuk mempelajari sifat-sifat dinamik model. Hal ini dilakukan dengan menyelidiki keberadaan dan kestabilan titik kesetimbangan model. Hasil yang diperoleh, model memiliki 2 jenis titik kesetimbangan, yaitu titik kesetimbangan bebas dari pengguna narkoba dan titik kesetimbangan endemik pengguna narkoba. Kestabilan lokal titik kesetimbangan ini dipengaruhi oleh *basic reproduction number*.

Katakunci: analisa kestabilan, laju transmisi nonlinier, narkoba, program rehabilitasi, titik kesetimbangan.

PENDAHULUAN

Narkoba adalah suatu zat yang apabila masuk ke dalam tubuh akan mempengaruhi tubuh terutama susunan syaraf pusat/otak sehingga bilamana disalahgunakan akan menyebabkan gangguan fisik, psikis/jiwa dan fungsi sosial. Narkoba dibagi dalam tiga jenis yaitu Narkotika, Psikotropika, dan Zat adiktif lainnya. Haryanto [1] Narkotika adalah zat atau obat yang berasal dari tanaman atau bukan tanaman baik sintetis maupun semisintetis yang akan menyebabkan perubahan kesadaran, mengurangi sampai menghilangkan rasa sakit dan dapat menimbulkan ketergantungan. Psikotropika adalah zat atau obat baik alami maupun sintetis namun bukan narkotika yang berkhasiat aktif terhadap kejiwaan melalui pengaruhnya terhadap susunan syaraf pusat sehingga menimbulkan perubahan tertentu pada aktifitas mental dan perilaku. Zat adiktif lainnya adalah suatu zat selain narkotika dan psikotropika. Jenis narkotika yang sering disalahgunakan adalah morfin, heroin, petidin, termasuk ganja atau kanabis, mariyuana, hashis dan kokain. Jenis psikotropika adalah amfetamin, ekstasi, shabu, obat penenang

sedangkan yang termasuk zat adiktif lainnya adalah alkohol/etanol atau metanol, tembakau, gas yang dihirup maupun zat pelarut.

Di Indonesia, penyalahgunaan pemakaian narkoba (pemakai narkoba) terutama terjadi pada generasi muda yang disebabkan banyak faktor, diantaranya faktor individu, lingkungan keluarga, teman sebaya/ pergaulan. Dari semua factor tersebut, pergaulan merupakan cara penyebaran pemakaian narkoba yang paling efektif. Data BNN dalam (DetikHealth, 2012) [2], menunjukkan bahwa pertambahan jumlah pemakai narkoba di Indonesia setiap tahunnya meningkat dan dalam 2 tahun terakhir telah menimbulkan kematian 15.000 orang atau sekitar 41 jiwa/hari. Hal ini telah menjadi keresahan masyarakat dan pemerintah.

Upaya yang telah dilakukan pemerintah untuk mengatasi pertambahan jumlah pemakai narkoba adalah dengan memberlakukan UU No. 5 Tahun 1997 tentang psikotropika dan UU No. 22 Tahun 1997 tentang narkotika [3]. Disamping itu, pemerintah juga telah menyelenggarakan suatu program rehabilitasi untuk pemakai (pecandu) narkoba. Simanungkalit [4], pengertian rehabilitasi narkoba adalah suatu tindakan represif yang dilakukan bagi pecandu narkoba. Rehabilitasi dibedakan atas 2 yaitu rehabilitasi medis dan rehabilitasi sosial. Untuk mempelajari pengaruh program rehabilitasi terhadap dinamika jumlah pemakai narkoba, maka permasalahan ini akan di bentuk ke dalam model matematika. Tujuannya adalah untuk mendapatkan gambaran apakah program rehabilitasi yang telah berjalan, benar-benar dapat mengurangi jumlah pemakai narkoba. Pada model diasumsikan bahwa laju transmisi dari kelompok individu rentan memakai narkoba menjadi kelompok individu pemakai narkoba terjadi secara nonlinier (laju penularan penyalahgunaan pemakain narkoba dilihat secara nonlinier). Lebih khusus model matematika untuk permasalahan ini merupakan modifikasi [5], [6] dan [7].

METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan penelitian dasar (teoritis). Metode yang digunakan adalah analisis teori-teori yang relevan dengan permasalahan yang dibahas. Langkah kerja yang dilakukan adalah mempelajari fenomena dari permasalahan, mengumpulkan dan mengaitkan teori-teori yang berkaitan dengan permasalahan, menentukan asumsi yang sesuai dengan permasalahan, mendefinisikan variabel dan parameter yang digunakan, membentuk dan menganalisa model pengaruh program rehabilitasi terhadap jumlah pemakai narkoba dengan laju transmisi nonlinier, serta menginterpretasikan hasil analisi model yang diperoleh untuk menjawab permasalahan.

HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Pembentukan Model

Model matematika pengaruh program rehabilitasi terhadap dinamika jumlah pemakai narkoba dengan laju transmisi nonlinier merupakan model matematika epidemik yang dimodifikasi. Pada model matematika epidemik, diasumsikan bahwa penularan penyakit yang terjadi disebabkan karena adanya kontak langsung antara individu yang rentan dengan individu yang terinfeksi dengan laju transmisi linier, sedangkan model matematika pada penelitian ini, penularan (transmisi) kebiasaan memakai narkoba disebabkan karena adanya interaksi antara individu pemakai narkoba dengan individu rentan untuk memakai narkoba disebabkan karena salah pergaulan (ajakan yang kuat dari teman dan lingkungan sekitar serta keinginan untuk mencoba dari individu rentan

tersebut). Selanjutnya, model dianalisis dengan mengasumsikan bahwa laju transmisi nonlinier pada [7] dan adanya program rehabilitasi (rehabilitasi medis dan sosial) pada [4] untuk pemakai narkoba. Secara khusus, asumsi yang digunakan dalam konstruksi model ini adalah:

1. Anggota populasi adalah individu yang berusia minimum 6 tahun.
2. Populasi dibagi menjadi 4 kelompok, yaitu kelompok individu yang rentan memakai narkoba, kelompok individu pemakai narkoba, kelompok individu yang direhabilitasi dan kelompok individu yang berhenti memakai narkoba.
3. Setiap individu yang berusia menjadi 6 tahun diasumsikan rentan memakai narkoba.
4. Adanya kematian alami (kematian yang tidak disebabkan karena penyalahgunaan narkoba) dan kematian yang disebabkan karena penyalahgunaan narkoba (seperti kematian karena overdosis).
5. Adanya individu pemakai narkoba yang direhabilitasi
6. Adanya individu yang direhabilitasi menjadi individu yang berhenti memakai narkoba.
7. Individu yang telah berhenti memakai narkoba dimungkinkan untuk dapat kembali lagi menjadi individu rentan memakai narkoba.
8. Penularan (transmisi) penyalahgunaan pemakaian narkoba terjadi karena adanya interaksi negatif (salah pergaulan) berupa ajakan yang kuat dari kelompok individu pemakai narkoba (teman) terhadap kelompok individu rentan memakai narkoba, lingkungan sekitar yang tidak baik serta keinginan untuk mencoba dari individu rentan tersebut
9. Penularan (transmisi) penyalahgunaan pemakaian narkoba adalah nonlinier [7].

Variabel pada penelitian ini adalah W merupakan kelompok individu rentan memakai narkoba yaitu individu yang belum pernah memakai narkoba dan individu yang sudah sembuh dari kecanduan narkoba namun kembali rentan karena beberapa faktor, X merupakan kelompok individu pemakai narkoba yaitu individu yang memakai narkoba dan dapat menjadi penyebab bertambahnya jumlah pemakai narkoba, Y merupakan kelompok individu yang menjalani program rehabilitasi, Z merupakan kelompok individu yang telah berhenti memakai narkoba (sembuh tak permanen) dan t merupakan waktu. Parameter yang digunakan adalah:

α : laju penularan (transmisi) penyalahgunaan pemakaian narkoba dari kelompok pemakai narkoba ke kelompok rentan memakai narkoba

β : laju individu pemakai narkoba yang menjalani program rehabilitasi

γ : laju individu yang direhabilitasi berhenti memakai narkoba (sembuh)

μ : laju kematian alami yaitu kematian yang disebabkan bukan karena penyalahgunaan pemakaian narkoba

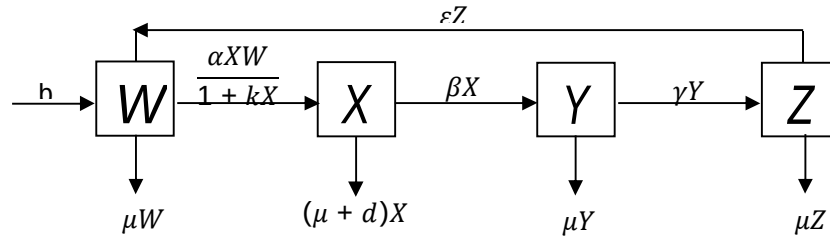
d : laju kematian yang disebabkan karena penyalahgunaan pemakaian narkoba (overdosis)

b : tingkat pertambahan usia individu menjadi 6 tahun

ϵ : laju individu yang telah berhenti memakai narkoba (sembuh) menjadi individu yang rentan memakai narkoba lagi.

k : faktor psikologis atau faktor penghambat perubahan perilaku individu rentan memakai narkoba menjadi individu pemakai narkoba

Berdasarkan keterangan di atas, maka dapat dibuat diagram alirnya sebagai berikut:



Gambar 1. Pengaruh Program Rehabilitasi terhadap Dinamika Jumlah Pemakai Narkoba dengan Laju Transmisi Nonlinier

Berikut ini, formula model matematika pengaruh program rehabilitasi terhadap dinamika jumlah pemakai narkoba dengan laju transmisi nonlinier adalah Sistem (1):

$$\begin{aligned}\frac{dW}{dt} &= b - \frac{\alpha XW}{1+kX} - \mu W + \varepsilon Z \\ \frac{dX}{dt} &= \frac{\alpha XW}{1+kX} - (\mu + d + \beta)X \\ \frac{dY}{dt} &= \beta X - (\mu + \gamma)Y \\ \frac{dZ}{dt} &= \gamma Y - (\mu + \varepsilon)Z\end{aligned}\quad (1)$$

dan

$\Omega =$

$$\left\{ (W, X, Y, Z) : W + X + Y + Z \leq \frac{b}{\mu}, W > 0, X \geq 0, Y \geq 0, Z \geq 0, \alpha > 0, \beta \geq 0, \gamma \geq 0, \right. \\ \left. \mu \geq 0, d \geq 0, b \geq 0, k \geq 0, \varepsilon \geq 0 \right\}$$

3.2 Bilangan Reproduksi Dasar

Bilangan reproduksi dasar adalah angka harapan banyaknya infeksi kedua pada populasi rentan [8]. Dalam model ini, bilangan reproduksi dasar ditafsirkan sebagai kejadian sekunder individu rentan memakai narkoba menjadi individu pemakai narkoba. Bilangan reproduksi dasar ini disimbolkan dengan R_0 . Pada penelitian ini diperoleh

$$R_0 = \frac{ab}{\mu(\mu+d+\beta)} \quad (2)$$

3.3 Titik Keseimbangan Model

Perko [9], Titik $\hat{x} \in \mathcal{R}^4$ disebut titik keseimbangan sistem (1) jika $f(\hat{x}) = 0$. Selanjutnya, dari sistem (1) diperoleh:

$$b - \frac{\alpha XW}{1+kX} - \mu W + \varepsilon Z = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\alpha XW}{1+kX} - (\mu + d + \beta)X = 0 \quad (4)$$

$$\beta X - (\mu + \gamma)Y = 0 \quad (5)$$

$$\gamma Y - (\mu + \varepsilon)Z = 0 \quad (6)$$

Berdasarkan persamaan (3)-(6) diperoleh 2 jenis titik keseimbangan, yaitu:

Titik keseimbangan tak endemik artinya tidak ada pemakai narkoba ($X = 0$), sehingga $Y = 0$ dan $Z = 0$. Jadi, diperoleh titik keseimbangan tak endemik sebagai berikut:

$$E_0 = (\widehat{W}, \widehat{X}, \widehat{Y}, \widehat{Z}) = \left(\frac{b}{\mu}, 0, 0, 0 \right)$$

Titik kesetimbangan endemik artinya ada individu pemakai narkoba ($X > 0$), sehingga $Y \geq 0$ dan $Z \geq 0$. Jadi, diperoleh titik kesetimbangan endemik sebagai berikut:

$$E_1 = (\hat{W}, \hat{X}, \hat{Y}, \hat{Z}) \text{ dengan } \hat{W} = \frac{(\mu+d+\beta)(1+k\hat{X})}{\alpha}, \hat{Y} = \frac{\beta}{\mu+\gamma}\hat{X}, \hat{Z} = \frac{\beta\gamma}{(\mu+\gamma)(\mu+\varepsilon)}\hat{X} \text{ dan}$$

$$\hat{X} = \frac{(\mu+\gamma)(\mu+\varepsilon)\mu(\mu+d+\beta)(1-R_0)}{\alpha\beta\gamma\varepsilon - (\mu+\gamma)(\mu+\varepsilon)(\mu+d+\beta)[\mu k - \alpha]}$$

3.4 Kestabilan Titik Kesetimbangan Model

Kestabilan titik kesetimbangan diselidiki untuk mempelajari dinamika sistem. Untuk memudahkan perhitungan secara analitik, maka Sistem (1) dilinearisasi dengan menggunakan matriks Jacobian [10] dan diperoleh:

$$J(f(\hat{W}, \hat{X}, \hat{Y}, \hat{Z})) = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & \varepsilon \\ a_{21} & a_{22} & 0 & 0 \\ 0 & \beta & -(\mu+\gamma) & 0 \\ 0 & 0 & \gamma & -(\mu+\varepsilon) \end{bmatrix}$$

dengan

$$a_{11} = -\left(\mu + \frac{\alpha\hat{X}}{1+k\hat{X}}\right), a_{12} = -\alpha\hat{W}\left(\frac{1}{1+k\hat{X}} - \frac{k\hat{X}}{(1+k\hat{X})^2}\right), a_{21} = \frac{\alpha\hat{X}}{1+k\hat{X}} \text{ dan}$$

$$a_{22} = \alpha\hat{W}\left(\frac{1}{1+k\hat{X}} - \frac{k\hat{X}}{(1+k\hat{X})^2}\right) - (\mu + \beta)$$

Adapun kestabilan titik kesetimbangan model dari sistem (1) adalah:

Kestabilan titik kesetimbangan tak endemik E_0 .

Kestabilan titik ini dilihat dari nilai-nilai eigen yang diperoleh pada matriks Jacobian di sekitar titik E_0 , yaitu sebagai berikut:

$$|\lambda I - J(f(E_0))| = 0$$

$$\begin{vmatrix} \lambda + \mu & \frac{\alpha b}{\mu} & 0 & -\varepsilon \\ 0 & \lambda - \left(\frac{\alpha b}{\mu} - (\mu + d + \beta)\right) & 0 & 0 \\ 0 & -\beta & \lambda + (\mu + \gamma) & 0 \\ 0 & 0 & -\gamma & \lambda + (\mu + \varepsilon) \end{vmatrix} = 0$$

dan diperoleh nilai-nilai eigennya adalah

$$\lambda_1 = -\mu, \lambda_2 = \left(\frac{\alpha b}{\mu} - (\mu + d + \beta)\right), \lambda_3 = -(\mu + \gamma), \text{ dan } \lambda_4 = -(\mu + \varepsilon)$$

Sistem stabil asimtotik jika dan hanya jika semua nilai eigen dari matriks Jacobian bernilai negatif [9]. Semua nilai eigennya negatif jika dan hanya jika $\lambda_2 < 0$. Syarat $\lambda_2 < 0$ apabila $R_0 < 1$. Hal ini berarti bahwa pertambahan individu pemakai narkoba dalam populasi akan terus menurun dan bahkan populasi bebas dari pemakai narkoba.

Kestabilan titik kesetimbangan endemik E_1

Kestabilan titik ini dilihat dari nilai-nilai eigen yang diperoleh pada matriks Jacobian di sekitar titik E_1 , yaitu sebagai berikut:

$$|\lambda I - J(f(E_1))| = 0$$

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & -\varepsilon \\ a_{21} & a_{22} & 0 & 0 \\ 0 & -\beta & \lambda + (\mu + \gamma) & 0 \\ 0 & 0 & -\gamma & \lambda + (\mu + \varepsilon) \end{vmatrix} = 0$$

dengan

$$a_{11} = \lambda + \left(\mu + \frac{\alpha\hat{X}}{1+k\hat{X}}\right), a_{12} = (\mu + d + \beta)\left(1 - \frac{k\hat{X}}{1+k\hat{X}}\right)$$

$$a_{21} = -\frac{\alpha \hat{X}}{1 + k\hat{X}}, a_{22} = \lambda + (\mu + d + \beta) \frac{k\hat{X}}{1 + k\hat{X}}$$

dan diperoleh $\lambda^4 + a_1\lambda^3 + a_2\lambda^2 + a_3\lambda + a_4 = 0$ dengan

$$\begin{aligned} a_1 &= (\mu + \varepsilon) + (\mu + \gamma) + \mu + \frac{\alpha \hat{X}}{1 + k\hat{X}} \left(\frac{(\mu + d + \beta)k}{\alpha} + 1 \right) \\ a_2 &= (\mu + \varepsilon)(\mu + \gamma) + \left(\frac{(\mu + d + \beta)k}{\alpha} \frac{\alpha \hat{X}}{1 + k\hat{X}} + \mu + \frac{\alpha \hat{X}}{1 + k\hat{X}} \right) ((\mu + \varepsilon) + (\mu + \gamma)) \\ &\quad + \frac{(\mu + d + \beta)\alpha \hat{X}}{1 + k\hat{X}} \left(\frac{\frac{2\alpha \hat{X}}{(1 + k\hat{X})} + \mu}{\alpha} - 1 \right) \\ a_3 &= (\mu + \varepsilon)(\mu + \gamma) \left(\frac{(\mu + d + \beta)k}{\alpha} \frac{\alpha \hat{X}}{1 + k\hat{X}} + \mu + \frac{\alpha \hat{X}}{1 + k\hat{X}} \right) \\ &\quad + ((\mu + \varepsilon) + (\mu + \gamma)) \left(\frac{(\mu + d + \beta)\alpha \hat{X}}{1 + k\hat{X}} \right) \left(\frac{\frac{2\alpha \hat{X}}{(1 + k\hat{X})} + \mu}{\alpha} - 1 \right) \\ a_4 &= (\mu + \varepsilon)(\mu + \gamma) \left(\frac{(\mu + d + \beta)\alpha \hat{X}}{1 + k\hat{X}} \right) \left(\frac{\frac{2\alpha \hat{X}}{(1 + k\hat{X})} + \mu}{\alpha} - 1 \right) - \frac{\alpha \beta \gamma \varepsilon \hat{X}}{1 + k\hat{X}} \end{aligned}$$

Berdasarkan kriteria Routh-Hurwitz, titik endemik E_1 stabil apabila $a_1 > 0, a_3 > 0, a_4 > 0$ dan $a_1 a_2 a_3 > a_3^2 + a_1^2 a_4$. Hal ini terjadi jika dan hanya jika $\hat{X} > 0$.

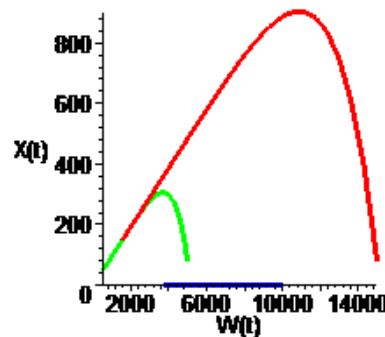
$$\hat{X} > 0 \Leftrightarrow \frac{(\mu + \gamma)(\mu + \varepsilon)\mu(\mu + d + \beta)(1 - R_0)}{\alpha \beta \gamma \varepsilon - (\mu + \gamma)(\mu + \varepsilon)(\mu + d + \beta)[\mu k - \alpha]} > 0 \text{ dipenuhi apabila}$$

$$R_0 < 1 \text{ dan } 0 \leq k < \frac{\alpha}{\mu}$$

$$R_0 > 1 \text{ dan } k > \frac{\alpha}{\mu}$$

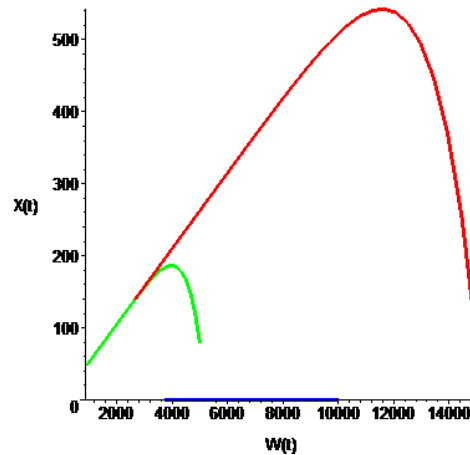
Simulasi

Trayektori di sekitar titik kesetimbangan E_1 dengan $R_0 < 1$ dan $k < \frac{\alpha}{\mu}$, dengan memisalkan $b = 1, \alpha = 0.04, \mu = 0.1, \beta = 0.8, k = 0.3, \gamma = 0.1, \varepsilon = 0.02, d = 0.7$. Hasil simulasi ditunjukkan pada Gambar 2 berikut:



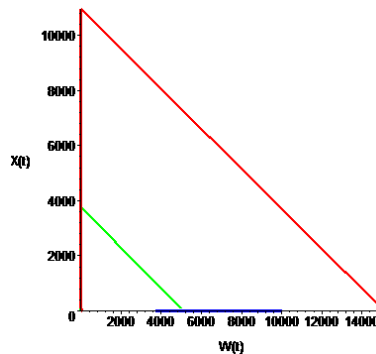
Gambar 2. Trayektori di Sekitar Titik Kesetimbangan E_1 dengan $R_0 < 1$ dan $k < \frac{\alpha}{\mu}$

Trayektori di sekitar titik kesetimbangan E_1 dengan $R_0 > 1$ dan $k > \frac{\alpha}{\mu}$, dengan memisalkan $b = 1$, $\alpha = 0.3$, $\mu = 0.1$, $\beta = 0.8$, $k = 4$, $\gamma = 0.1$, $\varepsilon = 0.02$, $d = 0.7$. Hasil simulasi ditunjukkan pada Gambar 3 berikut:



Gambar 3. Trayektori di Sekitar Titik Kesetimbangan E_1 dengan $R_0 > 1$ dan $k > \frac{\alpha}{\mu}$

Trayektori di sekitar titik kesetimbangan E_1 dengan $R_0 < 1$ dan $k = 0$, dengan memisalkan $b = 1$, $\alpha = 0.04$, $\mu = 0.1$, $\beta = 0.8$, $k = 0$, $\gamma = 0.1$, $\varepsilon = 0.02$, $d = 0.7$. Hasil simulasi ditunjukkan pada Gambar 4 berikut:



Gambar 4. Trayektori di Sekitar Titik Kesetimbangan E_1 dengan $R_0 < 1$ dan $k = 0$

Dari Gambar 2 dan Gambar 3, dapat dilihat bahwa kelompok individu pemakai narkoba bertambah seiring dengan bertambahnya kelompok individu rentan memakai narkoba. Namun, pada suatu kondisi dimana kelompok individu rentan diberikan pendidikan dan penyuluhan tentang bahaya dan dampak negative yang diakibatkan oleh penyalahgunaan narkoba dan digalakkannya program rehabilitasi kepada kelompok individu pemakai narkoba, mengakibatkan jumlah individu pemakai narkoba berkurang sedangkan kelompok individu rentan bertambah, seiring dengan pertambahan waktu.

Dari Gambar 4, dapat dilihat bahwa bertambahnya kelompok individu pemakai narkoba mengakibatkan jumlah dari kelompok individu rentan menjadi berkurang dan sebaliknya.

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan di atas dapat disimpulkan sebagai berikut:

1. Model pengaruh program rehabilitasi terhadap dinamika jumlah pemakai narkoba dengan laju transmisi nonlinier adalah:

$$\begin{aligned}\frac{dW}{dt} &= b - \frac{\alpha XW}{1+kX} - \mu W + \varepsilon Z \\ \frac{dX}{dt} &= \frac{\alpha XW}{1+kX} - (\mu + d + \beta)X \\ \frac{dY}{dt} &= \beta X - (\mu + \gamma)Y \\ \frac{dZ}{dt} &= \gamma Y - (\mu + \varepsilon)Z\end{aligned}$$

dan

$$\Omega = \left\{ (W, X, Y, Z) : \begin{aligned} &W + X + Y + Z \leq \frac{b}{\mu}, W > 0, X \geq 0, Y \geq 0, Z \geq 0, \alpha > 0, \beta \geq 0, \gamma \geq 0, \\ &\mu \geq 0, d \geq 0, b \geq 0, k \geq 0, \varepsilon \geq 0 \end{aligned} \right\}$$

2. Model memiliki 2 titik kesetimbangan, yaitu titik kesetimbangan tak endemik E_0 (tidak ada pemakaian narkoba) dan titik kesetimbangan endemik E_1 . E_0 stabil apabila $R_0 < 1$ dan E_1 stabil apabila memenuhi

$$\begin{aligned}R_0 < 1 \text{ dan } 0 \leq k < \frac{\alpha}{\mu} \\ R_0 > 1 \text{ dan } k > \frac{\alpha}{\mu}\end{aligned}$$

3. Untuk mengurangi pertambahan individu pemakai narkoba (penyalahgunaan narkoba), maka parameter yang harus dikontrol adalah meminimalkan interaksi negatif antara individu rentan memakai narkoba dengan individu pemakai narkoba yaitu dengan cara meningkatkan pemberian informasi berupa pendidikan dan penyuluhan tentang bahaya yang ditimbulkan dari penyalahgunaan narkoba (memperbesar k dan memperkecil α), memperbanyak individu pemakai narkoba menjalani program rehabilitasi (memperbesar β), serta memperbanyak tempat-tempat rehabilitasi bagi kelompok individu pemakai narkoba.

PUSTAKA

- [1] Haryanto. 2010. Pengertian Narkoba. Jurnal Psikologi.
- [2] <http://www.detikhealth.com> (diakses 10 Oktober 2012)
- [3] Edelstein, Leah. Keshet. 1988. Mathematical Model in Biology. SIAM.
- [4] Simanungkalit, Parasian. 2011. Globalisasi Peredaran Narkoba dan Penanggulangannya di Indonesia. Surakarta, Yayasan Ilmu.
- [5] Lahrouz, L. Omari, D. Kionach. 2011. Global Analysis of Deterministic and Stochastic Nonlinear SIRS Epidemic Model. J.Math.Biol 16 (1): 59-76.
- [6] Eli Yuliza. 2013. Model Matematika Jumlah Pemakai Narkoba dengan Program Rehabilitasi. Tugas Akhir Mahasiswa Jurusan Matematika FMIPA UNP
- [7] Capasso V, G. Serio. 1978. A Generalization of the Kermack-Mckendrick Deterministic Epidemic Model. Math Biosci. 42: 43-61
- [8] Brauer, Fred. Dkk. 2008. Mathematical Epidemiology. Math Biosci, Springer.
- [9] Perko, Lawrence. 1996. Differential Equation and Dynamical System. Springer
- [10] Verhulst, Ferdinand. 1990. Nonlinear Differential Equation and Dynamical System. Heidelberg: Springer-Verlag.

PERBANDINGAN METODE BINOMIAL DENGAN *BLACK-SCHOLES* PADA PENENTUAN HARGA OPSI

Sugandi Yahdin, Erwin, Syafriyanti

Jurusan Matematika
FMIPA Universitas Sriwijaya
Email : Sugandi@unsri.ac.id

ABSTRAK

Perkembangan efek di pasar modal dipengaruhi oleh investor *demand* yang sangat ditentukan oleh karakteristik risiko, tingkat pengembalian yang ditawarkan, dan adanya proteksi terhadap investor. Opsi merupakan salah satu alat investasi yang bebas risiko. Perhitungan harga opsi dapat dilakukan dengan metode *Binomial* dan *Black-Scholes*. Metode *Binomial* mengasumsikan bahwa harga saham mengikuti distribusi binomial sedangkan pada metode *Black-Scholes* harga saham mengikuti distribusi normal. Untuk membandingkan kedua metode dilakukan perhitungan terhadap beberapa saham yang diperdagangkan. Dari perhitungan tersebut diperoleh bahwa perhitungan harga opsi dengan metode *Black-Scholes* memiliki risiko yang lebih minimum dibandingkan dengan metode *Binomial*.

Kata Kunci : Metode *Binomial*, Metode *Black-Scholes*, Harga Opsi

PENDAHULUAN

Faktor penting dalam perkembangan efek di pasar modal di Indonesia adalah investor *demand*. Adanya investor *demand* sangat ditentukan oleh karakteristik risiko dan tingkat pengembalian yang ditawarkan, dan adanya proteksi terhadap investor. Tingkat pengembalian dipengaruhi pajak atas bunga yang diterima.

Salah satu jenis efek yang dapat digunakan untuk mengurangi risiko adalah opsi (*options*). Opsi dapat digunakan untuk mengurangi risiko yang berhubungan dengan tingkat bunga, konfersi, dan fluktuasi harga komoditi. Opsi adalah salah satu jenis alat investasi yang merupakan suatu kontrak yang memberikan hak untuk membeli atau menjual sejumlah tertentu saham pada tingkat harga dan waktu tertentu.

Menurut jenis kontraknya, opsi terdiri dari opsi *call* dan *put*. Opsi *call* adalah suatu kontrak untuk membeli sejumlah tertentu saham pada waktu dan harga tertentu, sedangkan opsi *put* adalah suatu kontrak untuk menjual sejumlah tertentu saham pada waktu dan harga tertentu. Berdasarkan waktu penggunaannya, terdapat dua tipe opsi, yakni :

a. Opsi Tipe Eropa (*European Option*)

Opsi ini hanya digunakan pada saat *expiration date*.

b. Opsi Tipe Amerika (*American Option*)

Opsi tipe amerika dapat digunakan selama periode waktu sebelum *expiration date* atau pada saat *expiration date*.

Penentuan harga opsi dapat dilakukan menggunakan beberapa metode, yaitu metode *Binomial*, *Black-Scholes*, *Hedging Formula*, dan *Put Call Parity* [1]. Oleh sebab itu, dilakukan perbandingan harga opsi berdasarkan perhitungan metode *Binomial* dan metode *Black-Scholes*.

a. Metode *Binomial*

Metode *Binomial* mengasumsikan bahwa perubahan harga saham akan mengikuti distribusi binomial. Dalam hal ini harga saham bersifat acak dengan terdapat beberapa kemungkinan perubahan (tidak hanya dua). Persamaan nilai opsi *call* dapat ditulis berdasarkan [2] sebagai berikut

$$C = \frac{[C_u Q + C_d(1 - Q)]}{R}$$

dengan

$$Q = \frac{R - d}{u - d}$$

C_u : nilai opsi *call* jika harga *optioned stock* naik sebesar u .

C_d : nilai opsi *call* jika harga *optioned stock* turun sebesar d .

b. Metode *Black-Scholes*

Metode ini mengasumsikan bahwa perubahan harga saham mengikuti distribusi normal. Penentuan harga opsi *call* dari metode *Black-Scholes* dapat dicari dengan persamaan

$$C = SN(d_1) - \frac{E}{e^{rt}} N(d_2)$$

dengan

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{E}\right) + \left(R + \frac{1}{2}\sigma^2\right)t}{\sigma(t)^{\frac{1}{2}}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma(t)^{\frac{1}{2}}$$

$$R = \ln(1 + r)$$

$$e = 2,7183$$

r : tingkat bunga bebas risiko

C : harga opsi *call* saat ini

S : harga saham saat ini

E : *exercise price* opsi *call*

t : sisa waktu sebelum *expiration date* yang dinyatakan sebagai pecahan dari 1 tahun

σ : deviasi standard dari perubahan tingkat keuntungan saham

$N(d_1)$: nilai dari *cumulative normal distribution* pada d_1

$N(d_2)$: nilai dari *cumulative normal distribution* pada d_2

METODE PENELITIAN

Penelitian ini bersifat studi literatur dengan mengambil buku pendukung di Perpustakaan Pusat Universitas Sriwijaya Indralaya.

HASIL DAN PEMBAHASAN

1. Kajian Metode *Binomial*

Nilai opsi *call* pada *expiration date* adalah

$$C_u = \max[S(1 + u) - E, 0]$$

$$C_d = \max[S(1 - d) - E, 0]$$

atau

$$C_u = \max[S_u - E, 0]$$

$$C_d = \max[S_d - E, 0]$$

dengan

$$u = e^{\sigma\sqrt{t}}$$

$$u \cdot d = 1$$

S_u : harga *optioned stock* jika naik sebesar u

S_d : harga *optioned stock* jika turun sebesar d

Hedge portfolio (pembentukan portofolio yang bebas risiko) pada saat *expiration date* akan dipengaruhi oleh harga saham dan harga opsi *call* pada periode tersebut, yang dapat dinyatakan sebagai berikut

$$V_u = huS - C_u$$

$$V_d = hdS - C_d$$

dengan

h : *hedge ratio*

V_u : nilai *hedge portfolio* pada saat harga saham naik sebesar u

V_d : nilai *hedge portfolio* pada saat harga saham turun sebesar d

Portofolio adalah kesempatan investasi yang bebas risiko, dalam hal ini tingkat pengembalian investasi tidak dipengaruhi oleh perubahan saham (*optioned stock*). Oleh sebab itu, V_u identik dengan V_d . Karena *hedge portfolio* merupakan kesempatan investasi yang tidak berisiko maka tingkat pengembalian investasi dari *hedge portfolio* identik dengan tingkat bunga bebas risiko. Berdasarkan pengertian ini, nilai *hedge portfolio* pada saat *expiration date* adalah

$$V(1 + r) = V_u$$

sehingga didapatkan

$$C = \frac{\frac{[C_u(R - d) + C_d(u - R)]}{u - d}}{R}$$

Persamaan tersebut merupakan persamaan nilai/harga teoritis *call* (saat ini), dengan memisalkan

$$Q = \frac{R - d}{u - d}$$

Didapatkan

$$C = \frac{C_u Q + C_d(1 - Q)}{R}$$

Persamaan tersebut dapat pula diterapkan untuk menentukan nilai teoritis opsi *put*, yakni

$$P = \frac{P_u Q + P_d(1 - Q)}{R}$$

dengan

$$P_u = \max[E - uS, 0]$$

$$P_d = \max[E - dS, 0]$$

2. Kajian Metode *Black-Scholes*

Perhitungan harga opsi *call* untuk formula *Black-Scholes* [3] adalah

$$C = e^{-rt} \int_E^{\infty} (x - E) f_t(x) dx$$

Misalkan S_t adalah variable acak untuk harga aset pada waktu t , dengan $S_0 = S$, $f_t(x)$ adalah fungsi densitas peluang untuk S_t dan diasumsikan bahwa harga aset pada waktu 0 adalah sama untuk *present value* yang diharapkan sehingga diperoleh

$$C = e^{-rt} \int_E^{\infty} \frac{(x - E)}{x\sigma\sqrt{2\pi t}} e^{-\frac{\left[\ln\left(\frac{x}{S}\right) - t\frac{(r-\sigma^2)}{2}\right]^2}{2t\sigma^2}} dx$$

Selanjutnya, menaksir integral tersebut dengan membuat perubahan variabel sehingga diperoleh

$$C = S \int_l^{\infty} \frac{e^{-\frac{(y-\sigma\sqrt{t})^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}} dy - E e^{-rt} \int_l^{\infty} \frac{e^{-\frac{y^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}} dy$$

$$C = SN(d_1) - E e^{-rt} N(d_2)$$

Setelah didapatkan persamaan tersebut (persamaan untuk harga opsi *call*), dapat juga ditentukan perumusan *Black-Scholes* untuk menentukan harga opsi *put*, yakni

$$P = E e^{-rt}(1 - N(d_2)) - S(1 - N(d_1))$$

3. Penerapan Penentuan Harga Opsi

a. Perhitungan Harga Opsi Menggunakan Metode *Binomial*

Diasumsikan variansi harga saham sebesar 28% dengan *exercise price* \$45 dan nilai parameternya adalah

$$r_p = 6,2\%$$

$$t = \frac{199}{365}$$

$$S = 46,75$$

$$E = 45$$

$$\sigma = 0,28$$

Sehingga didapatkan

$$u = 1,2297$$

$$d = 0,8132$$

$$C_u = 12,4885$$

$$C_d = 0$$

Berdasarkan hasil tersebut, didapatkan taksiran harga opsi *call* sebagai berikut

$$Q = 0,5974$$

$$C = 7,025$$

Selanjutnya dapat diperhitungkan nilai P_u dan P_d , yakni

$$P_u = 0$$

$$P_d = 6,9829$$

Sehingga, diperoleh taksiran harga opsi *put* sebesar

$$P = 2,6472$$

b. Perhitungan Harga Opsi Menggunakan Metode *Black-Scholes*

Berdasarkan nilai parameter yang diketahui pada langkah sebelumnya, diperoleh

$$d_1 = 0,45138$$

$$N(d_1) = 0,67401$$

$$d_2 = 0,24463$$

$$N(d_2) = 0,59661$$

$$C = 5,55$$

$$P = 2,3042$$

c. Perbandingan Hasil Perhitungan Kedua Metode

Dari perhitungan taksiran harga opsi *call* dengan menggunakan metode *Binomial* diperoleh $C = 7,025$ sedangkan perhitungan menggunakan metode *Black-Scholes* menghasilkan nilai $C = 5,55$. Untuk perhitungan harga opsi *put* dengan metode *Binomial* diperoleh taksiran harga sebesar $P = 2,6472$ sedangkan menggunakan metode *Black-Scholes* diperoleh taksiran harga sebesar $P = 2,3042$. Dengan melihat hasil yang diperoleh dapat dianalisis bahwa perhitungan menggunakan metode *Black-Scholes* lebih minimum risiko. Ini menyatakan bahwa perhitungan menggunakan metode *Black-Scholes* lebih mendekati kebenaran.

KESIMPULAN DAN SARAN

1. Kesimpulan

- Perhitungan taksiran harga opsi dengan menggunakan metode *Black-Scholes* menghasilkan risiko yang lebih minimum dibandingkan dengan metode *Binomial*.
- Dalam metode *Black-Scholes* terdapat hubungan *put call parity* sehingga taksiran harga opsi *put* lebih mudah diperoleh.
- Faktor – faktor yang menjadi penentu harga opsi adalah harga *optioned stock*, jangka waktu sebelum *expiration date*, volalitas harga saham, besarnya *exercise price*, dan tingkat bunga bebas risiko.

2. Saran

Penelitian selanjutnya disarankan untuk melakukan perhitungan dengan menggunakan pendekatan statistika dan jenis opsi yang lain.

PUSTAKA

- [1] Weston, J. F & T. E. Copeland. 1981. *Managerial Finance*. Edisi ke-6. Dryden Press : New York.
- [2] Yuliati, S. H., H. Prasetyo & F. Tjiptono. *Manajemen Portopolio dan Analisa Investasi*. Edisi ke-1. Andi Offset : Yogyakarta.
- [3] Kellison, S. G. 1991. *The Theory of Interest*. Edisi ke-2. Richard D Irwin. Inc : USA.

BILANGAN RAMSEY MULTIPARTIT UNTUK GRAF BINTANG DAN GRAF LINTASAN

THE SIZE MULTIPARTITE RAMSEY NUMBERS FOR STARS AND PATHS

Syafrizal Sy

Jurusan Matematika
 syafrizalsy@gmail.com/ syafrizalsy@fmipa.unand.ac.id
 FMIPA Universitas Andalas, Padang

ABSTRACT

For graphs G_1 and G_2 , the size multipartite Ramsey number $m_j(G_1, G_2)$ is the smallest integer ξ such that every factorization of graph $K_{j \times \xi} = F_1 \oplus F_2$ satisfies the following condition: either F_1 contains G_1 as a subgraph or F_2 contains G_2 as a subgraph. In this note, we determine the exact value of the size multipartite Ramsey number $m_j(P_s, K_{1,n})$ for integers n and s , where P_s denotes a path on s vertices and $K_{1,n}$ denotes a star on $n+1$ vertices.

Keywords: size multipartite Ramsey number, star, path

ABSTRAK

Untuk dua graf G_1 dan G_2 , bilangan Ramsey multipartit $m_j(G_1, G_2)$ adalah bilangan bulat positif terkecil ξ sedemikian sehingga untuk setiap faktorisasi dari graf $K_{j \times \xi} = F_1 \oplus F_2$ memenuhi kondisi berikut: F_1 memuat G_1 sebagai suatu subgraf atau F_2 memuat G_2 sebagai suatu subgraf. Dalam paper ini, akan ditentukan nilai eksak dari bilangan Ramsey multipartit $m_j(P_s, K_{1,n})$ untuk integer n dan s , dimana P_s adalah suatu lintasan dengan s titik, dan $K_{1,n}$ adalah suatu graf bintang dengan $n+1$ titik.

Katakunci: bilangan Ramsey multipartit, graf bintang, graf lintasan

PENDAHULUAN

Pada tahun 2004, Burger dan van Vuuren [1] mengkaji suatu perumuman dari masalah-masalah bilangan Ramsey klasik. Misalkan $K_{n \times t}$ adalah suatu graf seimbang, multipartit dimana graf tersebut terdiri dari n himpunan partit dan t titik pada setiap himpunan partitnya. Misalkan j, n, l, s dan t adalah bilangan-bilangan asli dengan $n, s \geq 2$. Bilangan Ramsey multipartite $m_j(K_{n \times l}, K_{s \times t}) = \xi$ adalah bilangan asli terkecil sedemikian sehingga untuk setiap faktorisasi dari graf $K_{j \times \xi} = F_1 \oplus F_2$ memenuhi kondisi berikut: F_1 memuat G_1 sebagai suatu subgraf atau F_2 memuat G_2 sebagai suatu subgraf.

Dalam paper ini, akan diperumum konsep bilangan Ramsey dengan menghilangkan sifat kelengkapannya yaitu sebagai berikut. Misalkan $j \geq 2$ adalah bilangan asli. Untuk graf G_1 dan G_2 , bilangan Ramsey multipartit $m_j(G_1, G_2)$ adalah bilangan asli terkecil ξ sedemikian sehingga sebarang pewarnaan pada semua sisi $F \cong K_{j \times \xi}$ dengan 2-warna akan memuat G_1 merah atau G_2 biru sebagai subgraf dari F . Eksistensi dari semua bilangan Ramsey multipartit $m_j(G_1, G_2)$ untuk $j \geq 2$ telah ditunjukkan oleh Erdos dan Rado [2] tahun 1956.

GRAF LINTASAN VERSUS BEBERAPA GRAF

Berikut adalah hasil-hasil kombinasi graf lintasan dan graf lainnya yang telah ditemukan. Nilai eksak bilangan Ramsey bipartit $m_2(P_s, P_t)$ dari dua graf lintasan diperoleh dari beberapa kasus khusus pada hasil Gyarfás dan Lehel [3], dan juga oleh Faudree dan Schelp [4].

Pada tahun 2010, Syafrizal Sy [5] telah memperoleh bilangan Ramsey multipartite untuk kombinasi graf lintasan kecil dan graf lingkaran. Kemudian tahun 2011, Syafrizal Sy [6] juga memperoleh bilangan Ramsey multipartite kombinasi graf lintasan dan graf *cocktail party* $m_j(P_3, K_{2 \times s})$ untuk bilangan asli $j, s \geq 2$ dengan $s \geq j$, serta bilangan Ramsey tripartite $m_3(P_n, K_{2 \times 2})$.

Syafrizal Sy dan E.T. Baskoro [7] juga mendapatkan batas bawah untuk bilangan Ramsey multipartit $m_j(P_n, K_{j \times b})$ untuk $j, n \geq 3$ dan $b \geq 2$. Sedangkan untuk kombinasi graf lintasan dan graf multipartit seimbang lengkap juga telah ditemukan oleh Syafrizal Sy [8]. Baru-baru ini tahun 2013, Syafrizal Sy [9] menemukan bilangan Ramsey bipartit $m_2(P_n, T_m)$ untuk $n, m \geq 2$.

Selanjutnya, Hattingh dan Henning [10] tahun 1998 menemukan nilai eksak dari bilangan Ramsey bipartit untuk kombinasi lintasan versus graf bintang $b(P_m, K_{1,n})$. Pada paper ini, akan ditentukan nilai eksak dari bilangan Ramsey multipartit $m_j(P_s, K_{1,n})$ dari graf lintasan dan graf bintang dengan $n \geq 2$ dan $s \geq 3$.

HASIL UTAMA

Dalam kajian ini, akan dicari beberapa bilangan Ramsey multipartit yang memuat graf bintang. Pada Teorema 1 akan dibuktikan bilangan Ramsey multipartit kombinasi graf bintang dengan $n \geq 3$ dan graf lintasan empat titik.

Teorema 1. Untuk $n \geq 3$, $m_2(K_{1,n}, P_4) = n + 1$.

Bukti. Perhatikan suatu faktorisasi $K_{2 \times n} = F_1 \oplus F_2$, dimana F_1 adalah suatu matching lengkap dan F_2 adalah suatu komplemen dari F_1 relatif terhadap $K_{2 \times n}$. Jelas bahwa, F_1 tidak memuat P_4 dan F_2 tidak memuat $K_{1,n}$. Jadi, $m_2(K_{1,n}, P_4) \geq n + 1$.

Selanjutnya akan ditunjukkan bahwa $m_2(K_{1,n}, P_4) \leq n + 1$. Perhatikan sebarang faktorisasi $K_{2 \times (n+1)} = F_1 \oplus F_2$ sedemikian sehingga F_2 tidak memuat $K_{1,n}$. Karena F_2 tidak memuat $K_{1,n}$ maka derajat maksimum $\Delta(F_2) \leq n-1$. Akibatnya, derajat minimum $\delta(F_1) \geq n+1-(n-1)=2$. Karena derajat minimum adalah paling sedikit dua di F_1 , maka terdapat dua titik, sebut x dan y , dari himpunan partit yang sama sedemikian sehingga $N(x) \cap N(y) \neq \emptyset$ di F_1 . Akibatkannya F_1 memuat P_4 . ■

Selanjutnya, pada Teorema 2 akan dibuktikan bilangan Ramsey multipartit untuk kombinasi graf bintang $K_{1,n}$ ($n \geq 2$) dan graf lintasan P_s ($3 \leq s \leq 5$), serta bilangan Ramsey multipartit kombinasi graf bintang $K_{1,n}$ dan graf lintasan P_6 dimana $n \neq 8 + 10k$ dengan k adalah bilangan bulat positif.

Teorema 2. Untuk $n \geq 2$, $m_3(P_s, K_{1,n}) = \lfloor (n+3)/2 \rfloor$ untuk $s = 3, 4$, dan 5 , dan juga $m_3(P_6, K_{1,n}) = \lfloor (n+3)/2 \rfloor$ untuk $n \neq 8 + 10k$ dengan k adalah bilangan bulat.

Bukti. Misalkan $m = \lfloor (n+3)/2 \rfloor$. Pertama-tama akan ditunjukkan bahwa $m_3(P_4, K_{1,n}) \geq m$. Perhatikan suatu faktorisasi dari $K_{3 \times (m-1)} = F_1 \oplus F_2$, dimana F_1 adalah suatu graf yang terdiri dari $m-1$ segitiga dari titik-titik yang saling lepas dan F_2 adalah komplemennya dari

F_1 relatif terhadap $K_{3 \times (m-1)}$. Maka, F_1 tidak memuat P_4 dan F_2 tidak memuat $K_{1,n}$. Jadi, $m_3(P_4, K_{1,n}) \geq m$.

Selanjutnya akan ditunjukkan bahwa $m_3(P_4, K_{1,n}) \leq m$. Misalkan $K_{3 \times m} = F_1 \oplus F_2$ adalah sebarang faktorisasi sedemikian sehingga F_2 tidak memuat $K_{1,n}$. Jadi, derajat maksimum $\Delta(F_2) \leq n-1$. Akibatnya $\delta(F_1) \geq 3m-(n-1)$. Jika n adalah genap maka $\delta(F_1) \geq 3$, yang lainnya $\delta(F_1) \geq 4$. Misalkan n adalah genap. Karena derajat minimum dari F_1 adalah minimal 3 maka sebarang komponen terhubung dari F_1 harus berorder lebih dari 5. Berturut-turut, komponen berorde 5 hanya akan membentuk 1, 2, 2 di tiga himpunan partit. Jika $n=8+10k$ untuk suatu bilangan asli k , maka F_1 dapat disusun oleh setiap komponennya dengan 5 titik. Jadi F_1 memuat P_s , dimana $s = 3, 4$, dan 5. Jika $n \neq 8 + 10k$ maka satu dari komponen-komponen itu akan berorder lebih dari 5. Oleh karena itu, F_1 akan memuat P_s dimana $s = 3, 4, 5$, dan 6. ■

PUSTAKA

- [1] A.P. Burger dan J.H. Van Vuuren. 2004. Ramsey numbers in Complete
- [2] Balanced Multipartite Graphs. Part II: Size Numbers, *Discrete Math.* 283 : 45 - 49.
- [3] B P. Erdős dan R. Rado. 1956. A partiton calculus in set theory, *Bull. Amer. Math. Soc.* 62: 229-489.
- [4] A . Gyarfás dan J. Lehel. 1973. A Ramsey-type problem in directed and bipartite graphs, *Periodica Math. Hungar.* 3: 299-304.
- [5] R.J. Faudree dan R.H. Schelp. 1975. Path-path Ramsey type numbers for complete bipartite graph, *J. Combin. Theory Ser. B*: 161-173.
- [6] Syafrizal Sy. 2010. On size multipartite Ramsey numbers for paths versus cycles of three or four vertices. *Far East J. Appl. Math.* Vol. 44. No. 2: 109 -116.
- [7] Syafrizal Sy. 2011. On size multipartite Ramsey numbers for small paths versus cocktail party graphs, *Far East J. Appl. Math.* Vol. 55. No. 1: 53 - 60.
- [8] Syafrizal Sy and E.T. Baskoro. 2011. Lower bounds for size multipartite Ramsey numbers $m_j(P_n, K_{j \times b})$, *American Institute of Physics Proc.* 1450: 259-261.
- [9] Syafrizal Sy. 2012. The Size Multipartite Ramsey Numbers of Paths with respect to Complete Balanced Multipartite Graphs, *Far East J. Appl. Math.* Vol., No. 2: 107-115.
- [10] Syafrizal Sy. 2013. Tree-path size bipartite Ramsey numbers, *Far East J. Math. Sci.* Vol., No. 1: 139 – 145.
- [11] J.H. Hattingh and M.A. Henning. 1998. Star-path bipartite Ramsey numbers, *Discrete Math.* 185: 255-258.

KLASIFIKASI DENGAN ANALISIS KOMPONEN UTAMA KERNEL

CLASSIFICATION WITH KERNEL PRINCIPAL COMPONENT ANALYSIS

Wirdania Ustaza^{1*}, Siswadi², Toni Bakhtiar³

Institut Pertanian Bogor, Bogor^{1*}
wirdaniaus@gmail.com dan Jln. Raya Setu No. 13 RT 05/01 Setu Cipayung Jakarta Timur
13880, Telp : 085691397048
Institut Pertanian Bogor, Bogor²
Institut Pertanian Bogor, Bogor³

ABSTRACT

Principal component analysis (PCA) is a special case of the kernel PCA with linear kernel function. The aim of this study is to resolve the data problem that is not linearly separated and to classify an object into a group by using kernel PCA to obtain the smallest classification error. Group classification using kernel PCA is performed by the linear and Gaussian kernel function. The result of the study shows for wine recognition data with the linear and Gaussian (parameter 2.5) kernel function produces 30.889% and 17.416% classification error, respectively.

Keywords: Principal Component Analysis, Kernel , Classification Error

ABSTRAK

Analisis komponen utama (AKU) merupakan bentuk khusus dari AKU kernel dengan fungsi kernel linear. Tujuan dari studi ini ialah untuk menyelesaikan permasalahan data yang tak terpisah secara linear dan mengklasifikasikan suatu objek ke dalam suatu kelompok menggunakan AKU kernel sehingga diperoleh salah satu klasifikasi terkecil. Pengklasifikasian kelompok menggunakan AKU kernel diselesaikan dengan fungsi kernel linear dan Gauss. Hasil untuk data pengenalan anggur menunjukkan bahwa fungsi kernel linear dan Gauss (parameter 2.5) masing-masing memberikan 30.889% dan 17.416% salah klasifikasi.

Katakunci: Analisis Komponen Utama, Kernel, Salah Klasifikasi

PENDAHULUAN

Analisis data adalah proses penyederhanaan data agar lebih mudah dibaca dan diinterpretasikan. Ada banyak alat yang dapat digunakan untuk menganalisis data baik secara manual ataupun dengan bantuan aplikasi komputer. Salah satunya ialah dengan menggunakan analisis statistika peubah ganda, yang sudah banyak berkembang di masyarakat. Analisis statistika peubah ganda mampu mengidentifikasi pola dalam data dan mengekspresikan data sedemikian rupa sehingga menyorot persamaan dan perbedaannya [1]. Salah satu cara dalam analisis statistika peubah ganda yang dapat digunakan untuk melakukan hal tersebut ialah analisis komponen utama. Analisis komponen utama (AKU) pertama kali diperkenalkan oleh Karl Pearson pada tahun 1901. AKU sering digunakan untuk mereduksi dimensi dari suatu matriks data yang terdiri atas sejumlah besar peubah yang saling berkorelasi menjadi sejumlah kecil peubah dan tidak saling berkorelasi, dengan tetap mempertahankan sebanyak mungkin informasi yang terkandung dalam matriks data baru [2]. AKU menggunakan kombinasi linear antarpeubah untuk merepresentasikan suatu data. Namun, kombinasi linear ini tidak dapat memodelkan data yang kompleksitasnya tinggi dengan hubungan taklinear

antarpeubah. Oleh karena itu diperlukan suatu metode untuk menyelesaikan masalah tersebut yaitu dengan menggunakan AKU kernel.

AKU merupakan bentuk khusus dari AKU kernel dengan fungsi kernel linear. Fungsi kernel memetakan data ke dimensi yang lebih tinggi dan membangun fungsi pemisah dalam ruang yang terpisahkan. Hal ini dilakukan dengan menghitung fungsi kernel yang memberikan nilai hasil kali dalam pada ruang fitur tanpa menunjukkan pemetaan secara eksplisit. AKU kernel juga sebagai metode berbasis memori, yaitu jika x adalah suatu objek maka menemukan skor untuk objek tersebut dapat menggunakan nilai eigen dan vektor eigen dari data asal [3]. Karena dalam mengklasifikasikan suatu objek ke dalam suatu kelompok diperlukan beberapa peubah penciri yang dapat membedakan antara satu kelompok dengan kelompok lainnya, maka atas dasar inilah AKU kernel dapat digunakan dalam menyelesaikan pengklasifikasian suatu objek ke dalam suatu kelompok untuk memperoleh salah klasifikasi terkecil.

Tulisan ini memiliki perbandingan dengan dua artikel dalam jurnal yang berbeda. Dalam kedua artikel tersebut hanya dijelaskan cara menganalisis data menggunakan analisis komponen utama kernel. Tulisan ini melakukan analisis data secara lebih lanjut dengan menghitung salah klasifikasi suatu objek kedalam suatu kelompok.

Tulisan ini bertujuan untuk menyelesaikan permasalahan data yang tak terpisah secara linear dan mengklasifikasikan suatu objek ke dalam suatu kelompok menggunakan AKU kernel dengan fungsi kernel linear dan Gauss sehingga diperoleh salah klasifikasi terkecil.

METODE PENELITIAN

2.1 Data

Data yang digunakan dalam penulisan tulisan ini merupakan data sekunder sebagai data asal yang diperoleh melalui internet yaitu data tanaman iris [4] dan data pengenalan anggur [5]. Matriks data tanaman iris terdiri atas 150 objek dengan 3 kelompok yaitu *Iris setosa*, *Iris virginica*, dan *Iris versicolor* di mana setiap kelompok terdiri atas 50 objek dengan empat peubah yaitu panjang sepal, lebar sepal, panjang petal, dan lebar petal. Matriks data pengenalan anggur terdiri atas 178 objek dengan 3 kelompok di mana setiap kelompok terdiri atas 59, 71, dan 48 objek untuk kelompok 1, 2, dan 3 secara berturut-turut, dengan tiga belas peubah yaitu kadar alkohol, kadar asam malat, banyaknya abu, banyaknya alkali pada abu, kadar magnesium, kadar fenol, kadar flavonoid, kadar fenol yang bukan flavonoid, kadar proanthosianin, dan kadar prolina, intensitas warna dan warna berdasarkan tingkat kecerahannya, dan anggur yang diencerkan pada OD280/OD315 berdasarkan nilai serapannya.

2.2 Prosedur Analisis Data

Data asal merupakan data sekunder yang berasal dari data populasi tanaman iris dan data pengenalan anggur. Analisis data yang pertama dilakukan dalam tulisan ini ialah mengamati plot pencar antarpeubah yang dihasilkan. Kemudian data asal distandarisasi. AKU kernel akan dianalisis menggunakan dua fungsi kernel yaitu linear dan Gauss. Matriks kernel dengan fungsi linear ialah bersesuaian dengan AKU dalam formulasi dual yaitu dalam bentuk $\mathbf{XX}^T$. Matriks kernel fungsi Gauss = $\exp\left(-\left(\frac{\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|}{h_0}\right)^2\right)$ dengan

parameter $h_0 = 0.001\sqrt{2}$ untuk data tanaman iris dan $h_0 = 1, 1.25, \dots, 6$ untuk data pengenalan anggur. Tiga langkah berikut adalah perlu untuk menunjukkan AKU kernel:

1. Menentukan fungsi kernel yang akan digunakan dalam hal ini linear dan Gauss, kemudian menghitung hasil kali dalam matriks kernel $\mathbf{K} = (k_{ij})$ dengan $k_{ij} = k(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \langle \phi(\mathbf{x}_i), \phi(\mathbf{x}_j) \rangle$. Matriks kernel juga harus dikoreksi terhadap nilai tengah setiap fungsi dengan $\mathbf{K}^* = (\mathbf{I} - \mathbf{J}\mathbf{J}^T)\mathbf{K}(\mathbf{I} - \mathbf{J}\mathbf{J}^T)$.
2. Menyelesaikan permasalahan nilai eigen dan vektor eigen dari matriks $\mathbf{K}^*$ dengan persamaan $\mathbf{K}^* \mathbf{v}_i = \lambda_i \mathbf{v}_i$. Kemudian dipilih 2 nilai eigen terbesar dan vektor eigen yang bersesuaian. Dua nilai eigen ini adalah varians maksimum dari komponen utama 1 dan komponen utama 2 secara berturut-turut.
3. Untuk menemukan skor komponen utama kernel dari permasalahan nilai eigen, proyeksikan pemetaan $\mathbf{x}$ atas vektor eigen primal $\mathbf{u}_i$.

$$\begin{aligned}\phi(\mathbf{x})^T \mathbf{u}_i &= \phi(\mathbf{x})^T \Phi^T \mathbf{v}_i / \sqrt{\lambda_i} \\ &= [k(\mathbf{x}, \mathbf{x}_1) \ k(\mathbf{x}, \mathbf{x}_2) \ \dots \ k(\mathbf{x}, \mathbf{x}_n)] \mathbf{v}_i / \sqrt{\lambda_i}.\end{aligned}$$

Selanjutnya visualisasikan plot pencar 2 komponen utama pertama dari masing-masing fungsi dan parameter.

Pengklasifikasian kelompok dengan AKU kernel dilakukan menggunakan kuadrat jarak Euclid untuk ruang dimensi dua dengan menghitung jarak terdekat antara objek dengan rata-rata dari setiap kelompok sebagai berikut

$$d(\mathbf{x}_0, \bar{\mathbf{x}}_i) = (\mathbf{x}_0 - \bar{\mathbf{x}}_i)^T (\mathbf{x}_0 - \bar{\mathbf{x}}_i)$$

dengan $\mathbf{x}_0$ adalah objek pada skor komponen utama dan $\bar{\mathbf{x}}_i$ adalah rata-rata skor komponen utama dari data asal pada setiap kelompok. Evaluasi hasil dapat diperoleh dengan menghitung jumlah salah klasifikasi dari semua kelompok seperti yang diberikan pada Tabel 1.

Tabel 7 Klasifikasi kelompok

Kelompok asal	Kelompok prediksi			Total
	π_1	π_2	π_3	
π_1	n_{11}	n_{12}	n_{13}	$n_{1.}$
π_2	n_{21}	n_{22}	n_{23}	$n_{2.}$
π_3	n_{31}	n_{32}	n_{33}	$n_{3.}$
	$n_{.1}$	$n_{.2}$	$n_{.3}$	$n = n_{..}$

Salah klasifikasi (SK) didefinisikan sebagai

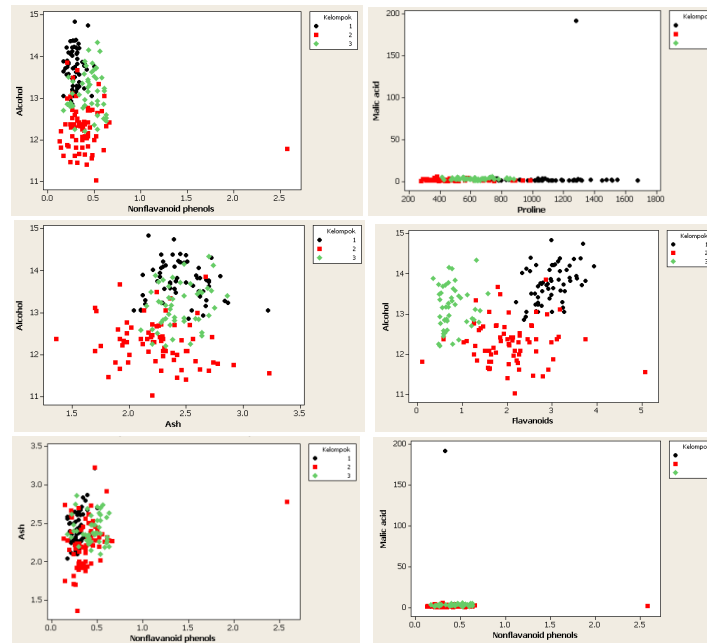
$$SK = \left(\frac{n - \sum_{k=1}^3 n_{kk}}{n} \right) \times 100\%$$

dengan n_{kj} = banyaknya anggota kelompok k yang diklasifikasikan menjadi anggota kelompok j .

HASIL DAN PEMBAHASAN

Analisis dilakukan terhadap data populasi tanaman iris dan data pengenalan anggur. Kedua data digunakan untuk memverifikasi hasil yang diperoleh menggunakan AKU kernel. Selanjutnya data yang memberikan hasil yang sama dengan tulisan ini dipilih untuk dianalisis salah klasifikasinya dalam hal ini data pengenalan anggur. Gambar 1 memvisualisasikan plot pencar dari beberapa pasang peubah untuk data pengenalan anggur, diambil beberapa pasang peubah karena dimensi data yang cukup besar. Pada gambar terlihat bahwa plot pencar hanya terdiri atas satu kelompok yang berisi baik

kelompok 1, 2, dan 3 yang tidak dapat dipisahkan dengan beberapa data menjadi pencilan. Hal ini tidak cukup baik bila digunakan dalam menganalisis struktur pada data dan akan menyulitkan dalam pengklasifikasian data objek ke dalam kelompok tersebut, karena akan menyebabkan salah klasifikasi yang cukup besar. Oleh karena itu, AKU kernel akan digunakan untuk menyelesaikan permasalahan ini.



Gambar 1 Plot pencar dari beberapa pasang peubah data pengenalan anggur

Terlihat dari gambar bahwa hubungan antarpeubah adalah tak terpisah untuk setiap kelompok. Deskripsi data yang digunakan dapat diamati dalam Tabel 2. Pemilihan parameter pada fungsi kernel didasarkan pada plot pencar dari setiap pasang peubah, dengan mencoba-coba beberapa nilai yang berbeda dan dipilih parameter dengan hasil yang lebih baik. Karena pada dasarnya belum ada ketentuan nilai parameter untuk setiap fungsi kernel. Tabel 2 menggambarkan nilai-nilai yang ada dari setiap peubah. Rata-rata dan simpangan baku (SB) dari setiap peubah akan digunakan untuk standarisasi data. Tulisan ini akan menggunakan dua fungsi kernel yaitu linear (sesuai dengan AKU) dan Gauss. Deskripsi kedua fungsi kernel diberikan pada Tabel 3.

Tabel 8 Deskripsi data pengenalan anggur

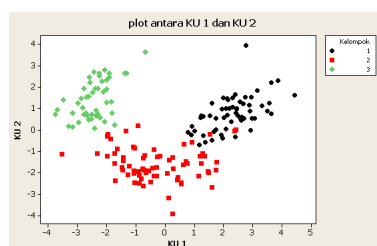
No	Peubah	Rata-rata	Maksimum	Minimum	SB*
1	Alkohol (Al)	13.0036	14.83	11.03	0.809732
2	Asam malat (AM)	3.409831	192	0.74	14.25921
3	Abu (Ab)	2.36618	3.23	1.36	0.274265
4	Alkali pada abu (AA)	19.43876	30	10	3.414296
5	Magnesium (Mg)	99.71348	162	70	14.27937
6	Total fenol (TF)	2.28864	3.88	0.128	0.642152
7	Flavonoid (Fl)	2.023927	5.08	0.099	1.006646
8	Fenol yang bukan flavonoid (FF)	0.372556	2.58	0.13	0.206944
9	Proanthosianin (Pa)	1.590899	3.58	0.41	0.572359
10	Intensitas warna (IW)	5.05809	13	1.28	2.318286
11	Warna (Wa)	0.957506	1.71	0.48	0.228484
12	Anggur yang diencerkan pada OD280/OD315 (OD)	2.611629	4	1.27	0.710065
13	Prolina(Pr)	746.8933	1680	278	314.9075

* SB = simpangan baku

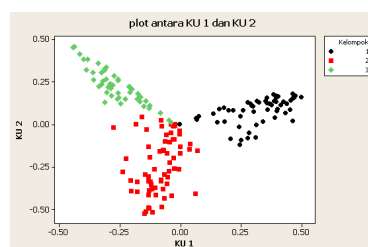
Tabel 9 Fungsi kernel yang diaplikasikan

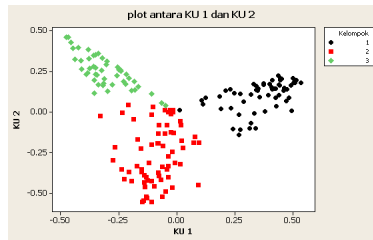
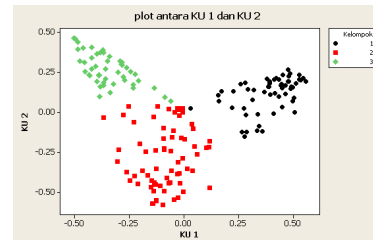
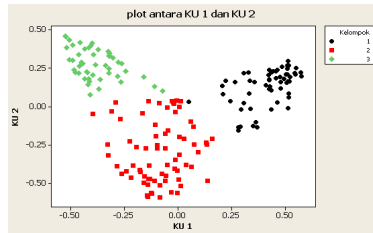
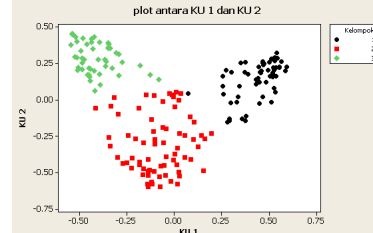
No.	Jenis fungsi	Fungsi	Par. h_0
1	Linear	$k(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \mathbf{x}_i^T \mathbf{x}_j$	-
2	Gauss	$k(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \exp(-\ \mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\ ^2 / h_0^2)$	1, 1.25..., 6

Analisis data dilakukan pada data yang telah distandarisasi, atau bersesuaian dengan matriks korelasi. Hal ini dikarenakan varians setiap peubah memiliki nilai yang perbedaannya cukup besar, sehingga tanpa distandarisasi analisis hanya akan terfokus pada peubah dengan varians terbesar. Analisis data menggunakan AKU kernel cukup baik memisahkan antarkelompok dengan menggunakan dua komponen utama pertama. Walaupun masih ada sebagian kecil objek antarkelompok yang bercampur. Dari kedua fungsi yang digunakan terlihat bahwa plot pencar dari dua komponen utama kernel pertama cukup mampu menggambarkan pola yang terpisah pada data. Gambar selanjutnya akan memvisualisasikan plot pencar dari dua komponen utama untuk fungsi kernel linear dan Gauss dengan parameter $h_0 = 2, 2.25, \dots, 3$. Pada dasarnya studi dilakukan pada fungsi Gauss untuk parameter $h_0 = 1, 1.25, \dots, 6$. Namun, untuk memberikan gambaran hasilnya, dipilih beberapa parameter dengan hasil yang lebih baik.

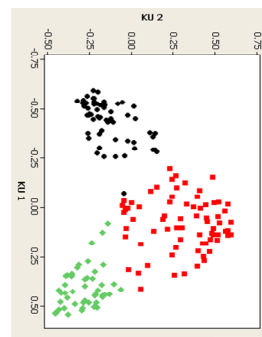


Gambar 2 AKU atau fungsi linear

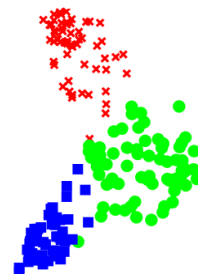
Gambar 3 Fungsi Gauss dengan parameter $h_0 = 2$

Gambar 4 Fungsi Gauss dengan parameter $h_0 = 2.25$ Gambar 5 Fungsi Gauss dengan parameter $h_0 = 2.5$ Gambar 6 Fungsi Gauss dengan parameter $h_0 = 2.75$ Gambar 7 Fungsi Gauss dengan parameter $h_0 = 3$

Dengan menggunakan dua komponen utama pertama, fungsi kernel linear dan Gauss memberikan hasil pemisahan antarkelompok yang lebih baik jika dibandingkan dengan plot pencar antarpeubah. Dalam tulisan ini dilakukan perbandingan pada dua buah data yaitu data tanaman iris dan data pengenalan anggur. Keduanya memiliki perbandingan dengan artikel dalam jurnal yang sudah ada, hasilnya dijelaskan dalam Gambar 8 dan 9.



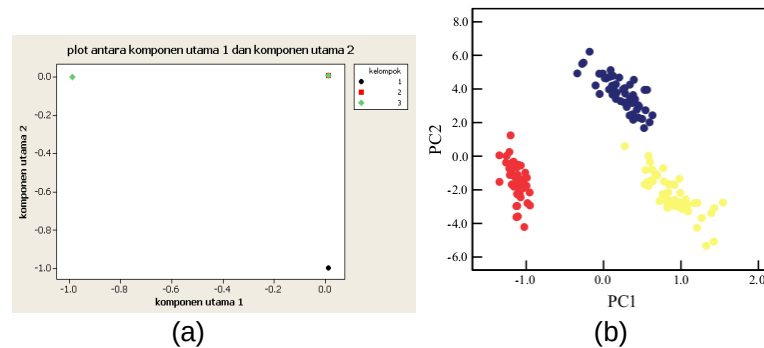
(a)

 $c = 3$

(b)

Gambar 8 Perbandingan hasil data pengenalan anggur (a) tulisan (b) [6]

Pemisahan data tanaman iris menggunakan AKU kernel sebelumnya telah dikerjakan dan menghasilkan plot yang berbeda dengan yang dijelaskan oleh [7]. Karena jurnal tersebut hanya menggunakan fungsi kernel Gauss dengan tidak menjelaskan setiap parameter yang digunakan, sehingga perbedaan ini sulit diketahui di mana letaknya. Walaupun ada satu parameter yang dijelaskan yaitu untuk parameter $h_0 = 0.001\sqrt{2}$ namun hasilnya tetap sangat berbeda.



Gambar 9 Perbandingan hasil data tanaman iris (a) tulisan (b) [7]

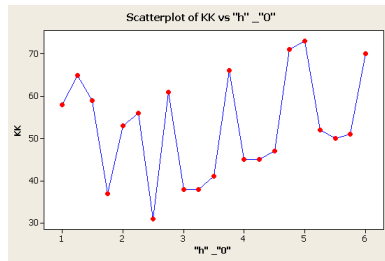
Karena tidak mungkin kedua hasil benar, maka kemungkinan salah satu ada yang salah atau kedua-duanya salah. Oleh karena itu diperlukan penelusuran selanjutnya yang dapat memberikan hasil yang baik dan benar untuk dalam penggunaan AKU kernel.

Setelah diperoleh hasil pemisahan yang cukup baik antarkelompok, selanjutnya akan dibahas tentang pengklasifikasian kelompok menggunakan AKU kernel. Pengklasifikasian ini akan membandingkan dua fungsi kernel yaitu fungsi linear (bersesuaian dengan AKU) dan Gauss. Analisis data yang dilakukan pada prosedur analisis data ialah untuk data yang distandarisasi. Pada Tabel 5 dan 6 dijelaskan hasil yang diperoleh menggunakan fungsi kernel linear dan Gauss dengan parameter 2.5. Pada Tabel 4 dijelaskan jumlah kesalahan untuk setiap parameter dari fungsi Gauss, serta grafiknya.

Tabel 4 Hasil salah klasifikasi (SK) fungsi Gauss

h_0	1	1.25	1.5	1.75	2	2.25	2.5	2.75	3	3.25	3.5
SK	58	65	59	37	53	56	31	61	38	38	41
%SK	32.58%	36.51%	33.15%	20.78%	29.77%	31.46%	17.42%	34.27%	21.35%	21.58%	23.03
h_0	3.75	4	4.25	4.5	4.75	5	5.25	5.5	5.75	6	
SK	66	45	45	47	71	73	52	50	51	70	
%SK	37.08%	25.3%	25.3%	26.4%	39.88%	41.01%	29.2%	28.09%	28.65%	39.33%	

Semula diperkirakan ada tren kuadrat dari salah klasifikasi yang dapat digunakan untuk menduga hasil klasifikasi terkecil dengan menggunakan regresi kuadratik untuk nilai parameter h_0 yang digunakan. Namun, hasil yang diperoleh terlihat pada Gambar 10 yaitu terjadi perubahan banyaknya salah klasifikasi yang tidak teratur. Selanjutnya akan digunakan AKU kernel untuk menyelesaikan klasifikasi kelompok. Pada dasarnya studi dilakukan pada fungsi Gauss untuk parameter $h_0 = 1, 1.25, \dots, 6$. Namun, untuk memberikan gambaran hasilnya, dipilih parameter dengan nilai kesalahan yang terkecil yaitu untuk $h_0 = 2.5$.



Gambar 10 Grafik kesalahan klasifikasi

Fungsi linear memiliki salah klasifikasi sebesar 30.89%. Terlihat bahwa salah klasifikasi kelompok menggunakan fungsi ini banyak terdapat pada kelompok 3. Hal ini terjadi karena antarkelompok ini memang sulit dipisahkan secara keseluruhan dan juga karena jarak yang berdekatan antarkelompok.

Tabel 5 Hasil pengklasifikasian kelompok data dengan fungsi linear

Kelompok asal	Kelompok prediksi			Total	SK
	1	2	3		
1	54	0	5	59	5
2	4	47	20	71	24
3	3	23	22	48	26

Fungsi Gauss dengan parameter $h_0 = 2.5$ memiliki salah klasifikasi sebesar 17.416%. Terlihat bahwa salah klasifikasi kelompok menggunakan fungsi ini banyak terdapat pada kelompok 2. Hal ini berbeda dengan yang hasil diperoleh sebelumnya.

Tabel 6 Hasil pengklasifikasian kelompok data dengan fungsi Gauss $h_0 = 2.5$

Kelompok asal	Kelompok prediksi			Total	SK
	1	2	3		
1	54	0	5	59	5
2	0	47	24	71	24
3	0	2	46	48	2

Pengklasifikasian menggunakan fungsi kernel linear dan Gauss dengan parameter $h_0 = 2.5$ masing-masing memiliki hasil salah klasifikasi sebesar 30.89% dan 17.416%. Terlihat bahwa salah klasifikasi kelompok menggunakan kedua fungsi ini tidak dapat ditentukan kekhasannya. Hal ini terjadi karena dalam pemilihan fungsi dan parameter untuk fungsi kernel belum ada ketentuannya, hanya disesuaikan berdasarkan hasil atau tipe plot yang lebih baik.

KESIMPULAN DAN SARAN

4.1 Kesimpulan

Visualisasi data menggunakan AKU kernel akan menghasilkan berbagai bentuk plot pencar untuk dua komponen utama pertama bergantung pemilihan fungsi kernelnya. Dalam pemilihan fungsi kernel yang tepat akan memberikan pola linear terpisah pada data sehingga akan mempermudah saat menganalisis. Hasil untuk data pengenalan

anggur menunjukkan bahwa fungsi kernel linear dan Gauss (parameter 2.5) masing-masing menghasilkan salah klasifikasi sebesar 30.889% dan 17.416%.

4.2 Saran

AKU kernel sebagai salah satu teknik penyelesaian dari AKU taklinear masih belum dapat memisahkan data kelompok yang digunakan dalam tulisan secara efisien. Karena tulisan ini memiliki perbandingan dengan artikel dalam jurnal, dengan metode analisis yang sama, namun hasilnya sangat berbeda untuk data tanaman iris, disarankan untuk mencoba teknik yang sama untuk menyelesaikan masalah tersebut. Dengan demikian diharapkan dengan pemisahan yang lebih baik akan menghasilkan tingkat kesalahan yang lebih kecil lagi dalam pengklasifikasian kelompok.

PUSTAKA

- [1] Shen Y. 2007. Outlier Detection Using the Smallest Kernel Principal Component. Philadelphia (US): Temple University.
- [2] Jolliffe IT. 2002. Principal Component Analysis. 2nd ed. New York (US): Springer-Verlag.
- [3] Nielsen AA, Canty MJ. 2008. Kernel Principal Component Analysis for Change Detection. Image and Signal for Remote Sensing XIV. 7109. Doi:10.1117 /12.800141.
- [4] Fisher RA. 1988. Iris Plants Database. [Internet]. [diunduh 2014 Jan 20]. Tersedia pada: <http://archive.ics.uci.edu/ml/machine-learning-databases/iris/iris.data>.
- [5] Forina M. 1991. Wine Recognition Data. [Internet]. [diunduh 2014 Jan 20]. Tersedia pada: <http://archive.ics.uci.edu/ml/machine-learning-databases/wine/wine.data>.
- [6] Sugiyama M. 2013. Advanced Data Analysis: Kernel PCA. [Internet]. [diunduh 2014 Jan 20]. Tersedia pada: www.ocw.titech.ac.jp/index.php.
- [7] Djakaria I, Guritno S, Kartiko SH. 2010. Visualisasi Data Iris Menggunakan Analisis Komponen Utama dan Analisis Komponen Utama Kernel. Jurnal Ilmu Dasar. 11(1):31-38.

PEMODELAN MATEMATIKA UNTUK OPTIMASI PROSES EVAKUASI DENGAN MODEL MAKROSKOPIK

MATHEMATICAL MODELLING FOR OPTIMIZATION EVACUATION PROCESS WITH MACROSCOPIC MODEL

Zulfia Memi Mayasari*

*Jurusan Matematika FMIPA Universitas Bengkulu, Bengkulu
email : zulfiamemimaysari@yahoo.co.id

d.a: Gedung FMIPA Kampus Unib, Jl. WR. Supratman Kandang Limun
Bengkulu 38371, No. Telp dan fax (0736) 20919, HP: 081367379697

ABSTRACT

Evacuation is immediate and urgent movement of people away from the threat or actual occurrence of a hazard to safety area. With a good evacuation process, number of evacuees can be minimized. It is necessary for proper planning and calculation in evacuation process. This paper solves mathematical modelling of optimization evacuation process with macroscopic model for maximum dynamic flow i.e how to maximize the number of evacuees within time horizon T . This is done by optimizing the network (building) has changed in dynamic network. Result of optimization can be used as a reference in designing evacuation route.

Keywords : Maximum Dynamic Flow, Dynamic Network, Evacuation Route.

ABSTRAK

Evakuasi adalah proses pemindahan orang-orang dari tempat yang berbahaya ke tempat yang lebih aman. Dengan proses evakuasi yang baik jumlah korban dapat ditekan seminimal mungkin. Untuk itu diperlukan perencanaan dan perhitungan yang tepat dalam melakukan proses evakuasi. Artikel ini membahas pemodelan matematika untuk optimasi proses evakuasi dengan model makroskopik untuk arus dinamis maksimum, yaitu bagaimana memaksimalkan jumlah orang yang dapat dievakuasi dalam rentang waktu T yang ditentukan. Hal ini dilakukan dengan mengoptimasi jaringan (gedung) yang telah diubah ke bentuk jaringan dinamis. Hasil optimasi dapat dijadikan acuan dalam merancang jalur evakuasi.

Kata-kata kunci : Arus Dinamis Maksimum, Jaringan Dinamis, Jalur Evakuasi.

PENDAHULUAN

Pembangunan sebuah gedung terutama gedung besar dan bertingkat memerlukan keahlian seorang arsitek dalam merancang gedung. Banyak hal yang harus diperhatikan oleh seorang arsitek dalam merancang sebuah gedung salah satunya adalah memperhitungkan evakuasi ketika terjadi bencana, baik bencana yang disebabkan oleh alam maupun akibat perbuatan manusia. Tetapi tidak semua gedung dibangun dengan mempertimbangkan keadaan tersebut. Hal ini dapat membuat kondisi menjadi sulit bagi pengguna gedung untuk melakukan evakuasi saat terjadi bencana. Banyak ahli matematika dan ahli teknik yang telah mencoba menyelesaikan permasalahan evakuasi ini untuk memperoleh hasil yang optimal, diantaranya [1] dengan pemodelan jaringan dinamis.

Dalam tulisan ini permasalahan evakuasi gedung diselesaikan dengan model makroskopik untuk arus dinamis maksimum. Kemudian dengan pendekatan *temporally*

repeated flow technique dapat dicari jumlah arus maksimum dalam rentang waktu T yang digambarkan sebagai jaringan dinamis.

PEMODELAN MATEMATIKA UNTUK OPTIMASI PROSES EVAKUASI DENGAN MODEL MAKROSKOPIK

2.1. Model Makroskopik

Secara umum terdapat dua pendekatan yang digunakan untuk persoalan model evakuasi yang menekankan pada estimasi waktu yaitu model makroskopik dan mikroskopik. Model makroskopik pada umumnya didasarkan pada pendekatan optimasi dan tidak mempertimbangkan keputusan dan perbedaan individual dalam memilih rute evakuasi yaitu orang-orang diperlakukan sebagai kelompok yang homogen dimana hanya karakteristik umum yang diperhitungkan [2]. Karena waktu merupakan parameter yang penting dalam proses evakuasi maka pendekatan makroskopik didasarkan pada model aliran jaringan dinamis. Ide utama dari model ini untuk menggambarkan gedung dan atribut-atribut dari komponen gedung sebagai jaringan statis G.

2.2 Jaringan Statis

Jaringan statis G digunakan untuk memodelkan *supply point*/titik persediaan dan *demand point*/titik permintaan dan jalur yang digunakan untuk transfer persediaan ke permintaan. Rute-rute tersebut dapat mempunyai beberapa titik persinggahan. Dalam jaringan statis, titik persediaan, titik permintaan dan titik persinggahan dinyatakan sebagai *node* dan rute dinyatakan sebagai *arc*. Dalam menggambarkan jaringan statis pada suatu gedung, *node* menyatakan ruang, aula dan sebagainya sedangkan *arc* menyatakan lorong, tangga dan sebagainya. Ruang-ruang dalam gedung dimana terdapat orang-orang yang akan dievakuasi dinyatakan sebagai *source node*/node sumber dan lokasi aman dalam gedung atau setelah pintu keluar gedung dinyatakan sebagai *sink node*/node tujuan. Setiap *node* mempunyai kapasitas yang merupakan batas bawah jumlah orang yang dapat dievakuasi secara bersama-sama yang dapat berada pada *node* tersebut. Kapasitas *node* dihitung dengan menggunakan rumus berikut [1]:

$$NC = \frac{UA}{LOS} \quad (1)$$

dimana:

NC : *Node capacity*/kapasitas *node*

UA : *Usable area* dari *node* yang merepresentasikan komponen gedung

$UA = (\text{panjang ruang} - 0,3) \times (\text{lebar ruang} - 0,3)$ (meter)

LOS : *Level of Service* (*LOS* didapat dari Tabel of *Level Service* untuk *node* [3]).

Rumus (1) digunakan untuk menghitung kapasitas *node*, sedangkan *initial content* yang menyatakan perkiraan jumlah penghuni dari ruang bersangkutan didapat dari data gedung. Kapasitas *arc* adalah batas atas arus pada *arc* dengan unit orang tiap unit waktu. Untuk menghitung kapasitas *arc* dimana *arc* berupa lorong atau tangga dilakukan dengan cara berikut :

- Pilih *LOS* untuk lorong atau tangga [3]
 - Kalikan *Average Flow Volume (AFP)* level tersebut dengan lebar lorong efektif *Width Restriction (WR)* untuk mendapatkan batas atas jumlah orang per menit.
 - Bagi batas atas dengan jumlah unit waktu permenit, dan bulatkan hasilnya.
- Langkah-langkah tersebut dapat juga dirumuskan sebagai :

$$DC = WR \times AFP \times \frac{1}{60} S \times \text{Periode Waktu} \quad (2)$$

dimana :

DC : Kapasitas dinamik

WR : *Width Restriction* = lebar – 0,3 (meter)

AFP : *Average Flow Volume*

Sedangkan *travel time*/waktu tempuh dapat dihitung dengan menggunakan rumus berikut :

$$TT = \frac{DIST}{AS} \times 60 s \times \frac{1}{periode waktu} \quad (3)$$

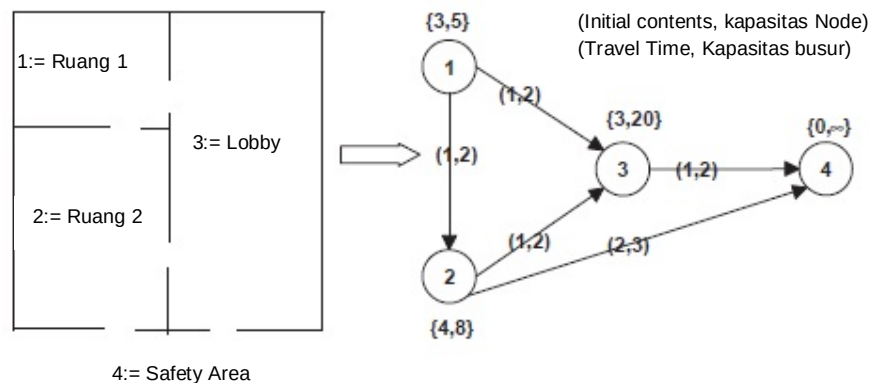
dimana :

TT : *Travel Time*/waktu tempuh

$DIST$: *Distance* yaitu median jarak yang diperlukan untuk melintasi satu *node* ke *node* yang lain

AS : *Average Speed*, diambil dari Tabel *Level of Service Hallway/lorong* atau tangga [3]

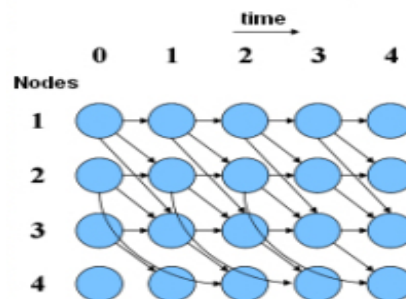
Gambar berikut merupakan contoh jaringan statis.



Gambar 1. Jaringan Statis G dari suatu gedung

2.3. Arus Jaringan Dinamis

Arus jaringan dinamis merupakan model pendekatan optimasi yang sangat bergantung pada waktu tempuh. Gambar berikut menunjukkan model jaringan dinamis.



Gambar 2. Jaringan Dinamis G_T

Pada Gambar 2 *node* menunjukkan simpul-simpul sumber (*source nodes*) dan simpul tujuan (*sink node*). Sementara busur-busur memiliki atribut berupa kapasitas busur dan waktu tempuh (*travel time*). Dalam problem evakuasi kapasitas busur adalah batas atas (*upper bound*) dari jumlah pengungsi yang dapat melintas busur per-unit waktu dan waktu tempuh adalah waktu yang dibutuhkan untuk bergerak dari satu *node* ke *node* lain.

Gambar 2 menunjukkan jaringan dinamis G_T , dimana T menyatakan rentang waktu (*time horizon*) yang terbagi menjadi periode waktu (*time period*) T dimana $T = 4$ dengan asumsi bahwa semua atribut busur adalah konstan.

Dalam masalah evakuasi, tujuan utama dapat dinyatakan sebagai minimasi waktu yang dibutuhkan untuk mengevakuasi atau maksimasi jumlah orang yang dapat dievakuasi dalam sebuah rentang waktu T , sehingga dapat dinyatakan sebagai arus dinamis (*dynamic flow*) yang mencapai *sink node* pada periode T . Dengan demikian permasalahan fungsi tujuan seperti ini disebut pula permasalahan arus dinamis maksimum (*Maximum Dynamic Flow Problem /MDFP*).

2.4. Permasalahan Arus Dinamis Maksimum (*Maximum Dynamic Flow Problem /MDFP*)

Permasalahan Arus Dinamis Maksimum (MDFP) adalah mencari arus dinamis untuk waktu diskrit yaitu permasalahan memaksimumkan arus dinamis dari *node* sumber menuju *node* tujuan dalam rentang waktu T yang telah ditentukan. Permasalahan ini digunakan untuk memodelkan proses evakuasi yang tidak mempunyai informasi yang jelas tentang jumlah orang yang dievakuasi. Fungsi tujuan dari permasalahan ini didefinisikan sebagai berikut:

$$Max = \sum_{t=0}^{t=T} \sum_{i \in D} x_{id}(t) \quad (4)$$

$$(t+1) - y_i(t) = \sum_{k \in Pred(i)} x_{ki}(t - \lambda_{ki}) - \sum_{j \in Succ(i)} x_{ij}(t) \quad (5)$$

$$t = 0, 1, \dots, T \quad \forall i \in N \quad (6)$$

$$y_i(t) = 0 \quad \forall i \in S \cup D; \quad t = 1, \dots, t \quad (7)$$

$$0 \leq y_i(t) \leq a_i \quad (8)$$

$$t = 1, \dots, T \quad \forall i \in N - S \cup D$$

$$0 \leq x_{ij}(t) \leq b_{ij}, \quad t = 0, \dots, T - \lambda_{ki}, \quad \forall (i, j) \in A \quad (9)$$

dengan

x_{id} : Flow/arus/jumlah orang yang dievakuasi pada waktu t ,
dari *node* i ke *node* d pada waktu $t + \lambda_{id}$

a_i : Kapasitas busur yang ditinggalkan a_i /kapasitas *holdover* ($i(t)$, $i(t+1)$)

b_{ij} : Kapasitas busur (i, j)

N : Himpunan *node*/simpul

A : Himpunan *arc*/busur

λ_{ij} : *Travel time*/waktu tempuh dari *node* i ke *node* j

S : Himpunan *source node* dari *static network* G_T

D : Himpunan *sink node* dari *static network* G_T

Solusi *MDFP* (4) – (9) didapat dengan mengulang arus yang mungkin sepanjang rantai (*chain*) pada jaringan statis dari *node* sumber/*source node* ke *node*/sink *node*. Karena itu penyelesaian *MDFP* (4) – (9) dapat dilakukan dengan pendekatan *Temporally Repeated Flow Technique*.

Definisi 1. [2]

1. Rantai (*chain*) adalah barisan *node-node* $P = \{i_1, i_2, \dots, i_k\}$ $k \geq 2$ sehingga $(i_j, i_{j+1}) \in A$ dan $i_j \neq i_{j'}$ jika $j \neq j'$ untuk $j, j' = 1, 2, \dots, k - 1$. Dengan kata lain pada rantai tidak terdapat *node* yang diulang.
2. Arus rantai (*chain flow*) $\gamma = (P, |P|)$ adalah arus statis dengan nilai $|P|$ sepanjang rantai P .
3. Misalkan $T = \{P_1, P_2, P_3, \dots, P_l\}$ adalah himpunan arus rantai dan $|P_i|$ adalah arus rantai sepanjang *path* P_i . T adalah dekomposisi dari rantai pada arus statis f jika dan hanya jika $\sum_{i=1}^l |P_i| = f$.

Definisi 2. (*Temporally Repeated Flow*) [2]

Misalkan $\gamma = (P, |P|)$ adalah arus rantai. *Temporally Repeated Flow* γ^T adalah arus dinamik yang didapat dengan mengulang $(T + 1 - \lambda(P))$ kali arus rantai γ , yaitu dengan mengirimkan $|P|$ unit arus setiap periode waktu dari 0 sampai $T + 1 - \lambda(P)$ sepanjang jalur statis P yang sama.

Teorema 1. [4]

Mencari maksimum *temporally repeated flow* dalam jaringan dinamis ekuivalen dengan menyelesaikan permasalahan arus biaya minimum dalam jaringan statis yang bersesuaian.

PENYELESAIAN MODEL

Penyelesaian model makroskopik untuk arus dinamis maksimum dilakukan dengan pendekatan *temporally repeated flow technique*. Langkah-langkah yang dilakukan adalah sebagai berikut:

1. Bentuk jaringan statis dari denah gedung yang telah dilengkapi dengan kapasitas *node* yang diperoleh dari rumus (1) dan *initial content* yang diperoleh dari data gedung serta *arc* yang telah dilengkapi dengan kapasitas *arc* yang diperoleh dari rumus (2) dan *travel time* yang diperoleh dari rumus (3).
2. Aplikasikan algoritma arus biaya minimum [5] pada jaringan statis awal dan misalkan χ^* adalah solusi optimal.
3. Dekomposisi χ^* kedalam k aliran rantai pada $P_1, P_2, P_3, \dots, P_l$ sehingga $\chi^* = \sum_{i=1}^l |P_i|$
4. Ulangi setiap aliran rantai P_i mulai waktu 0 sampai $T + 1 - \lambda(P)$
5. Gambarkan dalam jaringan dinamis untuk setiap aliran rantai P_i pada langkah 4. Total arus dinamik maksimum dapat dihitung dalam rentang waktu T yang telah ditentukan.

KESIMPULAN

Permasalahan evakuasi dapat dimodelkan dalam bentuk jaringan statis dan diselesaikan dengan penyelesaian masalah arus biaya minimum yang kemudian dengan pendekatan *temporally repeated flow technique* dapat dicari total arus maksimum dalam

rentang waktu T yang telah ditentukan. Dalam hal ini arus yang akan dimaksimumkan adalah jumlah orang yang dapat dievakuasi pada suatu gedung dalam rentang waktu T yang telah ditentukan.

PUSTAKA

- [1] Alkaff A, Rohanawati E. 2003. *Pemodelan Jaringan Dinamis untuk Optimasi Proses Evakuasi Gedung*. Politeknik Elektronika Negeri Surabaya. Surabaya.
- [2] Hamacher HW, Tjandra SA. 2001. *Mathematical Modelling of Evacuation Problems : A State of Art*. Fraunhofer Institut Techno-und Wirtschaftsmathematik. Germany.
- [3] Fruin JJ. 1970. *Designing for Pedestrians – a Level of Service Concept*. Disertasi Ph.D. Polytechnic Institute of Brooklyn.
- [4] Tjandra SA. 2003. *Dynamic Network Optimization with Application to the Evacuation Problem*. Ph.D thesis. TU Kaiserslautern.
- [5] Ahuja RK, Magnanti TL, Orlin JB. 1993. *Network Flows: Theory, Algorithms, and Applications*. Prentice-Hall Int Inc.

INDUKSI MATEMATIKA PADA FORMULA BINET (GENERALISASI BARISAN FIBONACCI)

THE INDUCTION OF MATHEMATIC IN BINET FORMULA (THE GENERALIZATION OF FIBONACCI SEQUENCE)

Syofni

Universitas Riau, Pekanbaru
Email: syofni@yahoo.co.id

ABSTRACT

Fibonacci sequence is defined as the number of sequences that its terms are the sum of the previous two terms. In 1875 Binet suggests a formula F_n to count the n -th term members without counting the repeated sequence of n term in n times. This formula is called Binet formula prescribed by The golden number, that is $F_n = \frac{1}{\sqrt{5}}\{\varphi^n - (1 - \varphi)^n\}$. This research aims to study the construction process of the Binet Formulas, and prove its validity with Mathematical Induction proof process.

Keywords: Fibonacci Sequence, Binet Formula, Gold Numbers

ABSTRAK

Barisan Fibonacci didefinisikan sebagai barisan bilangan yang suku-sukunya merupakan penjumlahan dari dua suku sebelumnya. Pada tahun 1875 Binet mengemukakan suatu formula F_n untuk menghitung suku ke- n anggota barisan tanpa menghitung secara berulang dari suku awal sebanyak n kali. Formula ini disebut Formula Binet yang ditentukan oleh Bilangan Emas (The golden number) yaitu $F_n = \frac{1}{\sqrt{5}}\{\varphi^n - (1 - \varphi)^n\}$. Penelitian ini bertujuan mempelajari proses pengkonstruksian Formula Binet, dan membuktikan kesahhannya dengan proses pembuktian Induksi Matematika.

Kata kunci: Barisan Fibonacci, Formula Binet, Bilangan Emas

PENDAHULUAN

Salah satu Matematikawan terbesar pada abad pertengahan adalah Leonardo dari Pisa Italia, yang hidup berkisar tahun (1170-1250). Beliau lebih dikenal dengan nama Fibonacci yang artinya, anak Bonaccio. Didalam bukunya yang berjudul *Liber Quadratorum* (<http://id.wikipedia.org/wiki/Leonardo> da Pisa) [1]. Fibonacci mengemukakan sebuah kasus yaitu permasalahan pertumbuhan ideal dari populasi kelinci dengan gambaran sebagai berikut : misalkan kita tempatkan sepasang kelinci muda (satu jantan, satu lagi betina) di sebuah padang rumput. Sepasang kelinci tersebut diasumsikan tumbuh menjadi dewasa dan bisa kawin setelah mereka berumur satu bulan. Sehingga di akhir bulan kedua, pasangan kelinci tadi melahirkan sepasang kelinci baru. Bila kita asumsikan bahwa kelinci-kelinci tersebut hidup ideal atau tidak lekas mati dan kelinci betina yang sudah dewasa selalu melahirkan sepasang kelinci (satu jantan, satu betina) setiap bulan semenjak akhir bulan kedua tadi, maka akan ada berapa pasang kelinci dalam waktu n bulan?.

Pertumbuhan kelinci tersebut, jika dijadikan sebagai suatu barisan bilangan menjadi : 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ... yang dikenal dengan barisan Fibonacci dan suku-sukunya disebut bilangan Fibonacci. Jika kita ingin mencari suku ke- 5 dari barisan

Fibonacci maka kita harus menjumlahkan tepat dua buah bilangan sebelumnya. Lalu bagaimana jika kita ingin menentukan suku ke – 100 dari barisan Fibonacci?, tentu saja kita memerlukan waktu yang lama dalam melakukan perhitungan untuk menentukan suku ke – 100 tersebut. Permasalahan tersebut akhirnya terpecahkan pada tahun 1875 oleh Jacques Binet. Beliau menemukan Formula untuk menentukan suku ke – n dari barisan bilangan Fibonacci. Formula ini dinamakan Formula Binet yang dinyatakan sebagai berikut [2].

$$\text{Formula Binet : } F_n = \frac{1}{\sqrt{5}} \{ \varphi^n - (1 - \varphi)^n \}$$

$$\text{dimana } \varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

Pengkonstruksian (pembentukan) Formula Binet tersebut dapat dilakukan dengan beberapa cara, di antaranya dengan menggunakan aljabar linear dan pendekatan barisan geometri. Pada makalah ini penulis mengkonstruksi Formula Binet dengan menggunakan pendekatan barisan geometri dan nantinya akan dibuktikan keabsahannya dengan Induksi matematika

BARISAN FIBONACCI [3]

Barisan bilangan berikut adalah barisan bilangan Fibonacci.

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ...

Didefinisikan sebagai barisan bilangan yang suku-sukunya merupakan penjumlahan dari dua suku sebelumnya. Dengan F_n menyatakan suku ke- n dari barisan bilangan Fibonacci tersebut.

Barisan tersebut secara rekursif dapat didefinisikan menjadi

$$F_n = \begin{cases} 0 & \text{if } n = 0 \\ 1 & \text{if } n = 1 \\ F_{n-1} + F_{n-2} & \text{if } n \geq 2 \end{cases}$$

Fibonacci sendiri tidak banyak menyelidiki lebih lanjut tentang barisan dari masalah yang dikemukakan nya. Ia juga tidak memberi nama barisannya sebagai Barisan Fibonacci. Nama itu Barisan Fibonacci baru muncul pada abad ke – 19 dan diperkenalkan oleh Lucas, seorang matematikawan Prancis. Lucas mengembangkan barisan semacam atau yang mempunyai sifat seperti Barisan Fibonacci, yang selanjutnya disebut Barisan Lucas yaitu,

1, 3, 4, 7, 11, 18, 29, 47, ...

Sifat dasarnya sama dengan Barisan Fibonacci yang berbeda suku keduanya. Jika suku ke – n Barisan Lucas dapat di lambangkan dengan L_n maka:

$$L_{n+2} = L_{n+1} + L_n ; \quad L_1 = 1 \text{ dan } L_2 = 3$$

Namun disini penulis hanya akan membahas Formula umum pada Barisan Fibonacci yaitu,

$$F_n = \frac{1}{\sqrt{5}} \{ \varphi^n - (1 - \varphi)^n \}$$

BILANGAN EMAS (THE GOLDEN NUMBER) [4]

Jika dilakukan perbandingan suku ke F_{n+1} dengan suku ke F_n pada bilangan-bilangan fibonacci untuk bilangan-bilangan awal tidaklah sama, akan tetapi jika dilanjutkan semakin besar barisan bilangannya, nilai perbandingannya cenderung stabil. Perbandingan tersebut dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1 nilai perbandingan suku-suku pada barisan Fibonacci

n	F_n	Nilai F_n	$F_n : F_{n-1}$	$F_n : F_{n+1}$
1	F_1	1		1.000000000
2	F_2	1	1.000000000	0.500000000
3	F_3	2	2.000000000	0.666666667
4	F_4	3	1.500000000	0.600000000
5	F_5	5	1.666666667	0.625000000
6	F_6	8	1.600000000	0.615384615
7	F_7	13	1.625000000	0.619047619
8	F_8	21	1.615384615	0.617647059
9	F_9	34	1.619047619	0.618181818
10	F_{10}	55	1.617647059	0.617977528
11	F_{11}	89	1.618181818	0.618055556
12	F_{12}	144	1.617977528	0.618025751
13	F_{13}	233	1.618055556	0.618037135
14	F_{14}	377	1.618025751	0.618032787
15	F_{15}	610	1.618037135	0.618034448
16	F_{16}	987	1.618032787	0.618033813
17	F_{17}	1597	1.618034448	0.618034056
18	F_{18}	2584	1.618033813	0.618033963
19	F_{19}	4181	1.618034056	0.618033999
20	F_{20}	6765	1.618033963	0.618033985
21	F_{21}	10946	1.618033999	0.618033990
22	F_{22}	17711	1.618033985	0.618033988
23	F_{23}	28657	1.618033990	0.618033989
24	F_{24}	46368	1.618033988	0.618033989
25	F_{25}	75025	1.618033989	0.618033989
26	F_{26}	121393	1.618033989	0.618033989
27	F_{27}	196418	1.618033989	0.618033989
28	F_{28}	317811	1.618033989	0.618033989
29	F_{29}	514229	1.618033989	0.618033989
30	F_{30}	832040	1.618033989	0.618033989
31	F_{31}	1346269	1.618033989	0.618033989
32	F_{32}	2178309	1.618033989	0.618033989
33	F_{33}	3524578	1.618033989	0.618033989
34	F_{34}	5702887	1.618033989	0.618033989
35	F_{35}	9227465	1.618033989	0.618033989
36	F_{36}	14930352	1.618033989	0.618033989
37	F_{37}	24157817	1.618033989	0.618033989
38	F_{38}	39088169	1.618033989	0.618033989
39	F_{39}	63245986	1.618033989	0.618033989
40	F_{40}	102334155	1.618033989	0.618033989
41	F_{41}	165580141	1.618033989	0.618033989
42	F_{42}	267914296	1.618033989	0.618033989
43	F_{43}	433494437	1.618033989	0.618033989
44	F_{44}	701408733	1.618033989	0.618033989

Jika kita amati pada tabel di atas terlihat bahwa untuk setiap n yang semakin besar nilai $F_n : F_{n-1}$ untuk n yang berurutan selalu naik dan turun secara bergantian dan semakin mendekati atau sama dengan $1,618033989...$ Atau mendekati hasil $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$, Sebaliknya nilai $F_n : F_{n+1}$ yang nilainya juga bergantian naik dan turun, semakin mendekati atau sama dengan $0,618033989...$ dan $1,618033989...$ dinamakan sebagai **golden ratio** atau **bilangan emas** [1]. Bilangan emas tersebut di lambangkan dengan φ (phi). Yang mana nantinya akan di gunakan sebagai simbol di dalam pembuktian Formula Binet [3].

Selain dengan menggunakan tabel, perbandingan diatas dapat juga dibuktikan dengan limit yaitu:

$F_{n+1} = F_n + F_{n-1}$ di bagi dengan F_n , maka diperoleh:

$$\frac{F_{n+1}}{F_n} = \frac{F_n}{F_n} + \frac{F_{n-1}}{F_n} \text{ maka; } \frac{F_{n+1}}{F_n} = 1 + \frac{F_{n-1}}{F_n}$$

$$\text{Misalkan } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{F_{n+1}}{F_n} = L \text{ maka; } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{F_{n-1}}{F_n} = \frac{1}{L}$$

Sehingga pernyataan sekarang menjadi,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{F_{n+1}}{F_n} = 1 + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{F_{n-1}}{F_n} \text{ dengan mengganti } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{F_{n+1}}{F_n} = L$$

$$\text{dan } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{F_{n-1}}{F_n} = \frac{1}{L} \text{ maka diperoleh,}$$

$$L = 1 + \frac{1}{L} \text{ dengan mengalikan } L \text{ diperoleh } L^2 = L + 1 \text{ atau}$$

$$L^2 - L - 1 = 0 \text{ dengan menggunakan rumus abc diperoleh.}$$

$$L = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}.$$

METODE PENELITIAN

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode literatur, yaitu mengumpulkan, mempelajari dan memahami berbagai referensi yang berkaitan dengan barisan Fibonacci, formula Binet yang merupakan generalisasi barisan bilangan Fibonacci dan Induksi Matematika [4].

HASIL DAN PEMBAHASAN

PROSES PEMBENTUKAN FORMULA BINET PADA BARISAN FIBONACCI

Berikut ini adalah barisan bilangan Fibonacci.

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ...

Barisan Fibonacci merupakan barisan kombinasi linear

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}.$$

Untuk menentukan Formula Binet dengan pendekatan **barisan geometri**, caranya adalah dengan mengasumsikan bahwa $F_n = ar^n$. Jika di substitusikan ar^n ke persamaan diatas, maka akan di peroleh:

$$ar^n = ar^{n-1} + ar^{n-2}$$

Selanjutnya dengan membagi kedua ruas persamaan dengan ar^{n-2} , maka persamaan menjadi:

$$r^2 = r + 1 \text{ atau } r^2 - r - 1 = 0$$

Bentuk diatas merupakan bentuk persamaan kuadrat. Oleh karena itu kita dapat menggunakan rumus abc untuk menentukan nilai r tersebut:

$$r_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Sehingga diperoleh: $r_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$

Persamaan di atas menyatakan $r_1 = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ dan $r_2 = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$

r_1 merndeakati bilangan 1,618033989 . . . , bilangan ini yang di namakan **golden number** (**bilangan emas**), maka untuk mempermudah proses penulisan disimbolkan r_1 dengan (φ) dan r_2 dengan $(1-\varphi)$. Karena ada dua buah r , tentu belum mendapatkan formula F_n yang tunggal. Selanjutnyadidefinisikan kembali bentuk umum sukuke- n dari F_n dengan menggunakan kedua r ini menjadi:

$$F_n = C_1 r_1^n + C_2 r_2^n \text{ atau } F_n = C_1 \varphi^n + C_2 (1-\varphi)^n$$

Dengan mensubstitusikan nilai $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ dan $1-\varphi = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$ maka,

$$F_n = C_1 \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^n + C_2 \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^n$$

Selanjutnya akan ditemukan nilai C_1 dan C_2 Berdasarkan defenisi barisan Fibonacci,

$$F_1 = 1 \text{ dan } F_2 = 1$$

Jika suku pertama (F_1) dan suku kedua (F_2) disubstitusikan ke persamaan diperoleh:

$$n = 1, \text{ maka } C_1 \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right) + C_2 \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right) = 1$$

$$n = 2, \text{ maka } C_1 \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^2 + C_2 \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^2 = 1$$

Dari dua persamaan diatas diperoleh:

$$C_1 = \frac{1}{\sqrt{5}} \text{ dan } C_2 = -\frac{1}{\sqrt{5}} \text{ sehingga,}$$

$$F_n = \frac{1}{\sqrt{5}} \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^n - \frac{1}{\sqrt{5}} \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^n$$

atau $F_n = \frac{1}{\sqrt{5}} \left\{ \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^n \right\}$ dapat di sederhanakan menjadi:

$$F_n = \frac{1}{\sqrt{5}} \{ \varphi^n - (1-\varphi)^n \}$$

dimana $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$; **Formula Binet terbentuk.**

Pembuktian Formula Binet dengan Induksi Matematika [5]

Diberikan barisan bilangan Fibonacci

1,1,2,3,5,8,13,21, 34, 55.....

Maka suku ke- n dari barisan ditentukan oleh

$$F_n = \frac{1}{\sqrt{5}} \{ \varphi^n - (1-\varphi)^n \}$$

$$\text{dan } \varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

Bukti: Ada dua langkah penting yang dilakukan.

1. Buktikan F_n benar untuk $n = 1$, yaitu

$$F_1 = \frac{1}{\sqrt{5}} \left\{ \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^1 - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^1 \right\} = 1$$

Terbukti $F_1 = 1$ benar sesuai dengan elemen pertama barisan

2. Asumsikan F_n benar untuk $n = k$, k suatu bilangan asli tertentu, yaitu

$$F_k = \frac{1}{\sqrt{5}} \left\{ \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^k - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^k \right\}$$

Maka harus dibuktikan F_n benar untuk $n = k + 1$, yaitu

$$F_{k+1} = \frac{1}{\sqrt{5}} \left\{ \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^{k+1} - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^{k+1} \right\}$$

Bukti:

$$F_{k+1} = F_k + F_{k-1}$$

$$\begin{aligned} F_{k+1} &= \frac{1}{\sqrt{5}} \left\{ \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^k - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^k \right\} + \frac{1}{\sqrt{5}} \left\{ \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^{k-1} - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^{k-1} \right\} \\ &= \frac{1}{\sqrt{5}} \left[\left\{ \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^k - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^k \right\} + \left\{ \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^{k-1} - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^{k-1} \right\} \right] \\ &= \frac{1}{\sqrt{5}} \left[\left\{ \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^k + \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^{k-1} \right\} - \left\{ \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^k + \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^{k-1} \right\} \right] \\ &= \frac{1}{\sqrt{5}} \left[\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^{k+1} \left[\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^{-1} + \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^{-2} \right] - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^{k+1} \left[\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^{-1} + \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^{-2} \right] \right] \end{aligned}$$

$$\text{Karena } \left\{ \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^{-1} + \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^{-2} \right\} = 1 \text{ dan } \left\{ \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^{-1} + \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^{-2} \right\} = 1$$

$$\text{Maka } F_{k+1} = \frac{1}{\sqrt{5}} \left\{ \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^{k+1} \cdot 1 - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^{k+1} \cdot 1 \right\}$$

$$F_{k+1} = \frac{1}{\sqrt{5}} \left\{ \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^{k+1} - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^{k+1} \right\}$$

Jadi terbukti F_n benar untuk $n = k + 1$.

Berdasarkan langkah 1 dan 2 maka

$$F_n = \frac{1}{\sqrt{5}} \left\{ \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^n \right\}$$

terbukti benar untuk semua n bilangan asli.

KESIMPULAN

Barisan Fibonacci secara rekrusif dapat didefinisikan sebagai berikut :

$$F_n = \begin{cases} 0 & \text{if } n = 0 \\ 1 & \text{if } n = 1 \\ F_{n-1} + F_{n-2} & \text{if } n \geq 2 \end{cases}$$

Untuk mencari suku $ke - n$ pada barisan Fibonacci dapat dicari dengan menggunakan definisi atau menggunakan Formula Binet.

Jika mencari suku $ke - n$ menggunakan definisi, maka kita akan mengalami kesulitan dalam menentukan suku $ke - n$ untuk n yang lebih besar, dan jika kita menentukan suku $ke - n$ dengan menggunakan Formula Binet, maka kita akan lebih mudah menentukan suku $ke - n$ untuk n yang lebih besar, tetapi untuk menjalankan Formula Binet kita harus menggunakan alat bantu yaitu kalkulator atau dengan menggunakan program. Suku $ke - n$ dari Barisan Fibonacci dapat ditemukan dengan Formula Binet yang dinyatakan dengan:

$$F_n = \frac{1}{\sqrt{5}} \left\{ \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^n - \left(\frac{1 - \sqrt{5}}{2} \right)^n \right\}$$

PUSTAKA

- [1] Dunlap, Richard A. (2003). *The Golden Ratio and Fibonacci Numbers*. Halifax, Nova Scotia. Dalhousie University Canada
- [2] <http://id.wikipedia.org/wiki/Leonardo> da Pisa
- [3] <http://hendrydext.blogspot.com/2009/04/mengenal-bilangan-fibonacci-lebih-jauh.html>
- [4] Purnamayanti (2012) Formula Binet dan Jumlah n Suku Pertama Pada Generalisasi Bilangan Fibonacci dangn Metode Matrik. Jurnal Matematika Murni dan Terapan Vol. 6 No. 1 Juni 2012 h. 38-46
- [5] Syofni. (2008). *Teori Bilangan*. Cendikia Insani. Pekanbaru

BEBERAPA METODE ITERASI DENGAN TURUNAN KETIGA UNTUK MENYELESAIKAN PERSAMAAN NONLINEAR BESERTA DINAMIKNYA

SOME ITERATIVE METHODS HAVING THIRD-ORDER DERIVATIVE FOR SOLVING NONLINEAR EQUATIONS AND THEIR DYNAMIC

Zulkarnain^{1*}, M. Imran¹

Laboratorium Matematika Terapan FMIPA Universitas Riau, Pekanbaru1

*Email : zul_qr@yahoo.co.id

Jl. Prof. Dr. Muchtar Lutfi No. 1, Simpang Baru, Pekanbaru (28293), Riau, Indonesia.

Telp (0761) 63272

ABSTRACT

Some iterative methods having third-order derivative for solving nonlinear equations are discussed. We compare every iterative method by looking at the basin of attraction for each method.

Keywords: nonlinear equation, iterative method, basin of attraction.

ABSTRAK

Beberapa metode iterasi untuk menyelesaikan persamaan nonlinear dengan melibatkan turunan ketiga didiskusikan. Untuk membandingkan beberapa metode iterasi tersebut, digunakan basin attractor dari setiap metode tersebut.

Kata kunci: persamaan nonlinear, metode iterasi, basin attraktor.

PENDAHULUAN

Mencari solusi persamaan nonlinear yang secara rumusan matematika ditulis sebagai $f(x) = 0$, sering muncul dalam berbagai bidang seperti fisika, kimia, kelistrikan, ekonomi, dan lain sebagainya. Berbagai penelitian telah dilakukan untuk mencari solusi persamaan (1), ada yang berupa metode analitik dan ada pula yang berbentuk metode numerik. Keterbatasan metode analitik yang dapat ditemukan membuka peluang yang besar untuk mengembangkan riset matematika dibidang metode numerik berupa metode iterasi yang memberikan solusi hampiran sampai ketelitian tertentu.

Berbagai metode iterasi telah ditemukan dan dikembangkan dalam beberapa waktu terakhir ini. Pengembangan metode ini pada umumnya masih terfokus pada penemuan metode dan belum melihat bagaimana kelakuan solusi untuk berbagai tebakan awal, terutama untuk tebakan awal berupa titik pada bidang kompleks. Berbagai metode iterasi yang ada tersebut biasanya diklasifikasikan berdasarkan orde konvergensi atau indeks efisiensi. Salah satu cara lain untuk mengklasifikasikan metode iterasi adalah dengan melihat basin attraktornya seperti yang dilakukan pada [1,2]. Cara ini juga dapat digunakan untuk melihat sensitifitas metode iterasi terhadap tebakan awal.

METODE ITERASI DENGAN TURUNAN KETIGA

Ada empat metode iterasi dalam menyelesaikan persamaan nonlinear yang dibahas pada makalah ini. Metode pertama adalah metode yang dikemukakan oleh Abbasbandy (AM) [3] dengan persamaan iterasi

$$x_{n+1} = x_n - \beta - \frac{\beta^2 f''(x_n)}{2f'(x_n)} - \frac{\beta^3 f'''(x_n)}{6f'(x_n)},$$

dengan

$$\beta = \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}. \quad (1)$$

Metode kedua adalah metode Germani (GM) yang dikemukakan oleh Germani [4] dengan persamaan iterasi

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} - \frac{1}{2} \frac{f''(x_n)}{f'(x_n)} \left(\frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \right)^2 - \left(\frac{1}{2} \left(\frac{f''(x_n)}{f'(x_n)} \right)^2 - \frac{1}{6} \frac{f'''(x_n)}{f'(x_n)} \right) \left(\frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \right)^3.$$

Metode ketiga adalah Power Series Method (PSM) yang dikemukakan oleh M. Imran [5] dengan persamaan iterasi

$$x_{n+1} = x_n - \sum_{j=1}^3 \alpha_j \left(\frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \right)^j.$$

dengan

$$\alpha_j = \frac{f^{(j)}(x_n)}{j f'(x_n)}, \quad j = 1, 2, 3.$$

Metode keempat adalah metode yang dikemukakan oleh He (HM) [6] dengan persamaan iterasi

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} - \frac{f''(x_n)f^2(x_n)}{2f'^3(x_n)} + \frac{[f'''(x_n)f'^3(x_n) - 3f''^2(x_n)f'^2(x_n)]f^3(x_n)}{2f'^7(x_n)}.$$

Setiap metode iterasi ini memerlukan perhitungan fungsi sampai turunan ketiga. Power Series Method dan metode Germani mempunyai orde konvergensi empat, sementara metode Abbasbandy mempunyai orde konvergensi hampir super kubik sementara metode He mempunyai orde konvergensi tiga.

BASIN ATTRAKTOR

Empat metode iterasi di atas digunakan untuk mencari hampiran akar dari persamaan nonlinear berikut ini :

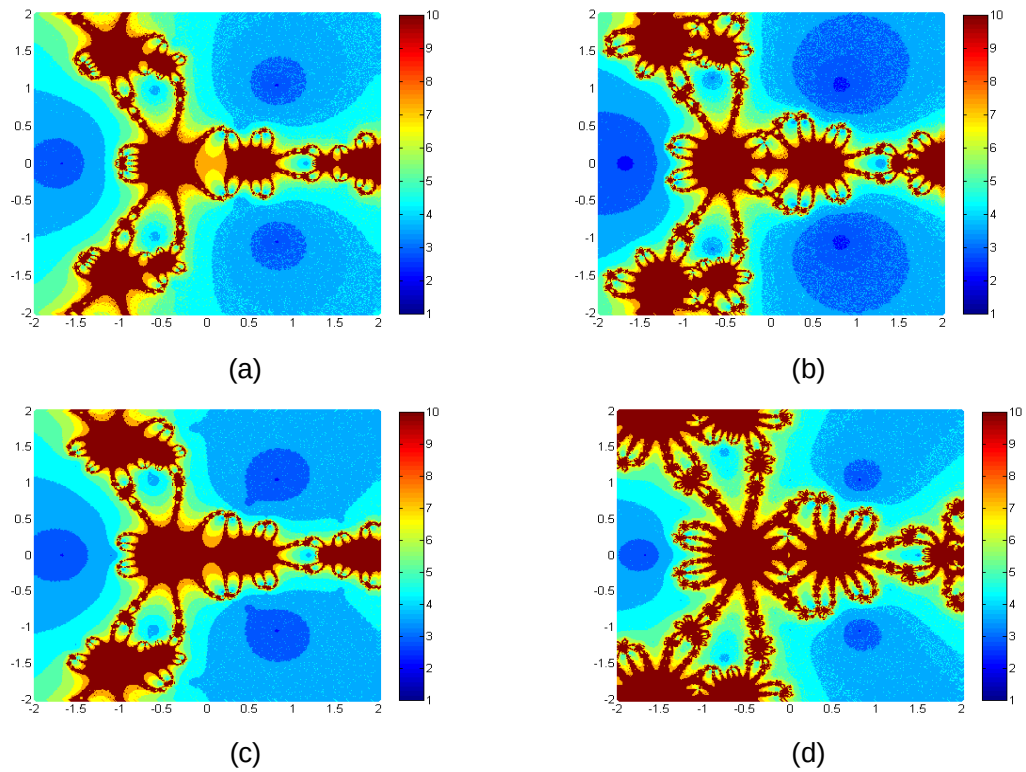
$$\begin{aligned} f_1 &= x^3 - x + 3 \\ f_2 &= x^3 - 3x^2 + 2x + 0.4 \\ f_3 &= x^7 + 2x^5 + 3x^3 + x^2 + x + 1 \\ f_4 &= \sin x^2 - x^2 + 1 \\ f_5 &= x(x - 3) - 4 \sin^2 x \\ f_6 &= \sin x - 0.5 \\ f_7 &= x^3 - 1 \end{aligned}$$

Proses iterasi dilakukan untuk tebakan awal titik pada bidang kompleks yang diwakili oleh setiap titik grid pada segi empat $[-2, 2] \times [-2, 2]$ yang dibagi menjadi grid berukuran 400×400 . Proses iterasi akan berhenti jika $|x_{n+1} - x_n| < 10^{-15}$ atau $|f(x_{n+1})| < 10^{-15}$ dengan iterasi maksimum adalah 10. Hasil perbandingan setiap metode dapat dilihat pada Tabel 1.

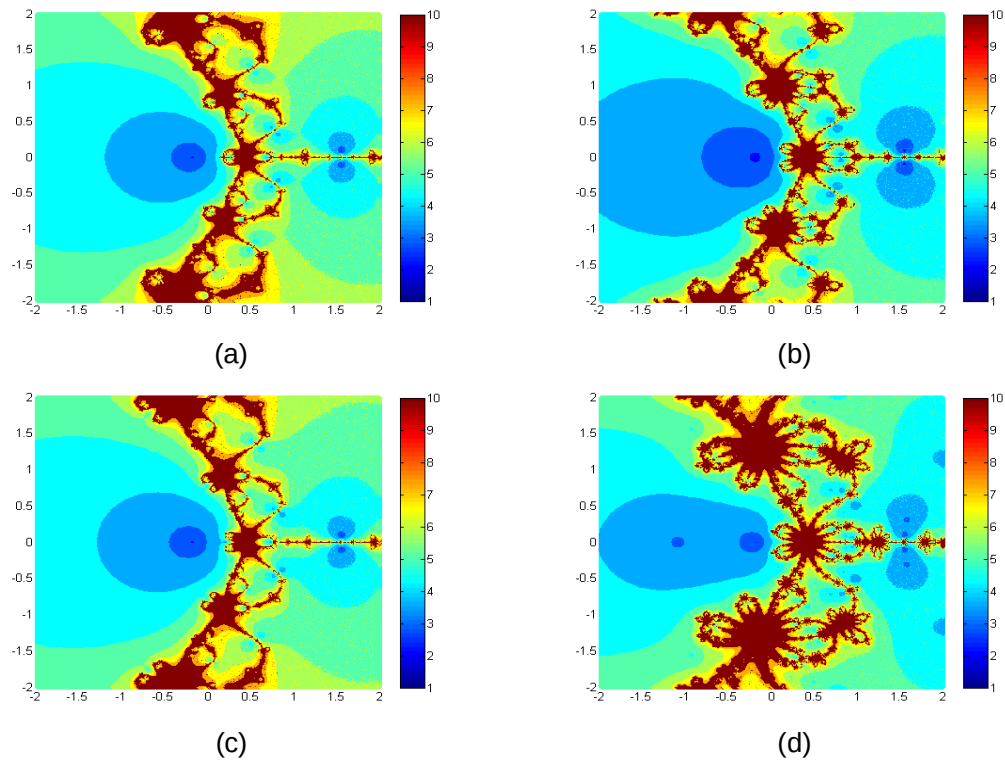
Tabel 1. Hasil perhitungan metode AM, GM, PSM, dan HM.

Metode		Jumlah iterasi	Rata-rata iterasi	% Titik divergen
AM	f_1	961401	5.98	16.46
	f_2	1013518	6.30	9.61
	f_3	1128589	7.02	20.11
	f_4	1136304	7.07	37.54
	f_5	1018604	6.33	17.03
	f_6	958185	5.96	15.36
	f_7	937733	5.83	14.47
GM	f_1	950976	5.92	21.03
	f_2	919154	5.72	9.11
	f_3	1056896	6.57	20.93
	f_4	1139348	7.09	44.01
	f_5	971113	6.04	21.24
	f_6	893175	5.56	19.99
	f_7	887605	5.52	15.71
PSM	f_1	956450	5.95	19.15
	f_2	986888	6.14	8.78
	f_3	1124463	6.99	22.32
	f_4	1132030	7.04	40.18
	f_5	1031005	6.41	19.87
	f_6	996399	6.20	17.77
	f_7	924890	5.75	15.12
HM	f_1	1089165	6.77	27.76
	f_2	1022270	6.36	15.63
	f_3	1190104	7.40	33.46
	f_4	1280612	7.96	56.21
	f_5	1148150	7.14	35.03
	f_6	1087812	6.76	29.20
	f_7	1068621	6.65	27.71

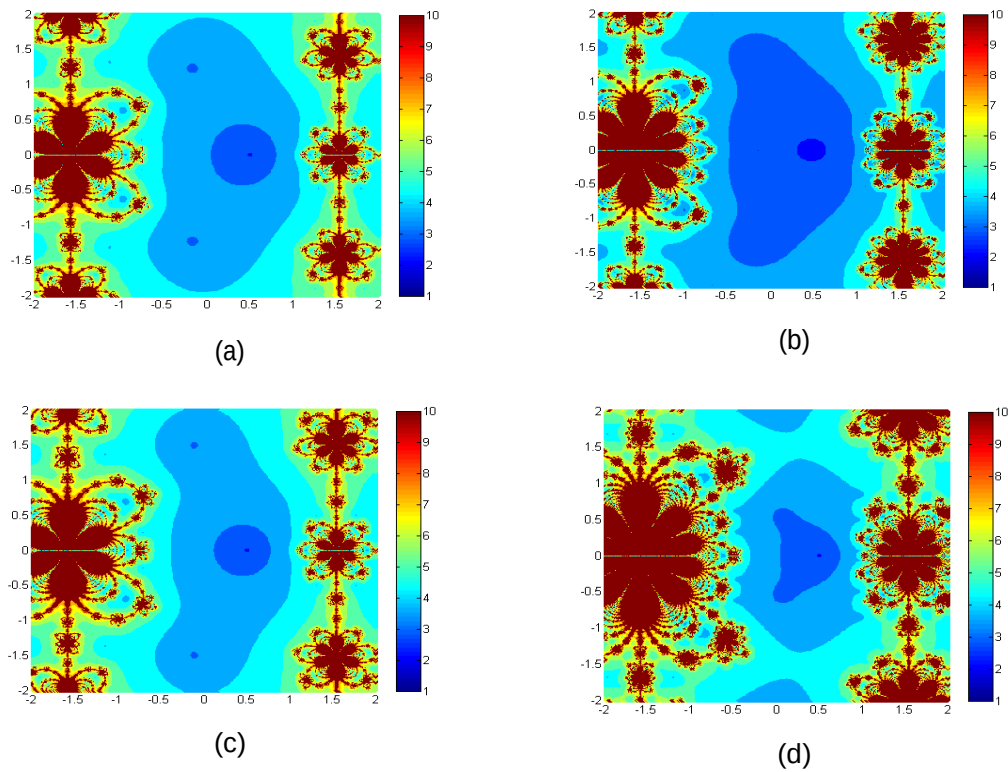
Untuk melihat dinamik empat metode iterasi ini, perhatikan plot basin attraktor berikut.



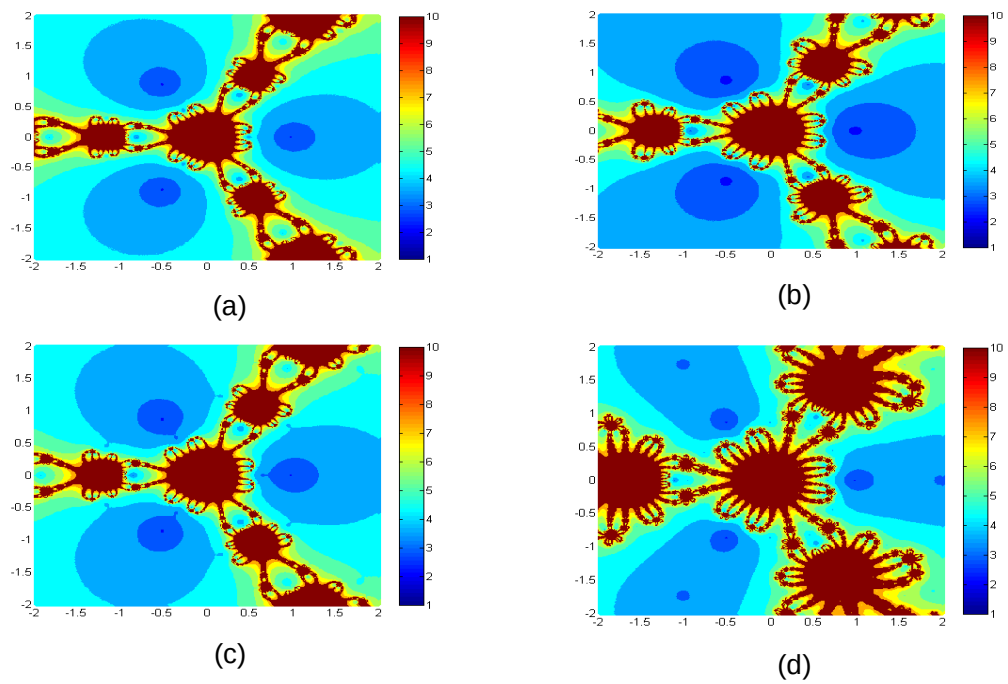
Gambar 1. Basin attraktor $f_1 = x^3 - x + 3$ (a) AM (b) GM (c) PSM (d) HM



Gambar 2. Basin attraktor $f_2 = x^3 - 3x^2 + 2x + 0.4$ (a) AM (b) GM (c) PSM (d) HM



Gambar 3. Basin attraktor $f_6 = \sin x - 0.5$ (a) AM (b) GM (c) PSM (d) HM



Gambar 4. Basin attraktor $f_7 = x^3 - 1$ (a) AM (b) GM (c) PSM (d) HM

Pada Tabel 1, jumlah iterasi menyatakan total banyak iterasi yang diperlukan jika metode iterasi diterapkan untuk tebakan awal semua titik pada grid $[-2,2] \times [-2,2]$. Rata-rata iterasi merupakan jumlah iterasi dibagi jumlah total titik pada grid, sementara persentase titik divergen adalah persentase titik dari semua titik pada grid yang memerlukan 10 iterasi pada saat proses iterasi dilakukan.

Warna pada gambar basin attraktor menunjukkan banyak iterasi yang diperlukan oleh titik yang bersesuaian pada saat titik tersebut menjadi tebakan awal untuk proses iterasi. Sebagai contoh perhatikan Gambar 1(a), titik pada koordinat (1,1) mempunyai warna biru yang berdasarkan skala menyatakan nilai 2. Ini berarti bahwa titik $1 + i$ sebagai tebakan awal memerlukan 3 iterasi untuk konvergen dengan menggunakan metode Abbasbandy (AM). Sementara itu, titik $(-1, 1.5)$ yang mewakili bilangan kompleks $-1 + 1.5i$ memerlukan 10 iterasi sehingga titik tersebut berwarna merah. Dari Gambar 1 terlihat jelas bahwa metode He merupakan metode yang menghasilkan titik divergen terbanyak. Hal ini terlihat dari banyaknya gambar daerah berwarna merah. Selanjutnya perhatikan Gambar 2, jelas bahwa metode He (HM) kembali menghasilkan persentase titik divergen terbanyak, terlihat dari luas daerah berwarna merah pada Gambar 2(d).

Untuk membandingkan metode mana yang lebih baik, dapat dilihat dari luas daerah yang berwarna merah. Semakin sedikit, maka metode tersebut semakin baik. Pada Gambar 3, terlihat bahwa luas daerah berwarna merah mulai dari yang terkecil sampai yang terbesar berturut-turut adalah Gambar (a), (c), (b), dan (d).

KESIMPULAN

Empat metode iterasi dibandingkan dengan melihat plot basin attraktornya. Dari plot tersebut, terlihat bahwa secara umum metode PSM lebih baik dari metode Germani. Tetapi metode Abbasbandy lebih baik dari kedua metode tersebut. Sementara metode He merupakan metode terburuk karena selalu menghasilkan titik divergen terbanyak. Hasil ini juga dapat menggambarkan bahwa metode iterasi sangat sensitif terhadap tebakan awal. Untuk titik tebakan awal yang berdekatan saja dapat menghasilkan proses iterasi yang konvergen atau divergen.

PUSTAKA

- [1] H. Susanto, N. Karjanto. 2009. Newton's method's basin of attraction revisited. *Applied Mathematics and Computation* 215 : 1084-1090.
- [2] M. Scott, B. Neta, C. Chun. 2011. Basin attractor's for various methods. *Applied Mathematics and Computation* 218 : 2584-2599.
- [3] S. Abbasbandy. 2003. Improving Newton-Raphson method for nonlinear equation by modified Adomian decomposition method. *Appl. Math. Comput* 145 : 887-893.
- [4] Germani, C. Manes, P. Palumbo, M. Sciandrone. Higher-Order Method for the Solution of a Nonlinear Scalar Equation. *Journal of Optimization Theory and Applications* 131 : 347-364.
- [5] M. Imran. 2014. An Iterative Method of Order Four Based on Power Series for Solving a Nonlinear Equation. *Applied Mathematical Sciences* 8 : 1739-1746
- [6] J. H. He. 2007. Variational iteration method – Some recent results and new interpretations. *Journal of Computational and Applied Mathematics* 207 : 3 – 17.

PENGENDALIAN TINGKAT PEMESANAN DAN PERSEDIAAN PADA MODEL INVENTORY

ORDERING AND INVENTORY CONTROL LEVEL IN INVENTORY MODEL

Endang Lily^{1*}, Harison¹, Dan M. Natsir¹

1 Dosen Program Studi S1 Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (FMIPA)
Universitas Riau Pekanbaru
Kampus Binawidya Pekanbaru (28293) Indonesia
*endang.lily74@yahoo.com

ABSTRACT

We discuss how to obtain two formulae for inventory model with shortage, where the demand is known to be constant. The first formula is formed by controlling the ordering and inventory levels. The other forms by determining the interval time for the period of reservation is fixed.

Keyword: Inventory Model with Shortage, Demand is constant. Ordering Level and Inventory Level

ABSTRAK

Model inventory dengan shortage diketahui rata-rata permintaannya adalah konstan. Pada inventory model tersebut dibentuk dua rumus total biaya persediaan minimum. Rumus pertama dibentuk dengan cara mengendalikan tingkat pemesanan dan persediaan. Bentuk lainnya dengan menentukan interval waktu satu periode pemesanan adalah tetap.

Kata Kunci : Model inventory dengan Shortage, Rata-rata Tingkat Permintaan, Tingkat Pemesanan dan Tingkat Persediaan

PENDAHULUAN

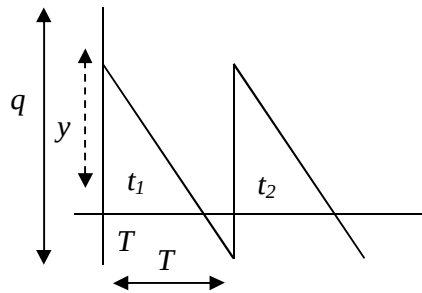
Pada model inventory diasumsikan rata-rata permintaan barang adalah konstan dan tinggi tingkat persediaan barang untuk melayani permintaan konsumen tidak pernah mencapai setinggi tingkat pemesanan, sehingga terdapat sejumlah konsumen tidak terlayani. Dengan adanya keadaan tersebut, sejumlah konsumen yang tidak terlayani mendapat pelayanan dari sumber barang lain yang diperoleh dengan harga lebih tinggi dan selisih harga yang terjadi diasumsikan biaya kekurangan barang (*shortage cost*). Sebaliknya bila tingkat persediaan tinggi maka resiko biaya penyimpanan (*holding cost*) menjadi tinggi. Secara menyeluruh total biaya persediaan pada setiap periode terdiri atas komponen biaya penyimpanan, biaya kekurangan barang dan biaya persiapan pemesanan (*set-up cost*) dengan rangkuman sebagai berikut :

(total biaya persediaan) = (total biaya penyimpanan barang + (total biaya kekurangan barang) + (total biaya persiapan pemesanan) (1)

Selanjutnya pada model inventory yang terbentuk dipermasalahan berupa unit tingkat pemesanan dan tingkat persediaan untuk satu periode harus ditentukan, sehingga tercapai total biaya persediaan adalah minimum.

FORMULA MASALAH

Dengan bantuan Gambar 1 dibawah ini :



Gambar 3.1

dapat dibentuk model matematika persamaan (1), yaitu :

$$P_t = \frac{c_1 y t_1}{2} + \frac{c_2 (q - y) t_2}{2} + c_3, (q > y) \quad (2)$$

dengan

P_t : total biaya persediaan dalam satu periode

c_1 : biaya penyimpanan barang untuk satu unit barang per unit waktu

c_2 : biaya kekurangan barang untuk satu unit barang per unit waktu

c_3 : biaya persiapan pemesanan barang dalam satu periode

q : tingkat pemesanan barang dalam satu periode

y : tingkat persediaan barang dalam satu periode

t_1 : panjang waktu persediaan barang dalam satu periode

t_2 : panjang waktu kekurangan barang dalam satu periode

Dari persamaan (2) dipermasalahkan nilai variable q dan y sehingga P_t minimum.

Selanjutnya persamaan (2) ditulis

$$P(q, y) = \frac{c_1 y t_1}{2} + \frac{c_2 (q - y) t_2}{2} + c_3, (q > y) \quad (3)$$

HASIL DAN PEMBAHASAN

Jika rata-rata permintaan $R(t) = \alpha$ ($\alpha > 0$) maka panjang interval waktu dalam satu periode

$$T = \frac{q}{\alpha} \quad (4)$$

Dari persamaan (3) dan (4) diperoleh rata-rata total persediaan

$$P_r(q, y) = \frac{P(q, y)}{T} = \frac{c_1 y t_1 \alpha}{2q} + \frac{c_2 (q - y) t_2 \alpha}{2q} + \frac{c_3 \alpha}{q} \quad (5)$$

Selanjutnya dengan memperhatikan gambar 1 diperoleh

$$\frac{t_1}{T} = \frac{y}{q}, \text{ sehingga}$$

$$t_1 = \frac{yT}{q} \quad (6)$$

Selain itu diperoleh

$$\frac{t_2}{T} = \frac{(q-y)}{q}, \text{ sehingga}$$

$$t_2 = \frac{(q-y)T}{q} \quad (7)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (6) dan (7) ke dalam persamaan (5) diperoleh

$$P_r(q, y) = \frac{c_1 y^2 T \alpha}{2q^2} + \frac{c_2 (q-y)^2 T \alpha}{2q^2} + \frac{c_3 \alpha}{q}. \quad (8)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (4) ke dalam persamaan (8) diperoleh

$$P_r(q, y) = \frac{c_1 y^2}{2q} + \frac{c_2 (q-y)^2}{2q} + \frac{c_3 \alpha}{q} \quad (9)$$

- i. Jika tingkat persediaan yang dikendalikan dengan cara meninggikan dan merendahkan, sedangkan q tetap maka dari persamaan (9) diperoleh y optimal sebagai berikut:

$$\frac{\partial P_r(q, y)}{\partial y} = \frac{c_1 y}{q} = \frac{c_2 (q-y)}{q} = 0 \quad (10)$$

Dari persamaan (10) diperoleh y optimal

$$y = \frac{c_2 q}{c_1 + c_2} \quad (11)$$

Jika tingkat persamaan q dikendalikan dengan cara meninggikan dan merendahkan, sedangkan y tetap maka dari persamaan (9) diperoleh q optimal sebagai berikut :

$$\frac{\partial P_r(q, y)}{\partial q} = (c_1 + c_2)y^2 + c_2 q^2 - 2c_3 \alpha = 0 \quad (12)$$

Dari persamaan (12) diperoleh, $(c_1 + c_2)y^2 + c_2 q^2 - 2c_3 \alpha = 0$ dan persamaan (11) diperoleh tingkat pemesanan optimal

$$q^* = \sqrt{\frac{2c_3 \alpha}{c_1}} \sqrt{\frac{c_1 + c_2}{c_2}} \quad (13)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (11) dan (13) ke dalam persamaan (9) diperoleh total biaya persediaan minimum

$$P_r^*(q^*, y^*) = \sqrt{\frac{c_1}{c_1 + c_2}} \sqrt{2c_1 c_3 \alpha} \quad (14)$$

Selanjutnya diperoleh

$$\begin{vmatrix} a & b \\ b & c \end{vmatrix} > 0 \quad (15)$$

dengan

$$a = \frac{\partial^2 P_r}{\partial q^2} \bigg|_{(q^*, y^*)}, \quad b = \frac{\partial^2 P_r}{\partial y \partial q} = \frac{\partial^2 P_r}{\partial q \partial y} \bigg|_{(q^*, y^*)}, \quad \text{dan} \quad c = \frac{\partial^2 P_r}{\partial y^2} \bigg|_{(q^*, y^*)}$$

Hasil dari persamaan (15) adalah bukti $P_r^*(q^*, y^*)$ adalah nilai minimum.

- ii. Jika panjang interval waktu data periode adalah tetap maka tingkat pemesanan juga tetap, sedangkan tingkat persediaan dapat ditinggikan dan direndahkan. Oleh karena itu dari persamaan (9) diperoleh tingkat persediaan optimal sebagai berikut:

Jika panjang interval waktu data periode adalah konstan maka tingkat pemesanan juga konstan. Sedangkan tingkat persediaan dapat ditinggikan maupun direndahkan, tetapi nilainya tidak bergantung pada biaya persiapan pemesanan dapat diabaikan, sehingga pada persamaan (9), total biaya persediaan menjadi,

$$P_r(y) = \frac{c_1 y^2}{2q} + \frac{c_2 (q - y)^2}{2q} \quad (16)$$

Dari persamaan (16) diperoleh tingkat persediaan optimal sebagai berikut:

$$\frac{dP_r(y)}{dy} = \frac{c_1 y}{q} - c_2 + \frac{c_2 y}{q} = 0$$

Sehingga tingkat persediaan optimal,

$$y^* = \frac{c_2 q}{c_1 + c_2} \quad (17)$$

dan total biaya persediaan minimum diperoleh

$$P_r^*(y^*) = \frac{c_1 c_2}{2(c_1 + c_2)} q = \frac{c_1 c_2}{2(c_1 + c_2)} \alpha T \quad (18)$$

Selanjutnya diperoleh

$$\frac{d^2 P_r(y)}{dy^2} = \frac{c_1}{q} + \frac{c_2}{q} = \frac{c_1 + c_2}{q} > 0 \quad (19)$$

Yang berarti terbukti $P_r^*(y^*)$ adalah minimum.

KESIMPULAN

Model inventory dengan mengendalikan tingkat pemesanan dan tingkat persediaan diperoleh total biaya persediaan lebih rendah bila biaya kekurangan barang lebih tinggi dari pada biaya penyimpanan. Sedangkan untuk lainnya, model inventory dengan interval waktu data periode tetap diperoleh total biaya persediaan adalah tinggi bila biaya kekurangan dan penyimpanan barang nilainya tinggi.

PUSTAKA

- [1] Adeleke K.A. dan Agunbiade D.A.. 2010. Inventory Production Control Model with Backorder When Shortage are Allowed. *Global Journal of Science Frontier Research* 10:64-68
- [2] Taha, H.A. 1996. *Riset Operasi Edisi kelima. Jilid 2. Terj. Dari Operations Research An Introduction*, oleh Wirajaya, D dan Saputra, L. Penerbit Binarupa Aksara, Jakarta.
- [3] Taha, H.A. 1982. *Operai Research : An Introduction*, 3rd Edition MacMillan Publishing, co. Inc. New York.
- [4] Wiston, W.L. 1991. *Operation Research: Applications and Algorithms*. PWSKENT Publishing, Belmont, California.
- [5] Wono Setia Budhi, 2001. *Kalkulus Peubah Banyak dan Penggunaannya*. Penerbit ITB, Bandung.

KARAKTERISASI SEBARAN *HALF-CAUCHY* DENGAN MENGGUNAKAN FUNGSI KARAKTERISTIK

CHARACTERIZATION OF HALF-CAUCHY DISTRIBUTION BY USING CHARACTERISTIC FUNCTION

Dodi Devianto

Jurusan Matematika - FMIPA Universitas Andalas
Kampus Limau Manis, Padang 25163, Sumatera Barat, Indonesia
Email: ddevianto@fmipa.unand.ac.id

ABSTRACT

It is given a random variable from Half-Cauchy distribution, then by using definition of characteristic function it is shown the property of uniform continuity for its characteristic function. Furthermore, the probability density function of Half-Cauchy distribution is obtained by using its uniform continuity of characteristic function applied to inversion theorem.

Keywords: Half-Cauchy Distribution, Characteristic Function, Uniform Continuity, Inversion Property

ABSTRAK

Jika diberikan suatu peubah acak dengan sebaran *Half-Cauchy*, maka dengan menggunakan definisi fungsi karakteristik dapat dilakukan karakterisasi dengan memperlihatkan berlakunya sifat kekontinuan seragamnya. Selanjutnya dengan sifat kekontinuan tersebut dapat diperoleh fungsi kepekatan peluang untuk distribusi *Half-Cauchy* melalui teorema inversi untuk fungsi karakteristik.

Katakunci: Sebaran Half-Cauchy, Fungsi Karakteristik, Kekontinuan Seragam, Sifat Inversi

PENDAHULUAN

Karakterisasi suatu sebaran dapat dilakukan melalui fungsi karakteristik yang merupakan suatu penciri atau sifat yang dimiliki oleh sebaran tersebut. Fungsi karakteristik dari suatu peubah acak X , dinotasikan sebagai $\varphi_X(t)$ dan didenisikan sebagai berikut

$$\varphi_X(t) = E[\exp(itX)]$$

di mana $\exp(itX) = \cos tX + i \sin tX$ dan i adalah unit imajiner [1]. Peranan dari fungsi karakteristik ini mempunyai kesamaan dengan fungsi pembangkit momen, akan tetapi fungsi pembangkit momen dari suatu sebaran hanya terbatas pada ruang riil saja, sedangkan fungsi karakteristik bergerak dalam ruang kompleks. Hal ini berarti fungsi karakteristik lebih bersifat lebih luas dibandingkan dengan fungsi pembangkit momen. Oleh karena itu, dapat dikatakan bahwa suatu sebaran bisa saja fungsi pembangkit momennya tidak ada, tetapi fungsi karakteristiknya selalu ada.

Karakterisasi sebaran *Cauchy* telah dilakukan oleh peneliti-peneliti terdahulu di mana sebaran ini mempunyai ciri-ciri tidak mempunyai nilai harapan, varians, dan fungsi pembangkit momen, akan tetapi sebaran *Cauchy* mempunyai fungsi karakteristik dengan sifat kontinu seragam. Sementara itu apabila didefinisikan suatu sebaran *Half-Cauchy*

yang dibentuk dari bagian positif dari suatu sebaran *Cauchy* baku sehingga diperoleh fungsi kepadatan peluangnya sebagai berikut

$$f(x) = \frac{2}{\pi(1+x^2)} \text{ untuk } x > 0.$$

Maka hal yang menarik untuk dikaji adalah karakterisasi sebaran *Half-Cauchy* melalui fungsi karakteristiknya. Oleh karena itu, dalam tulisan ini akan diberikan secara rinci penentuan fungsi karakteristiknya, kemudian karakterisasinya akan diperlihatkan melalui sifat dasar fungsi karakteristik yaitu memenuhi kekontinuan seragam dan dengan menggunakan sifat inversi akan diperlihatkan fungsi kepadatan peluangnya.

FUNGSI KARAKTERISTIK UNTUK SEBARAN *HALF-CAUCHY*

Pada bagian ini akan diberikan secara rinci penentuan fungsi karakteristik dari sebaran *Half-Cauchy* sebagai dasar dalam pemberian karakterisasinya. Dalam penentuan tersebut digunakan definisi dan dalil dalam kajian teori peluang yang merujuk pada referensi [2], [3] dan [4], sedangkan terminologi dan sifat-sifat fungsi karakteristik merujuk pada referensi [1], serta konsep matematika yang menggunakan analisis kompleks merujuk pada referensi [5] dan [6].

Teorema 2.1. Fungsi karakteristik dari peubah acak X yang mempunyai sebaran *Half-Cauchy* adalah $\varphi_X(t) = 2 \exp[-|t|]$.

Bukti. Perhatikan bahwa apabila didefinisikan suatu bilangan kompleks $z = x + iy$ maka dengan menggunakan teori residu dan untuk $t > 0$, maka berlaku integral tertutup berikut ini

$$\oint_{C_n} \frac{\exp[itx]}{1+z^2} dz = 2\pi i \text{ Residu } f(z).$$

Fungsi bilangan kompleks $f(z) = \exp[itx]/(1+z^2)$ mempunyai daerah interior dalam C_n tepat pada suatu kutub yaitu pada titik $z = i$. Perhatikan pula bahwa

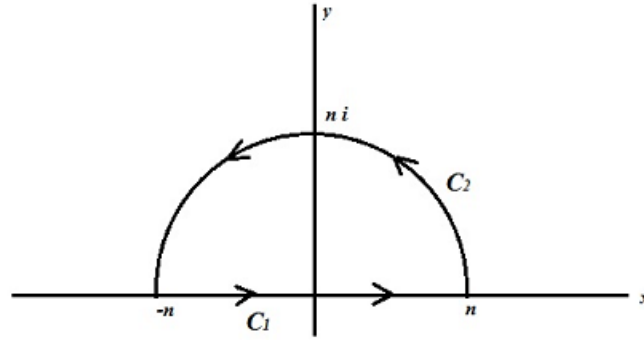
$$\frac{\exp[itx]}{1+z^2} = \frac{\exp[itx]}{(z-i)(z+i)},$$

sehingga dapat diperoleh residu pada $z = i$ yaitu

$$\text{Residu}_{z=i} \left(\frac{\exp[itx]}{1+z^2} \right) = \lim_{z \rightarrow i} (z-i) f(z) = \lim_{z \rightarrow i} (z-i) \left(\frac{\exp[itx]}{1+z^2} \right) = \frac{\exp[-t]}{2i}$$

Oleh karena itu dapat diperoleh

$$\oint_{C_n} \frac{\exp[itx]}{1+z^2} dz = 2\pi i \text{ Residu}_{z=i} \left(\frac{\exp[itx]}{1+z^2} \right) = \pi \exp[-t].$$



Gambar 2.1. Kontur C_n yang dibagi menjadi dua yaitu C_1 berbentuk garis lurus dan C_2 berbentuk setengah lingkaran dengan jari-jari n .

Pengintegralan sepanjang kontur C_n dapat diperoleh melalui pengintegralan sepanjang kurva C_1 yang berbentuk garis lurus dan kemudian dilanjutkan sepanjang kurva C_2 yang berbentuk setengah lingkaran $z = n \exp[i\theta]$ untuk $0 < \theta < \pi$, seperti terlihat pada Gambar 2.1, sehingga diperoleh

$$\pi \exp[-t] = \oint_{C_n} \frac{\exp[itx]}{1+z^2} dz = \int_{-n}^n \frac{\exp[itx]}{1+z^2} dz + \int_0^\pi \frac{\exp[itn \exp[i\theta]]}{1+n^2 \exp[2i\theta]} ni \exp[i\theta] dz$$

Perhatikan bahwa $|1 + n^2 \exp[2i\theta]| \geq n^2 - 1$, maka diperoleh

$$\left| \frac{\exp[itn \exp[i\theta]]}{1 + n^2 \exp[2i\theta]} \right| \leq \frac{n \exp[-nt \sin \theta]}{n^2 - 1} \leq \frac{n}{n^2 - 1},$$

sehingga berlaku

$$\left| \int_0^\pi \frac{\exp[itn \exp[i\theta]]}{1 + n^2 \exp[2i\theta]} ni \exp[i\theta] dz \right| \leq \int_0^\pi \frac{n}{n^2 - 1} d\theta = \frac{\pi n}{n^2 - 1}.$$

Akibatnya dapat dinyatakan bahwa

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^\pi \frac{\exp[itn \exp[i\theta]]}{1 + n^2 \exp[2i\theta]} ni \exp[i\theta] dz = 0$$

Selanjutnya dengan mengambil $n \rightarrow \infty$ dapat diperoleh

$$\pi \exp[-t] = \oint_{C_n} \frac{\exp[itx]}{1+z^2} dz = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp[itx]}{1+z^2} dz,$$

dan dengan mengambil $z = x$ pada pengintegralan sepanjang kurva C_1 maka berlaku persamaan berikut ini untuk $x > 0$ yaitu

$$2 \exp[-t] = \int_0^\infty \frac{2}{\pi} \frac{\exp[itx]}{1+x^2} dx.$$

Dengan cara yang sama dapat diperoleh pula untuk $t < 0$ berlaku bahwa

$$2 \exp[t] = \int_0^\infty \frac{2}{\pi} \frac{\exp[itx]}{1+x^2} dx.$$

Sehingga fungsi karakteristik untuk sebaran *Half-Cauchy* adalah $2 \exp[-|t|]$.

KARAKTERISASI SEBARAN *HALF-CAUCHY*

Sebagai kajian utama dalam tulisan ini, akan diberikan karakterisasi sebaran *Half-Cauchy* dengan memperlihatkan berlaku sifat kekontinuan seragamnya dan dengan kekontinuan tersebut dapat dikonfirmasi fungsi kepekatan peluang untuk distribusi *Half-Cauchy* melalui sifat inversi untuk fungsi karakteristik.

Proposisi 3.1. Fungsi karakteristik dari sebaran *Half-Cauchy* adalah kontinu seragam.

Bukti. Kekontinuan seragam fungsi karakteristik sebaran *Half-Cauchy* diperlihatkan dengan cara bahwa untuk setiap $\varepsilon > 0$ terdapat $\delta > 0$ sedemikian sehingga

$$|\varphi_X(s) - \varphi_X(t)| = |2 \exp[-|s|] - 2 \exp[-|t|]| \text{ untuk } |s - t| < \delta$$

dimana δ hanya bergantung pada ε .

Selanjutnya definisikan suatu fungsi berikut

$$\psi(x) = \frac{2i(x-s)(x-t)\exp[i(s-t)]}{1+x^2}.$$

Perhatikan bahwa

$$\begin{aligned} |\varphi_X(s) - \varphi_X(t)| &= \left| \frac{1}{\pi i} \oint_C \frac{\psi(x)}{x-s} dx - \frac{1}{\pi i} \oint_C \frac{\psi(x)}{x-t} dx \right| \\ &= \frac{s-t}{\pi i} \left| \oint_C \frac{\psi(x)}{(x-s)(x-t)} dx \right| \end{aligned}$$

sehingga untuk $|s-t|$ yang sangat kecil yaitu $|s-t| \rightarrow 0$ maka $|\varphi_X(s) - \varphi_X(t)| \rightarrow 0$. Hal ini menunjukkan bahwa δ hanya bergantung pada ε , dimana $|\varphi_X(s) - \varphi_X(t)| < \varepsilon$ untuk $|s-t| < \delta$.

Proposisi 3.2. Misalkan X adalah peubah acak dari sebaran *Half-Cauchy* dengan fungsi karakteristik $\varphi_X(t) = 2 \exp[-|t|]$, maka fungsi kepekatan peluang dari sebaran *Half-Cauchy* adalah

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp[itx] \varphi_X(t) dt = \frac{2}{\pi(1+x^2)}$$

Bukti. Perhatikan bahwa

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp[itx] \varphi_X(t) dt &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} 2 \exp[itx] \exp[-|t|] dt \\ &= \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} (\cos(tx) - i \sin(tx)) \exp[-|t|] dt, \end{aligned}$$

karena $\cos(tx)$ adalah fungsi genap dan $\sin(tx)$ adalah fungsi ganjil serta berdasarkan Proposisi 3.1 bahwa fungsi karakteristik dari sebaran *Half-Cauchy* adalah kontinu, maka $f(x)$ dapat dituliskan kembali kedalam bentuk

$$f(x) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \cos(tx) \exp[-t] dt.$$

Bagian integral ini dapat diselesaikan dengan menggunakan integral parsial yaitu

$$\int_0^{\infty} \cos(tx) \exp[-t] dt = \lim_{k \rightarrow \infty} \left[\frac{\exp[-t]}{x} \sin(tx) - \frac{\exp[-t]}{x^2} \cos(tx) \right]_0^k - \frac{1}{x^2} \int_0^{\infty} \cos(tx) \exp[-t] dt.$$

Sehingga dapat diperoleh

$$\int_0^{\infty} \cos(tx) \exp[-t] dt = \frac{1}{1+x^2}$$

Dengan demikian terlihat bahwa dengan menggunakan sifat inversi dapat dikonfirmasi bahwa fungsi kepekatan peluang dari sebaran half-Cauchy adalah

$$f(x) = \frac{2}{\pi(1+x^2)} \text{ untuk } x > 0.$$

KESIMPULAN

Sebaran *Half-Cauchy* adalah sebaran yang dibentuk dari bagian positif dari sebaran *Cauchy* baku di mana karakterisasinya dapat dilakukan melalui fungsi karakteristik. Fungsi karakteristik dari sebaran *Half-Cauchy* adalah kontinu seragam dan dengan kekontinuan tersebut dapat digunakan untuk memperoleh fungsi kepekatan peluang dari sebaran *Half-Cauchy* melalui sifat inversi untuk fungsi karakteristik.

PUSTAKA

- [1] Lukacs, E. 1970. *Characteristic Function. Second edition*. Butler dan Tanner, London.
- [2] Bain, L. J. and Max. E. 1992. *Introduction to Probability and Mathematical Statistics. Second Edition*. Duxbury Press, California.
- [3] Laha, R. G. and V. K. Rohatgi. 1979. *Probability Theory*. John Wiley dan Sons, New York
- [4] Rao, M. M. dan Randall J. S. 2006. *Probability with Applications. Second Edition*. Springer, New York.
- [5] Ahlfors, L. 1979. *Complex Analysis. Third Edition*. McGraw-Hill, New York.
- [6] Lang, S. 2008. *Complex Analysis. Fourth Edition*. Springer, New York.

PERSAMAAN GELOMBANG ELEKTROMAGNETIK DALAM BENTUK MEDAN LISTRIK SOLUSI MENGANDUNG FUNGSI BESSEL

ELECTROMAGNETIC WAVE EQUATION IN THE FORM ELECTRIC FIELD SOLUTIONS CONTAINING BESSEL FUNCTIONS

Leli Deswita

Jurusan Matematika, FMIPA Universitas Riau Pekanbaru
E-mail: deswital@yahoo.com
Telp: (0761-64645 & 085355708318)

ABSTRACT

In this paper discussed the electromagnetic wave equation whose solution containing Bessel functions. Electromagnetic wave equation derived using Maxwell equations and their solutions in the form of Bessel functions. Travelling waves in pipe-shaped waveguides. Traveling wave in the pipe, made of metal with a circular cross section and a wall made of a conductor. Travelling waves in pipe using a cylindrical coordinate system.

Keywords: Electromagnetic waves, Bessel functions, Maxwell's Equations, and Cylindrical Coordinates

ABSTRAK

Dalam tulisan ini yang dibahas persamaan gelombang elektromagnetik yang solusinya mengandung fungsi Bessel. Persamaan gelombang elektromagnetik yang menggunakan persamaan Maxwell yang diturunkan dan solusinya berbentuk fungsi Bessel. Perjalanan gelombang didalam pemandu gelombang yang berbentuk pipa. Perjalanan gelombang didalam pipa, yang terbuat dari logam dengan penampang lingkaran dan dinding terbuat dari bahan konduktor. Perjalanan gelombang didalam pipa menggunakan system koordinat silinder.

Katakunci: Gelombang Elektromagnetik, Fungsi Bessel, Persamaan Maxwell, dan Koordinat Silinder

PENDAHULUAN

Persamaan gelombang elektromagnetik dapat diturunkan dari persamaan Maxwell yang diambil dari Keiser [1]. Sifat-sifat gelombang pada umumnya dan gelombang elektromagnetik khususnya dinyatakan oleh fungsi gelombang yang merupakan solusi dari persamaan gelombang yang dibahas oleh Buck [2].

Solusi dari persamaan gelombang elektromagnetik dapat dijabarkan dengan menggunakan sistem koordinat silinder dan menggabungkan dengan persamaan Maxwell sehingga membentuk fungsi gelombang. Dalam pembahasan ini dapat dilihat dari Spiegel [3], Buck [2] dan Cronin [4].

Dalam makalah ini, diambil gagasan yang telah kemukakan Leli [5] dan mengembangkan sehingga terbentuklah persamaan gelombang elektromagnetik dalam bentuk medan listrik solusi mengandung fungsi Bessel.

METODE PENELITIAN

Awalnya akan ditunjukkan persamaan gelombang elektromagnetik untuk medan listrik E yang diturunkan dari keempat persamaan Maxwell dalam bentuk sebagai berikut:

$$\nabla^2 E = \mu\epsilon \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}. \quad (1)$$

Solusi dari persamaan (1) menggunakan metode separasi variabel diperoleh:

$$E = \mathfrak{R}(r, \varphi)Z(z)T(t), \quad (2)$$

dengan r merupakan jari-jari dari silinder dan φ merupakan besaran sudut dan Z fungsi dari z yang merupakan sumbu silinder dipilih berimpit dengan sumbu pemandu gelombang, T hanya fungsi dari t , yang merupakan waktu perjalanan gelombang. Seterusnya akan di buktikan untuk fungsi Z dan fngsi t sehingga didapat:

$$E = \mathfrak{R}(r, \varphi)(\cos k_z z + j \sin k_z z)(\cos \omega t - j \sin \omega t), \quad (3)$$

Atau

$$E = \mathfrak{R}(r, \varphi)[\cos(k_z z - \omega t) + j \sin(k_z z - \omega t)],$$

Ditulis juga dalam bentuk:

$$E = \mathfrak{R}(r, \varphi)e^{j(k_z z - \omega t)}. \quad (4)$$

Selanjutnya akan diperoleh fungsi gelombang elektromagnetik untuk medan listrik E yang mengandung fungsi Bessel dengan menggunakan *sistem* koordinat silinder.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Sifat-sifat gelombang pada umumnya dan gelombang elektromagnetik pada khususnya dinyatakan oleh fungsi gelombang yang merupakan solusi dari persamaan gelombang. Untuk gelombang elektromagnetik, persamaan gelombang dapat diturunkan dari per-samaan Maxwell. Dalam hal khsus dimana medium tempat gelombang menjalar tidak terdapat muatan listrik bebas dan arus listrik, seperti halnya pada pemandu gelombang, persamaan Maxwell disajikan dalam bentuk sebagai berikut,

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad (5)$$

$$\nabla \times H = \frac{\partial D}{\partial t} \quad (6)$$

$$\nabla \cdot D = 0 \quad (7)$$

$$\nabla \cdot B = 0 \quad (8)$$

Dengan kuat medan listrik $\mathbf{E}$ dan pergeseran listrik $\mathbf{D}$ disajikan dengan persamaan

$$D = \epsilon E, \quad (9)$$

dan induksi magnet $\mathbf{B}$ dengan intensitas magnet $\mathbf{H}$ disajikan dengan persamaan

$$B = \mu H. \quad (10)$$

Permittivitas medium dinyatakan dengan ϵ , yaitu suatu besaran yang menyatakan sifat kelistrikan medium dan μ adalah *permeabilitas medium*, artinya suatu besaran yang menyatakan sifat-sifat kemagnetan medium. Dengan menggunakan persamaan 9 & 10 di masukkan ke dalam persamaan 5-8, sehingga persamaan Maxwell di atas menjadi:

$$\nabla \times E = -\mu \frac{\partial H}{\partial t} \quad (11)$$

$$\nabla \times H = \varepsilon \frac{\partial E}{\partial t} \quad (12)$$

$$\nabla \cdot E = 0 \quad (13)$$

$$\nabla \cdot H = 0 \quad (14)$$

Persamaan gelombang elektromagnetik diperoleh dari keempat persamaan Maxwell di atas, dengan mengambil rotasi persamaan (11) diperoleh

$$\nabla \times (\nabla \times E) = -\mu \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times H) \quad (15)$$

Mengingat persamaan (12) maka persamaan (15) menjadi

$$\nabla \times (\nabla \times E) = -\mu \varepsilon \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \quad (16)$$

Dengan menggunakan kesamaan vektor didapat

$$\nabla \times (\nabla \times E) = \nabla (\nabla \cdot E) - \nabla^2 E \quad (17)$$

Karena suku pertama diruas kanan adalah nol, maka persamaan (16) menjadi

$$\nabla^2 E = \mu \varepsilon \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \quad (18)$$

Disebut persamaan gelombang elektromagnetik untuk medan listrik E.

3.1. Fungsi Gelombang Dalam Sistem Koordinat Silinder

Solusi umum dari persamaan (18) diperoleh dengan menggunakan metode separasi variabel, dengan demikian dimisalkan bahwa solusi yang dicari adalah

$$E = \Re(r, \varphi) Z(z) T(t) \quad (19)$$

Dalam sistem koordinat silinder persamaan (18) menjadi

$$\frac{ZT}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Re(r, \varphi)}{\partial r} \right) + \frac{ZT}{r^2} \frac{\partial^2 \Re(r, \varphi)}{\partial \varphi^2} + \Re T \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} = \Re Z \mu \varepsilon \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} \quad (20)$$

Pindahkan ruas sebelah kanan pada persamaan (20) ke sebelah kiri, dan kemudian dibagi dengan $\Re Z T$, diperoleh

$$\left[\frac{1}{r \Re} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Re(r, \varphi)}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \Re} \frac{\partial^2 \Re(r, \varphi)}{\partial \varphi^2} \right] + \frac{1}{Z} \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} - \frac{\mu \varepsilon}{T} \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} = 0 \quad (21)$$

Persamaan (21) bila masing-masing suku sama dengan konstanta, maka

$$\frac{1}{Z} \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} = -k_z^2 \quad (22)$$

$$-\frac{\mu \varepsilon}{T} \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} = k^2 \quad (23)$$

Persamaan (22) adalah suatu persamaan gerak sebuah osilator dengan memisalkan solusi yang dicari adalah $Z = e^{\alpha z}$. Bila Z disubstitusikan kembali ke persamaan (22) dengan diperoleh $\alpha = \pm j k_z$ yang merupakan akar-akar karakteristik dari persamaan (22) sehingga :

$$Z = \cos k_z z + j \sin k_z z \quad (24)$$

$$Z = \cos k_z z - j \sin k_z z \quad (25)$$

Dengan cara yang sama untuk persamaan (23) diperoleh :

$$T = \cos \omega t + j \sin \omega t \quad (26)$$

$$T = \cos \omega t - j \sin \omega t \quad (27)$$

Susbstitusikan persamaan (24) dan persamaan (27) kedalam persamaan (23) diperoleh,

Atau

$$E = \Re(r, \varphi) [\cos(k_z z - \omega t) + j \sin(k_z z - \omega t)] \quad (28)$$

Dapat juga ditulis dalam bentuk eksponensial

$$E = \Re(r, \varphi) e^{j(k_z z - \omega t)} \quad (29)$$

Persamaan (25) disebut fungsi gelombang untuk medan listrik **E**.

3.2. Medan Listrik dalam Gelombang Elektromagnetik

Dalam sistem koordinat silinder medan listrik **E** dituliskan sebagai berikut

$$\mathbf{E} = \hat{e}_r E_r + \hat{e}_\varphi E_\varphi + \hat{e}_z E_z \quad (30)$$

Ruas kiri persamaan (11) menjadi

$$\nabla \times \mathbf{E} = \left[\frac{1}{r} \left(\frac{\partial E_z}{\partial \varphi} - j k_z r E_\varphi \right) \hat{e}_r + \left(j k_z E_r - \frac{\partial E_z}{\partial r} \right) \hat{e}_\varphi + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r E_\varphi) - \frac{\partial E_r}{\partial \varphi} \right) \hat{e}_z \right] \times e^{j(k_z z - \omega t)}$$

Dan ruas kanan persamaan (11) menjadi

$$-\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = -\mu (-j\omega H_r \hat{e}_r - j\omega H_\varphi \hat{e}_\varphi - j\omega H_z \hat{e}_z) e^{j(k_z z - \omega t)}$$

Dengan demikian

$$\frac{1}{r} \left(\frac{\partial E_z}{\partial \varphi} - j k_z r E_\varphi \right) = j\omega \mu H_r \quad (31a)$$

$$j k_z E_r - \frac{\partial E_z}{\partial r} = j\omega \mu H_\varphi \quad (31b)$$

$$\frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r E_\varphi) - \frac{\partial E_r}{\partial \varphi} \right) = j\omega \mu H_z \quad (31c)$$

dari persamaan (12) dengan cara yang sama untuk medan magnet **H**, diperoleh

$$\nabla \times \mathbf{H} = \left[\frac{1}{r} \left(\frac{\partial H_z}{\partial \varphi} - j k_z r H_\varphi \right) \hat{e}_r + \left(j k_z H_r - \frac{\partial H_z}{\partial r} \right) \hat{e}_\varphi + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r H_\varphi) - \frac{\partial H_r}{\partial \varphi} \right) \hat{e}_z \right] \times e^{j(k_z z - \omega t)}$$

Dan ruas kanan persamaan (12) menjadi

$$\varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \varepsilon (-j\omega E_r \hat{e}_r - j\omega E_\varphi \hat{e}_\varphi - j\omega E_z \hat{e}_z) e^{j(k_z z - \omega t)}$$

Dengan demikian

$$\frac{1}{r} \left(\frac{\partial H_z}{\partial \varphi} - j k_z r H_\varphi \right) = -j\omega \varepsilon E_r \quad (32a)$$

$$j k_z H_r - \frac{\partial H_z}{\partial r} = -j\omega \varepsilon E_\varphi \quad (32b)$$

$$\frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r H_\varphi) - \frac{\partial H_r}{\partial \varphi} \right) = -j\omega \varepsilon E_z \quad (32c)$$

Dari persamaan (31a), (31b), (32a), dan (32b) akan dihitung E_r dan E_ϕ , dalam bentuk matriks

$$\begin{pmatrix} 0 & jk_z & j\omega\mu & 0 \\ jk_z & 0 & 0 & -j\omega\mu \\ -j\omega\varepsilon & 0 & 0 & jk_z \\ 0 & j\omega\varepsilon & jk_z & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_r \\ E_\phi \\ H_r \\ H_\phi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} \\ \frac{\partial E_z}{\partial r} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \phi} \\ \frac{\partial H_z}{\partial r} \end{pmatrix}$$

Pertama dihitung nilai determinan dari matriks koefisien, sehingga diperoleh

$$(k^2 - k_z^2)^2 \quad (33)$$

Selanjutnya E_r dan E_ϕ masing-masing dihitung, dengan menggunakan *aturan Cramer*, dimulai dengan menghitung E_r dan E_ϕ

$$E_r = \frac{j \left(\omega\mu \frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \phi} + k_z \frac{\partial E_z}{\partial r} \right)}{(k^2 - k_z^2)} \quad (34)$$

$$E_\phi = \frac{j \left(k_z \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} - \omega\mu \frac{\partial H_z}{\partial r} \right)}{(k^2 - k_z^2)} \quad (35)$$

Untuk mencari komponen longitudinal medan listrik E_z dengan mensubstitusikan persamaan (34) dan (35) kedalam persamaan (27), diperoleh

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial \phi^2} + (k^2 - k_z^2) E_z = 0 \quad (36)$$

Solusi umum dari persamaan (34) dapat dicari dengan menggunakan metoda separasi variabel, yaitu mengandaikan bahwa E_z fungsi dari r dan ϕ adalah hasil kali dari $R(r)$ fungsi dari r dan $\phi(\phi)$ adalah fungsi dari ϕ

$$E_z = R(r)\phi(\phi) \quad (37)$$

Dengan demikian maka persamaan (36) menjadi

$$\phi \frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{\phi}{r} \frac{dR}{dr} + \frac{R}{r^2} \frac{d^2 \phi}{d\phi^2} + (k^2 - k_z^2) R\phi = 0 \quad (38)$$

Kalikan persamaan (38) dengan $r^2 / R\phi$ maka hasilnya

$$\left[\frac{r^2}{R} \frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{r}{R} \frac{dR}{dr} + (k^2 - k_z^2) r^2 \right] + \frac{1}{\phi} \frac{d^2 \phi}{d\phi^2} \quad (39)$$

Persamaan (39) hanya akan dipenuhi bila masing-masing suku sama dengan konstan.

Misalkan suku kedua

$$\frac{1}{\phi} \frac{d^2 \phi}{d\phi^2} = -q^2 \quad (40)$$

Solusinya adalah $\phi = e^{\alpha\phi}$ dengan mensubstitusikan kembali ke persamaan (40) diperoleh

$$\alpha = \pm jq \text{ sehingga} \quad (41)$$

$$\phi = P \cos(q\phi) + Q \sin(q\phi) \quad (q = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots) \quad (42)$$

Dengan demikian persamaan (39) menjadi

$$\frac{r^2}{R} \frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{r}{R} \frac{dR}{dr} + (k^2 - k_z^2)r^2 - q^2 = 0 \quad (43)$$

Kalikan persamaan (43) dengan R/r^2 dan substitusikan

$$k_t^2 = k^2 - k_z^2 \quad (44)$$

Maka hasilnya merupakan persamaan diferensial bessel

$$\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{R} \frac{dR}{dr} + (k_t^2 - \frac{q^2}{r^2})R = 0 \quad (45)$$

Dengan solusi umum berbentuk kombinasi linear dari $J_q(k_t r)$ dan $N_q(k_t r)$

$$R = AJ_q(k_t r) + A'N_q(k_t r) \quad k_t \text{ Real} \quad (46)$$

Penyelesaian $J_q(k_t r)$ mempunyai limit hingga apabila r mendekati nol, disebut fungsi bessel jenis pertama. Penyelesaian $N_q(k_t r)$ mempunyai limit hingga apabila r mendekati nol, disebut fungsi bessel jenis kedua, sehingga diperoleh fungsi gelombang medan listrik E_z ditulis sebagai

$$E_z = AJ_q(k_t r)[P \cos(q\phi) + Q \sin(q\phi)]e^{j(k_z z - \omega t)} \quad (47)$$

Persamaan (47) disebut fungsi gelombang medan listrik E_z , yang mengandung fungsi Bessel

KESIMPULAN

Dari persamaan Maxwell telah diturunkan persamaan gelombang elektromagnetik medan listrik $\mathbf{E}$. Selanjutnya persamaan gelombang dicari solusinya untuk kasus penjalaran didalam pemandu gelombang berbentuk silinder dengan penampang lingkaran. Dengan memisalkan bahwa dinding pemandu gelombang dibuat dari bahan konduktor sempurna didapat bahwa komponen-komponen radial E_r dan E_ϕ . Gelombang yang menjalar di dalam pemandu gelombang hanya mempunyai komponen longitudinal.

PUSTAKA

- [1] Keiser. G. 1980. Optical Fiber Communications. McGraw-Hill BookCompany.
- [2] Buck JA. 1995. *Fundamentals of Optical Fibers*. John Wiley & Sons.
- [3] Spiegel. MR. 1985. *Vektor Analysis*. McGraw_Hill Inc.
- [4] Cronin NJ. 1995. *Microwave and Optical Waveguides*. Institute of Physics Publishing.

- [5] Leli D. 2003. Solusi persamaan Gelombang Elektromagnetik Dalam Sistem Koordinat Silinder yang Berbentuk Fungsi Gelombang Medan Magnet. *Jurnal Matematika Murni Dan Terapan* Vol. 1 No 1 : 11-18.

PENYELESAIAN VEHICLE ROUTING PROBLEM WITH SIMULTANEOUS PICK-UP AND DELIVERY SERVICE MENGGUNAKAN ALGORITME TABU SEARCH

THE SOLUTION OF VEHICLE ROUTING PROBLEMS WITH SIMULTANEOUS PICK-UP AND DELIVERY SERVICE USING TABU SEARCH ALGORITHM

Syukrio Idaman, Farida Hanum, Prapto Tri Supriyo

Departemen Matematika FMIPA IPB, Bogor
1syukrio.idaman@yahoo.com

ABSTRACT

Vehicle Routing Problems with Simultaneous Pick-up and Delivery (VRPSPD) are the variation of Vehicle Routing Problems (VRP). VRPSPD is a problem to determine the route of vehicle to pick-up and delivery the product at the same time. The goal of VRPSPD is either to minimize the mileage or the cost of shipping the product. In this paper, the VRPSPD problem was solved by using a heuristic method, namely Tabu search algorithm. Tabu search algorithm is a mathematical optimization method that guides the search for solutions iteratively by providing taboo status to the existing solution. It uses two memory structures that have different functions. It consists several stages that underlie each step in the algorithm, namely the determination of the initial solution, the search of the neighborhood solution, the use of the memory structures, and the termination of the algorithm. The application of VRPSPD is illustrated in establishing the minimum distance route of drinking water product delivery.

Keywords: heuristic methods, pick-up and delivery, tabu search, VRP, VRPSPD

ABSTRAK

Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pick-up and Delivery (VRPSPD) merupakan variasi dari Vehicle Routing Problem (VRP). VRPSPD merupakan masalah menentukan rute kendaraan untuk melakukan kegiatan pengambilan dan pengantaran produk secara bersamaan. Tujuan dari VRPSPD yaitu meminimumkan jarak tempuh atau biaya pengiriman produk. Pada tulisan ini, masalah VRPSPD diselesaikan dengan sebuah metode heuristik yaitu algoritme *tabu search*. Algoritme *tabu search* merupakan salah satu metode optimisasi matematik yang menuntun pencarian solusi secara iteratif dengan memberikan status tabu terhadap solusi yang telah ditemukan. Algoritme *tabu search* menggunakan dua struktur memori yang memiliki fungsi yang berbeda. Algoritme *tabu search* memiliki beberapa tahapan yang mendasari setiap langkah dalam algoritme, yaitu penentuan solusi awal, pencarian solusi *neighborhood*, penggunaan struktur memori, dan penghentian algoritme. Contoh aplikasi VRPSPD dalam tulisan ini adalah penentuan rute pengiriman produk air minum dengan jarak minimum.

Katakunci: metode heuristik, pick-up and delivery, tabu search, VRP, VRPSPD.

PENDAHULUAN

Masalah transportasi dan distribusi produk dalam kehidupan sehari-hari dapat dimodelkan sebagai *vehicle routing problem* (VRP). Model VRP akan menghasilkan sejumlah rute kendaraan yang mengunjungi setiap pelanggan. Model VRP memastikan agar total permintaan pada suatu rute tidak melebihi kapasitas kendaraan yang beroperasi. Penggunaan model ini diharapkan dapat meminimumkan total jarak tempuh dan banyaknya kendaraan yang beroperasi. Dalam perkembangannya, VRP ini

mengalami berbagai variasi. Salah satu variasi VRP ialah *vehicle routing problem with simultaneous pick-up and delivery service* (VRPSPD). VRPSPD merupakan salah satu variasi dari *Vehicle Routing Problem* (VRP) yang melakukan pengambilan dan pengantaran produk secara bersamaan kepada pelanggan.

VRP merupakan permasalahan *integer programming* yang termasuk kategori *NP-Hard Problem*. Untuk masalah seperti ini biasanya yang dicari ialah solusi yang mendekati solusi optimal dengan waktu komputasi yang relatif cepat. Salah satu cara untuk menyelesaikannya ialah dengan metode heuristik. Dalam penelitian ini, metode heuristik yang akan digunakan untuk mencari solusi dari VRPSPD yaitu algoritma *tabu search*. *Tabu search* adalah sebuah metode optimisasi matematik yang menuntun prosedur *local search* untuk melakukan eksplorasi di daerah solusi di luar titik optimal dengan memberikan status tabu pada solusi yang telah ditemukan. Algoritma *tabu search* sangat menjanjikan untuk menyelesaikan masalah optimisasi *NP-Hard*. Dalam [1] dijelaskan bahwa kata tabu atau "*taboo*" berasal dari bahasa Tongan, suatu bahasa Polinesia yang digunakan oleh suku Aborigin pulau Tonga untuk mengindikasikan suatu hal yang tidak boleh "disentuh" karena kesakralannya. Konsep dasar dari *tabu search* ialah mencegah terjadinya pengulangan solusi yang telah ditemukan pada iterasi sebelumnya.

DESKRIPSI MASALAH

Misalkan sebuah perusahaan mempunyai produk yang dapat digunakan kembali (*reuseable*). Perusahaan tersebut tentunya akan mengambil kembali produk dari pelanggan agar dapat diisi ulang (digunakan kembali) dan mendistribusikan produk yang telah diisi ulang (diolah) ke pelanggan. Misalkan perusahaan mempunyai sejumlah kendaraan, sejumlah pelanggan, dan satu gudang. Perusahaan tersebut mempunyai aturan dalam mendistribusikan produk yaitu:

- 1 rute perjalanan selalu diawali dan diakhiri di gudang,
- 2 setiap pelanggan hanya boleh dikunjungi oleh tepat satu kendaraan
- 3 kendaraan yang digunakan memiliki kapasitas daya angkut yang terbatas,
- 4 total barang yang telah diambil dari pelanggan dan total barang yang akan dikirim ke pelanggan tidak boleh melebihi kapasitas kendaraan,
- 5 jarak yang ditempuh oleh setiap kendaraan tidak boleh melebihi jarak maksimum yang telah ditentukan untuk setiap kendaraan.

Pemasalahan perusahaan tersebut dapat dimodelkan dalam VRPSPD (*Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pick-up and Delivery*) yaitu suatu masalah penentuan rute beberapa angkutan barang (kendaraan) yang terdiri atas dua kegiatan yaitu mengirim barang dari gudang ke lokasi pelanggan (*delivery*) dan mengambil barang (*pick-up*) dari pelanggan untuk dibawa ke gudang dalam satu kali perjalanan dengan tujuan meminimumkan jarak tempuh kendaraan. Beberapa asumsi yang digunakan pada VRPSPD ialah:

- 1 waktu bongkar muat barang dan waktu tempuh untuk pengiriman diabaikan,
- 2 biaya pengiriman barang diabaikan,
- 3 pengambilan (*pick-up*) dan pengiriman (*delivery*) dilakukan di tempat yang sama.

METODE PENYELESAIAN

Dalam penelitian ini, masalah VRPSPD diselesaikan dengan algoritma *tabu search* yang diambil dari [2] dengan modifikasi di beberapa tahapan. Sebelum membahas

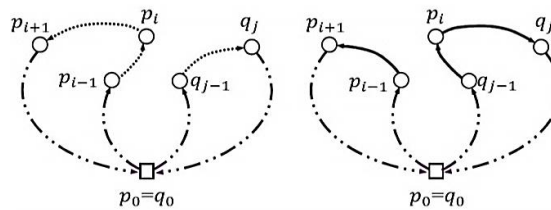
algoritme *tabu search*, akan dibahas terlebih dahulu beberapa metode heuristik yang merupakan sebagian dari tahapan dalam algoritme *tabu search*.

3.1 Metode Heuristik

Dalam masalah optimisasi, metode heuristik merupakan teknik penyelesaian yang dapat mengarahkan pemecahan masalah untuk menemukan penyelesaian yang efisien dalam mendapatkan solusi fisibel meski tidak dijamin optimal. Dalam bagian ini, dijelaskan beberapa metode heuristik yang mendasari penyelesaian VRPSD menggunakan algoritme *tabu search*, yaitu relokasi, *interchange*, *crossover*, dan *2-opt*.

3.1.1 Relokasi

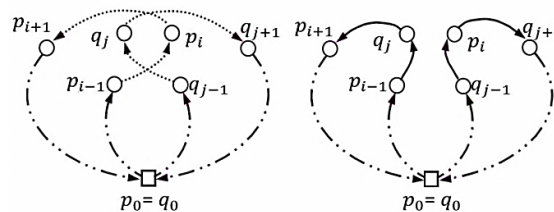
Relokasi dilakukan dengan memindahkan suatu pelanggan pada satu rute ke rute yang lain (perpindahan antar-rute). Pada Gambar 1 terdapat dua buah rute yaitu rute $p_0, p_{i-1}, p_i, p_{i+1}, p_0$ dan rute p_0, q_{j-1}, q_j, p_0 . Pelanggan p_i yang berada pada rute $p_0, p_{i-1}, p_i, p_{i+1}, p_0$ dipindahkan ke rute p_0, q_{j-1}, q_j, p_0 , sehingga rute yang ditempuh menjadi rute $p_0, p_{i-1}, p_{i+1}, p_0$ dan rute $p_0, q_{j-1}, p_i, q_j, p_0$.



Gambar 1 Contoh relokasi

3.1.2 Interchange

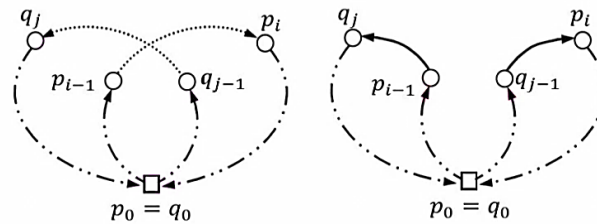
Interchange dilakukan dengan saling menukar dua pelanggan pada dua rute. Rute pada Gambar 2 ialah rute $p_0, p_{i-1}, p_i, p_{i+1}, p_0$ dan rute $p_0, q_{j-1}, q_j, q_{j+1}, p_0$. Pelanggan p_i yang berada pada rute $p_0, p_{i-1}, p_i, p_{i+1}, p_0$ dan pelanggan q_j yang berada pada rute $p_0, q_{j-1}, q_j, q_{j+1}, p_0$ saling ditukar rute kunjungannya. Perpindahan ini mengubah rute yang ditempuh menjadi rute $p_0, p_{i-1}, q_j, p_{i+1}, p_0$ dan rute $p_0, q_{j-1}, p_i, q_{j+1}, p_0$.



Gambar 2 Contoh *interchange*

3.1.3 Crossover

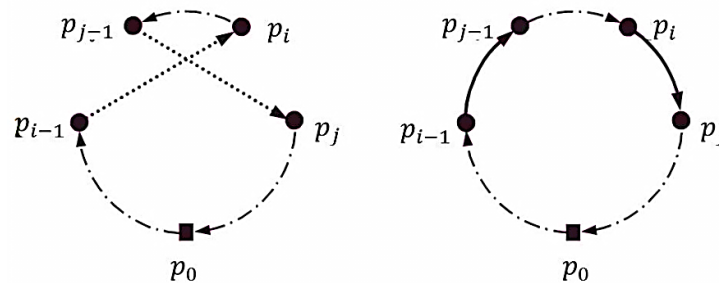
Crossover dilakukan dengan menyilangkan urutan kunjungan pelanggan pada dua rute yang berbeda yaitu dengan menghilangkan sisi dari dua buah rute dan menambahkan dua sisi yang baru untuk menghubungkan kembali jalur tersebut dengan pelanggan yang berbeda. Rute pada Gambar 3 ialah p_0, p_{i-1}, p_i, p_0 dan p_0, q_{j-1}, q_j, p_0 . Sisi (q_{j-1}, q_j) dan sisi (p_{i-1}, p_i) dihapus dan ditambahkan sisi baru yang menghubungkan pelanggan p_{i-1} dengan pelanggan q_j dan pelanggan q_{j-1} dengan pelanggan p_i . Perpindahan ini mengubah rute yang ditempuh menjadi rute p_0, p_{i-1}, q_j, p_0 dan rute p_0, q_{j-1}, p_i, p_0 .



Gambar 3 Contoh crossover

3.1.4 Metode 2-opt

Pada dasarnya *2-opt* dilakukan dengan menghilangkan dua jalur pada rute yang ada kemudian menghubungkan kembali jalur tersebut dengan pasangan pelanggan yang berbeda. Pada Gambar 4 terdapat rute $p_0, p_{i-1}, p_i, p_{j-1}, p_j, p_0$. Sisi (p_{i-1}, p_i) dan sisi (p_{j-1}, p_j) dihapus dan ditambahkan sisi baru yang menghubungkan pelanggan p_{i-1} dengan pelanggan p_{j-1} dan pelanggan p_i dengan pelanggan p_j . Perpindahan ini mengubah rute yang ditempuh menjadi rute $p_0, p_{i-1}, p_{j-1}, p_i, p_j, p_0$.



Gambar 4 Contoh 2-opt

3.2 Algoritme Tabu Search untuk VRPSPD

Tahapan-tahapan dalam algoritme *tabu search* ialah: (1) penentuan solusi awal, (2) pencarian *solusineighborhood*, (3) penggunaan *short-term memory*, (4) penggunaan *long-term memory*, (5) penghentian algoritme.

3.2.1 Penentuan solusi awal

Pada tulisan ini, penentuan solusi awal *tabu Search* menggunakan kombinasi dari strategi pengelompokan pelanggan (*smallest maximum load* atau *largest maximum load*) dan prosedur penentuan rute (*independent grouping and routing* (IGR) atau *simultaneous grouping and routing* (SGR)).

Misalkan *net demand* (permintaan bersih) dari pelanggan i adalah $nd(i)$ yang merupakan selisih banyaknya barang yang diminta diambil dan banyaknya barang yang diminta dikirim oleh pelanggan i , yaitu $nd(i) = p_i - d_i$. Jika $nd(i) < 0$ maka beban kendaraan akan berkurang sebesar $nd(i)$ setelah mengunjungi pelanggan i . Jika $nd(i) > 0$ maka beban kendaraan akan bertambah sebesar $nd(i)$ setelah mengunjungi pelanggan i . *Smallest maximum load* terjadi ketika kendaraan mengunjungi semua pelanggan yang mempunyai $nd(i) \leq 0$ terlebih dahulu kemudian mengunjungi pelanggan yang mempunyai $nd(i) > 0$. *Largest maximum load* terjadi ketika kendaraan mengunjungi semua pelanggan dengan $nd(i) > 0$ terlebih dahulu kemudian mengunjungi pelanggan dengan $nd(i) \leq 0$. Penyisipan pelanggan baru ke dalam suatu grup dapat dilakukan jika tidak melanggar batas daya angkut kendaraan.

Penentuan rute berdasarkan *independent grouping and routing* (IGR) dilakukan dengan cara menentukan grup untuk setiap pelanggan terlebih dahulu, kemudian

menentukan rute kendaraannya. Prosedur ini digunakan pada masalah tanpa kendala jarak maksimum.

Penentuan rute berdasarkan *simultaneous grouping and routing* (SGR) digunakan untuk masalah dengan kendala jarak maksimum. Pada prosedur ini, penyisipan pelanggan-baru pada suatu grup harus memenuhi dua hal, yaitu tambahan *pick-up* dan *delivery* pelanggan tidak melanggar kapasitas maksimum kendaraan serta jarak yang harus ditempuh untuk mengantarkan barang tidak melebihi jarak tempuh maksimum.

Empat prosedur heuristik yang dapat digunakan untuk menentukan solusi awal ialah:

- a. IGR1: pelanggan dikelompokkan berdasarkan *smallest maximum load*, kemudian metode heuristik *2-opt* digunakan untuk memperbaiki rute awal
- b. IGR2: pengelompokan pelanggan berdasarkan *largest maximum load*, kemudian metode heuristik *2-opt* digunakan untuk memperbaiki rute awal
- c. SGR1: pengelompokan pelanggan berdasarkan *smallest maximum load*, pelanggan lain ditambahkan dengan tidak melanggar batas daya angkut dan jarak tempuh maksimum kendaraan. Metode heuristik *2-opt* digunakan untuk memperbaiki rute awal yang diperoleh dengan mengurutkan kunjungan pelanggan,
- d. SGR2: seperti pada SGR1, tetapi pengelompokan pelanggan berdasarkan *largest maximum load*.

3.2.2 Pencarian solusi *neighborhood*

Neighborhood pada algoritme *tabu search* didefinisikan sebagai solusi yang diperoleh dengan melakukan satu 'move'. Dalam tulisan ini, *move* merupakan proses penghilangan sisi yang ada dalam solusi kemudian menambahkan sisi yang baru ke dalam solusi. Setiap *move* akan menghasilkan satu solusi *neighborhood*. Terdapat empat tipe *move* untuk menentukan *neighborhood* dalam *tabu search*, yaitu tiga tipe *move* antar-rute (relokasi, *interchange*, dan *crossover*) dan satu tipe *move* di dalam rute (*2-opt*).

Setiap tipe dari *move* antar-rute dapat membuat *neighborhood*-nya masing-masing. Pencarian *neighborhood* dilakukan secara iteratif hingga kriteria penghentian dalam pencarian *neighborhood* terpenuhi. Solusi *neighborhood* dapat dicari dengan dua kriteria :

- a *first admissible solution*, yaitu solusi fisibel pertama yang diperoleh, atau
- b *best admissible solution*, yaitu solusi fisibel terbaik yang diperoleh.

First admissible solution sebaiknya digunakan ketika pencarian solusi *neighborhood* tidak dapat dilakukan secara keseluruhan. *Best admissible solution* selalu menghasilkan hasil yang lebih baik sehingga *best admissible solution* sering digunakan dalam semua tes *neighborhood*. Pemilihan *move* berdasarkan *best admissible solution* dapat menggunakan *move_value* yaitu selisih jarak total sisi yang dihilangkan dengan jarak total sisi yang ditambahkan. Misalkan untuk contoh relokasi pada Gambar 1, sisi (p_{i-1}, p_i) , (p_i, p_{i+1}) dan (q_{j-1}, q_j) dihilangkan dari rute dan akan diganti berturut-turut oleh sisi (p_{i-1}, p_{i+1}) , (q_{j-1}, p_i) dan (p_i, q_j) . Nilai *move_value* dari relokasi didefinisikan oleh

$$\text{move\_value} = l(p_{i-1}, p_i) + l(p_i, p_{i+1}) + l(q_{j-1}, q_j) - l(p_{i-1}, p_{i+1}) - l(q_{j-1}, p_i) - l(p_i, q_j)$$

dengan $l(p_{i-1}, p_i)$ merupakan jarak antara pelanggan p_{i-1} dengan p_i . Nilai *move_value* untuk *interchange*, *crossover*, dan *2-opt* dapat ditentukan dengan cara serupa. *Move* dengan *move_value* terbesar yang dipilih untuk menentukan solusi *neighborhood*.

3.2.3 Penggunaan *short-term memory*

Short-term memory menggunakan *tabu list*, *tabu tenure* dan kriteria aspirasi. *Short-term memory* memiliki fungsi untuk menyimpan semua *move* yang telah dilakukan dalam pencarian solusi.

Tabu list adalah *list* yang digunakan untuk menyimpan sisi yang bersifat tabu. Sebuah sisi bersifat tabu ketika sisi tersebut telah digunakan dalam sebuah *move* (penambahan dan penghapusan sisi) pada iterasi sebelumnya. Sisi yang disimpan dalam *tabu list* bersifat tabu-aktif untuk beberapa iterasi. Status tabu-aktif untuk sisi-yang-ditambahkan bermakna bahwa sisi tersebut tidak diperbolehkan untuk dihapus untuk beberapa iterasi. Status tabu-aktif untuk sisi yang dihapus bermakna bahwa sisi tersebut tidak diperbolehkan untuk ditambahkan pada beberapa iterasi selanjutnya. Sebuah *move* dianggap tabu ketika sisi yang ditambahkan atau yang dihilangkan bersifat tabu-aktif. *Tabu list* berfungsi untuk menghindari ditemukannya kembali solusi yang sama serta untuk mengarahkan pencarian solusi ke solusi lain yang belum pernah ditemukan sebelumnya.

Tabu tenure merupakan suatu nilai untuk menentukan lamanya suatu sisi bersifat tabu aktif (berada pada *tabu list*). Tidak terdapat ukuran yang pasti untuk menentukan panjang *tabu list* dan nilai *tabu tenure* untuk suatu kasus.

Status tabu pada sebuah *move* dapat dilanggar apabila memenuhi kriteria aspirasi yaitu *move* yang bersifat tabu-aktif menghasilkan solusi *neighborhood* yang lebih baik dari solusi terbaik yang pernah ditemukan. Misalkan solusi sekarang s^* dan solusi *neighborhood* yang dihasilkan dari *move* berstatus tabu ialah s' . Dalam [3] disebutkan bahwa untuk masalah minimisasi, status tabu dari *move* dapat dilanggar (memenuhi kriteria aspirasi) apabila $f(s') < f(s^*)$ dengan $f(s)$ adalah nilai fungsi objektif dari solusi s , maka solusi yang diperoleh dengan melanggar status tabu lebih baik dari solusi sekarang.

3.2.4 Penggunaan *long-term memory*

Long-term memory menyimpan frekuensi penggunaan sisi pada solusi yang telah ditemukan. *Long-term memory* digunakan pada fase intensifikasi dan fase diversifikasi.

Fase intensifikasi bertujuan melakukan pencarian *neighborhood* untuk meyakinkan bahwa solusi yang telah ditemukan pada fase sebelumnya adalah solusi terbaik. Pada pencarian solusi *neighborhood* digunakan insentif berupa frekuensi penggunaan sisi yang ditambahkan dan yang dihilangkan. Pemilihan *move* menggunakan nilai *economy of the movement* (*eco_mov*). Sebagai ilustrasi, untuk relokasi pada Gambar 1, sisi (p_{i-1}, p_i) , (p_i, p_{i+1}) dan (q_{j-1}, q_j) dihilangkan dari rute dan akan diganti berturut-turut oleh sisi (p_{i-1}, p_{i+1}) , (q_{j-1}, p_i) dan (p_i, q_j) , maka nilai eco_mov_i didefinisikan sebagai:

$$\begin{aligned} eco\_mov_i = & l(p_{i-1}, p_i) + [1 - f(p_{i-1}, p_i)] * incentive + l(p_i, p_{i+1}) + [1 - f(p_i, p_{i+1})] \\ & * incentive + l(q_{j-1}, q_j) + [1 - f(q_{j-1}, q_j)] * incentive - l(p_{i-1}, p_{i+1}) \\ & + f(p_{i-1}, p_{i+1}) * incentive - l(q_{j-1}, p_i) + f(q_{j-1}, p_i) * incentive - l(p_i, q_j) \\ & + f(p_i, q_j) * incentive \end{aligned}$$

Pada fase intensifikasi, *move* yang mempunyai nilai eco_mov_i terbesar yang dipilih sebagai solusi *neighborhood*. Nilai eco_mov_i untuk *interchange*, *crossover* dan *2-opt* dapat ditentukan dengan cara serupa.

Fase diversifikasi dimaksudkan untuk mengarahkan algoritma *tabu search* untuk melakukan pencarian solusi ke daerah solusi yang belum dikunjungi pada iterasi-iterasi sebelumnya. Pencarian solusi *neighborhood* menggunakan suatu insentif berupa frekuensi

penggunaan sisi yang telah digunakan pada iterasi-iterasi sebelumnya. Untuk contoh relokasi pada Gambar 1, nilai eco_move_d didefinisikan oleh

$$eco\_move_d = l(p_{i-1}, p_i) + f(p_{i-1}, p_i) * incentive + l(p_i, p_{i+1}) + f(p_i, p_{i+1}) * incentive + l(q_{j-1}, q_j) + f(q_{j-1}, q_j) * incentive - l(p_{i-1}, p_{i+1}) + [1 - f(p_{i-1}, p_{i+1})] * incentive - l(q_{j-1}, p_i) + [1 - f(q_{j-1}, p_i)] * incentive - l(p_i, q_j) + [1 - f(p_i, q_j)] * incentive,$$

dengan $l(a_1, a_2)$ adalah jarak/panjang sisi berarah (a_1, a_2) , $f(a_1, a_2)$ adalah *residence frequency* dari sisi berarah (a_1, a_2) , yaitu frekuensi penggunaan sisi pada solusi, $incentive$ didefinisikan sebagai rata-rata semua jarak pada matriks jarak antarpelanggan. Pada fase diversifikasi, *move* dengan eco_move_d terbesar dipilih sebagai solusi *neighborhood*.

3.2.5 Penghentian algoritme

Kriteria penghentian algoritme *tabu search* yang digunakan dalam tulisan ini ialah tidak terdapat lagi *move* yang lebih baik atau batasan maksimum iterasi telah dilakukan.

IMPLEMENTASI

Perusahaan air minum *Fresh* menerima permintaan *pick-up* dan *delivery* botol galon dari pelanggan-pelanggannya. Perusahaan menginginkan rute yang meminimumkan total jarak yang ditempuh untuk memenuhi seluruh permintaan pelanggannya. Misalkan perusahaan mempunyai 3 kendaraan untuk melakukan kegiatan *pick-up* dan *delivery*. Kendaraan tersebut dapat mengangkut barang sebanyak 90 galon dalam satu kali angkut. Satu pelanggan hanya boleh dikunjungi oleh satu kendaraan. Perusahaan tersebut membatasi jarak maksimal yang boleh ditempuh setiap kendaraan ialah 150 km. Jarak antarpelanggan serta banyaknya permintaan *pick-up* dan *delivery* diberikan pada Tabel 1.

Tabel 1 Data jarak, permintaan *pick-up* dan *delivery* pelanggan

Pelanggan	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	5	7	12	35	7	19	3	8	30	48
1		0	3	8	31	2	14	8	13	35	53
2			0	5	28	5	17	10	15	37	55
3				0	27	10	22	15	20	42	60
4					0	33	45	38	43	65	83
5						0	12	10	15	37	55
6							0	22	27	49	67
7								0	5	27	45
8									0	22	40
9										0	18
10											0
Pick-up	0	18	36	20	16	41	23	25	21	12	12
Delivery	0	20	35	21	15	40	25	27	19	11	10

1. Penentuan solusi awal

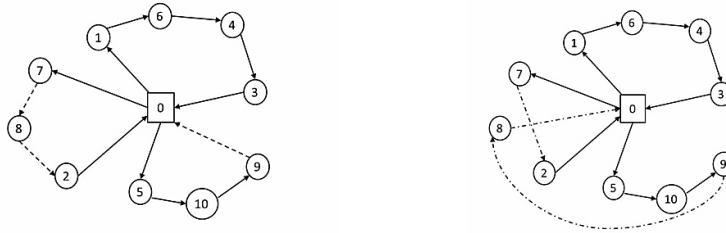
Dalam iterasi ini penentuan solusi awal dilakukan dengan metode IGR1. Setelah dikelompokkan, ditentukan rute awal, diperbaiki dengan metode 2-opt sehingga diperoleh solusi berupa rute awal awal, seperti pada Tabel 3.

Tabel 3 Jalur dan jarak solusi awal berdasarkan IGR1

Grup	Rute	Pick-up	Delivery	Jarak
1	0, 1, 6, 4, 3, 0	77	81	103 km
2	0, 7, 8, 2, 0	82	81	30 km
3	0, 5, 10, 9, 0	65	61	110 km
Total jarak tempuh kendaraan				243 km

2. Penentuan Solusi *Neighborhood*

Setiap rute ditentukan *neighborhood*-nya seperti diberikan pada Gambar 5.



Gambar 6 Solusi awal dan solusi *neighborhood*-nya

Dari solusi *neighborhood* diperoleh jarak yang lebih kecil, yaitu 233 km. Selanjutnya dilakukanecek *tabu list*, cek kriteria aspirasi (jika *move* bersifat tabu), *update tabu list*, dan perbandingan solusi *neighborhood* dengan solusi terbaik sekarang. Iterasi dilanjutkan sampai memenuhi kriteria penghentian, misalkan 5 iterasi. Dalam contoh ini, solusi terbaik diperoleh pada iterasi ke-2 dengan total jarak 218 km.

3. Penggunaan Memori: Fase Intensifikasi dan Diversifikasi

Pada fase intensifikasi, pencarian solusi *neighborhood* dilakukan dengan memilih *move* yang mempunyai eco_mov_i terbesar. Jika *move* bersifat tabu, diperiksa juga apakah *move* memenuhi kriteria aspirasi. Dari fase intensifikasi, diperoleh Rute-1: 0,1,6,4,3,0; Rute-2: 0,5,2,0; dan Rute-3: 0,7,8,9,10,0 dengan jarak tempuh 218 km.

Pada fase diversifikasi, iterasi dimulai dari solusi terakhir pada fase intensifikasi. Solusi *neighborhood* ditentukan dengan memilih *move* yang mempunyai eco_mov_d terbesar. Jika *move* tersebut bersifat tabu, diperiksa juga apakah memenuhi kriteria aspirasi. Dari fase ini diperoleh solusi dengan jarak tempuh 243 km.

4. Penghentian Algoritme

Algoritme *tabu search* diulangi lagi dengan penentuan nilai awal menggunakan metode SGR2 dan pencarian solusi *neighborhood* menggunakan *first admissible solution*. Dengan langkah-langkah seperti di atas diperoleh solusi akhir Hingga iterasi 10, didapatkan solusi terbaik dengan nilai fungsi objektif sebesar 208 km.

KESIMPULAN

Penyelesaian masalah VRPSPD menggunakan algoritme *tabu search* memiliki tahapan-tahapan, yaitu penentuan solusi awal, pencarian solusi *neighborhood*, penggunaan *short-term memory* dan *long-term memory*, dan kriteria penghentian algoritme. Dalam studi kasus masalah pendistribusian produk air minum dan penentuan solusi awal dengan metode IGR1, diperoleh solusi minimum pada iterasi 14 dari total 15

iterasi yang dilakukan. Jika penentuan solusi awal menggunakan metode SGR2, solusi minimum diperoleh pada iterasi 7 dari total 10 iterasi yang dilakukan.

PUSTAKA

- [1] Glover F, Laguna M. 1997. *Tabu Search*. Boston (US): Kluwer Academic.
- [2] Montane FAT, Galvao RD. 2006. A tabu search algorithm for the vehicle routing problem with simultaneous pick-up and delivery service. *Computer & Operations Research*. 33:595-619. doi:10.1016/j.cor.2004.07.009.
- [3] Schneider U. 2011. A tabu search tutorial based on a real-world scheduling problem. *CEJOR*. 19:467-493. Doi:10.1007/s10100-010-0137-8.

EKSISTENSI DAN REPRESENTASI DARI INVERS GRUP UNTUK MATRIKS BLOK

EXISTENSION AND REPRESENTATION OF THE GROUP INVERSE FOR BLOCK MATRIX

Musraini M¹, Asli Sirait¹, Rustam Efendi¹

¹Jurusan Matematika FMIPA Universitas Riau, Pekanbaru
musraini.m4r@gmail.com
telp.: 081371038008

ABSTRACT

This paper discussed about the necessary and sufficient condition for the existence of the group inverse of a block matrix M , where $M = \begin{pmatrix} AC & B \\ C & 0 \end{pmatrix}$ and $M = \begin{pmatrix} AB & B \\ C & 0 \end{pmatrix}$. Furthermore, given also the representation of the group inverse of the matrix M block. This paper examines the writings Junqing Wang and Xin Fan, in his journal entitled *Some Results On The Group Inverse of Block Matrix Over Skew Fields*.

Keywords: Block matrix, Group invers

ABSTRAK

Dalam makalah ini dibahas tentang syarat perlu dan cukup untuk eksistensi invers grup dari matriks blok, yaitu matriks blok M dengan $M = \begin{pmatrix} AC & B \\ C & 0 \end{pmatrix}$ dan $M = \begin{pmatrix} AB & B \\ C & 0 \end{pmatrix}$. Selanjutnya diberikan juga representasi dari invers grup untuk matriks blok M tersebut. Makalah ini mengkaji tulisan Junqing Wang dan Xin Fan, dalam jurnalnya yang berjudul *Some Results On The Group inverse of Block Matrix Over Skew Fields*.

Kata Kunci: Matriks blok, Invers grup.

PENDAHULUAN

Misalkan K adalah suatu skew fields, dan $K^{n \times n}$ adalah himpunan semua matriks berukuran $n \times n$ atas K . Untuk $A \in K^{n \times n}$, jika $X \in K^{n \times n}$ memenuhi

$$AXA = A \quad XAX = X \quad AX = XA$$

maka X disebut invers grup dari A dan dinotasikan dengan $X = A^\#$. Pada makalah ini $A^\pi = I - AA^\#$.

Masalah invers grup dari matriks blok, disamping banyak digunakan dalam teori matriks khusus dan differensial singular, juga dapat diterapkan untuk matriks adjacen dari grap bipartit. Penelitian mengenai eksistensi dan representasi invers grup dari matriks blok telah dibahas oleh beberapa peneliti seperti di [1], [2] dan [3]. Pada makalah ini dibahas tentang syarat perlu dan cukup untuk eksistensi invers grup dari matriks blok, yaitu matriks blok M dengan $M = \begin{pmatrix} AC & B \\ C & 0 \end{pmatrix}$ dan $M = \begin{pmatrix} AB & B \\ C & 0 \end{pmatrix}$. Selanjutnya diberikan juga representasi dari invers grup untuk matriks blok M tersebut.

BEBERAPA LEMMA

Untuk membahas hasil dari makalah ini diberikan beberapa lemma berikut.

Lemma 1 [1] Misalkan $A \in K^{n \times n}$, $A^\#$ ada jika dan hanya jika $\text{rank}(A) = \text{rank}(A^2)$.

Lemma 2 [1] Misalkan $A, B \in K^{n \times n}$. Jika $\text{rank}(A) = \text{rank}(B) = \text{rank}(AB) = \text{rank}(BA)$, $(AB)^\#$ dan $(BA)^\#$ ada, maka berlaku:

- i. $AB (AB)^\# A = A$
- ii. $A (BA)^\# BA = A$
- iii. $BA (BA)^\# B = B$
- iv. $B (AB)^\# A = BA (BA)^\#$
- v. $A(BA)^\# = (AB)^\# A$

Bukti :

Misal $\text{rank}(A) = r$, maka terdapat matriks P dan Q sehingga,

$$A = P \begin{pmatrix} I_r & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} Q, \quad B = Q^{-1} \begin{pmatrix} B_1 & B_1 X \\ Y B_1 & Y B_1 X \end{pmatrix} P^{-1}$$

dengan $B_1 \in K^{r \times r}$, $X \in K^{r \times (n-r)}$, $Y \in K^{(n-r) \times r}$. Oleh karena itu diperoleh

$$AB = P \begin{pmatrix} B_1 & B_1 X \\ 0 & 0 \end{pmatrix} P^{-1}, \quad BA = Q^{-1} \begin{pmatrix} B_1 & 0 \\ Y B_1 & 0 \end{pmatrix} Q.$$

Karena $\text{rank}(A) = \text{rank}(B)$, maka B_1 memiliki invers, sehingga

$$(AB)^\# = P \begin{pmatrix} B_1^{-1} & B_1^{-1} X \\ 0 & 0 \end{pmatrix} P^{-1}, \quad (BA)^\# = Q^{-1} \begin{pmatrix} B_1^{-1} & 0 \\ Y B_1^{-1} & 0 \end{pmatrix} Q.$$

Jadi diperoleh

$$AB (AB)^\# A = P \begin{pmatrix} B_1 & B_1 X \\ 0 & 0 \end{pmatrix} P^{-1} P \begin{pmatrix} B_1^{-1} & B_1^{-1} X \\ 0 & 0 \end{pmatrix} P^{-1} A$$

$$= P \begin{pmatrix} I_r & X^2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} P^{-1} P \begin{pmatrix} I_r & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} Q$$

$$= P \begin{pmatrix} I_r & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} Q$$

$$AB (AB)^\# A = A$$

$$\text{i. } A (BA)^\# BA = P \begin{pmatrix} I_r & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} Q Q^{-1} \begin{pmatrix} B_1^{-1} & 0 \\ Y B_1^{-1} & 0 \end{pmatrix} Q AB$$

$$= P \begin{pmatrix} B_1^{-1} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} Q Q^{-1} \begin{pmatrix} B_1 & 0 \\ Y B_1 & 0 \end{pmatrix} Q$$

$$= P \begin{pmatrix} I_r & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} Q$$

$$A (BA)^\# BA = A$$

$$\text{ii. } BA (BA)^\# B = Q^{-1} \begin{pmatrix} B_1 & 0 \\ Y B_1 & 0 \end{pmatrix} Q Q^{-1} \begin{pmatrix} B_1^{-1} & 0 \\ Y B_1^{-1} & 0 \end{pmatrix} Q B$$

$$= Q^{-1} \begin{pmatrix} I_r & 0 \\ Y & 0 \end{pmatrix} Q Q^{-1} \begin{pmatrix} B_1 & B_1 X \\ Y B_1 & Y B_1 X \end{pmatrix} P^{-1}$$

$$= Q^{-1} \begin{pmatrix} B_1 & B_1 X \\ Y B_1 & Y B_1 X \end{pmatrix} P^{-1}$$

$$BA(BA)^{\#}B = B$$

$$\begin{aligned} \text{iii. } B(AB)^{\#}A &= Q^{-1} \begin{pmatrix} B_1 & B_1X \\ YB_1 & YB_1X \end{pmatrix} P^{-1}P \begin{pmatrix} B_1^{-1} & B_1^{-1}X \\ 0 & 0 \end{pmatrix} P^{-1}A \\ &= Q^{-1} \begin{pmatrix} I_r & X \\ Y & YX \end{pmatrix} P^{-1}P \begin{pmatrix} I_r & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} Q \\ &= Q^{-1} \begin{pmatrix} I_r & 0 \\ Y & 0 \end{pmatrix} Q \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} BA(BA)^{\#} &= Q^{-1} \begin{pmatrix} B_1 & 0 \\ YB_1 & 0 \end{pmatrix} Q Q^{-1} \begin{pmatrix} B_1^{-1} & 0 \\ YB_1^{-1} & 0 \end{pmatrix} Q \\ &= Q^{-1} \begin{pmatrix} I_r & 0 \\ Y & 0 \end{pmatrix} Q \end{aligned}$$

$$B(AB)^{\#}A = BA(BA)^{\#}$$

$$\begin{aligned} \text{iv. } A(BA)^{\#} &= P \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} Q Q^{-1} \begin{pmatrix} B_1^{-1} & 0 \\ YB_1^{-1} & 0 \end{pmatrix} Q \\ &= P \begin{pmatrix} B_1^{-1} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} Q \\ (AB)^{\#}A &= P \begin{pmatrix} B_1^{-1} & B_1^{-1}Y \\ 0 & 0 \end{pmatrix} P^{-1}P \begin{pmatrix} I_r & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} Q \\ &= P \begin{pmatrix} B_1^{-1} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} Q \end{aligned}$$

$$A(BA)^{\#} = (AB)^{\#}A.$$

Lemma 3[2] Misalkan $A, X \in K^{n \times n}$. $X = A^{\#}$ jika dan hanya jika $AXA = A$ dan $AX = XA$ dan $\text{rank}(X) \leq \text{rank}(A)$.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Teorema 1 Misalkan $M = \begin{pmatrix} AC & B \\ C & 0 \end{pmatrix} \in K^{2l \times 2l}$. Jika $\text{rank}(B) \geq \text{rank}(C)$, maka:

- $M^{\#}$ ada jika dan hanya jika $\text{rank}(B) = \text{rank}(C) = \text{rank}(BC) = \text{rank}(CB)$
- Jika $M^{\#}$ ada, maka

$$M^{\#} = \begin{pmatrix} (BC)^{\pi} AC (BC)^{\#} & (BC)^{\#} - (BC)^{\pi} [AC (BC)^{\#}]^2 B \\ C (BC)^{\#} & -C (BC)^{\#} AC (BC)^{\#} B \end{pmatrix}$$

Bukti :

$$\text{rank}(M) = \text{rank} \begin{pmatrix} AC & B \\ C & 0 \end{pmatrix} = \text{rank} \begin{pmatrix} 0 & B \\ C & 0 \end{pmatrix} = \text{rank}(B) + \text{rank}(C)$$

$$\text{rank}(M^2) = \text{rank} \begin{pmatrix} ACAC + BC & ACB \\ CAC & CB \end{pmatrix} = \text{rank} \begin{pmatrix} BC & 0 \\ CAC & CB \end{pmatrix}$$

Pertama akan dibuktikan $M^\#$ ada.

Dari lemma 2, jika $\text{rank}(B) = \text{rank}(C) = \text{rank}(BC) = \text{rank}(CB)$, maka $CB(CB)^\#C = C$, sehingga $CAC = CB(CB)^\#CAC$, dan diperoleh

$$\text{rank} \begin{pmatrix} BC & 0 \\ CAC & CB \end{pmatrix} = \text{rank} \begin{pmatrix} BC & 0 \\ 0 & CB \end{pmatrix} = \text{rank}(BC) + \text{rank}(CB)$$

Jadi, $\text{rank}(M) = \text{rank}(B) + \text{rank}(C) = \text{rank}(BC) + \text{rank}(CB) = \text{rank}(M^2)$.

Karena $\text{rank}(M) = \text{rank}(M^2)$ maka $M^\#$ ada.

Akan dibuktikan $\text{rank}(B) = \text{rank}(C) = \text{rank}(BC) = \text{rank}(CB)$.

Diketahui bahwa $M^\#$ ada jika dan hanya jika $\text{rank}(M) = \text{rank}(M^2)$, sehingga diperoleh

$$\begin{aligned} \text{rank}(B) + \text{rank}(C) &= \text{rank} \begin{pmatrix} BC & 0 \\ CAC & CB \end{pmatrix} = \left[\begin{pmatrix} BC & 0 \\ 0 & C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I & 0 \\ AC & B \end{pmatrix} \right] \\ &\leq \begin{pmatrix} BC & 0 \\ 0 & C \end{pmatrix} = \text{rank}(BC) + \text{rank}(C). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{rank}(B) + \text{rank}(C) &= \text{rank} \begin{pmatrix} BC & 0 \\ CAC & CB \end{pmatrix} = \text{rank} \left[\begin{pmatrix} B & 0 \\ AC & I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C & 0 \\ AC & CB \end{pmatrix} \right] \\ &\leq \begin{pmatrix} C & 0 \\ 0 & CB \end{pmatrix} = \text{rank}(C) + \text{rank}(CB). \end{aligned}$$

Oleh karena itu $\text{rank}(B) \leq \text{rank}(BC)$, $\text{rank}(B) \leq \text{rank}(CB)$, sehingga

$$\text{rank}(B) = \text{rank}(BC) = \text{rank}(CB).$$

Karena $\text{rank}(B) \geq \text{rank}(C)$, maka $\text{rank}(B) = \text{rank}(C) = \text{rank}(BC) = \text{rank}(CB)$.

i. Jika $M^\#$ ada, maka akan ditunjukkan

$$G = \begin{pmatrix} (BC)^\pi AC (BC)^\# & (BC)^\# - (BC)^\pi [AC(BC)^\#]^2 B \\ C(BC)^\# & -C (BC)^\# AC(BC)^\# B \end{pmatrix} = M^\#.$$

Misalkan $G = \begin{pmatrix} X & Y \\ Z & W \end{pmatrix}$, akan dibuktikan $MG = GM$.

$$MG = \begin{pmatrix} AC & B \\ C & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X & Y \\ Z & W \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ACX + BZ & ACY + BW \\ CX & CY \end{pmatrix}$$

$$GM = \begin{pmatrix} X & Y \\ Z & W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} AC & B \\ C & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} XAC + YC & XB \\ ZAC + WC & ZB \end{pmatrix}$$

$$(MG)_{11} = (GM)_{11} = BC(BC)^\#$$

$$(MG)_{12} = (GM)_{12} = (BC)^\pi AC(BC)^\# B$$

$$(MG)_{21} = (GM)_{21} = 0$$

$$(MG)_{22} = (GM)_{22} = C(BC)^{\#}B$$

$$\text{Maka } MG = GM = \begin{pmatrix} BC(BC)^{\#} & (BC)^{\pi}AC(BC)^{\#}B \\ 0 & C(BC)^{\#}B \end{pmatrix}$$

Berdasarkan lemma 2 diperoleh

$$\begin{aligned} MGM &= \begin{pmatrix} AC & B \\ C & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X & Y \\ Z & W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} AC & B \\ C & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} AC & B \\ C & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} BC(BC)^{\#} & (BC)^{\pi}AC(BC)^{\#}B \\ 0 & C(BC)^{\#}B \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} ACBC(BC)^{\#} & AC(BC)^{\pi}AC(BC)^{\#}B + BC(BC)^{\#}B \\ CBC(BC)^{\#} & C(BC)^{\pi}AC(BC)^{\#}B \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} AC & B \\ C & 0 \end{pmatrix} \\ MGM &= M \end{aligned}$$

Dengan cara yang sama seperti diatas diperoleh $GMG = G$.

Karena $MG = GM$, $MGM = M$, dan $GMG = G$, maka

$$G = \begin{pmatrix} (BC)^{\pi}AC(BC)^{\#} & (BC)^{\#} - (BC)^{\pi}[AC(BC)^{\#}]^2B \\ C(BC)^{\#} & -C(BC)^{\#}AC(BC)^{\#}B \end{pmatrix} = M^{\#} \text{ adalah invers grup dari } M.$$

Teorema 2 Misalkan $M = \begin{pmatrix} AB & B \\ C & 0 \end{pmatrix} \in K^{2l \times 2l}$ dan $\text{rank}(B) \leq \text{rank}(C)$, $AB = BA$, maka:

- $M^{\#}$ jika dan hanya jika $\text{rank}(B) = \text{rank}(C) = \text{rank}(BC) = \text{rank}(CB)$.
- Jika $M^{\#}$ ada, maka

$$M^{\#} = \begin{pmatrix} B(CB)^{\#}A - B(CB)^{\#}AB(CB)^{\#}B & B(CB)^{\#} \\ F & -(CB)(CB)^{\#}AB(CB)^{\#} \end{pmatrix}$$

dengan $F = -(CB)(CB)^{\#}AB(CB)^{\#}A + (CB)^{\#}B - (CB)[(CB)^{\#}AB]^2(CB)^{\#}B$.

Bukti:

- Karena $AB = BA$ diperoleh

$$\begin{pmatrix} AB & B \\ C & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} BA & B \\ C & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & -A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} AB & C \\ B & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A & I \\ I & 0 \end{pmatrix} = PNP^{-1}$$

dengan $P = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & -A \end{pmatrix}$, $N = \begin{pmatrix} AB & C \\ B & 0 \end{pmatrix}$.

Jadi $M^{\#}$ ada jika dan hanya jika $N^{\#}$ ada.

Berdasarkan teorema 1, $\begin{pmatrix} AB & C \\ B & 0 \end{pmatrix}^{\#}$ ada jika dan hanya jika

$$\text{rank}(B) = \text{rank}(C) = \text{rank}(BC) = \text{rank}(CB).$$

Jadi $M^{\#}$ ada jika dan hanya jika $\text{rank}(B) = \text{rank}(C) = \text{rank}(BC) = \text{rank}(CB)$.

ii. Jika $M^\#$ ada maka $M^\# = PN^\#P^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} AB & C \\ B & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A & I \\ I & 0 \end{pmatrix}$

Berdasarkan teorema 1, $N^\# = \begin{pmatrix} (BC)^\pi A - B(BC)^\# & (BC)^\# - (BC)^\pi [AC(BC)^\#]^2 B \\ C(BC)^\# & -C(BC)^\# AC(BC)^\# B \end{pmatrix}$

Sehingga

$$M^\# = PN^\#P^{-1} = \begin{pmatrix} B(CB^\#)A - B(CB)^\# AB(CB)^\# B & B(CB^\#) \\ F & -(CB)(CB)^\# AB(CB)^\# \end{pmatrix}$$

dengan $F = -(CB)(CB)^\# AB(CB)^\# A + (CB)^\# B - (CB)[(CB)^\# AB]^2 (CB)^\# B$.

Berdasarkan teorema 1, untuk $A = I$, maka $M = \begin{pmatrix} C & B \\ C & 0 \end{pmatrix}$, sehingga dapat diperoleh akibat berikut.

Akibat 1 Misalkan $M = \begin{pmatrix} A & B \\ A & 0 \end{pmatrix} \in K^{2l \times 2l}$ dan $\text{rank}(B) \geq \text{rank}(A)$ maka

- i. $M^\#$ ada jika dan hanya jika $\text{rank}(B) = \text{rank}(A) = \text{rank}(BA) = \text{rank}(AB)$
- ii. Jika $M^\#$ ada, maka

$$M^\# = \begin{pmatrix} (BA)^\pi A(BA)^\# & (BA)^\# - (BC)^\pi [A(BA)^\#]^2 B \\ A(BA)^\# & -A(BA)^\# A(BA)^\# B \end{pmatrix}$$

Kemudian berdasarkan teorema 2, untuk $A = I$ maka $M = \begin{pmatrix} B & B \\ C & 0 \end{pmatrix}$, sehingga diperoleh akibat berikut.

Akibat 2 Misalkan $M = \begin{pmatrix} A & A \\ B & 0 \end{pmatrix}^{2l \times 2l}$ dan $\text{rank}(B) \leq \text{rank}(A)$, maka

- i. $M^\#$ ada jika dan hanya jika $\text{rank}(B) = \text{rank}(A) = \text{rank}(AB) = \text{rank}(BA)$
- ii. Jika $M^\#$ ada, maka

$$M^\# = \begin{pmatrix} A(BA)^\# - A(BA)^\# A(BA)^\# A & A(BA)^\# \\ F & -(BA)(BA)^\# A(BA)^\# \end{pmatrix}$$

dengan $F = -(BA)(BA)^\# A(BA)^\# + (BA)^\# A - (BA)[(BA)^\# A]^2 (BA)^\# A$.

PUSTAKA

- [1] Wajin Zhuang, *An introduction to algebra generalized inverse*, [M], Beijing: Science press, 2011.
- [2] Bu, K. Zhang, J. Zhao. Some results on the group inverse of the block matrix with a sub-block of linear combination or product combination of matrices over skew fields, *Linear and Multiyear Algebra*, 2010, 58: 957-966.
- [3] X. Chen, R.E. Hartwig, Group inverse of a triangular matrix, *Linear Algebra*, 1996, 237 : 97-108.
- [4] J. Wang & X. Fan, 2013, Some Results on The Group Inverse of Block Matrix Over Skew Fields, *Inter. Research J. of Pure Algebra-3*(12), 347 -351

PELABELAN TOTAL SISI AJAIB SUPER PADA GRAF CORONA-LIKE UNICYCLIC

SUPER EDGE MAGIC TOTAL LABELING IN THE CORONA-LIKE UNICYCLIC

Rolan Pane^{1*}, Asli Sirait², Kurniawan³,

¹Dosen jurusan matematika FMIPA UNRI

²Dosen Jurusan Matematika FMIPA UNRI

³Alumni Jurusan matematika FMIPA UNRI

*Rolan .Pane@gmail.com

ABSTRACT

We discuss the super edge magic total labeling in the corona-like unicyclic graph by reordering the grid points on the trajectory, followed by the transformation to the edges. A new variation is obtained from the super edge magic total labeling.

Keywords: *Corona-like unicyclic graph, edge magic total labeling, super edge magic total labeling.*

ABSTRAK

Pada artikel ini pelabelan total sisi ajaib super pada graf *corona-like unicyclic* didiskusikan dengan melakukan proses penataan ulang titik pada lintasan *grid*, kemudian dilanjutkan dengan melakukan transformasi pada sisi-sisinya. Variasi baru diperoleh dari pelabelan total sisi ajaib super.

Kata kunci: *Graf corona-like unicyclic, pelabelan total sisi ajaib, pelabelan total sisi ajaib super.*

PENDAHULUAN

Substansi dari graf adalah adanya titik dan sisi, dimana jika dua titik dihubungkan dengan suatu sisi pada suatu graf maka dapat diberi nilai atau bobot. Graf adalah pasangan himpunan (V, E) dengan V adalah himpunan tidak kosong dan berhingga dari obyek-obyek yang disebut sebagai titik dan E adalah himpunan pasangan tak berurutan dari titik-titik berbeda di V yang disebut sebagai sisi [1]. Suatu graf dapat dikenai pelabelan, yaitu pelabelan titik dan pelabelan sisi. Dari kedua pelabelan dapat ditentukan pelabelan total dan pelabelan ajaib. Suatu graf mempunyai pelabelan ajaib jika memiliki jumlah pelabelan pada dua titik dengan sisi yang menghubungkan kedua titik tersebut dengan suatu konstanta dan tidak tergantung pada pemilihan titik. Pelabelan graf secara umum dapat diterapkan pada berbagai macam graf seperti graf ulat, graf bintang, dan graf *cycle*. Selain itu ada juga graf *unicyclic* yaitu graf *cycle-like unicyclic* dan graf *corona-like unicyclic*. Graf *corona-like unicyclic* merupakan pengembangan dari graf *cycle-like unicyclic*. Pada graf *corona-like unicyclic* dapat dilakukan pelabelan pada sisi dan titiknya. Selain itu dari hasil pelabelannya dapat dibentuk beberapa pengembangannya, yaitu variasi jenis baru dari pelabelan. Disini dibahas tentang pelabelan total sisi ajaib super pada graf *corona-like unicyclic* yang merupakan review dari artikel yang ditulis oleh Adidarma Sepang dan kawan-kawan yang berjudul "*Edge Magic Total Labeling on Unicyclic Graph*".

PELABELAN GRAF

Pelabelan graf menurut Baskoro [2] adalah pemberian nilai (dengan bilangan integer positif) pada titik atau sisi dari suatu graf sehingga memenuhi kondisi tertentu. Kotzig dan Rosa [3] mendefinisikan pelabelan ajaib adalah fungsi bijektif ke himpunan bilangan integer positif yang berbeda sehingga penjumlahan semua label sisi yang *incident* terhadap suatu titik akan sama yang disebut sebagai konstanta ajaib. Pelabelan titik ajaib pada graf $G(V, E)$ adalah fungsi bijektif f dari $V = \{v_1, v_2, \dots, n\}$ ke himpunan bilangan bulat $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ sehingga untuk seberang sisi (uv) pada graf G berlaku $f(u) + f(v) = k$, untuk suatu konstanta k . Pelabelan sisi ajaib pada graf $G(V, E)$ adalah fungsi bijektif f dari $E = \{e_1, e_2, \dots, n\}$ ke himpunan bilangan bulat $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ sehingga untuk sebarang sisi (uv) pada graf G berlaku jumlah $f(uv) = k$, untuk suatu konstanta k , k disebut konstanta ajaib pada graf G .

Definisi 1 [4] Pelabelan total sisi ajaib pada graf $G(V, E)$ adalah fungsi bijektif f yang bersifat satu-satu dari $V(G) \cup E(G)$ ke himpunan bilangan integer $\{1, 2, 3, \dots, v + e\}$, sehingga jika uv adalah sebarang sisi pada graf G maka berlaku $f(u) + f(uv) + f(v) = k$, dengan suatu konstanta k , dimana k disebut jumlah konstanta ajaib dari graf G .

PELABELAN TOTAL SISI AJAIB SUPER PADA GRAF CORONA-LIKE UNICYCLIC

Graf *corona-like unicyclic* ditulis $C_n \bullet \overline{K_r}$, artinya graf *corona-like unicyclic* terdiri dari graf *cycle* dengan n titik dan pada setiap titiknya ditambahkan r daun [5]. Derajat setiap titik pada graf *cycle* menjadi $2 + r$ dan derajat titik lainnya adalah 1. Graf *corona-like unicyclic* memiliki titik dalam dan titik luar. Titik dalam berada pada lintasan *cycle* sedangkan titik luar berada pada ujung-ujung daun yang *adjacent* dengan titik pada lintasan *cycle*.

Lemma 2 [6] Graf G dengan titik V dan sisi E adalah graf total sisi ajaib super jika dan hanya jika terdapat pemetaan bijektif f dari $V(G) \cup E(G)$ ke himpunan bilangan bulat $\{1, 2, 3, \dots, v + e\}$ sehingga himpunan $S = \{f(u) + f(v) | uv \in E(G)\}$. Dalam hal ini f diperluas menjadi suatu pelabelan sisi ajaib super pada graf G dengan konstanta ajaib $k = u + v + s$ dimana $s = \min(S)$ dan $S = \{k - (v + 1), k - (v + 2), \dots, k - (u + v)\}$.

Bukti :

Asumsikan bahwa suatu fungsi f ada dan misalkan $uv \in E(G)$ sehingga $f(u) + f(v) = \min(S) = s$. Kemudian perluas fungsi f sehingga domainnya menjadi $V(G) \cup E(G)$ dengan cara mendefinisikan $f(uv) = u + v + s - f(u) - f(v)$ untuk setiap sisi uv di graf G . Sehingga diperoleh $f(E(G)) = \{v + 1, v + 2, \dots, (u + v)\}$.

Sebaliknya, jika suatu graf G adalah sisi ajaib super dengan f adalah suatu pelabelan sisi ajaib super dengan suatu konstanta ajaib k , sehingga diperoleh $S = \{k - f(uv) | uv \in E(G)\} = \{k - (u + 1), k - (u + 2), \dots, k - (u + v)\}$.

Teorema 3 [5] Setiap graf *corona-like unicyclic* adalah graf total sisi ajaib super.

Bukti :

Misalkan graf G adalah graf *corona-like unicyclic* dengan v_i adalah titik dalam pada lintasan *cycle*, dengan $i = 1, \dots, n$ dan i adalah bilangan titik terluar pada setiap titik v_i dimana $V(C_n \bullet \overline{K_r}) = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ dan $V(C_n \bullet \overline{K_r}) = \{v_i v_{i+1} : i = 1, \dots, n-1\} \cup \{v_n v_1\}$, dan v_j^i adalah titik terluar dari titik v_i , dengan $i = 1, 2, \dots, n$ dan $j = 1, \dots, r$. Pelabelan pada titik dalam sebagai berikut,

$$f(v_i) = 1 + \frac{(i-1)(r+1)}{2}, i \text{ ganjil}$$

$$f(v_i) = 1 + \frac{(n+i-2)(r+1)}{2}, i \text{ genap} \quad (1)$$

Pelabelan pada titik luar sebagai berikut,

$$f(v_j^i) = 1 + \frac{(n+i-2)(r+1)}{2} + j, i \text{ ganjil}$$

$$f(v_j^i) = 1 + \frac{(i-2)(r+1)}{2} + j, i \text{ genap} \quad (2)$$

Dari Lemma 2, diperoleh suatu pelabelan total sisi ajaib super pada graf *corona-like unicyclic* jika bobot sisi $W_j = \{f(u) + f(v), uv \in E\}$ dari suatu bilangan integer yang terurut. Misalkan f adalah suatu pelabelan total sisi ajaib super dari graf $V_1 = (C_n \bullet \overline{K_r})$ dengan konstanta ajaib . Diberikan f suatu graf $V_{j+1}, j \in \{1, 2, \dots, p\}$ adalah hasil dari proses transformasi sisi dengan mengganti sisi (u, v) pada V_1 dengan sisi (u', v') .

Himpunan dari V_j dapat dipartisi kedalam dua subkelas yang berbeda yaitu,

$$V_1^j = \{v_i \in V(U_j) | i \text{ ganjil}\}$$

$$V_2^j = \{v_i \in V(U_j) | i \text{ genap}\}$$

Titik u dan v terdapat pada subkelas yang berbeda, jika u dan v saling terhubung satu sama lain. Perlu dicatat bahwa v_1 dan v_n akan berada pada satu kelas yang sama jika n ganjil. Namun, transformasi sisi tidak dilakukan untuk $v_1 v_n$.

Definisikan $d(u, u')$ sebagai jarak (jumlah sisi pada lintasan minimum) dari u ke u' di $C_n \bullet \overline{K_r}$. Ada dua kasus sebagai berikut :

Kasus I

u ke u' pada subkelas yang berbeda

$$f(u') = f(v) - \frac{d(u, u') + 1}{2}$$

$$f(v') = f(u) + \frac{d(u, u') + 1}{2}$$

Kasus 2

u ke u' pada subkelas yang sama

1. $u \in V_1$

$$f(u') = f(v) - \frac{d(u, u') + n + 1}{2}$$

$$f(v') = f(u) + \frac{d(u, u') + n + 1}{2}$$

2. $u \in V_2$

$$f(u') = f(v) + \frac{n - d(u, u') - 1}{2}$$

$$f(v') = f(u) - \frac{n - d(u, u') - 1}{2}$$

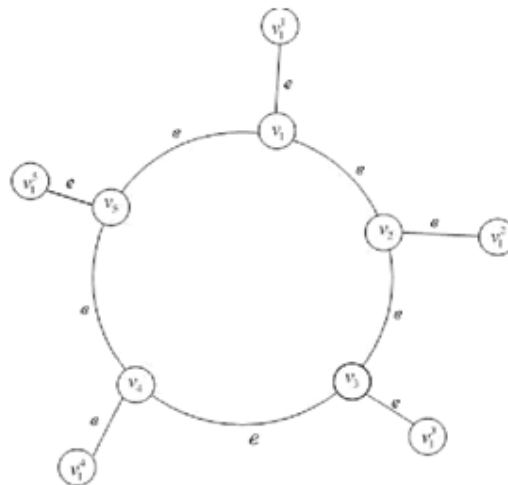
Untuk dua kasis ini diperoleh $f(u) + f(v) = f(u') + f(v')$. Dengan menggunakan Lemma 2 dapat disimpulkan bahwa V_{j+1} adalah graf total sisi ajaib super, dimana $j = 0, 1, 2, \dots, p$. Jadi semua *corona-like unicyclic* adalah graf total sisi ajaib super.

Contoh 1

Tentukan pelabelan total sisi ajaib super pada graf *corona-like unicyclic* $C_5 \bullet \overline{K_1}$. Kemudian lakukan transformasi sisi sehingga diperoleh variasi baru dari pelabelan total sisi ajaib super pada graf *corona-like unicyclic* $C_5 \bullet \overline{K_1}$.

Penyelesaian :

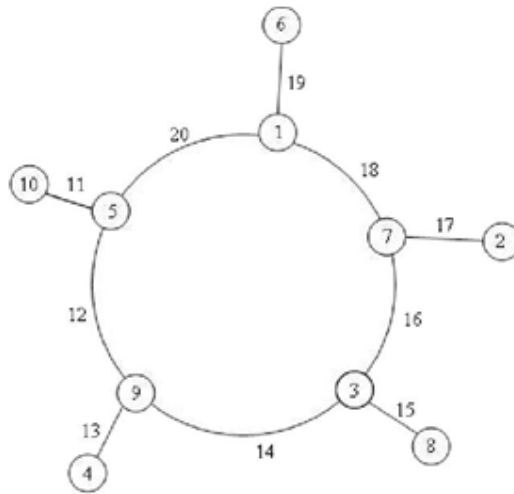
Graf *corona-like unicyclic* $C_5 \bullet \overline{K_1}$ dengan titik dalam yaitu v_1, v_2, v_3, v_4, v_5 dan titik luarnya yaitu $v_1^1, v_1^2, v_1^3, v_1^4, v_1^5$, dapat dilihat pada Gambar 1 berikut.



Gambar 1: Graf *corona-like unicyclic* $C_5 \bullet \overline{K_1}$

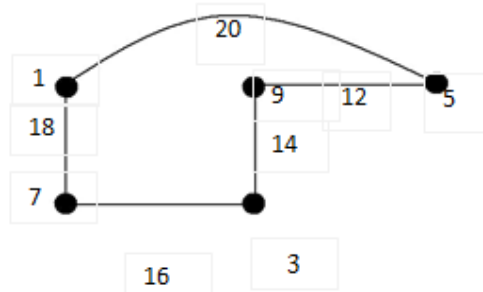
Dengan menggunakan rumus (1) diperoleh pelabelan titik dalam sebagai berikut, $f(v_1) = 1$, $f(v_2) = 7$, $f(v_3) = 3$, $f(v_4) = 9$, $f(v_5) = 5$, dengan rumus (2) diperoleh pelabelan titik luarnya sebagai berikut $f(v_1^1) = 6$, $f(v_1^2) = 2$, $f(v_1^3) = 8$, $f(v_1^4) = 4$, $f(v_1^5) = 10$.

Diperoleh hasil pelabelannya terlihat pada Gambar 2 berikut.



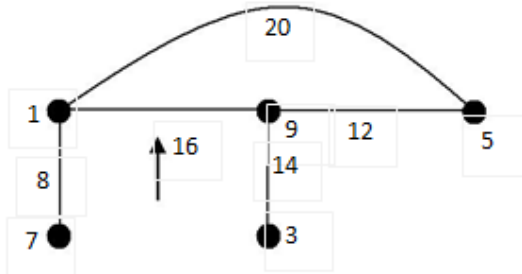
Gambar 2: Pelabelan total sisi ajaib super graf *corona-like unicyclic* $C_5 \bullet \overline{K_1}$

Kemudian dari hasil pelabelan yang diperoleh dilakukan penataan ulang titik pada lintasan grid, terlihat pada Gambar 3 berikut.



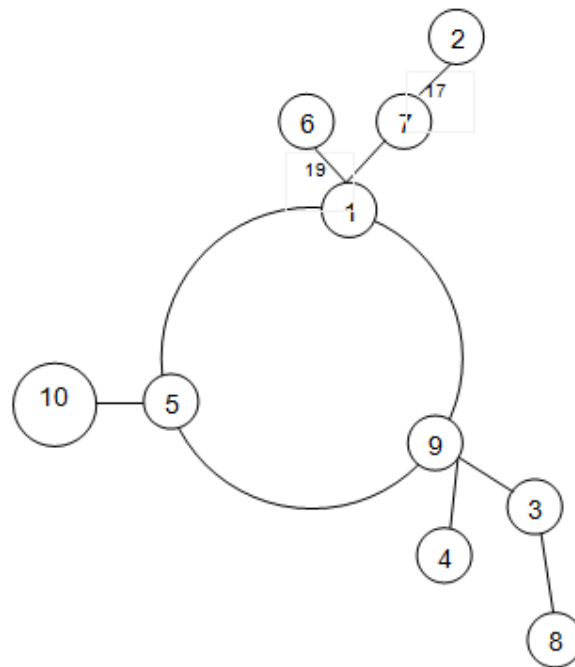
Gambar 3: Penataan ulang titik pada lintasan *grid*

Selanjutnya dilakukan transformasi sisi, terlihat pada Gambar 4 berikut.



Gambar 4: Hasil transformasi sisi

Dari hasil transformasi sisi diperoleh variasi baru dari pelabelan total sisi ajaib super pada graf *coronoa-like unicyclic* $C_5 \bullet \overline{K_1}$ dapat dilihat pada Gambar 5 berikut.



Gambar 5: Variasi baru pelabelan total sisi ajaib super graf *corona-like unicyclic* $C_5 \bullet \overline{K_1}$

PUSTAKA

- [1] Chartrand, G. and L. Lesniak. 1986. *Graph and Digraph*. 3rd Edition. Wadsworth, Inc., California.
- [2] Baskoro, E. T. 2007. *Mengenalkan Indonesia Melalui teori Graf*. Pidato Ilmiah Guru Besar ITB. Majelis Guru Besar ITB. ITB, Bandung.
- [3] Kotzig, A and A. Rosa. 1970. *Magic Valuations of Finite Graphs*. Canada. Math. Bull. 13: 451-461.
- [4] Wallis, W. D. Baskoro, E. T. Miller and Slamin. 2000. *Edge Magic Total Labeling*, *Australian Journal of Combinatorics*. Volume. 22: 1-15.
- [5] Sepang, A. Herawati, P. A and Sugeng, K. A. 2008. *Super Edge Magic Total Labeling on Unicyclic Graphs*. *Makara Sains*. Volume. 12: 31-36.
- [6] Figuerora-Centeno, R. M. and F. A. Muntaner-Batle. 2000. *The Place of Super Edge Magic Labeling Among Other Classes of Labelings*. *Discrete Math. Compute*. 231: 153-168.

OPTIMASI PENJADWALAN ARMADA PESAWAT TERBANG: STUDI KASUS DI PT CITILINK INDONESIA

OPTIMIZATION OF AIRCRAFT SCHEDULE: A CASE STUDY IN PT CITILINK INDONESIA

Suzi Sehati¹, Amril Aman^{2*}, Farida Hanum³

Departemen Matematika FMIPA IPB, Bogor^{1,2,3}

*amril.aman@gmail.com

ABSTRACT

Optimization of flight planning is an important step required to maximize profits. The stages above mentioned are: flight scheduling, fleet assignment, aircraft routing, crew scheduling, and manpower planning. In this paper, the fleet assignment stage was discussed. In general, airlines have a fleet of aircrafts with different sets of operating costs, passenger capacity, and the number of aircrafts available. The fleet scheduling of aircrafts was intended to minimize operational cost involved, via method of integer programming. This work was applied in the PT Citilink airline company, having 29 aircrafts and serving 104 flights connecting 19 cities in Indonesia. The results showed that the company only need to allocate 20 aircrafts to obtain the optimal solution as intended in this study.

Keywords: Aircraft, Fleet Assignment, Integer Programming, Scheduling

ABSTRAK

Optimasi perencanaan penerbangan merupakan tahapan penting yang harus dilakukan perusahaan untuk memaksimalkan keuntungan. Beberapa tahapan dalam optimasi perencanaan penerbangan tersebut antara lain ialah penjadwalan penerbangan, penjadwalan armada pesawat terbang, penentuan rute pesawat terbang, penjadwalan kru, hingga perencanaan sumber daya manusia. Dalam tulisan ini, dibahas salah satu tahapan perencanaan, yaitu penjadwalan/penugasan armada pesawat terbang. Pada umumnya, perusahaan penerbangan memiliki sejumlah armada pesawat terbang dengan karakteristik (biaya operasional, kapasitas penumpang, ketersediaan pesawat) yang berbeda. Masalah penjadwalan armada pesawat yang meminimumkan biaya dalam tulisan ini dimodelkan ke dalam integer programming. Implementasi model dilakukan pada masalah penjadwalan armada PT Citilink yang memiliki 29 pesawat dan melayani 104 penerbangan antar-19 kota di Indonesia. Dengan model ini diperoleh bahwa solusi optimal penugasan armada hanya memerlukan 20 pesawat untuk melayani semua penerbangan.

Katakunci: Integer Programming, Penjadwalan, Pesawat Terbang, Penugasan Armada Pesawat

PENDAHULUAN

Pengaturan manajemen perusahaan penerbangan umumnya lebih banyak difokuskan pada hal-hal operasional; antara lain optimasi perencanaan penerbangan. Dalam [1] telah dibahas bahwa langkah-langkah yang dilakukan dalam optimasi perencanaan penerbangan adalah melakukan penjadwalan penerbangan, penugasan armada pesawat terbang, penentuan rute pesawat terbang, penjadwalan kru pesawat terbang, hingga perencanaan *manpower*. Dalam perencanaan penerbangan, penugasan armada pesawat terbang merupakan langkah awal dimulainya penghitungan biaya

operasional sehingga tahapan ini sangat memengaruhi tingkat efektivitas dan efisiensi penerbangan.

Setiap armada pesawat terbang memiliki karakteristik yang berbeda sehingga biaya untuk menerbangkannya akan berbeda. Pengoptimuman biaya inilah yang menjadi tujuan dari penentuan penugasan armada pesawat terbang. Masalah penentuan jenis armada pesawat penerbangan biasanya diformulasikan untuk siklus satu hari yang berulang dalam satu minggu, seperti dalam [2], sedangkan dalam [3] dibahas mengenai algoritme untuk ukuran penerbangan dan permasalahan *mix vehicle routing*. Algoritme yang diusulkan awalnya akan menghasilkan rute-rute dalam jumlah besar untuk satu atau dua pesawat. Rute-rute yang terpilih dan pesawatnya nantinya akan dioptimalkan sebagai solusi. Papadoks, dalam [4], memperkenalkan model penjadwalan penerbangan terintegrasi yang besarnya jumlah penerbangan dapat direduksi dengan menggabungkan dekomposisi Benders dan teknik pembangkitan kolom. Pendekatan yang lebih terintegrasi akan menurunkan biaya secara signifikan.

Dalam tulisan ini akan digunakan model matematik dari *fleet assignment* dengan siklus satu hari yang berulang dalam satu minggu dengan memperhatikan 3 biaya utama, yaitu biaya operasional, biaya kehilangan penumpang, dan *recapture rate*. Model matematik tersebut dinyatakan dalam bentuk *integer programming* kemudian diselesaikan dengan *software* LINGO 11.0. Model tersebut diimplementasikan ke dalam masalah penugasan armada pesawat PT Citilink Indonesia.

PEMODELAN

Pada tulisan ini akan diterapkan model dasar dari *fleet assignment*. *Fleet assignment* adalah langkah kedua dalam optimasi perencanaan penerbangan. Perencanaan jadwal penerbangan diawali dengan membuat jadwal penerbangan awal dengan membuat *flight leg*. *Flight leg* adalah sebuah penerbangan nonstop antara bandara asal menuju bandara tujuan, misalkan CGK (Jakarta) - DPS (Bali). Mencocokkan *flight leg* dengan kapasitas armada yang dimiliki agar *demand* penumpang yang telah diramalkan terpenuhi disebut dengan *fleet assignment*. Tujuan utama dalam proses ini adalah memaksimalkan kontribusi keuntungan dari setiap armada. Kontribusi keuntungan (*profit contribution*) adalah pendapatan maksimum dari *flight leg* dikurangi dengan biaya penugasan. Hal-hal yang termasuk dalam biaya penugasan adalah biaya operasional armada, biaya mengangkut penumpang, biaya yang timbul akibat adanya penumpang yang tidak terangkut.

2.1 Struktur Biaya

Hal yang menjadi pertimbangan penting dalam penugasan armada adalah tingkat permintaan. Penggunaan armada dengan kapasitas besar untuk *demand* yang rendah akan mengakibatkan banyaknya kursi yang kosong yang disebut *low load-factor*. Penggunaan armada dengan kapasitas yang kecil untuk *demand* yang tinggi mengakibatkan adanya calon penumpang yang tidak terangkut. Calon penumpang yang tidak terangkut mengakibatkan adanya pendapatan yang hilang (*spill cost*). Dalam [1] dijelaskan bahwa biaya kehilangan tersebut dapat dihitung dengan cara sebagai berikut:

Biaya kehilangan yang diharapkan = banyaknya penumpang tidak terangkut yang diharapkan $\times$ RASM $\times$ jarak penerbangan. *Revenue per available seat mile* (RASM) adalah pendapatan dari menerbangkan banyaknya kursi penumpang yang

tersedia. Banyaknya penumpang tidak terangkut yang diharapkan = $\int_c^{\infty} (x-c)f(x) dx$, dengan c adalah kapasitas armada untuk penumpang dan $f(x)$ adalah sebaran peluang untuk *demand*.

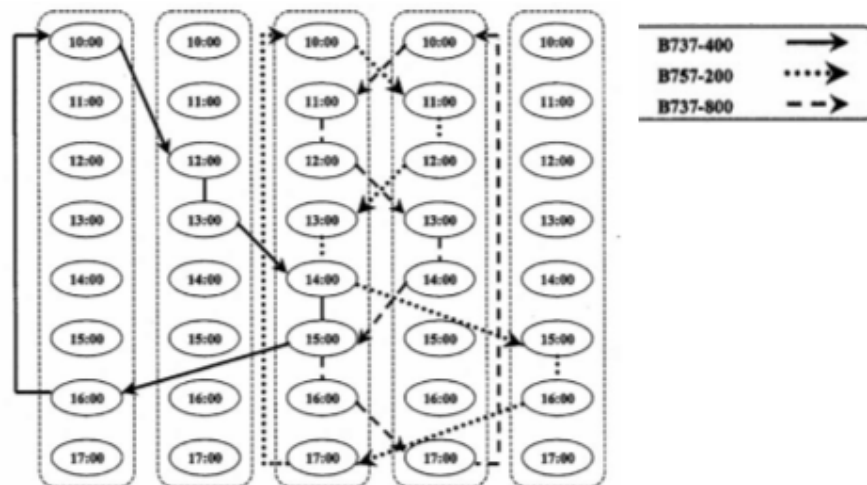
Calon penumpang yang tidak terangkut mungkin akan beralih ke kelas lain yang masih tersedia, mengambil jadwal penerbangan selanjutnya atau sebelumnya dan mungkin akan menggunakan jasa maskapai penerbangan lainnya. Bila calon penumpang tersebut menggunakan jasa maskapai penerbangan lain maka akan dihitung menjadi *spill cost*. Apabila calon penumpang memilih untuk pindah ke kelas yang masih tersedia atau memilih jadwal penerbangan selanjutnya atau sebelumnya artinya tidak terjadi biaya kehilangan maka disebut dengan *recapture rate*. Jadi *recapture rate* adalah persentase mendapatkan kembali calon penumpang yang hampir hilang, sehingga *Total spill cost* = *Expected spill cost* $\times$ (1 - *recapture rate*).

2.2 Teknik Jaringan Ruang-Waktu

Fokus utama dari *fleet assignment* adalah jenis armada untuk setiap *flight leg*. Teknik jaringan ruang-waktu (*time-space network*) digunakan untuk membuat dan mempermudah melihat model penjadwalan dan rute penerbangan armada. Tiap jaringan menunjukkan pergerakan satu jenis armada dengan periode waktu dan bandara tertentu. Terdapat dua komponen penting dalam jaringan ruang-waktu yaitu *node* dan *arc*. *Node* menunjukkan suatu bandara pada waktu tertentu sedangkan *arc* menunjukkan aktivitas penerbangan seperti penerbangan, landasan dan tinggal semalaman (*stay overnight*).

Kota A Kota B Kota C Kota D Kota E keterangan:

Kota A Kota B Kota C Kota D Kota E keterangan:



Gambar 1 Contoh teknik jaringan ruang-waktu

Gambar 1 memperlihatkan terdapat 2, 2, 8, 6, 2 *node* di Kota A, B, C, D, E secara berurutan. Untuk Kota A, garis hitam menunjukkan armada B737-400 memulai penerbangan pada pukul 10.00 – 12.00 untuk *flight leg* Kota A - Kota B, selang 1 jam dari pukul 12.00 -13.00 disebut *turn-around time* (waktu minimum yang dibutuhkan sebuah

pesawat mulai dari pesawat tersebut mendarat hingga siap untuk diberangkatkan kembali). Selanjutnya armada mendarat di Kota C pada pukul 14.00 lalu melanjutkan perjalanan kembali ke Kota A pada pukul 15.00 dan tiba pada pukul 16.00. Garis yang menghubungkan *node* 16.00 (*node* terakhir) dengan *node* 10.00 (*node* pertama) disebut *wrap-around arc* yang menunjukkan pesawat yang harus bermalam di bandara.

2.3 Model Matematik

Misalkan suatu maskapai penerbangan memiliki armada pesawat yang terdiri atas beberapa jenis pesawat. Maskapai tersebut melayani sejumlah penerbangan (*flight leg*) yang menghubungkan beberapa kota. Akan ditentukan penjadwalan armada pesawat (*fleet assignment*) yang meminimumkan biaya. Untuk membatasi permasalahan penugasan armada pesawat terbang, maka digunakan beberapa asumsi antara lain:

1. satu siklus terdiri atas 1 hari (24 jam) yang berulang dalam 1 minggu,
2. tidak ada *deadheading*, artinya pesawat tidak boleh terbang dalam keadaan tanpa penumpang. Implikasinya pesawat yang bermalam di suatu bandara tidak harus pesawat yang sama dengan yang digunakan di pagi hari asalkan armadanya sama,
3. banyak pesawat dari setiap armada terbatas,
4. tingkat permintaan dan standar deviasi untuk setiap *flight leg* diketahui,
5. jenis penerbangan adalah penerbangan langsung tanpa transit,
6. waktu minimum yang dibutuhkan pesawat mulai mendarat hingga dapat terbang kembali (*turn around time*) tidak diperhitungkan.

Masalah *fleet assignment* dalam tulisan ini diformulasikan bentuk *integer linear programming* (ILP). Himpunan, indeks, parameter, dan variabel keputusan yang digunakan dalam model ini ialah sebagai berikut.

Himpunan dan indeks: F ialah himpunan nomor penerbangan, dengan indeks i , K ialah himpunan jenis armada, dengan indeks j , M ialah himpunan *node* yang ada dalam jaringan, dengan indeks k , C ialah himpunan *node* pertama, himpunan bagian dari M , dengan $C \subseteq M$ dan indeks l , dan D ialah himpunan *node* terakhir, dengan $D \subseteq M$ dan indeks n .

Parameter:

B_{ij} = biaya menggunakan armada jenis j untuk penerbangan i

N_j = banyaknya pesawat dari armada jenis j yang tersedia

$S_{i,k} = \begin{cases} +1, & \text{jika pesawat dengan nomor penerbangan } i \text{ tiba di } \textit{node} k \\ -1, & \text{jika pesawat dengan nomor penerbangan } i \text{ pergi dari } \textit{node} k \end{cases}$

Variabel keputusan:

$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{jika nomor penerbangan } i \text{ menggunakan armada jenis } j \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases}$

G_{kj} = banyaknya armada jenis j di *node* k

Fungsi Objektif:

Fungsi objektif dari masalah ini ialah meminimumkan total biaya yang dikeluarkan maskapai penerbangan untuk menerbangkan berbagai jenis armada yang dimiliki untuk setiap jadwal penerbangan yang telah disediakan dalam satu hari, yaitu

$$\text{Meminimumkan } \sum_{j \in K} \sum_{i \in F} B_{i,j} x_{i,j}$$

Kendala:

Kendala pada permasalahan ini ialah sebagai berikut:

- 1 Setiap penerbangan hanya dapat dilayani oleh satu jenis armada: $\sum_{j \in K} x_{i,j} = 1; \forall i \in F$
- 2 Kekontinuitasan armada untuk setiap *node* kecuali *node* pertama: $G_{k-1,j} + \sum_{i \in F} S_{i,k} x_{i,j} = G_{k,j}; \forall k \in M, k \notin C, \forall j \in K$
- 3 Kekontinuitasan armada di *node* pertama, banyaknya pesawat di pagi hari (*node* 1) sama dengan banyak pesawat yang berada di *node* terakhir ditambah banyaknya pesawat yang datang ke *node* 1 dan dikurangi banyaknya pesawat yang pergi dari *node* 1: $G_{n,j} + \sum_{i \in F} S_{i,l} x_{i,j} = G_{l,j}; \forall l \in C, \forall n \in D, \forall j \in K$.
- 4 Banyaknya pesawat yang digunakan tidak melebihi banyaknya pesawat yang dimiliki maskapai penerbangan untuk setiap jenis armada: $\sum_{n \in D} G_{n,j} \leq N_j; \forall j \in K$.
- 5 Batasan variabel keputusan: $x_{i,j} \in \{0,1\}; \forall i \in F, \forall j \in K$, dan $G_{k,j}$ adalah *integertaknegatif*: $G_{k,j} \in \mathbb{Z}^+; \forall k \in M, \forall j \in K$

STUDI KASUS

Studi kasus yang dilakukan pada tulisan ini yaitu masalah penjadwalan armada pada maskapai penerbangan PT Citilink Indonesia. Data yang digunakan ialah data penerbangan yang diambil dari *website* resmi Citilink. Data yang tersedia ialah jadwal penerbangan antarkota per hari yang meliputi nomor penerbangan, bandar udara keberangkatan dan kedatangan, waktu keberangkatan dan kedatangan pada bandar udara, jenis armada, jumlah pesawat untuk setiap armada, serta harga tiket pesawat yang tidak akan dicantumkan dalam penelitian ini.

Pada penelitian ini jadwal penerbangan yang akan diambil sebagai masukan adalah jadwal penerbangan untuk tanggal 11 Oktober 2013. Citilink melayani 104 penerbangan antar-19 kota di Indonesia untuk tanggal tersebut. Sembilan belas kota tersebut adalah Jakarta (CGK), Surabaya (SUB), Medan (MES), Bali (DPS), Lombok (LOP), Palembang (PLM), Semarang (SRG), Makassar (UPG), Padang (PDG), Jambi (DJB), Malang (MLG), Yogyakarta (JOG), Bengkulu (BKS), Balikpapan (BPN), Pekanbaru (PKU), Tanjung Pandan (TJQ), Pangkalpinang (PGK), Batam (BTH), Banjarmasin (BDJ).

Maskapai penerbangan Citilink menggunakan tiga jenis armada yaitu Airbus A320 sebanyak 22 pesawat dengan kapasitas 180 penumpang, Boeing B737-300 sebanyak 6 pesawat dengan kapasitas 148 penumpang dan Boeing B737-400 sebanyak 1 pesawat dengan kapasitas 170 penumpang.

Cost per available seat miles (CASM) adalah biaya yang dikeluarkan untuk menerbangkan satu kursi penumpang. Besarnya CASM untuk armada A320, B737-300 dan B737-400 secara berurutan adalah \$0,046, \$0,045 dan \$0,047. Besarnya CASM

didapatkan [5]. *Revenue per available seat mile* (RASM) adalah pendapatan dari penumpang berdasarkan banyaknya kursi penumpang yang terisi. Besarnya RASM diasumsikan sebesar 15% dari kapasitas armada. Dengan asumsi rendahnya frekuensi penerbangan untuk beberapa kota maka ditentukan besarnya *recapture rate* adalah 15% dari penumpang yang tidak terbang. Ini berarti 85% calon penumpang tidak dapat diangkut dan akhirnya jatuh kepada maskapai lainnya. Data *demand*, standar deviasi, RASM, *recapture rate* ditentukan secara hipotetik dengan membangkitkan angka secara acak.

3.1 Himpunan dan Parameter dalam Model Matematik

Himpunan:

$$F = \{QG850, QG854, \dots, QG9632\}; i = 1, 2, \dots, 104$$

$$K = \{A320, B737-300, B737-400\}; j = 1, 2, 3$$

$$M = \{SRG1, SRG2, \dots, CGK66\}; k = 1, 2, \dots, 197$$

Dengan membuat jaringan ruang-waktu diketahui banyaknya *node* untuk setiap kota. Kota Jakarta memiliki 66 *node*, Surabaya 32 *node*, Medan 10 *node*, Bali 13 *node*, Lombok 4 *node*, Jambi 2 *node*, Malang 2 *node*, Yogyakarta 2 *node*, Bengkulu 2 *node*, Balikpapan 6 *node*, Pekanbaru 8 *node*, Tanjung Pandan 2 *node*, Pangkalpinang 2 *node*, Batam 24 *node*, dan Banjarmasin 2 *node*. Jadi seluruhnya terdapat 197 *node*.

$$C = \{SRG1, BKS1, DJB1, PGK1, TJQ1, BDJ1, MLG1, JOG1, LOP1, PLM1, UPG1, BPN1, PKU1, MES1, PDG1, DPS1, BTH1, SUB1, CGK1\};$$

$$I = 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 21, 25, 29, 35, 43, 53, 63, 76, 100, 132$$

$$D = \{SRG2, BKS2, DJB2, PGK2, TJQ2, BDJ2, MLG2, JOG2, LOP4, PLM4, UPG4, BPN6, PKU8, MES10, PDG10, DPS13, BTH24, SUB32, CGK66\};$$

$$n = 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 20, 24, 28, 34, 42, 52, 62, 75, 99, 131, 197$$

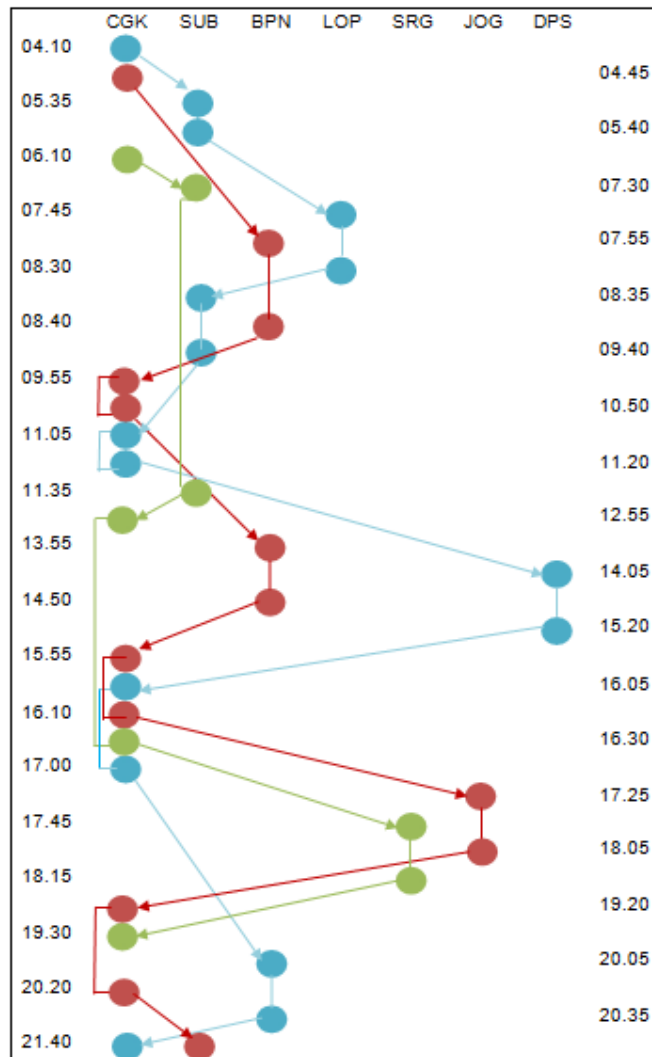
3.2 Hasil dan Pembahasan

Dari penyelesaian model dengan *software* LINGO 11.0, diperoleh bahwa pihak maskapai hanya membutuhkan 18 dari 29 pesawat yang tersedia untuk memenuhi 104 penerbangan pada tanggal 11 Oktober 2013. Kedelapan belas pesawat tersebut terdiri atas 11 pesawat jenis A320, 6 pesawat B737-300, dan 1 pesawat jenis B737-400 dengan rincian kota seperti pada Tabel 1.

Tabel 1 Armada pesawat yang diperlukan

Kode Kota	Kota	Jenis pesawat		
		A320	B737-300	B737-400
MES	Medan	1	0	0
BTH	Batam	3	0	0
SUB	Surabaya	2	1	0
CGK	Cengkareng (Jakarta)	5	5	1

Dari Tabel 1 dapat digambarkan jaringan ruang-waktu untuk ketiga jenis armada. Sebagai ilustrasi, pada Gambar 2 diberikan jaringan ruang-waktu untuk penerbangan yang melibatkan kota Jakarta (CGK), Surabaya (SUB), Balikpapan (BPN), Lombok (LOP), Semarang (SRG), Jogjakarta (JOG), dan Denpasar (DPS). Sebagai contoh, rute penerbangan untuk B737-400 adalah pesawat berangkat dari Jakarta dengan nomor penerbangan QG811 menuju Surabaya pada pukul 06.10 dan tiba pada pukul 07.30. Penerbangan selanjutnya menuju Jakarta dengan nomor penerbangan QG817 pada pukul 11.35 kemudian mendarat di Jakarta pada pukul 12.55, dilanjutkan dengan penerbangan menuju Surabaya untuk nomor penerbangan QG804 pada pukul 15.40 dan mendarat pada pukul 16.50 selanjutnya pesawat menginap di bandara Surabaya.



Gambar 3 Ilustrasi jaringan ruang-waktu, → B737-400, → A320, → B737-300

KESIMPULAN DAN PROSPEK

Masalah penjadwalan armada pesawat terbang merupakan salah satu proses penting dalam manajemen penerbangan agar maskapai penerbangan mendapatkan keuntungan yang optimal. Dalam penelitian ini, masalah penjadwalan/penugasan armada pesawat dimodelkan ke dalam *integer programming*. Model ini telah diimplementasikan pada penjadwalan penerbangan PT Citilink Indonesia untuk jadwal penerbangan yang berlaku pada bulan Oktober 2013. Dari studi kasus yang dilakukan, pihak maskapai dapat meminimumkan biaya dengan menekan jumlah armada yang harus diterbangkan.

Penelitian ini masih dapat dikembangkan, antara lain dengan menghilangkan asumsi-asumsi yang dibuat, misalkan dengan memperhatikan waktu pergantian penumpang antarpenerbangan, *turn around time* pesawat, mempertimbangkan kasus *deadheading*, dan meninjau tahapan-tahapan lain dalam manajemen penerbangan.

PUSTAKA

- [1] Bazargan M. 2004. *Airline Operations and Scheduling*. Ed ke-2. Burlington (US): Ashgate.
- [2] Jarrah AI, Goodstein J, Narasimhan R. 2000. An efficient airline re-fleetting model for the incremental modification of planned fleet assignments. *Transportation Science*. 34(4):349-363. doi: [10.1287/trsc.34.4.349.12324](https://doi.org/10.1287/trsc.34.4.349.12324).
- [3] Renaud J, Boctor FF. 2002. A sweep-based algorithm for the fleet size and mix vehicle routing problem. *European Journal of Operational Research*. 140(3):618- 628. doi:10.1016/S0377-2217(01)00237-5.
- [4] Papadakos N. 2006. *Integrated Airline Scheduling: Decomposition and Acceleration Techniques*. London(GB): IC-PARC (centre for Planning and Resource Control).
- [5] Ozdemir Y, Basligil H, Nalbant KG. 2011. Optimization of Fleet Assignment: A Case Study in Turkey. *IJOCTA*. 2(1):59-71. doi: 10.11121/ijocta.01.2012.0050.

KAJIAN MODEL MIKROSKOPIK PADA SISTEM LALU-LINTAS: SIMULASI DAN APLIKASINYA DI BOGOR

ON MICROSCOPIC MODELING OF VEHICULAR TRAFFIC SYSTEM: SIMULATION AND ITS APPLICATION IN BOGOR

Endar H. Nugrahani ^{1*}, Hadi Sumarno ², Ali Kusnanto ²

Departemen Matematika, Institut Pertanian Bogor, Bogor ^{1*}

Jl. Meranti, Kampus IPB Darmaga, Bogor.

Email: e_nugrahani@ipb.ac.id

Departemen Matematika, Institut Pertanian Bogor, Bogor ²

ABSTRACT

A microscopic model explains interaction among vehicles in a traffic system on individual level. The aim of this paper is to study carefully the microscopic single lane model as well as microscopic multilane model with its reaction thresholds. The simulation study on microscopic multilane model shows that increase of density will decrease the mean velocity of the traffic. Empirical data of Bogor traffic system show that the density-flow relation agrees well with the theoretical and simulation results.

Keywords: vehicular traffic system, microscopic model.

ABSTRAK

Model mikroskopik pada sistem lalu-lintas menjelaskan interaksi individu antar kendaraan pada suatu sistem lalu lintas yang diamati. Tujuan penulisan makalah ini adalah untuk menurunkan model mikroskopik jalur tunggal serta model mikroskopik multijalur berdasarkan ambang batas reaksinya. Dari simulasi model mikroskopik multi jalur didapat bahwa secara umum kenaikan kepadatan akan menurunkan rata-rata kecepatan. Selanjutnya data empiris sistem lalu lintas di kota Bogor menunjukkan bahwa hubungan antara kepadatan dan arus lalu lintas adalah sesuai dengan hasil teoritis maupun hasil simulasi.

Katakunci: sistem lalu-lintas kendaraan, model mikroskopik.

PENDAHULUAN

Terdapat tiga model yang dapat digunakan sebagai pendekatan terhadap fenomena arus lalu-lintas, yaitu pendekatan model mikroskopik, makroskopik, dan model mesoskopik atau model kinetik [1]. Model mikroskopik memodelkan respons aktual dari sebuah kendaraan terhadap kendaraan lainnya, terutama kendaraan di posisi depannya. Model mikroskopik memfokuskan perhatian pada respons dari suatu kendaraan terhadap perilaku kendaraan di posisi depan. Respons tersebut direalisasikan dengan perubahan kecepatan kendaraan dan perpindahan jalur secara spontan, dan sesekali kendaraan melewati ambang batas (*thresholds*). Model kedua adalah model makroskopik yang menggambarkan besaran teramati dalam suatu sistem lalu-lintas. Model makroskopik umumnya diturunkan berdasarkan persamaan dinamika zat cair. Model ketiga adalah model kinetik yang menyajikan level menengah antara model mikroskopik dengan model makroskopik [2], yaitu penjelasan terhadap fenomena makroskopik menggunakan interaksi mikroskopik dengan memanfaatkan distribusi stokastik tertentu.

Dalam makalah ini dipaparkan kajian model mikroskopik jalur tunggal dan mikroskopik multijalur dengan reaksi batas. Selanjutnya dikaji penurunan persamaan

model kinetik multijalur berdasarkan reaksi batas pada model mikroskopik lalu-lintas multijalur. Pada bagian akhir disajikan evaluasi hasil simulasi dari kajian numerik model mikroskopik jalur tunggal dan model mikroskopik multijalur.

MODEL SISTEM LALU-LINTAS KENDARAAN

2.1 Model Mikroskopik Jalur Tunggal

Pada model mikroskopik jalur tunggal $x_i(t)$ dinotasikan sebagai posisi kendaraan ke- i pada waktu t , dengan $i = 1, \dots, M$. Diasumsikan setiap kendaraan memiliki panjang L dan memenuhi urutan $x_1 > x_2 > \dots > x_M$. Kecepatan dari kendaraan ke- i pada waktu tunda $t + \tau$ didefinisikan sebagai

$$v_i(t + \tau) = x'_i(t + \tau) = \lambda \ln |x_i(t) - x_{i-1}(t)| + \alpha_i \quad (1)$$

dengan λ dan α_i adalah parameter.

Pada fenomena lalu-lintas, kondisi ekuilibrium didefinisikan sebagai suatu kondisi di mana setiap kendaraan berjarak sama terhadap kendaraan di posisi depan, dan setiap kendaraan juga bergerak dengan kecepatan yang sama. Pada kondisi ekuilibrium, diasumsikan terdapat tepat sebuah kendaraan pada interval sepanjang $|x_i - x_{i-1}|$, sehingga

$$\rho = \frac{1}{|x_i - x_{i-1}|}.$$

Kepadatan maksimum, dinotasikan $\rho_{\max}$, akan diperoleh jika jarak relatif antara kendaraan ke- i dengan kendaraan ke- $i-1$ adalah L , sehingga $\rho_{\max} = 1/L$.

Diasumsikan bahwa kecepatan hanya bergantung pada kepadatan, yaitu $v(x, t) = v(\rho(x, t))$. Terdapat kepadatan kritis yang dapat diamati yaitu ρ_{crit} , sedemikian sehingga v_{ρ} adalah kecepatan maksimum untuk kepadatan di interval $0 \leq \rho \leq \rho_{\text{crit}}$, yang dinotasikan oleh $v_{\max}$. Arus lalu-lintas akan mulai melambat pada ρ_{crit} dan seluruh kendaraan akan berhenti bersama-sama ketika mencapai $\rho_{\max}$, sehingga $v(\rho_{\max}) = 0$.

Jika terjadi suatu kondisi dengan setiap kendaraan bergerak dengan kecepatan v , jarak antarkendaraan adalah d , dan jika setiap kendaraan memiliki panjang L , maka

$$\rho = \frac{1}{d + L}, \quad d, L > 0. \quad (2)$$

Pada kondisi ekuilibrium setiap kendaraan akan bergerak dengan kecepatan yang sama dan oleh karena itu tidak akan bergantung pada i . Dari persamaan (1) diperoleh

$$v = \lambda \ln(d + L) + \alpha,$$

dengan $d + L$ adalah jarak relatif antara dua kendaraan di depan dengan posisi berurutan, dan α_i juga harus bebas dari i dan diganti oleh α . Dengan menggunakan persamaan (2) diperoleh

$$v = \lambda \ln\left(\frac{1}{\rho}\right) + \alpha. \quad (3)$$

Nilai parameter α ditentukan dari $v(\rho_{\max}) = 0$ dan dengan mengatur agar nilai $\rho = \rho_{\max}$ pada persamaan (3), akan diperoleh $\alpha = \lambda \ln(\rho_{\max})$. Sebagai akibatnya

$$v(\rho) = \lambda \ln\left(\frac{\rho_{\max}}{\rho}\right), \quad (4)$$

untuk $\rho \geq \rho_{crit}$. Lebih lanjut, $v(\rho)$ harus kontinu pada $\rho = \rho_{crit}$. Dengan mengatur $\rho = \rho_{crit}$ diperoleh

$$v_{\max} = v(\rho_{crit}) = \lambda \ln\left(\frac{\rho_{\max}}{\rho_{crit}}\right) \text{ dan } \lambda = \frac{v_{\max}}{\ln\left(\frac{\rho_{\max}}{\rho_{crit}}\right)}.$$

Pada akhirnya diperoleh

$$v(\rho) = \begin{cases} v_{\max} & , \text{ untuk } 0 \leq \rho \leq \rho_{crit} \\ v_{\max} \ln\left(\frac{\rho_{\max}}{\rho}\right) \left[\ln\left(\frac{\rho_{\max}}{\rho_{crit}}\right) \right]^{-1} & , \text{ untuk } \rho > \rho_{crit}. \end{cases} \quad (5)$$

Lebih lanjut, arus lalu-lintas dinotasikan oleh $j(x,t)$ dan diasumsikan bahwa arus hanya bergantung pada kepadatan, sehingga arus dapat dinyatakan oleh $j(x,t) = j(\rho(x,t))$, yang didefinisikan sebagai

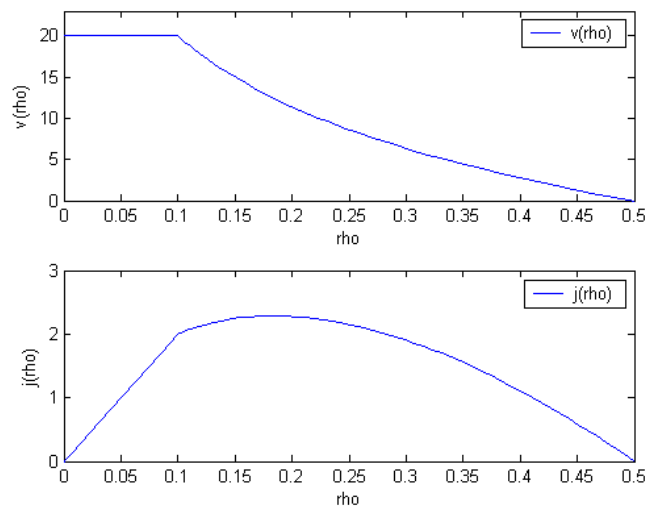
$$j(\rho) = \begin{cases} \rho v_{\max} & , \text{ untuk } 0 \leq \rho \leq \rho_{crit} \\ \rho v_{\max} \ln\left(\frac{\rho_{\max}}{\rho}\right) \left[\ln\left(\frac{\rho_{\max}}{\rho_{crit}}\right) \right]^{-1} & , \text{ untuk } \rho > \rho_{crit}. \end{cases} \quad (6)$$

Turunan $j(\rho)$ terhadap ρ untuk $\rho > \rho_{crit}$ adalah

$$j'(\rho) = v_{\max} \left[\ln\left(\frac{\rho_{\max}}{\rho_{crit}}\right) \right]^{-1} \left[\ln\left(\frac{\rho_{\max}}{\rho}\right) - 1 \right].$$

Oleh karena $v_{\max} > 0$, persamaan tersebut dapat bernilai nol jika dan hanya jika $\ln(\rho_{\max}) - \ln(\rho) = 1$, sehingga solusi dari ρ hanya dapat diperoleh jika terjadi $\rho_{opt} = \rho_{\max} / e$. Jadi untuk $\rho > \rho_{crit}$, arus maksimum terjadi pada $\rho_{opt} = \frac{\rho_{\max}}{e}$.

Hasil plot antara kecepatan dengan kepadatan serta arus dengan kepadatan ditunjukkan pada Gambar 1.



Gambar 1. Plot kecepatan $v(\rho)$ dan arus $j(\rho)$ model mikroskopik jalur tunggal.

Gambar 1 menunjukkan bahwa kendaraan akan bergerak dengan kecepatan rendah sampai dicapai kepadatan kritis yaitu pada $\rho \leq \rho_{\text{crit}}$. Pada saat kepadatan kendaraan bernilai lebih dari kepadatan kritis yaitu $\rho > \rho_{\text{crit}}$, kecepatan kendaraan akan menurun secara logaritmik sampai kendaraan berhenti total, yaitu ketika mencapai kepadatan maksimum. Selanjutnya, dari Gambar 1 juga dapat dilihat bahwa arus lalu lintas cenderung meningkat secara linear sampai dicapai kepadatan kritis. Arus lalu lintas kemudian meningkat kembali dan mencapai maksimum pada $\rho_{\text{opt}} = \rho_{\text{max}} / e > \rho_{\text{crit}}$. Setelah mencapai nilai maksimum, arus akan menurun menuju nol, yaitu ketika mencapai kepadatan maksimum. Pola hubungan kepadatan – arus kendaraan tersebut dikenal dengan istilah diagram fundamental [2].

2.2 Model Mikroskopik Multijalur

Pada model mikroskopik multijalur diasumsikan terdapat N jalur pada jalan raya. Kendaraan yang diamati dinotasikan dengan c . Kendaraan di posisi depan dan belakang berturut-turut dinotasikan oleh c_+ dan c_- . Pada jalur kanan dan kiri dinotasikan c_{r+} , c_{r-} dan c_{l+} , c_{l-} . Kecepatan sebelum dan sesudah terjadi interaksi berturut-turut dinotasikan oleh v dan v' . Kecepatan maksimal dinotasikan oleh w yang nilainya berkisar dari 0 sampai dengan w . Didefinisikan H_0 adalah jarak minimal antarkendaraan dan T_R, T_L, T_B, T_A, T_F berturut-turut menotasikan waktu reaksi dari masing-masing interaksi. Diasumsikan terjadi urutan berikut: $T_F \geq T_A > T_R > T_L > T_B$ dan $T_R^S, T_L^S \geq T_B$. Interaksi yang mungkin terjadi adalah sebagai berikut:

1. Perpindahan ke jalur kanan

Ambang batas untuk perpindahan ke jalur kanan (untuk mendahului) dinotasikan oleh H_R dengan $H_R(v) = H_0 + vT_R$. Jika $v > v_+$ dan $H_R(v)$ dilalui, maka

kendaraan akan berpindah ke jalur kanan hanya jika terdapat ruang yang cukup pada jalur kanan. Lebih lanjut, c dan c_- akan berakselerasi setelah terjadi perpindahan jalur, dan kecepatan yang baru adalah

$$v' = \begin{cases} \tilde{v} & , \text{ jika } x_{r+} - x > H_F \\ v & , \text{ selainnya} \end{cases} \quad v'_- = \begin{cases} \tilde{v}_- & , \text{ jika } x_+ - x_- > H_F \\ v_- & , \text{ selainnya} \end{cases}$$

dengan $\tilde{v}, \tilde{v}_-$ kecepatan baru yang diinginkan pengendara.

2. Perpindahan ke jalur kiri

Ambang batas untuk perpindahan ke jalur kiri dinotasikan oleh H_L dengan $H_L(v) = H_0 + vT_L$. Jika $v_- > v$ dan $H_L(v_-)$ dilalui, maka kendaraan akan berpindah ke jalur kiri hanya jika terdapat ruang yang cukup di jalur kiri, dan kecepatan yang baru adalah

$$v' = \begin{cases} \tilde{v} & , \text{ jika } x_{l+} - x > H_F \\ v & , \text{ selainnya} \end{cases} \quad v'_- = \begin{cases} \tilde{v}_- & , \text{ jika } x_+ - x_- > H_F \\ v_- & , \text{ selainnya} \end{cases}$$

dengan $\tilde{v}, \tilde{v}_-$ seperti sebelumnya.

3. Pengereman

Ambang batas untuk pengereman adalah H_B dengan $H_B(v) = H_0 + vT_B$. Jika $v > v_+$ dan ambang batas pengereman $H_B(v)$ dilewati, maka akan terjadi pengereman pada interval kecepatan $[\beta v, v]$ di bawah kecepatan aktual v . Kecepatan yang baru didefinisikan sebagai

$$v' = \beta v + \xi(v - \beta v), \quad \beta < \xi,$$

dengan ξ menyebar seragam pada interval $[0, 1]$.

4. Akselerasi I (pengikut)

Ambang batas untuk akselerasi adalah H_A dengan $H_A(v) = H_0 + \delta + vT_A$. Jika $v < v_+$ dan ambang batas akselerasi $H_A(v)$ dilewati, maka kendaraan akan berakselerasi pada interval kecepatan $[v, \alpha v]$ di atas kecepatan aktual v . Persamaan kecepatan yang baru, didefinisikan sebagai

$$v' = v + \xi(\min(w, v\alpha) - v), \quad \alpha > 1.$$

5. Akselerasi II (bebas berkendara)

Ambang batas untuk bebas berkendara adalah H_F dengan $H_F(v) = H_0 + \delta + wT_F$. Jika $v < v_+$ dan ambang batas akselerasi $H_F(v)$ dilewati, maka kendaraan tersebut akan berakselerasi dan bergerak bebas dengan kecepatan yang diinginkan.

SIMULASI DAN APLIKASI

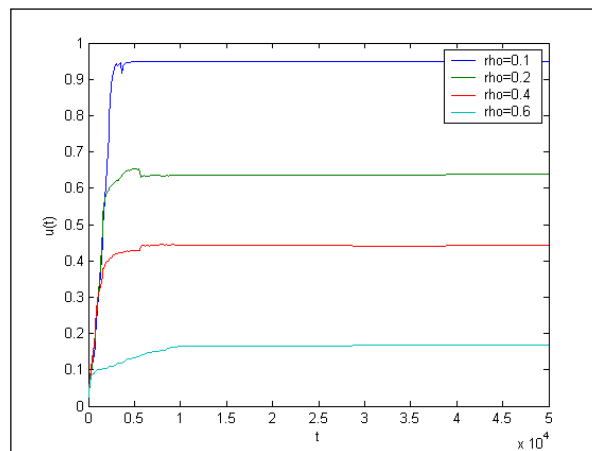
3.1 Simulasi Model Mikroskopik Multijalur

Berdasarkan model mikroskopik multijalur dengan reaksi batas, dibuat simulasi terhadap kecepatan rata-rata kendaraan per-satuan waktu untuk beberapa nilai kepadatan yang berbeda, di mana kecepatan setiap kendaraan dapat berubah secara spontan setelah melakukan interaksi pindah jalur ke kanan, pindah jalur ke kiri, mengerem, akselerasi pengikut, atau akselerasi bebas. Hasil simulasi disajikan sebagai $u(t)$, yang menyatakan kecepatan rata-rata kendaraan pada waktu t , yang didefinisikan sebagai

$$u(t) = \frac{1}{NM} \sum_{i=1}^{NM} v_i(t)$$

dengan N banyaknya jalur dan M banyaknya kendaraan setiap jalur.

Simulasi dilakukan pada jalan raya dengan panjang $L = 500$ dan banyak jalur yaitu $N = 3$. Kecepatan maksimum kendaraan ditentukan sebesar $w=1$, dan jarak minimum antar kendaraan sepanjang $H_0=1$, sehingga kepadatan maksimum adalah $\rho_{\max}=1/H_0=1$ dan $t_0=H_0/w=1$. Simulasi dievaluasi pada nilai $\rho = 0.1, 0.2, 0.4, 0.6$, dan banyak kendaraan per jalur berdasarkan nilai kepadatan masing-masing adalah $M = 50, 100, 200, 300$. Hasil plot kecepatan $u(t)$ ditunjukkan pada Gambar 2, adalah sesuai dengan hasil dalam [3].



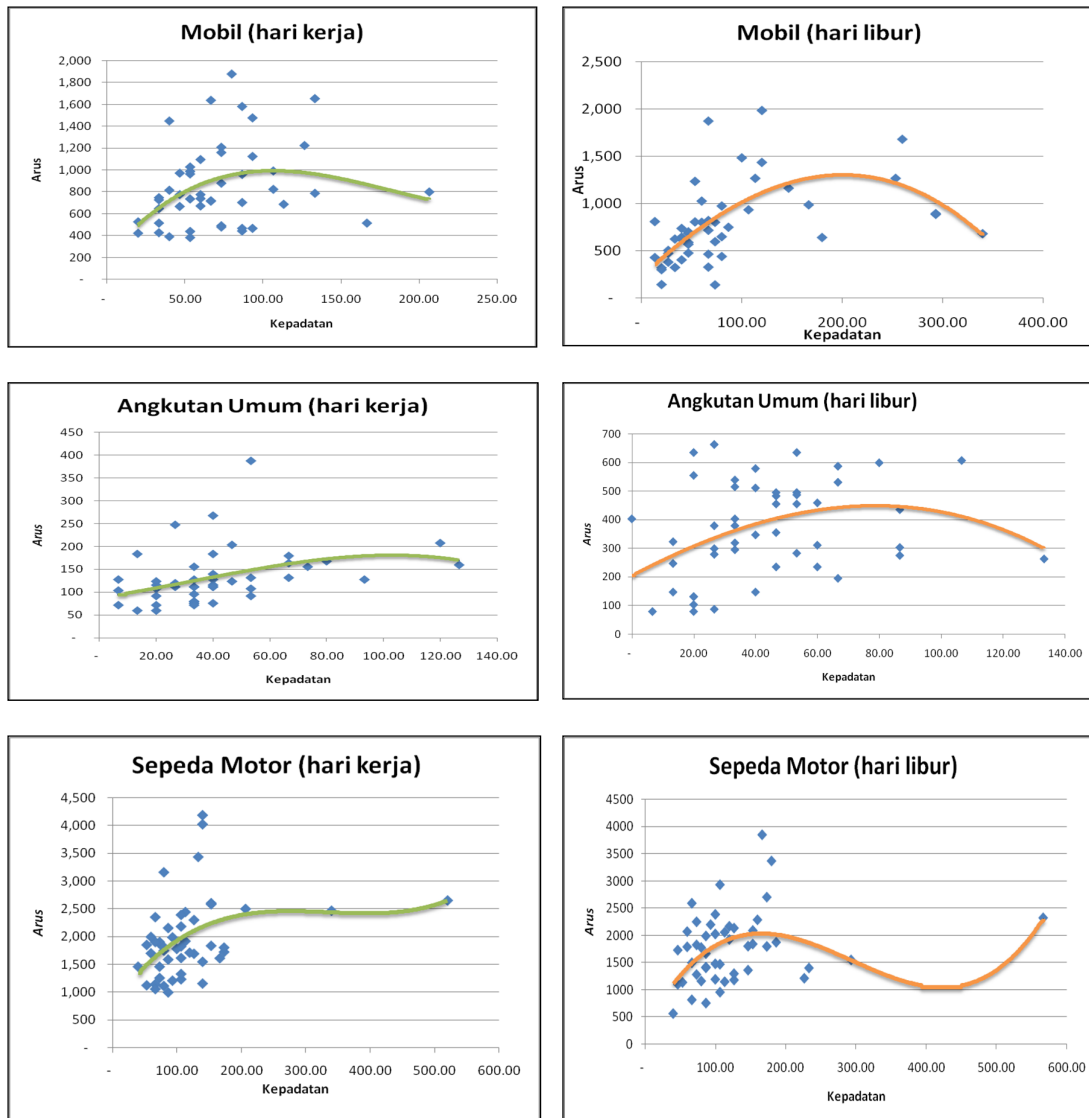
Gambar 2. Hasil simulasi rata-rata kecepatan $u(t)$ pada berbagai kepadatan ρ .

Berdasarkan hasil yang ditunjukkan pada Gambar 2, dapat dilihat adanya hubungan tertentu antara rata-rata kecepatan kendaraan terhadap beberapa nilai kepadatan yang berbeda, yaitu jika kepadatan kendaraan semakin tinggi maka kecepatan rata-rata kendaraan akan semakin kecil nilainya. Hal ini sesuai dengan fakta bahwa dengan kepadatan kendaraan yang semakin besar akan menyebabkan ruang gerak bagi setiap kendaraan semakin terbatas, sehingga kendaraan akan bergerak dengan kecepatan yang lebih rendah.

3.2 Aplikasi pada Kondisi Lalu-lintas di Bogor

Data empiris tentang kecepatan, arus, dan kepadatan lalu lintas pada berbagai titik lokasi penting di Kota Bogor dikumpulkan pada tahun 2013. Pengamatan dilakukan pada 3 jenis kendaraan, yaitu mobil pribadi, angkutan umum, serta sepeda motor. Waktu pengamatan dilakukan pada hari kerja serta hari libur. Hasilnya disajikan dalam diagram kepadatan-arus pada Gambar 3 berikut.

Gambar 3 pada prinsipnya menyajikan diagram fundamental empiris untuk kasus Kota Bogor. Untuk kendaraan roda empat, yaitu mobil pribadi dan angkutan umum, diagram fundamental yang terbentuk relatif bersesuaian dengan diagram fundamental teoritis yang diberikan pada Gambar 1, baik pengamatan di hari kerja maupun hari libur.



Gambar 3. Plot kepadatan – arus lalu-lintas Kota Bogor pada berbagai jenis kendaraan dan hari pengamatan.

Akan tetapi untuk jenis kendaraan sepeda motor terdapat perbedaan yang cukup mencolok dibandingkan dengan pola umum diagram fundamental. Perbedaan tersebut

adalah pada kenyataan bahwa pada kepadatan tinggi, masih dimungkinkan sepeda motor untuk bergerak dengan arus yang relatif besar. Kondisi ini menunjukkan adanya anomali pada pengguna jalan jenis sepeda motor yang ternyata mudah bermanuver pada kondisi kepadatan bahkan kemacetan sehari-hari pada lalu-lintas perkotaan,

KESIMPULAN

Model mikroskopik jalur tunggal dan model mikroskopik multijalur dengan reaksi batas dapat digunakan untuk menjelaskan fenomena lalu-lintas yang terjadi di dunia nyata. Dari simulasi model mikroskopik multijalur didapat hasil bahwa secara umum kenaikan kepadatan kendaraan akan menurunkan rata-rata kecepatan. Selanjutnya data empiris sistem lalu lintas di kota Bogor menunjukkan bahwa hubungan antara kepadatan dan arus lalu lintas adalah sesuai dengan hasil teoritis maupun hasil simulasi.

PUSTAKA

- [1] Illner R, Bohun CS, McCollum S, Van Roode T. 2005. *Mathematical Modelling: A Case Studies Approach*. Providence, Rhode Island: AMS.
- [2] Klar A, Wegener R. 1998. A hierarchy of models for multilane vehicular traffic I: Modeling. *SIAM Journal on Applied Mathematics* 59:983-1001.
- [3] Klar A, Wegener R. 1998. A hierarchy of models for multilane vehicular traffic II: Numerical investigations. *SIAM Journal on Applied Mathematics* 59:1002-1011.